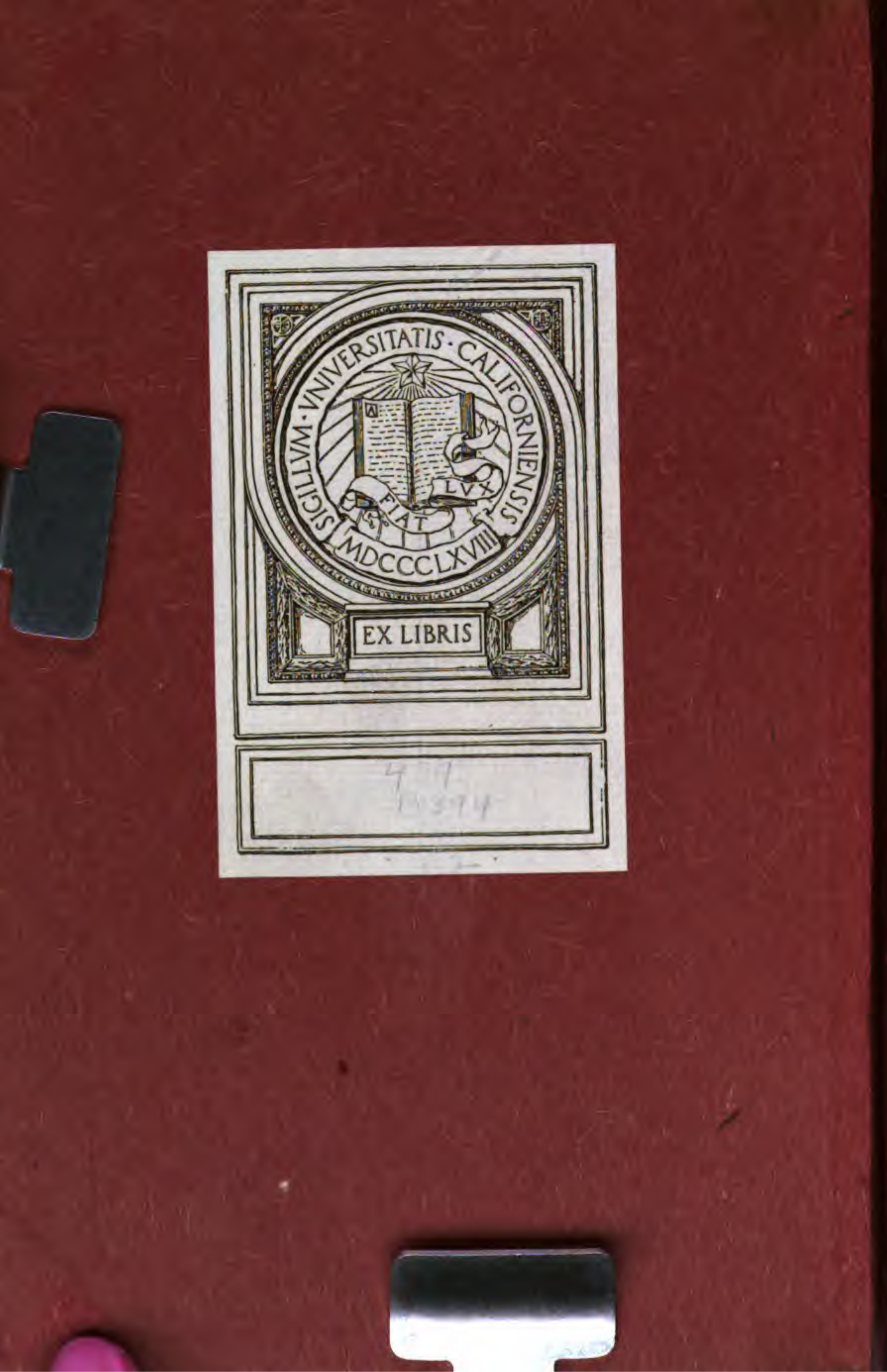
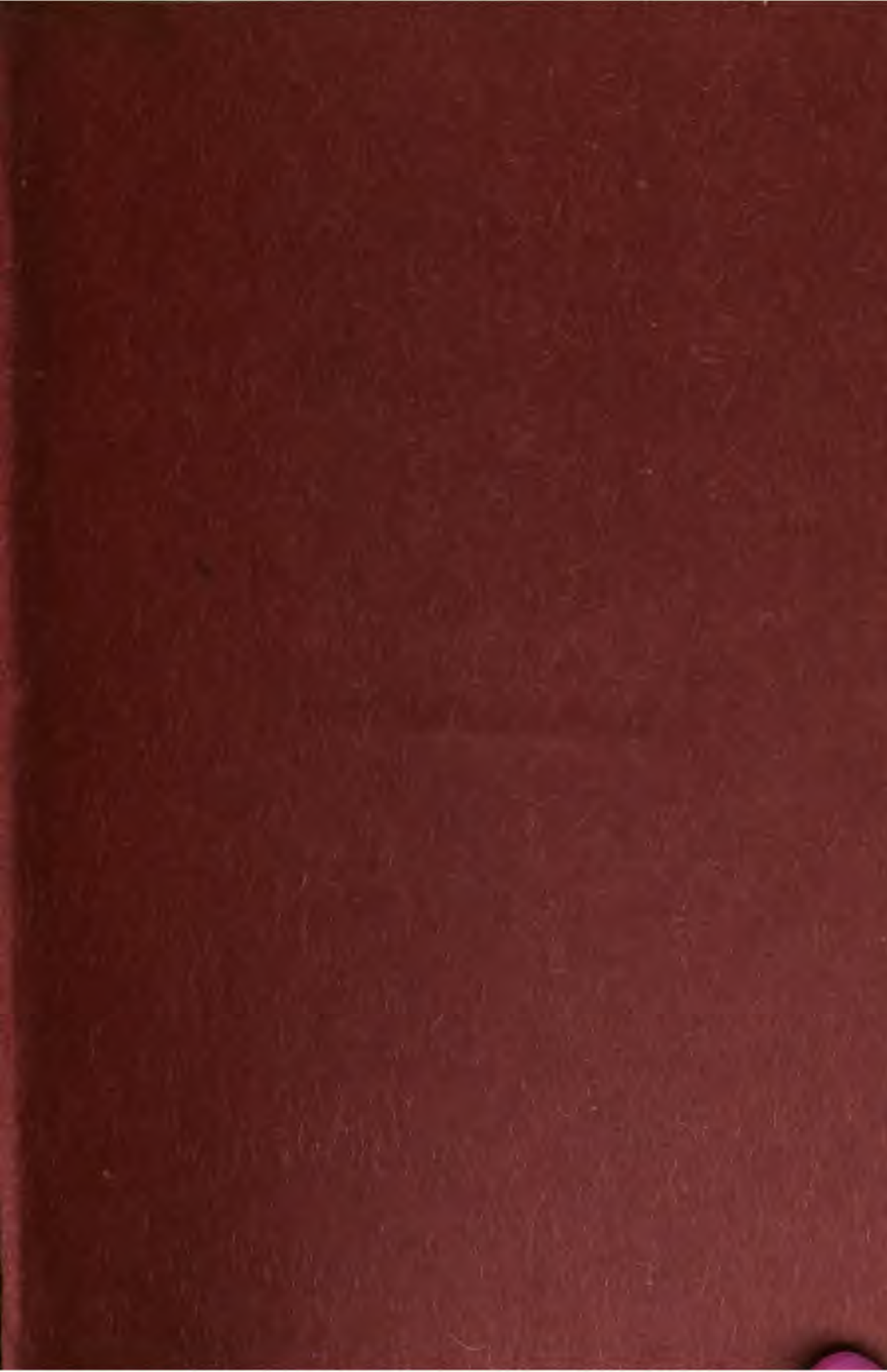
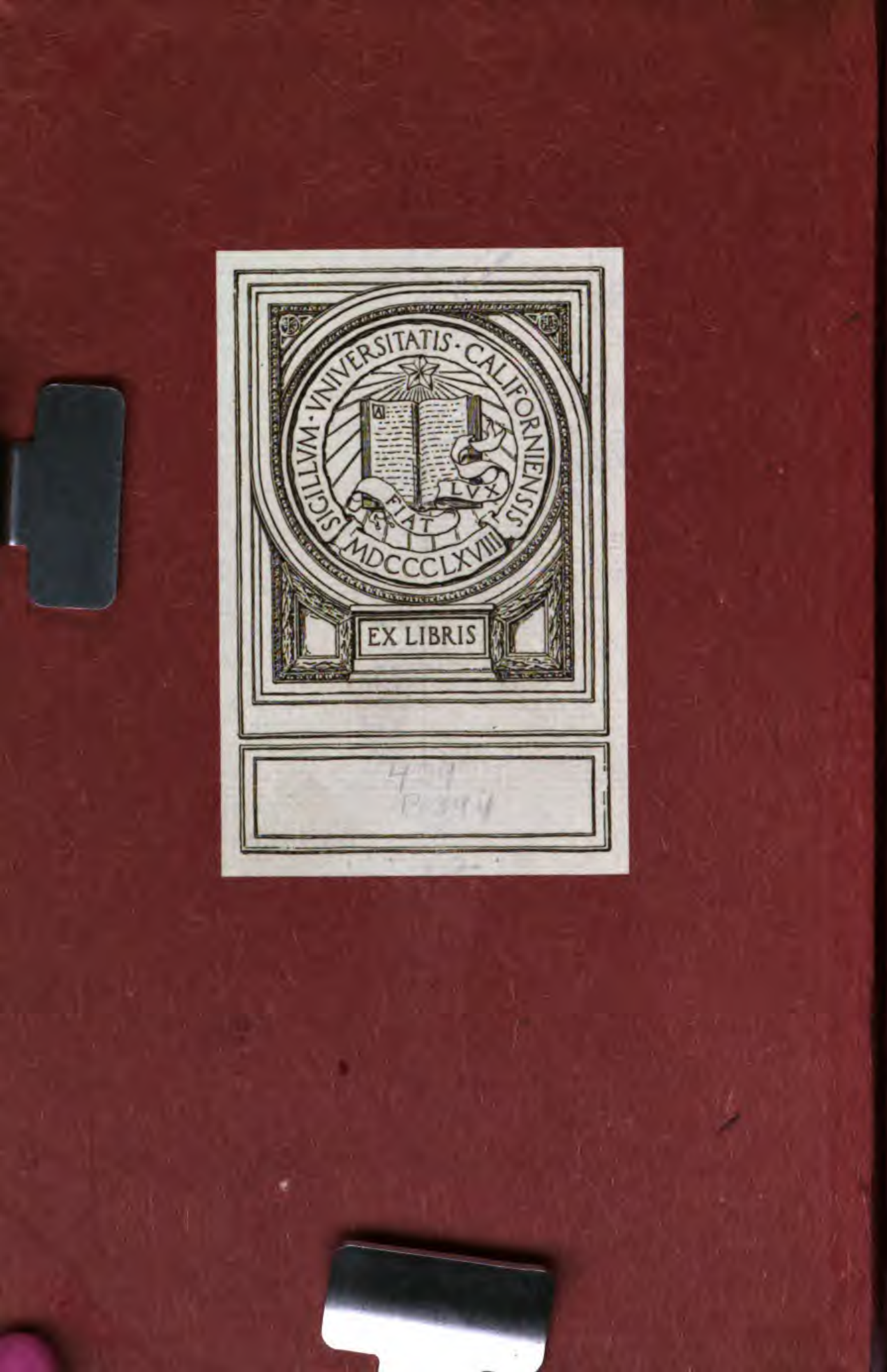
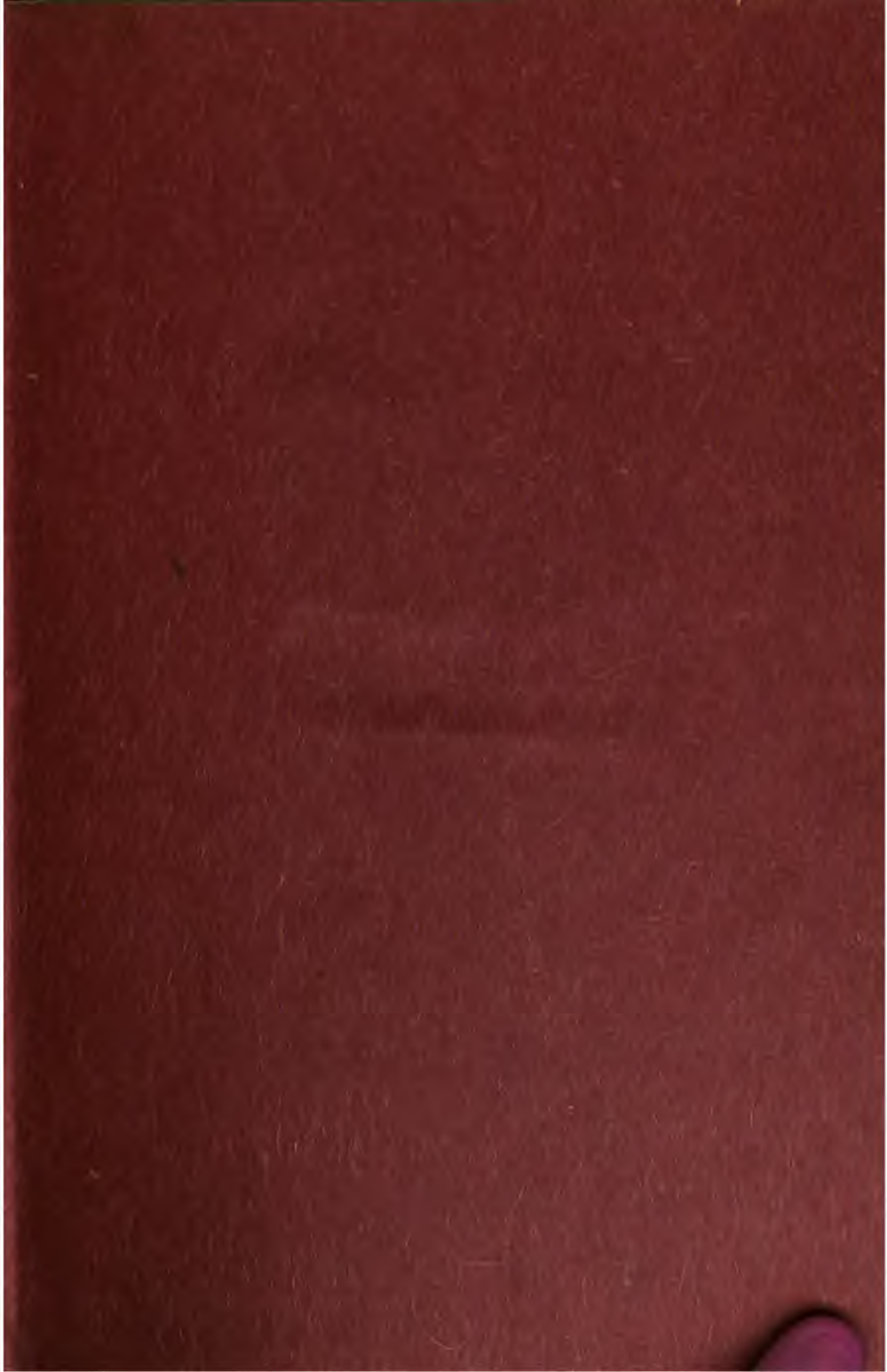
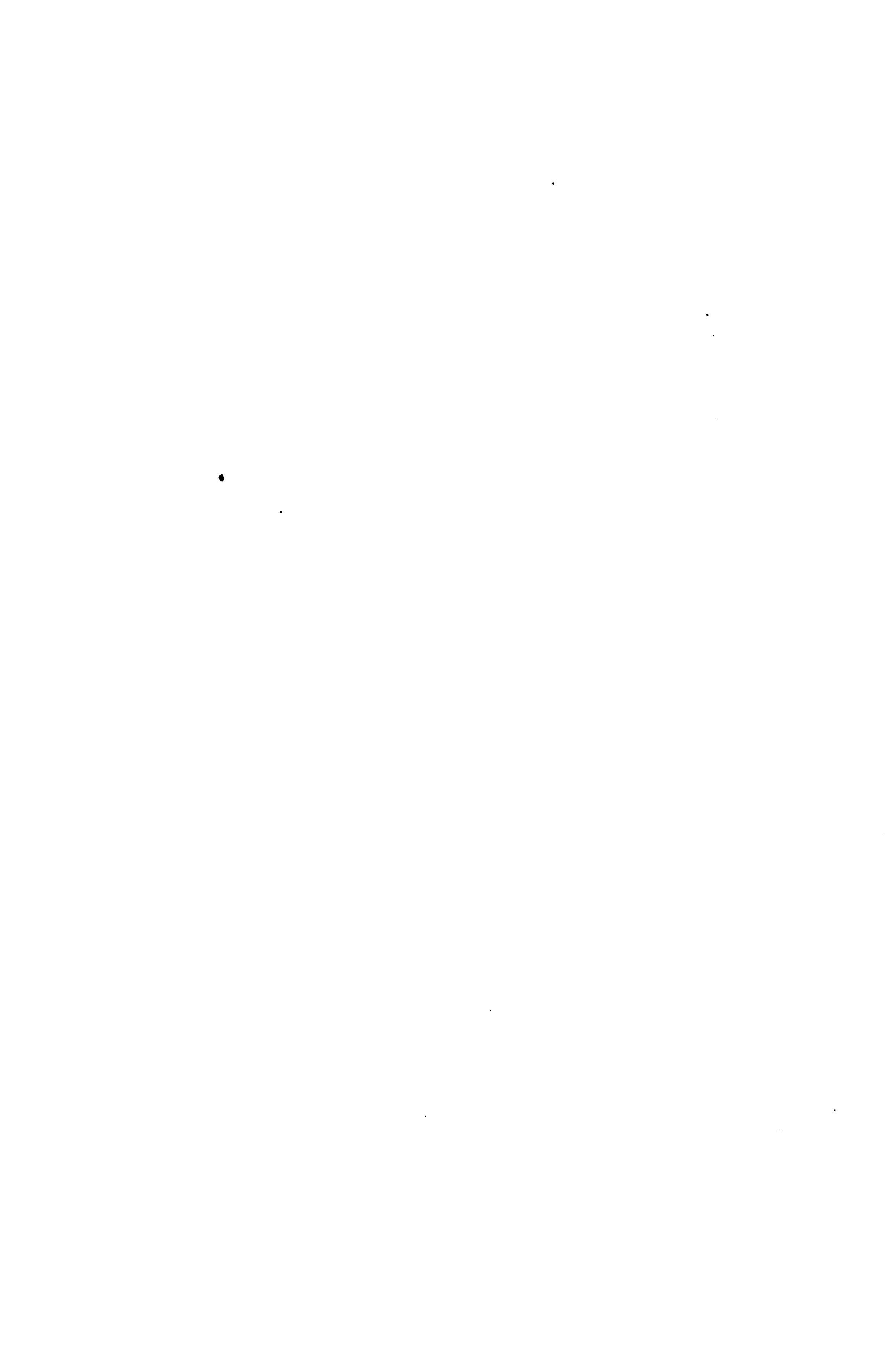

UC-NRLF
$B 287 106


SIGILLVM · VNIVERSITATIS · CALIFORNIENSIS
FIAT LVX
MDCCCLXVIII
EX LIBRIS




SIGILLVM · VNIVERSITATIS · CALIFORNIENSIS
FIAT LVX
MDCCCLXVIII
EX LIBRIS









Statische und kinetische Kristalltheorien

von

Dr. J. Beckenkamp
o. ö. Professor der Mineralogie und Kristallographie
an der Universität Würzburg

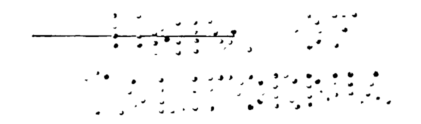
Zweiter Teil

Theorie der Ausbreitung der Energie in Kristallen durch Strahlung (Kristalloptik)

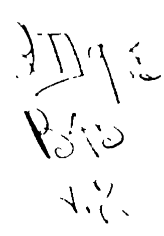
und

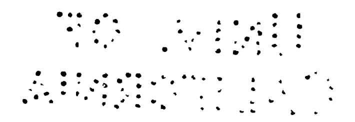
Veranschaulichung der optischen Eigenschaften der kristallisierten Kieselsäure durch statische Strukturbilder

Mit 487 Textfiguren und 7 Stereoskopbildern



Berlin
Verlag von Gebrüder Borntraeger
W 35 Schöneberger Ufer 12a
1915





Buchdruckerei des Waisenhauses in Halle a. d. S.

Vorwort

Wie der erste, so soll auch der vorliegende zweite Teil die Resultate der experimentellen und der theoretischen Untersuchung der Kristalle nicht als ein dogmatisches Lehrgebäude darstellen, sondern als den gegenwärtigen Standpunkt einer auch jetzt noch keineswegs abgeschlossenen Entwicklung.

Eines der wichtigsten Kriterien für die Beurteilung einer Kristallstruktur ist die Drehung der Polarisationsebene des Lichtes, und gerade auf diesem Gebiete hat die experimentelle Untersuchung der Kristalle in den letzten Jahren bedeutende Fortschritte zu verzeichnen, welche in den gebräuchlichsten Lehrbüchern der Kristallphysik bisher noch nicht aufgenommen wurden. Das Kapitel der optischen Drehung, welches nicht nur für den Kristallographen, sondern auch für den Chemiker und Physiker von hervorragender Bedeutung ist, wurde deshalb besonders eingehend behandelt.

Seitdem es möglich wurde, mit Hilfe der Durchleuchtung der Kristalle mit Röntgenstrahlen Interferenzbilder zu erhalten, begegnet man zuweilen der Ansicht, spekulative Betrachtungen über die Molekularstruktur der Kristalle seien jetzt überflüssig geworden, da man in dem Interferenzbilde die Struktur der Kristalle „sehen" könne. Indessen das, was wir in dem Interferenzbilde sehen, die Anordnung der Interferenzflecken von verschiedener Intensität, ist eine komplizierte Funktion der Eigenschaften der Atome und ihrer Anordnung im Raume. Der zur Zeit vorgeschlagenen Methode der Ableitung der Atomanordnung aus den Beugungsstrahlen liegen mehrere Voraussetzungen zugrunde, deren Richtigkeit keineswegs ohne weiteres feststeht; wenn auch die Untersuchung der Kristalle mit Röntgenstrahlen ohne Zweifel ein neues außerordentlich wertvolles Mittel zur Erreichung des genannten Zieles bildet, so können doch die mit ihrer Hilfe gewonnenen Resultate nur dann als völlig zuverlässig gelten, wenn sie mit den allgemeinen geometrischen und physikalischen Eigenschaften der betreffenden Körper nicht in

Widerspruch stehen. Verfasser kommt bei diesem Vergleiche zu der Ansicht, daß die jetzt übliche Deutung der Beobachtungen bei der Untersuchung der Kristalle mit Röntgenstrahlen im allgemeinen kein Bild der Atomanordnung liefert, welches auch die übrigen Eigenschaften in befriedigender Weise zu veranschaulichen imstande wäre, daß also jene Voraussetzungen nicht erfüllt sind.

Die Beschreibung der Apparate beschränkt sich im vorliegenden, mehr theoretische Ziele verfolgenden Werke darauf, die Methoden verständlich zu machen, mit Hilfe deren die im Texte angegebenen Zahlenwerte gewonnen werden. Für weitergehende praktische Zwecke möge auf die „Physikalische Kristallographie" von P. Groth (vierte Auflage 1905), auf „Die optischen Instrumente der Firma R. Fueß" von C. Leiß (1899) und die neuere spezielle Literatur verwiesen werden. Mehrere Klischees aus dem Werke von C. Leiß wurden von der Firma R. Fueß freundlichst zur Verfügung gestellt.

Zur Illustration der Interferenzerscheinungen im polarisierten Lichte wurde eine größere Anzahl der prachtvollen, von H. Hauswaldt photographisch aufgenommenen Bilder[1]), mit freundlicher Genehmigung von Frau Dr. Hauswaldt, im hiesigen Institute auf die halbe lineare Größe verkleinert, und so in dem vorliegenden Werke wiedergegeben. Für die photographische Reproduktion dieser und anderer Figuren, sowie für die Reinzeichnung der vom Verfasser entworfenen Zeichnungen ist dieser wieder seinem früheren Assistenten Herrn Dr. H. Müller zu Dank verpflichtet. Ein Teil der Reinzeichnungen und der Reproduktionen sowie die Herstellung der vom Verfasser konstruierten Modelle wurde von dem Hausmeister des mineralogischen Instituts Herrn G. Krapf besorgt. Besonderen Dank schuldet endlich der Verfasser Herrn Dr. H. Müller für dessen sehr gewissenhaftes Lesen der Korrektur.

---

1) Interferenzerscheinungen im polarisierten Lichte mit einem Vorwort von Th. Liebisch. Magdeburg 1902, 1904 und 1908.

Würzburg, im August 1915.

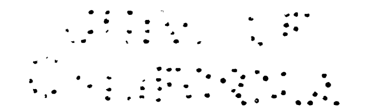
J. Beckenkamp

Inhaltsverzeichnis

Zweiter Teil

Erster Abschnitt

Theorie der Ausbreitung der Energie in Kristallen durch Strahlung (Kristalloptik)



Zweiter Teil

Erster Abschnitt

Theorie der Ausbreitung der Energie in Kristallen durch Strahlung (Kristalloptik)

A. Das optische Verhalten durchsichtiger isotroper Medien ohne Drehungsvermögen

Newton (Isaak, geb. 5. Januar 1643 bei Woolsthorpe in der Grafschaft Lincoln, Professor a. d. Universität Cambridge, seit 1671 Mitglied der Royal society zu London, gest. 31. März 1731; seine Werke wurden lateinisch herausgegeben 1779—1785 in 5 Bänden von Horley; sein Lebenslauf mitgeteilt von Brewster 1832; deutsch erschienen 1833) stellte in den Jahren 1670—1680 die Emissions- oder Emanationstheorie des Lichtes auf: Der leuchtende Körper sendet nach dieser Theorie eine äußerst feine Materie aus, welche Äther genannt wird; diese Ätherteilchen sollen mit der Geschwindigkeit des Lichtes (300000 km pro Sekunde) den Raum durchfliegen und der Schwere nicht unterworfen sein; die Verschiedenheit der Farbe soll durch eine Verschiedenheit der Geschwindigkeit bedingt sein, die Reflexion durch ein Abprallen der Ätherteilchen von der reflektierenden Fläche; durchsichtige Körper sollen hinreichend große Zwischenräume zwischen den Massenteilchen besitzen, um dem Äther den Durchgang zu gestatten; durch Attraktion der Massenteile auf die durchfliegenden Ätherteilchen soll eine Ablenkung der letzteren erfolgen, welche die Brechung der Lichtstrahlen darstellt.

Chr. Huyghens ist der Begründer der Vibrations- oder Undulationstheorie des Lichtes (1688): Auch diese Theorie nimmt einen eigenen Träger der Lichtwirkung an, den sie Äther nennt. Dieser Äther hat aber wesentlich andere Eigenschaften als der der Emissionstheorie. Er erfüllt den ganzen Weltraum, auch die Zwischenräume zwischen den kleinsten Massenteilen aller Körper. Ist dieser Äther in Ruhe, so besteht Finsternis. Werden die Ätherteilchen durch Bewegungen der Körperteilchen aus ihrer Ruhelage heraus-

gebracht, so pflanzt sich diese Störung des elastischen Äthergleichgewichtes in Form von Wellen nach allen Richtungen fort, und dieser Vorgang wird als Lichterscheinung wahrgenommen.

§ 1

Grundzüge der Wellenlehre

Fällt ein Stein senkrecht auf eine ruhige Wasserfläche, so werden die getroffenen Wasserteilchen von demselben herabgedrückt; die benachbarten Wasserteilchen werden nach und nach gleichfalls mit heruntergezogen, und so breitet sich die Vertiefung allmählich von der getroffenen Stelle aus ringsherum radial weiter. Die Vertiefung an der getroffenen Stelle erreicht mit der Zeit einen maximalen Wert, und von da ab überwiegt die durch den Druck der absinkenden Wasserteile erzeugte Gegenkraft und bewirkt einen Auftrieb, die betreffenden Wasserteile steigen mit beschleunigter Geschwindigkeit in die Höhe und bewegen sich noch über ihre ursprüngliche Ruhelage hinaus aufwärts; aber die Bewegung über diese Ruhelage weiter aufwärts vollzieht sich infolge der Gegenwirkung der benachbarten Teile und der Schwerkraft mit verzögerter Geschwindigkeit, bis sie bei einer oberen Maximalhöhe aufhört, um dann wieder in eine Abwärtsbewegung überzugehen. Wie zuerst die Vertiefung, das Tal, so wandert später auch die Erhöhung, der Berg, radial nach allen Seiten fort. Wirft man auf eine derart bewegte Wasserfläche ein Stückchen Holz, so macht dasselbe ebenso wie die darunterliegenden Wasserteilchen nur abwärts und aufwärts gerichtete Bewegungen, während Berg und Tal unter dem Holze horizontal weiterziehen. Verfolgen wir diesen Vorgang etwas genauer.

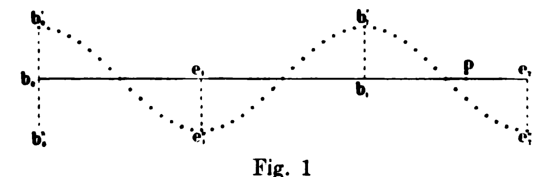


Fig. 1

Ein Teilchen, dessen Ruhelage in b_0 ist (vgl. Fig. 1), werde aus dieser durch irgendeine Kraft in der Richtung nach b_0' herausgeschleudert; infolge der Bewegung von b_0 nach b_0' werden Gegenkräfte geweckt, welche das Teilchen wieder in seine Ruhelage b_0 zurückzuziehen suchen. Diese Gegenkräfte nehmen mit der Entfernung des Teilchens aus der Ruhelage zu, und dadurch wird allmählich die Bewegung etwa beim Punkte b_0' zum Stillstand gebracht. Die Gegenkräfte haben aber nunmehr einen maximalen Wert und ziehen das Teilchen nach b_0 zurück. Diese

Rückwärtsbewegung geschieht bis zum Punkte b_0 mit beschleunigter Geschwindigkeit, so daß das Teilchen, in b_0 angekommen, hier nun nicht haltmacht, sondern infolge seines Beharrungsvermögens in der Richtung nach b_0'' weiter fliegt. Jenseits von b_0 wirken aber wieder Gegenkräfte, welche das Teilchen nach b_0 zu bringen suchen, und deshalb ist die Bewegung jetzt verzögert und endet etwa beim Punkte b_0''. Das Teilchen muß diese Bewegung nun in der gleichen Weise wiederholen, d. h. mit beschleunigter Geschwindigkeit zur Ruhelage sich hinbewegen und mit verzögerter Geschwindigkeit aus seiner Ruhelage sich entfernen; die Ruhelage selbst wird mit einer maximalen Geschwindigkeit durchflogen. Erhält aber das Teilchen keinen neuen Impuls mehr von außen, so muß die Elongation $b_0 b_0'$ und $b_0 b_0''$ infolge der Übertragung der Energie auf die Nachbarteilchen fortwährend kleiner werden, bis schließlich die Bewegung aufhört. Diese Bewegung der getroffenen Wasserteilchen möge „Primitivbewegung" genannt werden. Die Zeit, welche das Teilchen braucht, um von seiner Ruhelage b_0 nach dem Umkehrpunkt b_0', dann zurück über b_0 nach dem zweiten Umkehrpunkt b_0'' und dann von neuem zurück nach seiner Ruhelage b_0 zu gelangen, heißt Schwingungsdauer und wird mit τ bezeichnet; die maximale Elongation, d. h. die Entfernung $b_0 b_0' = b_0 b_0''$, die Amplitude, sei a, die maximale Geschwindigkeit, d. h. diejenige Geschwindigkeit, mit welcher das Teilchen seine Gleichgewichtslage passiert, sei c_0. Der Zeitpunkt, in welchem das Teilchen seinen Anstoß erlitten hat, sei $t = 0$. Unter der Voraussetzung, daß die Primitivbewegung der Pendelbewegung entspricht, ist die Entfernung des Teilchens aus seiner Ruhelage zu einer beliebigen Zeit t gegeben durch die Gleichung $y = a \sin 2\pi \frac{t}{\tau}$; und die Geschwindigkeit, welche das Teilchen zu einer beliebigen Zeit t besitzt, ist $c = c_0 \cos 2\pi \frac{t}{\tau}$.

In der Zeit τ, in welcher das Teilchen, dessen Ruhelage in b_0 ist, eine volle Schwingung ausführt, hat sich die Erregung aber auch in der zur Schwingungsrichtung senkrechten Richtung ausgebreitet, und zwar bis zum Punkt b_1; das Teilchen in b_1 beginnt deshalb in dem gleichen Augenblick seine erste Bewegung, in welchem b_0 seine zweite beginnt; b_0 und b_1 befinden sich von jetzt ab immer im gleichen Schwingungszustande, in gleicher „Phase", d. h. gleichweit und in gleichem Sinne aus ihrer Ruhelage und im gleichen Sinne und in gleicher Stärke der Bewegung begriffen, wenn wir von der Schwächung infolge der Ausbreitung der Energie

absehen. Der Abstand $b_0 b_1$ wird als Wellenlänge λ bezeichnet; die Wellenbewegung pflanzt sich also in der Zeit τ um die Strecke λ fort, demnach in der Zeit 1 um die Strecke $v = \frac{\lambda}{\tau}$. Die Größe v heißt die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle. Macht das Teilchen in der Zeiteinheit n volle Primitivbewegungen, so ist $n = \frac{1}{\tau}$, also $v = n\lambda$; die Größe n heißt die Schwingungszahl.

Ein Punkt e_1, der sich in der Mitte zwischen b_0 und b_1 befindet, hat immer die entgegengesetzte Phase als b_0 und b_1, d. h. Elongation und Geschwindigkeit sind bei e_1 absolut genommen die gleichen wie bei b_0, aber der Richtung nach umgekehrt. Allgemein gilt der Satz: Punkte, welche um den Abstand $2m\frac{\lambda}{2}$, wobei m irgendeine ganze Zahl bedeutet, voneinander entfernt sind, haben stets die gleiche Phase; Punkte, welche um den Abstand $(2m+1)\frac{\lambda}{2}$ voneinander entfernt sind, haben stets die entgegengesetzte Phase.

Ist der Abstand irgendeines Punktes p von dem Anfangspunkte b_0 der Bewegung gleich x, so beginnt die Bewegung im Punkte p um so später, je größer der Wert x ist; ist ϑ die Zeit, welche die Wellenbewegung gebraucht, um von b_0 nach p fortzuschreiten, so ist demnach der Schwingungszustand in p zur Zeit t gegeben durch $y = a \sin 2\pi \frac{t-\vartheta}{\tau}$, und da $\vartheta : \tau = x : \lambda$, so ist $y = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right)$; entsprechend ist zur Zeit t beim Punkte p die Geschwindigkeit der Primitivbewegung $c = c_0 \cos 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right)$; a und c_0 bedeuten aber hier den Maximalausschlag und die maximale Geschwindigkeit für den Punkt p, deren Werte bei allseitiger Ausbreitung der Wellenbewegung abnehmen, wenn x zunimmt. Hat der maximale Ausschlag, die Amplitude, beim Abstande $x = 1$ vom Anfangspunkt b_0 den Wert a_1, so hat er für einen beliebigen Abstand x den Wert $a = \frac{a_1}{x}$; c_0 ist mit a proportional. Der Wert $J = a^2$ bestimmt die Intensität der Wellenbewegung an der Stelle p. Die Intensität J nimmt also in demselben Verhältnisse ab, wie das Quadrat der Entfernung x zunimmt.

In dem hier dargestellten Falle verläuft die Primitivbewegung senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung der Welle; eine derartige

Welle heißt transversal. Sind dagegen jene beiden Richtungen parallel, so heißt die Welle longitudinal.

§ 2

Interferenz

Fig. 2 stelle einen bei A sich verzweigenden Kanal dar; von links komme aus dem unverzweigten Teile ein System von Wellenbergen b und Wellentälern e, welche sich nach rechts fortpflanzen. Auf dem unteren kürzeren Wege kommt der Wellenberg 1 zuerst bei der Stelle B der Wiedervereinigung der beiden Zweige an. Ist der Wegunterschied wie in der Figur gleich einer ungeraden Anzahl von halben Wellenlängen, so trifft etwa mit dem Tale $5^1/_2$ des unteren Zweiges der Berg 6 des oberen Zweiges bei B zusammen; sind die beiden Zweige, abgesehen von ihrer verschiedenen Länge, sonst genau gleich, so werden das Tal und der Berg bei ihrer Vereinigung ihre Vertiefung und Erhöhung genau ausgleichen. Nach

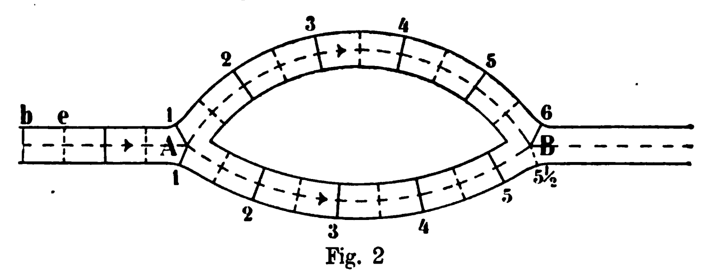


Fig. 2
Interferenz zweier Wellen

Verlauf von $^1/_2\ \tau$ kommt der Berg 5 des unteren Zweiges mit den Tale $5^1/_2$ des oberen bei B zusammen usw. Bei B werden sich überhaupt fortwährend Berg und Tal der beiden Zweige ausgleichen, weil hier die beiden Bewegungen stets mit entgegengesetzter Phase ankommen; auf dem ganzen rechten Teile des wieder vereinigten Kanales kommt kein Berg und kein Tal mehr zustande; die ganze Wellenbewegung ist aufgehoben. Wäre dagegen der Wegunterschied der beiden Zweige genau einer geraden Anzahl von halben Wellenlängen, dann würde jedesmal ein Berg des einen Zweiges mit einem Berg des andern Zweiges und ein Tal des einen Zweiges gleichzeitig mit einem Tal des andern Zweiges zusammenkommen, die Berge und die Täler der einzelnen Zweige würden sich demnach nach ihrer Vereinigung addieren, weil sie hier stets mit „gleicher Phase“ ankämen. Betrachten wir die Berge als positive, die Täler

als negative Elongationen, so findet demnach in allen Fällen, in welchen sich zwei Wellenzweige, die von einer gemeinsamen Quelle ausgehen, vereinigen, nach deren Vereinigung algebraische Summierung der Größen $y_1 + y_2 = y$ statt, wobei $y_1 = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{\tau} - \frac{x_1}{\lambda}\right)$ und $y_2 = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{\tau} - \frac{x_2}{\lambda}\right)$, und x_1 und x_2 die auf den beiden verschiedenen Wegen gemessenen Entfernungen des Wiedervereinigungspunktes von dem gemeinsamen Wellenursprung darstellen. Das gleiche gilt auch bezüglich der resultierenden Geschwindigkeit $c = c_1 + c_2$. Man nennt diese Erscheinung Interferenz; die Interferenz gilt als ein Kriterium für das Vorhandensein einer Wellenbewegung. Dieses Prinzip wurde zuerst 1802 von Young (Thomas, geb. 13. Juni 1773 zu Milverton in Somersetshire, Arzt und Professor der Naturwissenschaften an der Royal Institution in London bis 1804, gest. 10. Mai 1829) aufgestellt und zur Erklärung der Newtonschen Farbenringe verwendet.

Bezeichnen wir den Weg von A nach B auf der Achse des oberen Zweiges mit l_1, auf der des unteren Zweiges mit l_2, und nehmen wir an, die beiden Zweige des Kanals seien mit verschiedenen Flüssigkeiten gefüllt, welche eine Welle verschieden rasch fortpflanzen. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im ersten Zweige sei v_1, im zweiten v_2. Eine von A ausgehende Welle wird dann auf beiden Wegen gleichzeitig in B ankommen, wenn $\frac{l_1}{v_1} = \frac{l_2}{v_2}$, oder wenn $l_1 \nu_1 = l_2 \nu_2$, wobei $\nu = \frac{1}{v}$ ein Maß für den Widerstand des betreffenden Mediums gegen die Fortpflanzung der Welle ausdrückt. Die Wellenlänge λ ist nach der Definition derjenige Weg, um welchen sich die Wellenbewegung während der Zeit einer Schwingungsdauer fortpflanzt, v derjenige Weg, um welchen sich die Wellenbewegung während der Zeiteinheit fortpflanzt. Sind λ_1 und v_1 Wellenlänge und Fortpflanzungsgeschwindigkeit in einem Medium *1*, λ_2 und v_2 dasselbe für die gleiche Welle in einem Medium *2*, so ist für den Fall der gleichen Ankunft also auch $\frac{\lambda_1}{v_1} = \frac{\lambda_2}{v_2}$ oder $\lambda_1 \nu_1 = \lambda_2 \nu_2$. Bei der Lichtbewegung nimmt man als Einheit von ν den Wert ν des luftleeren Raumes an, d. h. $\nu_{vac} = 1$. Aus $l_x \nu_x = l_{vac} \nu_{vac} = l_{vac}$ folgt, daß $l_x \nu_x$ gleich ist dem Wege, welchen die Wellenbewegung im luftleeren Raume in der gleichen Zeit durchlaufen würde, in welcher sie das Medium mit dem Widerstande ν_x auf der Strecke l_x durchläuft. $l_x \nu_x$

heißt deshalb der „Lichtweg". Aus $\lambda_x \nu_x = \lambda_{vac}$ folgt, daß $\lambda_x \nu_x$ gleich ist der Wellenlänge im Vakuum. Sind l_1 und l_2 die geometrischen Längen zweier von einem gemeinsamen Punkte A ausgehender und sich in B wieder vereinigender Zweige eines Lichtweges, und unterscheiden sich $l_1 \nu_1$ und $l_2 \nu_2$ voneinander durch eine ganze Anzahl von λ_{vac}, so ist die resultierende Lichtbewegung gleich der Summe der beiden einzelnen Bewegungen; ist $l_1 \nu_1 - l_2 \nu_2$ gleich einer ungeraden Anzahl von $\frac{\lambda_{vac}}{2}$, so ist die resultierende Bewegung gleich der Differenz der beiden einzelnen Bewegungen.

§ 3

Huyghenssches Prinzip; geradlinige Fortpflanzung und Beugung des Lichtes

Pflanzt sich eine Wellenbewegung nach allen Raumesrichtungen mit gleicher Geschwindigkeit fort, so gelangt sie nach einer beliebigen Zeit t bis zur Oberfläche einer Kugel; der Radius r dieser Wellenoberfläche oder Wellenfront wächst proportional mit der Zeit t, und ein kleines Flächenstück ds dieser Wellenfront nähert sich mit wachsendem r immer mehr der Ebene. Ist der Wellenursprung genügend weit entfernt, so spricht man von einer ebenen Wellenfront oder einer ebenen Welle.

Zur Erklärung der Fortpflanzung des Lichtes stellte Huyghens das Prinzip auf, daß jeder von einer Lichtwelle getroffene Punkt S (vgl. Fig. 3) als ein neues Wellenzentrum betrachtet werden müsse, und daß die die einzelnen Elementarwellen einhüllende Fläche die Wellenfront darstellt. Nehmen wir an, eine von Q ausgehende Welle sei zu einer bestimmten Zeit bis zur Oberfläche einer mit dem Radius r um Q gezogenen Kugel vorgeschritten. Alle Flächenelemente ds dieser Kugeloberfläche erregen neue Wellen, die sich allseitig nach außen fortpflanzen. Die Erregung solcher neuer Kugelwellen erfolgt natürlich nicht nur in bestimmten Intervallen, sondern stetig von Punkt zu Punkt.

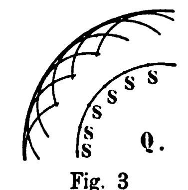


Fig. 3
Huyghenssches Prinzip

Fresnel zeigte, daß ein großer Teil der von der Kugelfläche in P (vgl. Fig. 4) ankommenden Einzelwellen sich durch Interferenz gegenseitig aufhebt. Er teilte die Kugeloberfläche in ringförmige Zonen, deren Zentren auf der Geraden QP liegen. Die erste Zone

reiche von M_0 bis M_1, wobei $M_1P - M_0P = \frac{\lambda}{2}$; die zweite Zone von M_1 bis M_2, wobei $M_2P - M_1P = \frac{\lambda}{2}$ usw. Die im Punkte P zustande kommende Schwingung erhält man durch „Superposition", d. h. durch algebraische Summierung aller von den einzelnen Flächenzonen ausgehenden und gleichzeitig in P ankommenden Erregungen. Die zuerst in P ankommende Erregung geht offenbar von M_0 aus; es ist diejenige, welche sich von Q aus geradlinig nach P fortgepflanzt hat. In dem Augenblicke, in welchem die von M_n herrührende Welle in P ankommt, ist die von M_0 herrührende schon über P hinaus fortgeschritten, und die von M_0 kommende Bewegung hat deshalb in P nicht mehr die Phase des Anfangsstadiums wie die von M_n ausgehende.

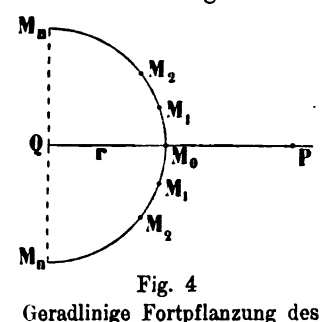


Fig. 4
Geradlinige Fortpflanzung des Lichtes

Die Gesamtwirkung der ersten Zone habe in P den absoluten Wert s_1, die der zweiten Zone den absoluten Wert s_2 usw., die der n^{ten} Zone den Wert s_n. Da der Wegunterschied der mittleren Teile benachbarter Zonen jedesmal $\frac{\lambda}{2}$ beträgt, so müssen die Werte je zweier benachbarter Zonen jedesmal das entgegengesetzte Vorzeichen haben. Setzen wir also s_1 positiv, so muß s_2 negativ sein usw. Die Summation ergibt demnach für die Gesamtwirkung S in P:

$$S = s_1 - s_2 + s_3 - s_4 \ldots \pm s_n \text{ oder}$$

$$S = \frac{s_1}{2} + \left(\frac{s_1}{2} - \frac{s_2}{2}\right) - \left(\frac{s_2}{2} - \frac{s_3}{2}\right) + \left(\frac{s_3}{2} - \frac{s_4}{2}\right) \ldots \pm \frac{s_n}{2}.$$

Die Differenz zwischen je zwei in derselben Klammer stehenden Werten ist sehr klein und infolge der abwechselnden Vorzeichen bleibt als Summe der Wert $S = \frac{s_1}{2} \pm \frac{s_n}{2}$. Wegen der starken Neigung der n^{ten} Zone gegen die Wirkungsrichtung in P kann $\frac{s_n}{2}$ gegenüber $\frac{s_1}{2}$ als sehr klein betrachtet werden, und als resultierende Wirkung in P bleibt der Wert $S = \frac{s_1}{2}$, d. h.:

Die Gesamtwirkung der von der Kugeloberfläche ausgehenden Elementarwellen ist gleich derjenigen Wirkung, welche allein von der Wirkung der Elementarwellen der halben Zentralzone herrührt. Da die von der Zentralzone aus-

gehende Welle nach P den kürzesten Weg hat, so kann man sagen: die auf dem kürzesten Wege ankommende Welle ist allein wirksam; die später ankommenden Elementarwellen heben sich durch Interferenz auf. Ist das Medium homogen, so pflanzt sich demnach das Licht geradlinig fort, und die Phase ist durch die Gleichung $y = \frac{a_1}{x} \sin 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right)$ bestimmt, wobei x den Abstand des betreffenden Punktes von der Lichtquelle und a_1 die Amplitude im Abstande 1 bedeutet.

Die Bedeutung des Huyghensschen Prinzips kommt deshalb erst bei einem inhomogenen Medium zur Geltung. Es werde zwischen P und Q ein lichtundurchlässiger Schirm mit kreisförmiger Öffnung geschoben, deren Zentrum in M_0 liegt. Läßt die Öffnung nur die halbe Zentralzone frei, so ist die Wirkung die gleiche, als wenn kein Schirm vorhanden wäre. Bleibt die ganze Zentralzone frei, so ist S in P doppelt so groß, und da die Intensität proportional mit dem Quadrat der Amplitude, so herrscht dann in P die vierfache natürliche Helligkeit. Umfaßt die Öffnung die Summe der beiden ersten Zentralzonen, dann wird S ungefähr gleich Null usw. Zieht man immer mehr Zentralzonen in das Gebiet der Öffnung des Schirmes, so nimmt der Einfluß der einzelnen Zonen nach und nach ab wegen der größeren Neigung ihrer Wirkung gegen die in P maßgebende Wirkung; es nähert sich deshalb mit fortschreitender konzentrischer Erweiterung der Öffnung die Wirkung in P dem konstanten Wert der natürlichen Helligkeit.

Setzt man einen kreisförmigen Schirm ohne Öffnung von der Größe eines Bruchteiles der halben Zentralzone in M_0 senkrecht gegen QP, so sollte man auf Grund der geradlinigen Fortpflanzung in P Dunkelheit erwarten. Dieses ist aber nicht der Fall, weil jetzt die Summe der Wirkung der übrigbleibenden Zonen für den Punkt P nicht den Wert Null gibt. Die Wellenbewegung macht also in diesem Falle um den Schirm herum eine Biegung; diese Erscheinung wird als Beugung des Lichtes oder Diffraktion bezeichnet.

Besitzt ein Schirm eine so große zentrale Öffnung $M_x M_x$ (Fig. 5), daß die Differenz $M_x P - M_0 P$ eine große Anzahl von $\frac{\lambda}{2}$ beträgt, und fällt das von Q ausgehende Licht auf einen Schirm R, dann erhält P Licht, welches von einer großen Reihe von Elementarzonen herrührt, welche um M_0 gleichmäßig verteilt sind; deshalb hat dann P die natürliche Helligkeit. Rückt aber der

Punkt P (und der zugehörige Punkt M_0 auf der Wellenoberfläche) mehr nach dem Rande zu, etwa in die Nähe von R_1, so erhält er von der zentralen Seite der Öffnung her wieder Licht von sehr vielen Elementarzonen der Wellenoberfläche M_x, aber von der Randseite her nur von denjenigen Elementarzonen, welche zwischen M_0 und dem Randstrahle M_x liegen. Ist die Anzahl der zwischen M_0 und M_x liegenden Elementarzonen nur eine kleine, und zwar eine gerade Zahl, so hebt sich deren Wirkung auf dem in der Nähe von R_1 gelegenen Punkte fast ganz auf, ist sie eine ungerade Zahl, so verstärkt sich deren Wirkung gegenseitig. In der Nähe der Randpunkte R_1 und R_2 müssen deshalb auf der Innenseite der Randstrahlen konzentrische Ringe liegen, welche je nach dem Abstande vom Rande hell oder dunkel sind; nach der Mitte des Lichtkegels zu werden die dunklen Ringe allmählich heller und verschwinden. Auch außerhalb der Randstrahlen R kommt noch eine Lichtwirkung zur Geltung, die aber nach außen rasch abnimmt.

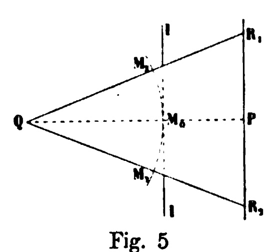


Fig. 5
Beugung des Lichtes am Rande einer Öffnung

Beugungserscheinungen mit ihren Interferenzwirkungen gelten natürlich ebenfalls als Anzeichen einer Wellenbewegung. Derartige Beobachtungen wurden bereits von Grimaldi (Francesco Maria, geb. 2. April 1618 zu Bologna, Jesuit, gest. 28. Dezember 1663 zu Bologna) gemacht und in der Veröffentlichung seiner Werke vom Jahre 1665 beschrieben. Hierbei wurde auch schon darauf hingewiesen, daß durch das Zusammentreffen mehrerer Lichtstrahlen Dunkelheit entstehen könne; aber das Ansehen von Newton verhinderte die richtige Deutung der Beobachtungen. Die erste Erklärung der Beugungserscheinungen durch Wellenbewegung gab Young, welcher ähnliche Beobachtungen machte wie Grimaldi. Er brachte in einem undurchsichtigen Schirme eine feine Öffnung an und in einem zweiten ebenfalls undurchsichtigen Schirme dicht nebeneinander zwei kleine Öffnungen, welche zur Öffnung des ersten Schirmes symmetrisch lagen. Wird vor die Öffnung des ersten Schirmes eine Lichtquelle gebracht, so verhalten sich die beiden Öffnungen des zweiten Schirmes wie zwei getrennte Lichtquellen mit gleichen Phasen. Auf einem dritten Schirm, etwa einer mattgeschliffenen Glasplatte, kann die von diesen beiden Lichtquellen erzeugte Interferenzerscheinung aufgefangen werden. Bedeckt man die eine der beiden Öffnungen des zweiten Schirmes, so erzeugt die andere Öffnung für sich ein System von hellen und

dunklen Ringen. Läßt man aber beide Öffnungen frei, so erscheinen auf dem Auffangschirme helle und dunkle Streifen, senkrecht zur Verbindungslinie der beiden Öffnungen. Durch Zusammenwirken der beiden Lichtquellen kann also an einer Stelle Dunkelheit zustande kommen, an welcher jede der beiden Öffnungen für sich Helligkeit erzeugt. Diese Beobachtung Youngs hatte den Nachteil, daß die Beugung des Lichtes mit in Betracht kommt, und deshalb wurde ihre Beweiskraft für die Huyghenssche Theorie zu Anfang nicht anerkannt. Diesen Nachteil hat später Fresnel durch seinen Spiegelversuch (S. 26) umgangen und gezeigt, daß nur durch Interferenz diese Dunkelheit zustande kommen könne; die Interferenz aber gilt als ein entscheidendes Merkmal für Wellenbewegung. (Augustin Jean Fresnel, geb. 10. Mai 1788 zu Broglie (Eure), Ingénieur en chef des ponts et chaussées in Paris, gest. 14. Juli 1827 in Ville d'Avray bei Paris. Seine wichtigsten Arbeiten sind: Mémoire sur la diffraction de la lumière 1818, übersetzt in Pogg. Ann. Bd. 30. Mémoire sur l'action que les rayons de lumière exercent les uns sur les autres par Arago et Fresnel 1818, Ann. d. chim. et de phys. 1819, **10**. Mémoires sur la double réfraction 1821 und 1822. Eine elementare Übersicht seiner Arbeiten gab Fresnel 1822 unter dem Titel De la lumière, übersetzt in Poggend. Ann. 3, 5, 12. Eine Sammlung der Arbeiten von Fresnel erschien unter der Leitung von Senarmont auf Kosten der französischen Regierung 1866—1870. Biot nannte Fresnel einen „inventeur infatigable.“ In den letzten vier Jahren seines ohnehin nur kurzen Lebens verhinderte Krankheit die weitere Tätigkeit Fresnels). An Stelle der feinen Öffnung des ersten Schirmes verwendete Fresnel als leuchtenden Punkt das kleine Sonnenbildchen einer Linse mit kurzer Brennweite. Den Auffangeschirm beseitigte er, indem er die Interferenzstellen direkt mit der Lupe beobachtete, welche durch eine Mikrometerschraube verschiebbar war. Die von Fresnel bekannt gegebenen Beobachtungen und Erklärungen der Interferenz und Beugung des Lichtes haben der Undulationstheorie zum Siege verholfen, wenn auch noch einige im übrigen sehr verdiente Forscher wie Biot und Brewster an der Newtonschen Theorie festhielten.

§ 4

Reflexion des Lichtes, Katoptrik

Der Begriff der Reflexion möge zuerst wieder wie der der Wellenbewegung an einem bekannten mechanischen Modell (Fig. 6) erläutert werden:

Ein System gleichgroßer Kugeln sei mittels biegsamer Fäden in gleicher Höhe aufgehängt und durch elastische Fäden miteinander verbunden. Bestehen alle Kugeln aus dem gleichen Material, so kann man die Reihe als eine homogene bezeichnen. Bringt man die Kugel *1* aus ihrer Ruhelage etwa in die Lage von *1'* und überläßt sie dann sich selbst, so trifft sie auf *2*; die Kugel *2* vermittelt den von *1* erhaltenen Stoß an *3* usw., *7* an *8*. Die ganze Reihe bleibt scheinbar in Ruhe, nur *8* fliegt etwa bis zur Lage *8'*, fällt dann wieder zurück auf *7*, und bald darauf sieht man *1* nach *1'* sich bewegen, womit dann das Spiel sich von neuem wiederholt. Abgesehen von den beiden äußeren Kugeln, also innerhalb der homogenen Reihe, überträgt jede Kugel den empfangenen Stoß auf ihren Nachbarn; nur an der Grenze der Homogenität, bei *1* und bei *8*, wird eine größere Amplitude sichtbar.

Nehmen wir aber an, die Kugeln *1* bis *4* seien aus Holz, die Kugeln *5* bis *8* aus Marmor; dann liegt auch zwischen *4* und *5* eine Grenze der Homogenität. Überträgt *4* einen Stoß auf *5*, so pflanzt sich dieser nach *6*, *7* und *8* fort und bewirkt bei *8* einen ähnlichen Ausschlag wie früher. Bei der Übertragung des Stoßes von *4* auf *5* erhält aber *4* gleichzeitig von *5* einen Rückstoß, es überträgt diesen Stoß nach *3*, *3* überträgt ihn nach *2* usw. Die Ausübung des Stoßes kann man mit einer Primitivbewegung der Kugeln vergleichen und das Fortschreiten des Stoßes mit dem Fortschreiten der Wellenbewegung. An der Homogenitätsgrenze teilt sich demnach die Wellenbewegung; zum Teil tritt sie in das neue Medium *5* bis *8* ein, zum Teil in das alte Medium *4* bis *1* zurück. Die Richtung der Primitivbewegung dieser letzteren, der reflektierten Welle, ist im vorliegenden Falle umgekehrt als vor der Reflexion; die reflektierte Welle hat bei der Reflexion eine Umkehrung der Primitivbewegung erfahren.

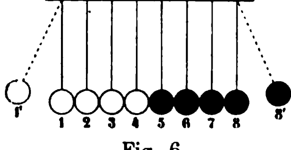


Fig. 6
Reflexion an der Grenze zweier homogener elastischer Kugelreihen

Nehmen wir an, die Kugel *5* übertrage auf *4* einen Stoß, so pflanzt sich auch dieser in das Medium *4* bis *1* fort, gleichzeitig bewegt sich aber *5* noch etwas in der Richtung nach *4* und übt infolgedessen einen Zug aus auf *6*; die Kugel *6* überträgt den Zug auf *7* usw. Die reflektierte Primitivbewegung vollzieht sich in diesem Falle im gleichen Sinne wie vor der Reflexion.

Kommt also eine elastische Schwingung an die Homogenitätsgrenze, so erfolgt in allen Fällen eine Teilung der Wellenbewegung in

eine in das neue Medium fortschreitende und eine in das alte Medium reflektierte Welle. Dabei besteht aber folgender Unterschied. Kommt die Bewegung aus dem schwereren Medium an die Grenze gegen das leichtere, so hat die reflektierte Primitivbewegung in der Grenzschicht dieselbe Richtung wie vor der Reflexion; kommt die Bewegung aus dem leichteren Medium an die Grenze gegen das schwerere, so hat die reflektierte Primitivbewegung die umgekehrte Richtung wie vor der Reflexion.

Ähnliche Erscheinungen treten auch ein, wenn Lichtstrahlen an der Grenze der Homogenität ankommen. Huyghens hat bereits für die dann eintretende Teilung der Lichtbewegung und für die Gesetze des Strahlenganges der beiden entstehenden Wellen mit Hilfe des von ihm aufgestellten Prinzips die Erklärung gegeben:

Auf die ebene Grenzfläche GG' (Fig. 7) zweier Medien I und II falle ein von einem entfernten Punkte ausgehendes paralleles Strahlenbündel unter dem „Incidenzwinkel“ i gegen das Lot NN' geneigt. Irgend drei Strahlen abc dieses Bündels kommen gleichzeitig in NML an, wenn LN senkrecht zur Strahlenrichtung aN ist. Während der Strahl c sich von L bis P fortpflanzt,

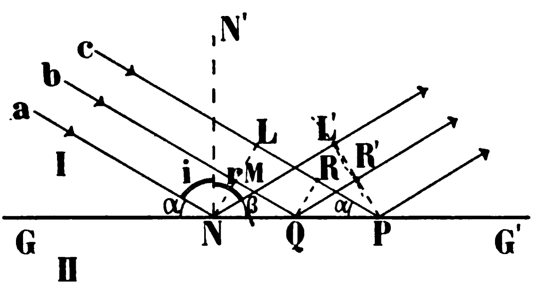


Fig. 7
Reflexion des Lichtes an einer ebenen Grenzfläche

bildet sich um N eine Elementarwelle mit dem Radius $NL' = LP$ im Medium I. Wenn der Strahl b in Q ankommt, kommt der Strahl c in R an; während c sich von R nach P fortpflanzt, bildet sich um Q in I eine Elementarwelle mit dem Radius $QR' = RP$. Außer diesen beiden Elementarwellen um N und Q müssen wir zwischen N und P noch die Zentra unendlich vieler Elementarwellen denken. Diese werden alle von einer und derselben Ebene $PR'L'$ berührt, welche die Wellenfront der reflektierten Welle darstellt. Die von den Mittelpunkten der Elementarwellen nach den Berührungspunkten mit der gemeinsamen einhüllenden Fläche gezogenen Radien sind die reflektierten Strahlen. Aus der Kongruenz der Dreiecke NLP und $PL'N$ folgt: $\sphericalangle\alpha = \sphericalangle\beta$, folglich $\sphericalangle i = 90^0 - \alpha = 90^0 - \beta = \sphericalangle r$. Die vom einfallenden Strahl und dem Lote gebildete Ebene heißt „Einfallsebene“, die vom reflektierten Strahl und dem Lote gebildete Ebene

heißt „Reflexionsebene". Das Reflexionsgesetz lautet daher: Die Reflexionsebene ist gleich der Einfallsebene, der Reflexionswinkel r gleich dem Einfallswinkel i (zuerst durch Beobachtung erkannt von Euklid 300 v. Chr.).

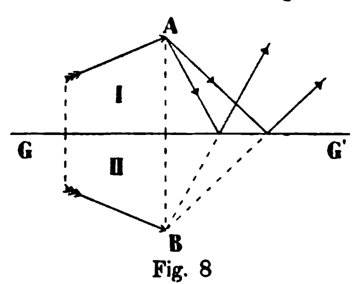


Fig. 8
Abbildung durch Spiegelung an einer ebenen Grenzfläche

Aus dem Reflexionsgesetze folgt unmittelbar das Gesetz der Abbildung durch Reflexion an einer ebenen Fläche (Fig. 8). Alle Strahlen, welche von einem Punkte A ausgehend auf eine ebene Grenzfläche GG' treffen, werden so reflektiert, als ob sie von einem Punkt B herkämen, welcher eben soweit senkrecht hinter der Grenzfläche liegt, wie der Punkt A selbst vor derselben. Da die reflektierten Strahlen hier im Bildpunkte B sich nur zu schneiden scheinen, so nennt man dieses Bild ein virtuelles Bild.

§ 5

Goniometer

Eine für den Kristallographen sehr wichtige Anwendung findet die Spiegelung an ebenen Flächen bei dem 1809 von Wollaston bekanntgegebenen Reflexionsgoniometer. Der älteste Apparat zur Messung von Kristallwinkeln ist das „Anlegegoniometer" von Carangeot (1783) (Fig. 9), bei welchem zwei scherenartig gegeneinander bewegliche Stäbe mit einem Teilkreise verbunden sind. Die zu messende Kante des Kristalls wird auf die Außenseite des Teilkreises senkrecht zur Ebene der beiden Schenkel gebracht, und diese werden möglichst gleichmäßig an die beiden Flächen der Kante angelegt. Am Teilkreise kann der Winkel unmittelbar abgelesen werden.

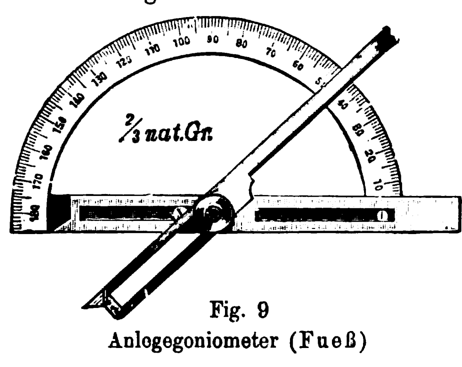


Fig. 9
Anlegegoniometer (Fueß)

Das Reflexionsgoniometer hat folgende Einrichtung (Fig. 10): Seien a und b zwei Flächen eines Kristalls. Das „Collimatorrohr" C hat an dem einen Ende S eine feine Öffnung (Spalt), welche durch eine äußere Lichtquelle beleuchtet wird und sich in der Brennebene der Linse L befindet. Die von der Öffnung kommenden

Strahlen verlassen das Rohr *C* alle der Achse parallel und werden von der Fläche *a* reflektiert. Der Kristall wird so gedreht, daß diese Strahlen nach der Reflexion an *a* auf das Objektiv des Fernrohrs *F* gelangen. Dieses ist „auf Unendlich gestellt“, man sieht also durch *F* ein Bild von *S*. Dann wird der Kristall um den „Normalenwinkel“ $\alpha' = \alpha = 180^\circ - \beta$ gedreht, so daß nach der Drehung die Fläche *b* genau die Lage hat wie vorher *a*, und die Lichtstrahlen wieder genau denselben Weg gehen. Die Drehung α' wird an einem Teilkreise abgelesen. Eine besondere Vorrichtung — „Justierschlitten“ — dient dazu, die Kante $a:b$ genau senkrecht zum Teilkreis zu stellen, und eine andere Vorrichtung — „Zentrierschlitten“ —, um die Kante genau in die Mitte des Teilkreises zu bringen. Die beiden Rohre *C* und *F* bleiben bei der Messung in

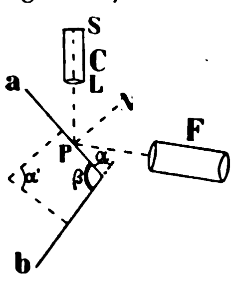
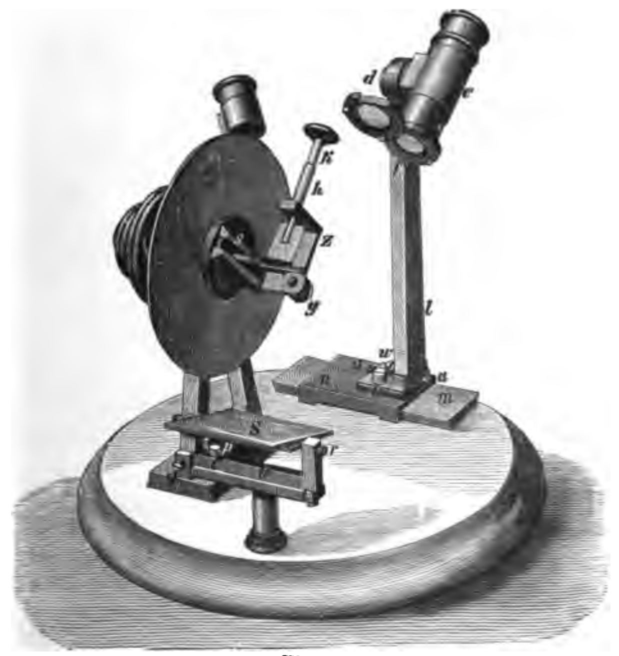


Fig. 10
Goniometer, schematisch


Fig. 11
Reflexionsgoniometer von Wollaston (Fueß)

fester Stellung. Bei dem Wollastonschen Goniometer (Fig. 11) dient an Stelle des Collimators mit Spalt eine einige Meter weit entfernte Flamme; bei demselben ist der Teilkreis vertikal, bei den

neueren, von **Malus** und **Babinet** (Jaques. Babinet, geb. 5. März 1794 zu Lusignon, Dép. Vienne, Professor der Physik am Collège Louis-le-Grand zu Paris, seit 1838 am Collège de Fr. und an der Sorbonne, Mitglied der Akad. d. Wiss., gest. 21. Oktober 1872) vorgeschlagenen Goniometern (Fig. 12) horizontal. Die beiden Fernrohre wurden zuerst von Babinet eingeführt.

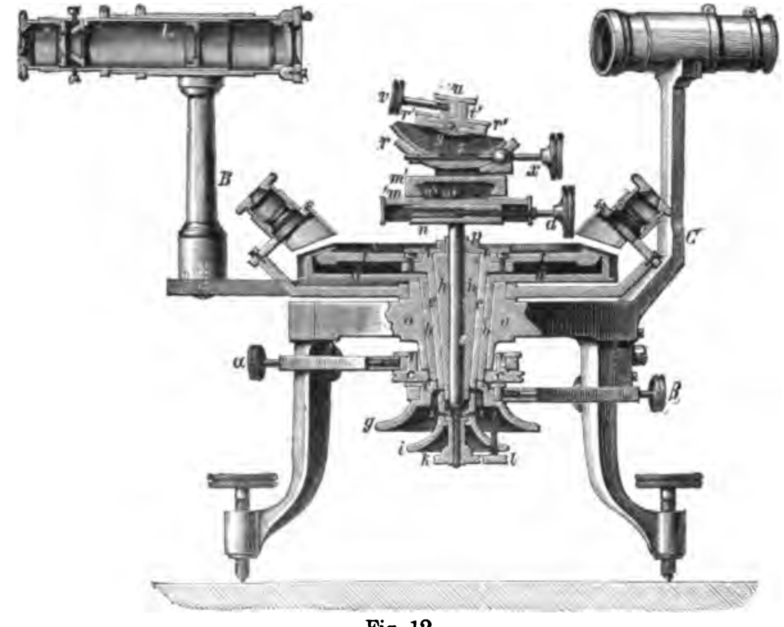


Fig. 12
Reflexionsgoniometer nach **Babinet** (Fueß, Modell II)

Bei der Benutzung des „einkreisigen" Goniometers wird der Kristall gewöhnlich mit Wachs auf der oberen Fläche *n'* des Justierapparates *r* aufgeklebt. Da die Justierschlitten eine Drehung des Kristalls um eine horizontale Achse nur innerhalb enger Grenzen gestatten, so muß die Achse der zu messenden Zone schon annähernd senkrecht auf den Tisch des Justierschlittens aufgesetzt werden; für jede neue Zone muß also der Kristall von neuem aufgesetzt werden. Dazu kommt ein weiterer Übelstand, daß bei Messungen unter höherer Temperatur Wachs nicht verwendbar ist, der Kristall vielmehr mit Hilfe einer Metallpinzette befestigt werden muß, wobei eine bestimmte Orientierung des Kristalls oft recht erschwert wird. Um diesem Übelstande abzuhelfen, verwendete Verfasser bei seiner Untersuchung über die thermische Ausdehnung der Feldspäte 1881

einen besonders konstruierten Träger[1]) (vgl. Fig. 13). Der vertikale Stab war mit seinem unteren Ende auf dem Justierschlitten befestigt und mit diesem um die vertikale Achse drehbar; das obere Ende desselben trug drei Metallkuben *a*, *b*, *c*, von welchen *a* mit dem Stabe fest verbunden, *b* gegen *a* aber um eine horizontale Achse drehbar war; der dritte, in der Figur nicht sichtbare, Kubus *c* war durch eine zur Zeichnung senkrechte Achse mit *b* drehbar verbunden und bildete den eigentlichen Kristallträger. Durch diese dreifache Drehung konnte der Kristall jede gewünschte Orientierung erhalten, ohne vom Träger entfernt zu werden.

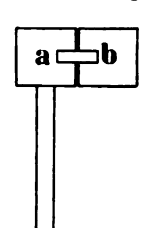


Fig. 13
Drehbarer Kristallträger

Statt der einfachen drehbaren Metallkuben sind bei dem „dreikreisigen" Goniometer geteilte Kreise angebracht (Fig. 14).

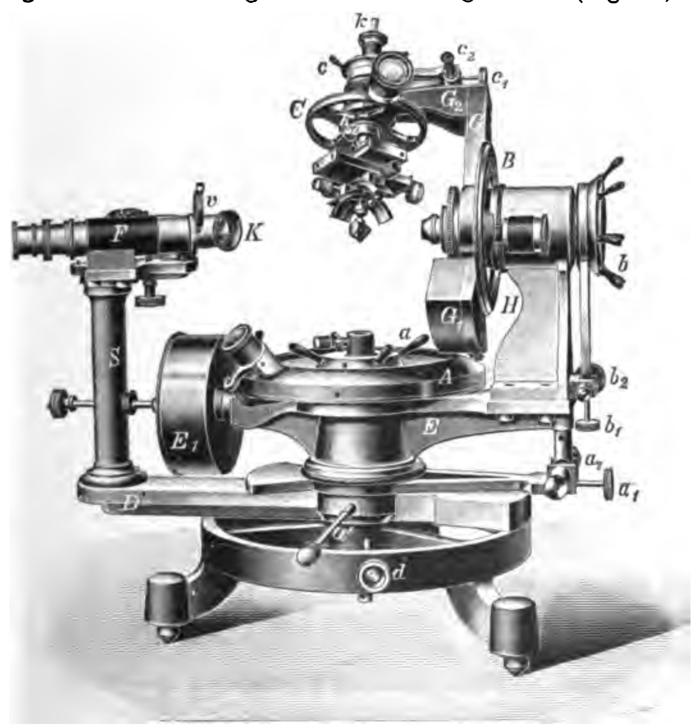


Fig. 14
Dreikreisiges Goniometer nach C. Klein[2]) (Fueß)

1) Zeitschr. f. Kr. 5. 436 bis 463.
2) C. Klein, Sitzungsber. d. Akad. d. Wiss. zu Berlin 1900, S. 248 bis 257; ferner C. Leiß, Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1902, S. 201 bis 209.

Einfacher als das dreikreisige ist das „zweikreisige" Goniometer[1]) (Fig. 15). Bei diesem kann die Kristallmessung in ähnlicher Weise erfolgen wie die Bestimmung der Sternorte nach Länge (Rektaszension) und Breite (Deklination). Die Pole aller Flächen, deren Reflexe bei der Drehung des vertikalen Kreises des Apparates der Fig. 15 hintereinander im Fernrohr sichtbar werden, liegen auf dem gleichen Parallelkreise, die Pole aller Flächen, deren Reflexe

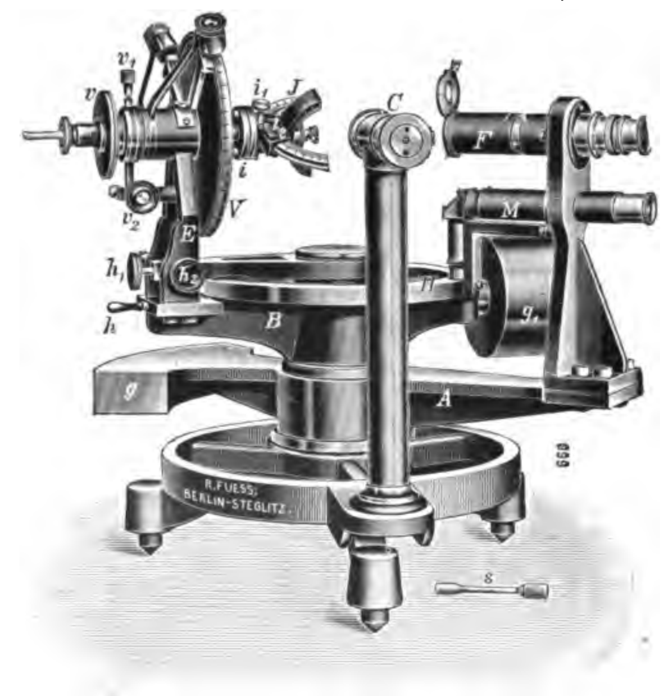


Fig. 15
Zweikreisiges Goniometer nach C. Leiß (Fueß)

bei der Drehung des horizontalen Kreises sichtbar werden, liegen auf dem gleichen Meridian. Bei dem Theodolitgoniometer von C. Leiß haben die Bogenschlitten der Justiervorrichtung J einen Bewegungsbereich von ungefähr 120°. Das Ablesemikroskop M ist mit dem Fernrohr F fest verbunden. Als Lichtsignal dienen entweder ein Irisblendensignal oder ein Punktsignal am vorderen Ende des Collimators C (vgl. Fig. 15). Die erwähnten drei- und zweikreisigen (Theodolit-) Goniometer können auch als einkreisige benutzt werden.

---

1) Vgl. C. Leiß, Neues Theodolitgoniometer; Zeitschr. f. Kr. 1913; **52**, 506ff.

Bei Verwendung des zweikreisigen Goniometers empfiehlt es sich, die stereographische Projektion mit Hilfe eines sphärischen Koordinatensystems vorzunehmen. Legen wir um den Mittelpunkt eines triklinen Kristalls eine Kugel und fällen vom Mittelpunkte aus Lote auf die einzelnen Kristallflächen, so bilden deren Schnittpunkte mit der Kugelfläche, die Flächenpole, die Repräsentanten der Flächen.[1]) Die Normale zu irgend einer Kristallfläche bilde die „Achse“ eines sphärischen Koordinatensystems. Die durch den Kugelmittelpunkt zur Achse senkrecht gelegte Ebene schneidet die Kugelfläche in einem größten Kreise, welcher den „Äquator“ darstellt. Die Schnittlinie einer jeden Ebene, welche die Achse enthält und zum Äquator deshalb senkrecht steht, mit der

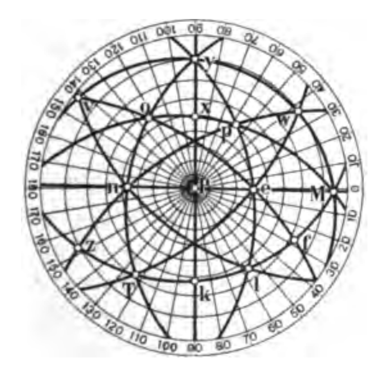


Fig. 16
Stereographische Projektion der Flächen des Anorthits. Zeichnungsebene ist die zur Achse des sphärischen Koordinatensystems senkrechte Fläche *P*

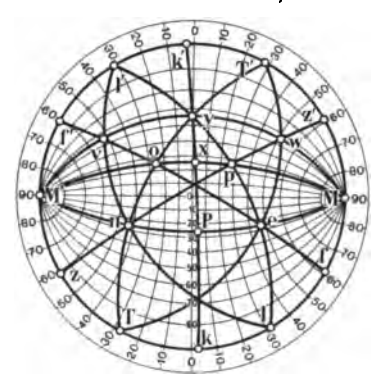


Fig. 17
Stereographische Projektion der Flächen des Anorthits; Achse des sphärischen Koordinatensystems ist die Normale zur Fläche *M*, Zeichnungsebene die zur Achse der Zone *kM* senkrechte Ebene

Kugelfläche, bildet ebenfalls einen größten Kreis, welcher „Meridian“ genannt wird. Die vier Bogen irgendeines Meridians, welche von dem Äquator und den beiden Schnittpunkten der Achse mit der Kugelfläche (Polen) begrenzt werden, teile man in je 90 Grade und ziehe durch jeden Teilpunkt einen zum Äquator parallelen Kreis; diese „Parallelkreise“ heißen auch „Breitekreise“, der senkrechte Abstand eines Flächenpols vom Äquator die „Breite“ oder die „Deklination“ des Flächenpols. Teilt man den Äquator, von einem bestimmten Meridian, dem Anfangsmeridian, ausgehend in 360 bzw. zweimal 180 Grade, und legt durch jeden Teilpunkt größte

1) Vgl. erster Teil S. 25.

Kreise durch die beiden Achsenenden, so heißt der auf dem Äquator liegende Bogen φ zwischen dem Anfangsmeridian und dem Meridian irgendeines Flächenpoles, dem Längenkreise desselben, die „Länge“ oder die „Rektaszension“ des Flächenpoles.

Die Übertragung des Systems der Flächenpole in die Ebene der Zeichnung geschieht nach dem im ersten Teile (S. 25) angegebenen Prinzip der stereographischen Projektion. Als Zeichnungsebene wählt man entweder die zur Achse senkrechte Ebene (Fig. 16) oder eine zur Achse parallele Ebene (Fig. 17). Die Zeichnung des Koordinatennetzes der Fig. 16 geschieht demnach in folgender Weise: Auf dem Grundkreise trage man die Gradeinteilung ein. Die Radien nach dem entsprechenden Teilstriche geben ohne weiteres die Längenkreise oder Meridiane. Darauf ziehe man etwa von den vom Meridian Null nach unten liegenden Teilstrichen des Grundkreises aus nach dem um 90° von diesem Meridian nach oben liegenden Punkte des Grundkreises Geraden. Die Schnittpunkte dieser Geraden mit dem Meridian Null geben die Abstände der entsprechenden Breitenkreise (vgl. erster Teil S. 25).

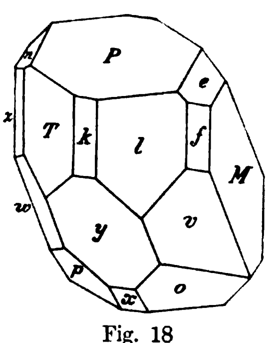


Fig. 18
Anorthit

Zur Konstruktion des Netzes der Fig. 17 nehme man wieder zuerst die Gradeinteilung des Grundkreises vor; dann bestimme man wie vorher die Abstände sowohl auf dem Meridian Null als auch auf dem Äquator. Die Längen bilden die Kreisbogen, welche durch den betreffenden Punkt auf dem Äquator und die beiden Pole M und M' bestimmt sind, die Breiten dagegen diejenigen Kreisbogen, welche durch die beiden entsprechenden Punkte des Grundkreises und den zugehörigen Punkt auf dem Meridian Null bestimmt sind.

Die Figuren 16 und 17 stellen das Projektionsbild der Flächen des Anorthits dar. Es sind (vgl. Fig. 18):

$$\begin{array}{lll}
P = 0P\ (001) & M = \infty P\breve{\infty}\ (010) & k = \infty P\bar{\infty}\ (100) \\
l = \infty P,'\ (110) & T = \infty,'P\ (1\bar{1}0) & x = ,P,\bar{\infty}\ (\bar{1}01) \\
y = 2,P,\bar{\infty}\ (\bar{2}01) & e = 2,P'\breve{\infty}\ (021) & n = 2'P,\breve{\infty}\ (0\bar{2}1)
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
p = ,P\ (\bar{1}11) & o = P,\ (\bar{1}\bar{1}1) \\
v = 4P,\breve{2}\ (\bar{2}\bar{4}1) & w = 4,P\breve{2}\ (\bar{2}41) \\
z = \infty,'P\breve{3}\ (1\bar{3}0) & f = \infty P,'\breve{3}\ (130)
\end{array}$$

In Fig. 16 ist die Normale zu $P(001)$ Achse des Koordinatensystems, und die Zone $k(100):P(001)$ bestimmt den Anfangsmeridian;

in Fig. 17 ist die Normale zu $M(010)$ Achse des Koordinatensystems, und der zur Zone $k(100):M(010)$ senkrechte Meridian durch k ist der Anfangsmeridian. Bei Fig. 16 ist die Ebene $P(001)$ Projektionsebene, bei Fig. 17 die Normalebene zur vertikalen Achse c.[1])

§ 6

Fortschreitende und stehende Wellen

Wirft man auf zwei verschiedene Stellen einer ruhigen Wasserfläche gleichzeitig je einen Stein, so bilden sich um jede der beiden getroffenen Stellen Täler und Berge, welche radial nach allen Seiten gleichmäßig fortschreiten (Fig. 19). Sobald diese beiden „fortschreitenden“ Wellen einander berühren, dann „überlagern“ sie sich gegenseitig. An allen Stellen, an welchen die Abstände von den beiden Wellenzentren gleich sind, oder sich durch eine oder mehrere ganze Wellenlängen unterscheiden, begegnen sich die beiden fortschreitenden Systeme fortwährend mit gleicher Phase; die resultierende Schwingung ergibt sich also für diese Stellen durch Addition der Amplituden der beiden einzelnen Wellen. Die Höhe des resultierenden Berges ist hier gleich der Summe der Höhen der beiden einzelnen Wellenberge. Dasselbe gilt für die Tiefe des an diesen Stellen resultierenden Tales. Solche Stellen heißen „Schwingungsbäuche“. An allen Stellen dagegen, an welchen die Abstände von den beiden Schwingungszentren sich um eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen unterscheiden, begegnen sich die beiden fortschreitenden Wellen stets mit entgegengesetzter Phase, die resultierende Amplitude ist hier gleich der Differenz der beiden Einzelwellen; diese Stellen heißen „Schwingungsknoten“. Die Schwingungsbäuche stellen Maxima, die Schwingungsknoten Minima der Intensität der Primitivbewegung dar.

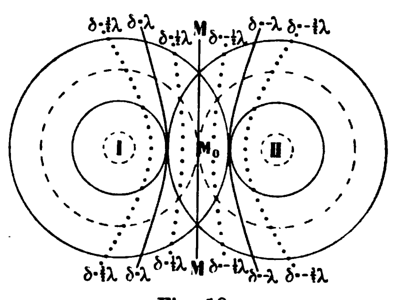


Fig. 19
Interferenz zweier Wellensysteme

Der geometrische Ort für die Gleichheit der Differenz der Entfernungen von zwei festen Punkten einer Ebene ist die Hyperbel. Sind also zwei Schwingungszentren auf einer Wasserfläche vor-

---

1) Die in Fig. 17 enthaltene Gradeinteilung kann als „Wulffsches Netz“ (20 cm Durchm.) auch von der Schweizerbartschen Verlagsbuchhandlung bezogen werden.

handen, welche fortwährend die gleiche Phase haben, so bilden die Schwingungsbäuche und die Schwingungsknoten ein System hyperbolischer Linien um die Schwingungszentren als Brennpunkte.

Verlassen wir das Bild der Wasserwellen und nehmen an, daß Wellenerregung von zwei räumlich getrennten Punkten ausgehe, welche im Innern eines und desselben homogenen und isotropen Mediums liegen, und daß die Wellenzentren stets die gleiche Phase besitzen. Der geometrische Ort, für welchen die Differenz δ der Entfernungen von den beiden Wellenzentren gleich Null ist, ist die durch den Mittelpunkt M_0 der Verbindungsgeraden $I:II$ gelegte senkrechte Ebene. In dieser ganzen Ebene hat also die Primitivbewegung einen maximalen Wert, jedoch nimmt dieses Maximum von M_0 aus innerhalb dieser Ebene mit der Entfernung von M_0 ab. Das Maximum des Ausschlages in einem bestimmten, etwa im positiven Sinne, findet innerhalb der genannten Ebene auch nicht gleichzeitig statt; dasselbe schreitet von M_0 aus radial mit abnehmender Intensität fort; nach Verlauf einer halben Schwingungsdauer liegt dann in M_0 ein Maximum des Ausschlages im entgegengesetzten Sinne, und auch dieses schreitet in gleicher Weise radial innerhalb der Ebene fort.

Die Gesamtheit der Punkte, deren Entfernung von den beiden Wellenzentren gleich $+\frac{\lambda}{2}$ ist, bildet ein Rotationshyperboloid. Auf dieser Fläche hat also die Primitivbewegung einen minimalen Wert. Sind die Amplituden der miteinander interferierenden Wellen auf der Ebene $\delta = 0$ gleich, so können sie auf der Fläche $\delta = \frac{\lambda}{2}$ nicht mehr genau gleich sein; es wird demnach auch keine vollständige Aufhebung der Bewegung stattfinden. In noch höherem Maße gilt dasselbe für die Rotationshyperboloide $\delta = \frac{3}{2}\lambda$ usw.

Haben die beiden Wellenzentren stets die entgegengesetzte Phase, so sind die Flächen maximaler und minimaler Primitivbewegung im Vergleich zu der vorigen Annahme miteinander vertauscht.

Eine durch dieses Wellensystem parallel zu der Verbindungsgeraden $I:II$, aber in einigem Abstande hiervon gelegte Ebene schneidet die Flächen maximaler und minimaler Erregung in Linien, von welchen die mittlere, die Schnittlinie mit der Fläche $\delta = 0$, eine Gerade ist. Rechts und links von dieser Geraden entfernen sich diese Schnittlinien mehr und mehr von der Form der Geraden.

Die Kontraste zwischen den Linien maximaler und minimaler Intensität nehmen von der geraden Linie aus nach beiden Seiten ab.

Die Primitivbewegung ist am intensivsten, die Kontraste zwischen den Stellen maximaler und minimaler Amplitude der resultierenden Wellen sind am schärfsten auf der Verbindungsgeraden der beiden Zentren *I* und *II*. Auf dieser Verbindungsgeraden liegen die Stellen mit maximaler und minimaler Bewegung, die Schwingungsbäuche und die Schwingungsknoten fest, sie schreiten nicht auf dieser Geraden fort. Eine derartige Schwingung, wie sie auf dieser Geraden stattfindet, heißt „stehende Schwingung“ oder „System stehender Wellen“, im Gegensatz zu der von einem einzigen Schwingungszentrum ausgehenden Wellenbewegung der „fortschreitenden“ Welle. Der Abstand zwischen zwei benachbarten Schwingungsbäuchen ist gleich $\frac{\lambda}{2}$, und ebenso groß ist der Abstand zwischen zwei benachbarten Schwingungsknoten. Der Abstand zwischen einem Schwingungsbauch und einem benachbarten Schwingungsknoten beträgt also $\frac{\lambda}{4}$. Zwei benachbarte Schwingungsbäuche haben stets die entgegengesetzte Phase. Bei den Schwingungsbäuchen haben die von den beiden entgegengesetzten Richtungen ankommenden Einzelschwingungen stets den gleichen, an den Schwingungsknoten den entgegengesetzten Sinn.

Wird ein linearer elastischer Körper, dessen Enden sich frei bewegen können, durch Anschlagen an einem Ende in Schwingung versetzt, so bilden sich an seinen beiden Enden Schwingungsbäuche. Je nachdem, etwa durch Festklemmen, in der Mitte oder an zwei um ein Viertel der Stablänge von den Enden entfernten Stellen des Stabes Schwingungsknoten erzeugt werden, haben die Schwingungsbäuche an den beiden Enden die entgegengesetzte oder die gleiche Phase. Damit die beiden Schwingungszentren *I* und *II* mit Schwingungsbäuchen zusammenfallen, muß der Abstand von *I* und *II* gleich λ oder gleich $\frac{\lambda}{2}$ sein. Bei dem schwingenden Stabe wird die Gleichheit der Stablänge mit λ bzw. $\frac{\lambda}{2}$ durch Anpassung der Wellenlänge, d. h. der Schwingungsdauer, oder (was damit gleichbedeutend) der Schwingungszahl erreicht. Wäre dagegen die Schwingungszahl unveränderlich, die Lage der Schwingungserreger aber veränderlich, so könnte das Zusammenfallen der Schwingungszentren mit Schwingungsbäuchen durch Anpassung des gegenseitigen Abstandes der

Schwingungszentren an die Wellenlänge erreicht werden. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen wird in beiden Fällen als eine durch das betreffende Medium gegebene unveränderliche Größe betrachtet.

Sind n Schwingungserreger in einem homogenen und isotropen Medium vorhanden, so gibt es $\frac{n(n-1)}{2}$ Systeme von Rotationshyperboloiden. Die Rotationsachsen derselben sind die Verbindungsgeraden zwischen je zwei Erregern. Die Schnitte von je zwei Knotenflächen bilden Knotenlinien, die Schnitte von je drei Knotenflächen bilden Knotenpunkte. Liegen (Fig. 20) drei Schwingungserreger a, b, c, welche zugleich Schwingungsbäuche bilden, und deren Dimensionen gegenüber den Wellenlängen klein sind, in gleichen Abständen auf einer geraden Linie, so fallen die Knotenpunkte des Systems ac zusammen mit den Knotenpunkten der Systeme ab und bc. Die etwa von a ausgegangene und bei b ankommende Welle trifft den Erreger b in der gleichen Phase, welche sie selbst besitzt. Dasselbe gilt für die von c ausgegangene und bei b ankommende Welle usw. Liegen also die drei Erreger in den Abständen $\frac{\lambda}{2}$ auf einer geraden Linie, so stehen sie untereinander in „Resonanz".

a b c

Fig. 20

Betrachten wir umgekehrt die Erzielung der Resonanz wie bei der Schwingung elastischer Stäbe von gegebener Länge so auch bei der Schwingung frei beweglicher Schwingungserreger von gegebener Schwingungsdauer als ein die Schwingung beherrschendes Prinzip, so hat dieses die Anordnung der gleichen Schwingungserreger in gleichen Abständen und in geraden Linien zur Folge.

Den von den nächsten Knotenflächen umgrenzten, einen Schwingungserreger umgebenden Raum kann man als die primäre Wirkungssphäre des Erregers bezeichnen.

Die Herstellung zweier oder mehrerer Schwingungserreger mit genau gleichbleibender Phase oder gleichbleibender Phasendifferenz ist in der Optik wenigstens praktisch nicht durchführbar. Zwei sich schneidende fortschreitende Wellen, deren Phasendifferenz an irgendeiner Stelle stets die gleiche ist, lassen sich aber durch Reflexion der von einer und derselben Lichtquelle ausgehenden Strahlen an einer oder an mehreren Spiegelflächen erzeugen. Auf

der Reflexion an einer Spiegelfläche beruhen O. Wieners stehende Lichtwellen, auf der Reflexion an zwei Spiegelflächen beruht Fresnels Spiegelversuch.

O. Wieners stehende Lichtwellen

Treffen Lichtstrahlen senkrecht auf eine ebene spiegelnde Fläche, so fallen die reflektierten Strahlen mit den nach der Spiegelebene zu gerichteten Strahlen zusammen. An irgendeiner Stelle vor dem Spiegel ist der Gangunterschied des nach dem Spiegel hingehenden und des von ihm zurückkommenden Strahles gleich dem doppelten Abstande von dem Spiegel, vermehrt um die etwaige Phasenverschiebung bei der Reflexion. Beträgt nun der gesamte Gangunterschied der beiden Strahlen an einem Punkte vor dem Spiegel eine gerade Anzahl von halben Wellenlängen, so addieren sich die beiden Bewegungen; ist jener Unterschied eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen, so entspricht die im betreffenden Punkte stattfindende Bewegung der Differenz der beiden Primitivbewegungen, und wenn bei der Reflexion die volle Intensität reflektiert würde, so würde sich in diesen letzteren Punkten die gange Bewegung gegenseitig aufheben. Man nennt diejenigen Stellen, an welchen sich die beiden Bewegungen addieren, wie bereits Seite 21 erwähnt, Schwingungsbäuche, und diejenigen Stellen, an welchen die Differenz der beiden Bewegungen auftritt, Schwingungsknoten. Vor dem Spiegel müssen sich also zwei Scharen paralleler Ebenen befinden, von welchen die eine Schwingungsbäuche, die andere Schwingungsknoten enthält. Der Abstand zweier benachbarter Ebenen, von welchen die eine Schwingungsknoten, die andere Schwingungsbäuche enthält, ist $^1/_4\,\lambda$.

Diese Abstände sind zwar nur sehr gering, es gelang indessen O. Wiener[1]) (Professor der Physik in Leipzig, damals in Straßburg i. Els.) 1890 dieselben sichtbar zu machen. Als spiegelnde Fläche wählte er einen polierten Silberspiegel, als Lichtquelle spektral zerlegtes Bogenlicht. In die beiden Scharen von Ebenen brachte Wiener ein auf einem dünnen ebenen Glasplättchen haftendes photographisches Chlorsilberkollodiumhäutchen von $^1/_{30}\,\lambda_{Na}$ Dicke unter so spitzem Winkel gegen die Spiegelfläche geneigt, daß die Schnittlinien zwischen dem Häutchen und den Ebenen in Abständen von etwa 1 mm aufeinander folgten. Nach kurzer Belichtung und

1) Ann. d. Phys. **40**, 203—243. Auszug Zeitschr. f. Kr. **21**, 128.

nachheriger Entwicklung erschien das Häutchen von scharfen Interferenzstreifen durchzogen, welche jenen Schnittlinien entsprachen.

Daß bei diesen Interferenzerscheinungen die von dem Glasplättchen reflektierten Strahlen nicht beteiligt sind, wurde von Wiener durch besondere Versuche nachgewiesen.

Fresnels Spiegelversuch

Sei A (Fig. 21) ein leuchtender Punkt, welcher gegen den Schirm PP durch die Blende B abgeblendet ist; S_1 und S_2 seien zwei Spiegel; dann entstehen hinter den Spiegeln zwei Bildpunkte von A, der eine in B_1, der andere in B_2. Liegt A auf der Halbierenden des Winkels zwischen den beiden Spiegeln, dann kommen im Punkt M, in welchem diese Halbierende den Schirm schneidet, zwei Strahlen zusammen, welche einen gleich langen Weg von A aus zurückgelegt haben. In N dagegen kommen zwei Strahlen zusammen, deren Wege AN_1N und AN_2N verschieden lang sind. Ist der Wegunterschied dieser beiden Strahlen genau $\frac{\lambda}{2}$, dann haben also die beiden Strahlen bei N einen Gangunterschied $\Gamma = \frac{\lambda}{2}$ und vernichten sich gegenseitig. In einem etwas größeren Abstande von M ist der Gangunterschied λ; hier ist also ein Maximum der Helligkeit usw. In gleicher Weise liegt bei H ein dunkler Punkt usw. Da sich die Wegdifferenzen ermitteln lassen, so liefert diese Versuchsanordnung ein Mittel, um den Wert von λ zu bestimmen. Ist D der Abstand des Punktes M vom Mittelpunkte M_1 der beiden Bilder B_1 und B_2, δ der Abstand NH der beiden dem Punkte M am nächsten liegenden dunklen Punkte, und $d = B_1B_2$, so ist $\lambda = \frac{d\delta}{D}$.[1] Aus dieser Gleichung folgt $\delta = \frac{D\lambda}{d}$, wobei λ jedenfalls einen nur kleinen Wert hat; damit nun $\delta = NH$ noch meßbar werde, muß auch d einen

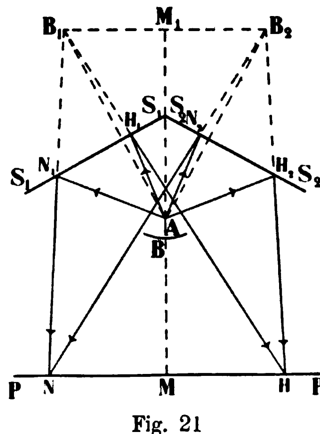


Fig. 21
Interferenz durch Reflexion an zwei Spiegeln

1) Zur Bestimmung von λ verwendet man in der Regel ein anderes, später zu beschreibendes Verfahren, welches genauere Werte für λ liefert.

kleinen Wert haben, d. h. der Winkel zwischen den beiden Spiegeln muß sehr flach sein; er darf nur wenig von 180° abweichen.

Wichtig ist dieser Versuch deshalb, weil hier Interferenz ohne gleichzeitige Beugung auftritt; und deshalb hat er wesentlich dazu beigetragen, daß die Undulationstheorie allgemeine Anerkennung fand.

Die beiden Punkte B_1 und B_2 des Fresnelschen Spiegelversuchs verhalten sich ebenso wie die beiden Zentren I und II der oben besprochenen Wasserwellen. Diesseits des Doppelspiegels bilden sich zwei Systeme fortschreitender Wellen um die Punkte B_1 und B_2 als Zentren, durch deren Überlagerung ein System stehender Wellen zustande kommt. Würde man versuchen, statt der einen Lichtquelle in A je eine Lichtquelle in B_1 und in B_2 anzubringen, so könnte man keine Interferenzen beobachten, weil zwei voneinander unabhängige Lichtquellen niemals die Bedingung der konstanten Phasendifferenz der von ihnen ausgehenden Lichtwellen erfüllen. Beim Fresnelschen Versuch wird diese Bedingung erfüllt durch die Erregung der beiden fortschreitenden Systeme von einer einzigen Lichtquelle bei A. Man nennt zwei derartige Wellen „kohärent".

Fresnels Spiegelversuch wurde später verschiedentlich abgeändert. Der Spiegel wurde durch ein Prisma, oder durch zwei geneigte Glasplatten, oder durch zwei Halblinsen ersetzt usw.

§ 7

Abbildung durch Reflexion an einer sphärischen Fläche

Ist die Grenzfläche zwischen zwei isotropen Medien ein Stück einer Kugelschale, dann ist für jedes kleine Element dieser Fläche die Tangentialebene zu setzen und das Lot bildet der Radius NM (Fig. 22). Der vom Objekt A ausgehende, die Kugel bei N treffende Strahl bildet mit NM denselben Winkel α wie der reflektierte Strahl NB. Strahlen, welche vom Kugelmittelpunkte M ausgehen, werden also auch wieder durch M reflektiert, und das Spiegelbild von M liegt wieder in M. Hat die „Öffnung des Spiegels", d. h. der Winkel der Randstrahlen FG und FG' mit der Spiegelachse MS, nur einen kleinen Wert, dann schneiden sich alle zur Achse parallelen Strahlen nach der

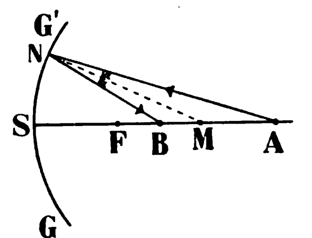


Fig. 22
Reflexion an einem Konkavspiegel, reelles Bild

Reflexion im „Brennpunkte“ F, in der Mitte zwischen M und dem „Scheitel“ S; und umgekehrt: alle von F ausgehenden Strahlen gehen nach der Reflexion zur Achse parallel (Fig. 23 und 24). Mit Hilfe dieser drei Regeln läßt sich zu jedem Objektpunkt der zugehörige Bildpunkt konstruieren.

Findet die Reflexion an der konkaven Seite der sphärischen Fläche statt

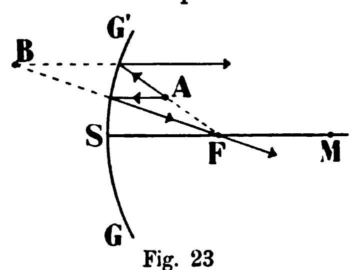


Fig. 23
Reflexion an einem Konkavspiegel, virtuelles Bild

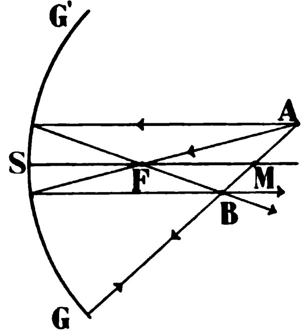


Fig. 24
Konkavspiegel, achsenparallele Strahlen und Strahlen durch den Brennpunkt, reelles Bild

(beim Hohlspiegel), dann liegt der reelle Bildpunkt zwischen F und M, wenn der Objektpunkt zwischen M und ∞ liegt (Fig. 24), und umgekehrt; liegt dagegen der Objektpunkt zwischen F und S, dann liegt der virtuelle Bildpunkt B hinter dem Spiegel (Fig. 23).

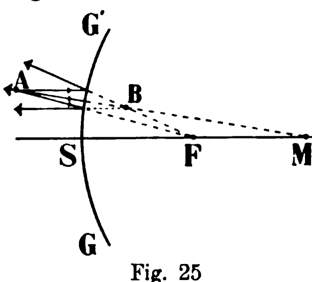


Fig. 25
Konvexspiegel, virtuelles Bild

Findet die Reflexion an der konvexen Seite der sphärischen Fläche statt (Konvexspiegel), dann liegt der virtuelle Bildpunkt zwischen F und S auf der konkaven Seite des Spiegels (Fig. 25).

Ein Strahlenbündel, dessen einzelne Strahlen oder deren Verlängerungen sich in einem einzigen Punkte schneiden, heißt „homozentrisch“; diejenige Brechung oder Spiegelung, bei welcher aus einem homozentrischen Strahlenbüschel wieder ein homozentrisches wird, bezeichnet man als „Abbildung“.

§ 8

Brechung des Lichtes, Dioptrik

Auf die ebene Grenzfläche GG' (Fig. 26) falle wieder ein paralleles Lichtbündel. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes im Medium I sei v_{I}, im Medium II dagegen v_{II}. Im Augenblicke,

in welchem der Strahl c in P ankommt, hat sich um N im Medium II eine Elementarwelle mit dem Radius $NL' = LP\frac{v_{II}}{v_I}$ und um Q eine solche mit dem Radius $QR' = RP\frac{v_{II}}{v_I}$ gebildet, und entsprechende Elementarwellen um jeden Punkt zwischen N und P. Die gemeinsame Berührungsfläche an sämtliche Elementarwellen ist die Wellenfront des gebrochenen Strahlenbündels im Medium II; die Geraden zwischen den Mittelpunkten und den Berührungspunkten der betreffenden Elementarwellen geben die Richtung der gebrochenen Strahlen. Es ist: $NL' : QR' = LP : RP = PN : PQ$, also liegt R' in der Geraden PL' und alle Berührungspunkte bilden eine einzige Ebene, die Wellenfront in II. Ferner ist: $\frac{v_{II}}{v_I} = \frac{NL'}{LP}$, $\frac{LP}{NP} = \sin i'$, $\frac{NL'}{NP} = \sin r'$; also $\frac{NL'}{LP} = \frac{\sin r'}{\sin i'}$; da ferner $\sphericalangle r' = \sphericalangle r$, und $\sphericalangle i' = \sphericalangle i$, so ist: $\frac{v_{II}}{v_I} = \frac{NL'}{LP} = \frac{\sin r'}{\sin i'} = \frac{\sin r}{\sin i}$ oder $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_I}{v_{II}} = \nu$. Der Wert $\nu = \frac{v_I}{v_{II}}$ heißt der Brechungsquotient (Brechungsexponent oder Brechungsindex) des Mediums II in bezug auf das Medium I. Für gewöhnlich gilt als Medium I der leere Raum oder auch der lufterfüllte Raum, da v für diese beiden Medien nur sehr wenig verschieden ist. Das Brechungsgesetz lautet also: Bei der Brechung des Lichtes an einer ebenen Grenzfläche zwischen zwei optisch isotropen Körpern bleibt der gebrochene Strahl in der Einfallsebene, und der Sinus des Brechungswinkels steht zum Sinus des Einfallswinkels in einem konstanten Verhältnis (Gesetz von Snellius 1626).

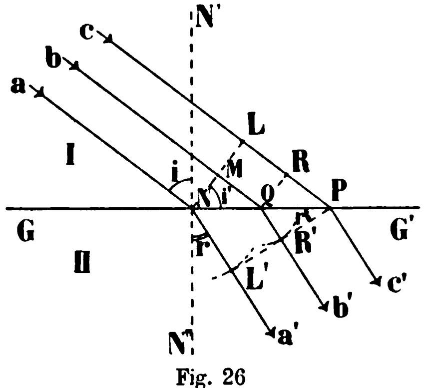


Fig. 26
Brechung an einer ebenen Grenzfläche (nach Huyghens)

Das Medium mit der kleineren Fortpflanzungsgeschwindigkeit heißt das „optisch dichtere", das andere das „optisch dünnere". Beim Übergang aus dem optisch dünneren Medium in das optisch dichtere wird der Strahl dem Lote „zugebrochen", beim Übergang aus dem optisch dichteren Medium in das optisch dünnere wird der

Strahl vom Lote „weggebrochen". Geht ein Strahl aus dem Medium *I* in das Medium *II*, so nimmt er genau den umgekehrten Weg, als wenn er von *II* nach *I* geht.

Wie bei der geradlinigen Fortpflanzung innerhalb eines homogenen Mediums die Lichtbewegung am raschesten zu irgendeinem Ziele kommt, so ist auch der Weg, welchen der Strahl nach dem Reflexions- und nach dem Brechungsgesetz einschlägt, derjenige, auf welchem er rascher zu einem Ziele gelangt, als wenn er an irgendeiner anderen Stelle die Grenzfläche treffend zu demselben Ziele kommen würde: Der Satz vom kürzesten Lichtweg wurde für die Spiegelung von Lachambre 1662, für die Brechung von Fermat 1665 aufgestellt.

Geometrische Konstruktion des gebrochenen Strahles mit Hilfe der Indexfläche (Cauchy 1830, Hamilton 1832, MacCullagh 1833)

Eine Fläche, deren Radiivektoren die Länge des zugehörigen Brechungsquotienten besitzen, heißt „Indexfläche"; für ein isotropes Medium ist die Indexfläche die Oberfläche einer Kugel. Sei ν_I die Indexfläche des Mediums *I*, ν_{II} die des Mediums *II* (Fig. 27). GG' sei ein Schnitt der Grenzfläche mit der Einfallsebene; letztere sei parallel der Zeichnungsebene. Ein Strahl treffe die Grenzfläche unter dem Einfallswinkel i; man verlängere die Richtung des Strahles bis zum Schnittpunkte P_I mit ν_I, fälle von P_I ein Lot $P_I F$ auf GG' und verlängere $P_I F$ rückwärts bis zum Schnittpunkte P_{II} mit ν_{II}, dann ist OP_{II} der gebrochene, im Medium *II* fortschreitende Strahl.

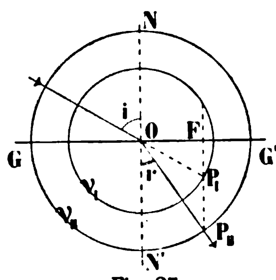


Fig. 27
Konstruktion des gebrochenen Strahles mit Hilfe der Indexfläche

Abbildung durch Brechung an einer ebenen Grenzfläche

Der von A (Fig. 28) ausgehende Strahl AP hat nach der Brechung an der Grenze GG' die Richtung PQ, scheint also von B herzukommen. Es ist $AS \perp GG'$, also $\sphericalangle \alpha = \sphericalangle i$, $\sphericalangle \beta = \sphericalangle r$;

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_I}{v_{II}} = \frac{\nu_{II}}{\nu_I}.$$

Ferner sei $AS = a$, $BS = b$, dann ist

$$\frac{b}{a} = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\cdot\frac{\cos\beta}{\cos\alpha} = \frac{\nu_{II}}{\nu_I}\frac{\sqrt{1-\sin^2\beta}}{\cos\alpha}.$$

Für kleines α wird auch β klein, also nähert sich in diesem Falle $\cos\alpha$ dem Werte 1, $\sin^2\beta$ dem Werte 0; für kleines α ist also annähernd $\frac{b}{a} = \frac{\nu_{II}}{\nu_I}$. Mithin schneiden sich die annähernd zu GG' senkrechten Strahlen alle in B, und B ist der virtuelle Bildpunkt von A.

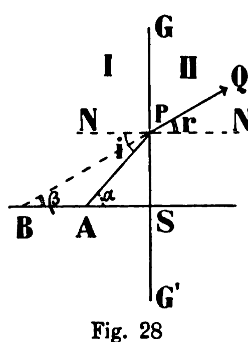


Fig. 28
Abbildung durch Brechung an einer ebenen Grenzfläche

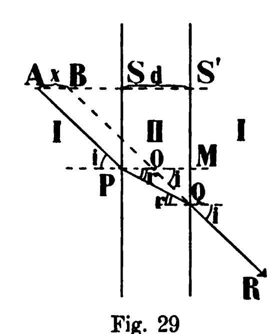


Fig. 29
Abbildung durch Brechung an zwei parallelen ebenen Grenzflächen

Abbildung durch Brechung an einer planparallelen Platte

Eine planparallele Platte II von der Dicke $d = PM$ (Fig. 29) befinde sich in einem Medium I. Vom Punkte A aus trifft ein Strahl bei P die Platte und geht in der Richtung $QR \parallel AP$ nach dem Austritt aus der Platte weiter.

Es ist $x = AB = PO$; $\frac{MQ}{MP} = \operatorname{tg} r$, $\frac{MQ}{MO} = \operatorname{tg} i$, also $\frac{\operatorname{tg} r}{\operatorname{tg} i} = \frac{MO}{MP}$, oder: $MO = d \cdot \frac{\operatorname{tg} r}{\operatorname{tg} i}$, ferner ist $x = AB = PO = d - OM = d - d\frac{\operatorname{tg} r}{\operatorname{tg} i}$; für kleines i ist wieder $\frac{\operatorname{tg} i}{\operatorname{tg} r} = \frac{\nu_{II}}{\nu_I}$, also $x = d - d\frac{\nu_I}{\nu_{II}}$, oder $\nu_{II} = \frac{d}{d-x} \cdot \nu_I$.

Beobachtet man den Punkt A ohne die Platte II mit dem Mikroskop und schaltet dann die Platte ein, so muß der Tubus um die Strecke x gehoben werden, wenn A wieder deutlich gesehen werden soll. Die Hebung kann am Mikroskop abgelesen werden. Diese Methode wurde 1767 vom Duc de Chaulnes zur Bestimmung von ν_{II} vorgeschlagen, liefert aber nur approximative Werte.

Abbildung durch Brechung an zwei zueinander geneigten ebenen Flächen

Ein von drei Seitenflächen und zwei dazu senkrechten Endflächen begrenzter Körper heißt dreiseitiges Prisma. Auch nach zweimaliger Brechung an zwei Seitenflächen eines Prismas liefern Strahlenbündel von kleiner Öffnung ω von einem leuchtenden Punkte A ein Bild B (vgl. Fig. 30). Verläuft der Achsenstrahl des Bündels im Innern des Prismas senkrecht zur Halbierungsebene des brechenden Winkels α, so hat die Ablenkung zwischen dem auffallenden Achsenstrahl AP und dem gebrochenen Achsenstrahl QR ihren minimalen Wert δ. Diese Methode des „Minimums der Ablenkung" liefert den genauesten Wert des Brechungsquotienten

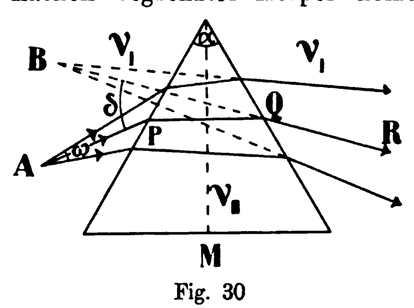


Fig. 30
Abbildung durch Brechung an zwei gegeneinander geneigten ebenen Grenzflächen

$$\frac{\nu_{II}}{\nu_I} = \frac{\sin\frac{\alpha + \delta}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}}.$$ Befindet sich das Prisma im luftleeren Raum, so ist $\nu_I = 1$. Durch entsprechende Linsenkombination fällt das von A ausgehende Strahlenbündel als paralleles auf das Prisma.

Apparate, welche dazu dienen, mit Hilfe der Prismenmethode den Brechungsquotienten zu bestimmen, heißen „Refraktometer" oder „Spektrometer". Das Reflexionsgoniometer (S. 16ff.) kann in der Regel auch als Refraktometer dienen; nur muß hierbei nicht nur der Kristall, sondern auch das Fernrohr (um die gleiche Achse) drehbar sein. Durch gleichzeitiges Drehen des Prismas und des Fernrohres wird diejenige Lage bestimmt, bei welcher δ seinen kleinsten Wert hat. Sehr genaue Ablesungen ermöglicht das Präzisionsspektrometer von F. Paschen.[1])

Gleichzeitige Spiegelung und Brechung von einfarbigem Licht an planparallelen Platten

Ein Strahl a eines parallelen Lichtbündels (Fig. 31) treffe eine Grenzfläche $G_1\,G_1'$ bei P und werde nach Q abgelenkt; der gleich-

1) R. Fueß, Spezialkatalog 1908, Nr. 113.

zeitig bei P reflektierte Strahl werde hier zunächst nicht beachtet. Der bei Q auftreffende gebrochene Strahl wird hier zum Teil nach außen gebrochen, zum Teil nach II reflektiert. Nur der letztere Anteil werde zunächst weiter verfolgt. Auch bei R findet Zerlegung in einen reflektierten Teil RS und einen gebrochenen Teil RT statt. Unter den unzählig vielen parallelen Strahlen, welche auf $G_1 G_1'$ auffallen, trifft einer, etwa b, die Grenzfläche in dem gleichen Punkte R; dessen reflektierter Teil fällt zusammen mit dem von Q kommenden, bei R gebrochenen Strahl RT, und der gebrochene Anteil RS von b fällt zusammen mit dem reflektierten Anteil RS von QR. Die beiden in der Linie RT aufeinander fallenden Strahlen haben eine verschiedene Phase. In den Punkten P und N haben die Strahlen a und b die gleiche Phase. Während b sich von N nach R bewegt, geht a von P nach L, mithin haben auch L und R die gleiche Phase; der Strahl a hat, um nach R zu gelangen, außerdem noch den Weg LQR zurückzulegen. Ferner erleidet b eine Reflexion bei R im Medium I an der Grenze gegen II, der Strahl a eine Reflexion bei Q, im Medium II an der Grenze gegen I. Die auf der Strecke RT sich überlagernden Strahlen

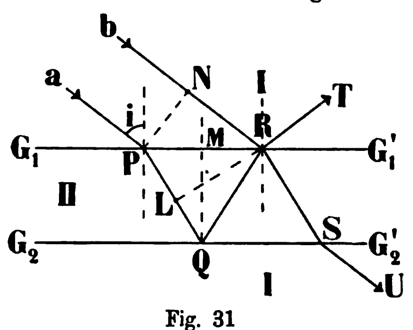


Fig. 31
Interferenz durch Reflexion und Brechung an zwei parallelen ebenen Grenzflächen

haben infolgedessen eine Gesamtwegdifferenz $LQR + \frac{\lambda}{2}$; ist also $\frac{LQR}{\lambda} + \frac{1}{2}$ gleich einer ganzen Zahl, so verstärken sich beide Anteile, ist diese Zahl gleich einem ungeraden Vielfachen von $\frac{1}{2}$, dann schwächen sich beide, oder, wenn in II kein starker Verlust eintritt, dann heben sich beide auf.

Der Wert $\frac{LQR}{\lambda} + \frac{1}{2}$ hängt ab: 1. von der Dicke d der Platte, 2. vom Inzidenzwinkel i, 3. vom Werte λ. Ist die Platte keilförmig, so ändert sich d stetig; man erhält also ein System heller und dunkler Streifen. Legt man eine flache Glaslinse auf eine ebene Glasplatte, so liegt in jedem Schnitt senkrecht zur Platte und durch den Mittelpunkt der Linse eine keilförmige Luftschicht; von einer entfernten monochromatischen Lichtquelle beleuchtet, zeigt diese

Vorrichtung ein System heller und dunkler Ringe, welche nach ihrem Entdecker als Newtonsche Ringe bezeichnet werden.

Ähnlich wie der Strahl *RT* verhält sich auch der Strahl *SU*.

§ 9

Brechung und Abbildung durch eine sphärische Grenzfläche

Grenzen zwei Medien *I* und *II* mit einer sphärischen Fläche gegeneinander, so liegen auf der Achse dieser Fläche zwei Punkte *F* und *F'*, welche als „erster“ und „zweiter Brennpunkt“ bezeichnet werden. Die durch diese Punkte gehenden, zur Achse

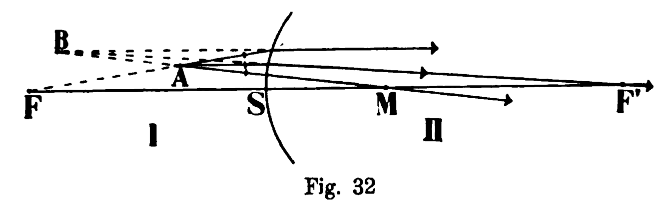


Fig. 32
Abbildung durch Brechung an einer konvexen sphärischen Fläche

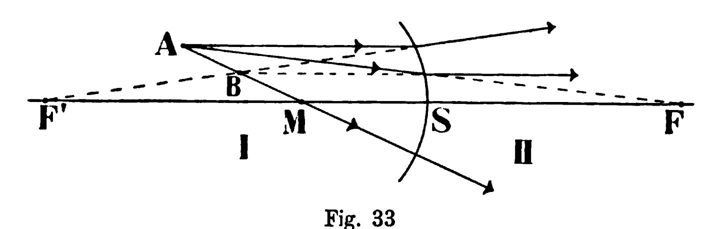


Fig. 33
Abbildung durch Brechung an einer konkaven sphärischen Fläche

senkrechten Ebenen heißen Brennebenen. Nehmen wir an, ν_{II} sei größer als ν_I und das Licht komme von links nach rechts; Strecken, welche vom Scheitel *S* aus gerechnet nach rechts liegen, sollen positiv, solche, welche davon links liegen, negativ gerechnet werden; dann ist die „erste Brennweite“ $SF = f = -\frac{\nu_I r}{\nu_{II} - \nu_I}$ (Fig. 32) und die „zweite Brennweite“ $SF' = f' = \frac{\nu_{II} r}{\nu_{II} - \nu_I}$, wobei $r = MS$ der Krümmungsradius ist. Ist *I* Luft und *II* Glas, dann ist ungefähr $f = -2r$, $f' = 3r$.

Nehmen wir an, daß die Öffnung der brechenden Fläche nur klein sei, d. h. daß der Winkel der vom Objektpunkte ausgehenden Randstrahlen nur klein sei, dann gelten folgende Gesetze der Brechung:

1. Strahlen durch den Mittelpunkt M gehen ungebrochen durch die Grenzfläche.

2. Strahlen, welche aus dem ersten Brennpunkte F kommen (Fig. 32) oder auf diesen Punkt gerichtet sind (Fig. 33), gehen nach der Brechung parallel zur Achse.

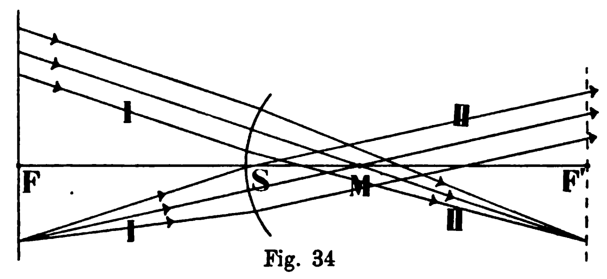


Fig. 34
Brechung von parallelen Strahlen an einer konvexen sphärischen Fläche

3. Strahlen, welche parallel zur Achse auf die Grenzfläche kommen, gehen nach der Brechung durch den zweiten Brennpunkt F' (Fig. 32) oder so, als ob sie aus diesem Punkte kämen (Fig. 33).

4. Strahlen, welche untereinander parallel, aber gegen die Achse geneigt auf die Grenzfläche treffen, gehen nach der Brechung

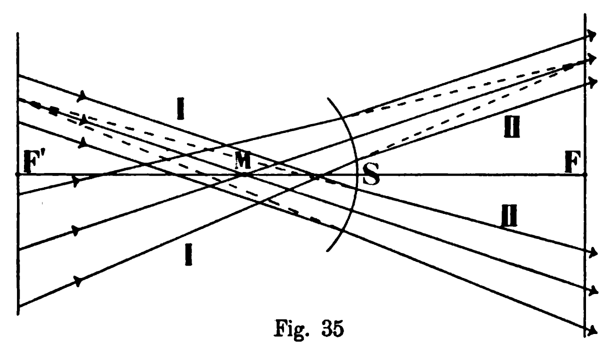


Fig. 35
Brechung von parallelen Strahlen an einer konkaven sphärischen Fläche

durch den Schnittpunkt des durch M gehenden Strahles mit der zweiten Brennebene (Fig. 34) oder so, als ob sie alle aus einem solchen kämen (Fig. 35).

5. Strahlen, welche aus einem Punkte der ersten Brennebene kommen (Fig. 34) oder auf einen solchen gerichtet sind (Fig. 35), gehen nach der Brechung parallel mit dem betreffenden Strahle, welcher durch M geht.

Die Gesetze 2. und 3. sind spezielle Fälle von 4. und 5.

Liegt der Mittelpunkt *M* auf der Seite des dichteren Mediums *II* (Fig. 32 u. 34), dann sammelt die brechende Fläche die auf sie fallenden Strahlen, liegt *M* auf der Seite des dünneren Mediums *I* (Fig. 33 u. 35), dann zerstreut die brechende Fläche die ankommenden Strahlen.

Kommen die Strahlen statt von links nach rechts von rechts nach links, dann bleiben die in den Figuren angedeuteten Strahlenwege dieselben.

Diese Gesetze und Figuren geben zugleich die Regeln für die Abbildung durch eine sphärische Fläche an.

In den Figuren ist *A* als leuchtender Objektpunkt, *B* als dessen Bildpunkt dargestellt. Wäre *B* der strahlenaussendende Objektpunkt, dann wäre *A* der zugehörige Bildpunkt. Die Punkte *A* und *B* sind in bezug auf die brechende Fläche „zugeordnete" Punkte. Liegt der Objektpunkt im Brennpunkte *F*, so ist das Bild auf der Achse im Unendlichen, und zwar reell nach der Seite des Mediums *II*, virtuell auf der Seite des Mediums *I*. Zum Brennpunkte *F'* ist zugeordnet der reelle Bildpunkt im Unendlichen auf der Achse nach der Seite des Mediums *I*, virtuell der unendlich ferne Achsenpunkt im Medium *II*.

§ 10

Brechung und Abbildung durch zwei zentrierte sphärische Grenzflächen

Werden drei Medien *I, II, III* durch zwei zentrierte, d. h. solche sphärische Flächen begrenzt, deren Achsen auf derselben Geraden liegen, so existieren auch für dieses System unter der

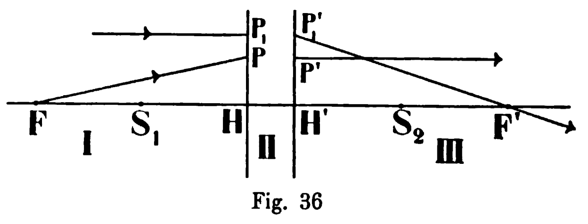


Fig. 36
Hauptpunkte und Hauptebenen, achsenparallele und aus dem ersten Brennpunkte kommende Strahlen

Voraussetzung einer nur geringen Neigung der Strahlen gegen die Achse zwei Brennpunkte *F* und *F'* (vgl. Fig. 36). Soll der Abstand $d = S_1 S_2$ der Scheitel der beiden sphärischen Flächen nicht vernachlässigt werden, so bedient man sich nach Gauß (1840)

zweier auf der Achse liegender Punkte H und H', welche „Hauptpunkte“ genannt werden, und der beiden durch diese Punkte gehenden, zur Achse senkrechten Ebenen, der „Hauptebenen“. Sei r_1 der Halbmesser der durch den Scheitel S_1 gehenden, r_2 der Halbmesser der durch den Scheitel S_2 gehenden sphärischen Fläche, wobei diese Radien als positive oder als negative in Rechnung zu setzen sind, je nachdem das Licht die konvexe oder konkave Seite der betreffenden Kugelfläche trifft, dann ist die Lage der beiden Hauptpunkte bestimmt durch den Abstand $HS_1 = \frac{\nu_I r_1 d(\nu_{III} - \nu_{II})}{N}$ und $H'S_2 = -\frac{\nu_{III} r_2 d(\nu_{II} - \nu_I)}{N}$, wobei

$$N = \nu_{II} r_1 (\nu_{III} - \nu_{II}) + \nu_{II} r_2 (\nu_{II} - \nu_I) - d(\nu_{II} - \nu_I)(\nu_{III} - \nu_{II}).$$ [1]

Die Lage der Brennpunkte F und F' ist bestimmt durch die Abstände: $f = HF = \frac{\nu_I \nu_{II} r_1 r_2}{N}$, $f' = H'F' = -\frac{\nu_{II} \nu_{III} r_1 r_2}{N}$. Zu jedem Punkte P der ersten Hauptebene ist ein Punkt P' der zweiten Hauptebene zugeordnet, welcher dem Punkte P senkrecht gegenüber liegt.

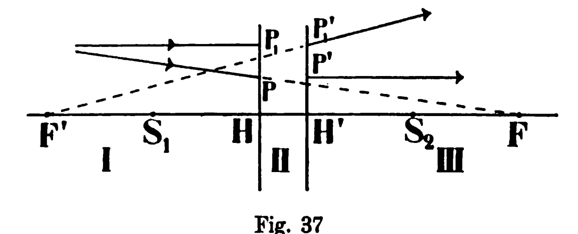


Fig. 37
Hauptpunkte und Hauptebenen, achsenparallele und nach dem ersten Brennpunkte gerichtete Strahlen

Trifft ein im Medium I von F ausgehender (Fig. 36) oder auf F hingerichteter (Fig. 37) Strahl die Hauptebene im Punkte P, dann geht er von P' aus im Medium III der Achse parallel.

Trifft ein im Medium I der Achse paralleler Strahl die Hauptebene H im Punkte P_1, so geht er von P_1' aus im Medium III zum Brennpunkte F' (Fig. 36) oder so, als ob er von F' käme (Fig. 37).

Diese beiden Sätze sind spezielle Fälle des folgenden Satzes.

Strahlen, welche zueinander parallel, aber zur Achse des Systems im Medium I geneigt verlaufen, treffen sich in der Brenn-

---

1) Vgl. Müller-Pouillet, Lehrbuch der Physik, 9. Aufl., S. 154.

ebene F' entweder direkt oder in ihrer rückwärtigen Verlängerung in einem und demselben Punkte.

Strahlen, welche im Medium I so gehen, daß sie von einem und demselben Punkte der Brennebene F ausgehen, oder in ihrer Verlängerung auf einen solchen hinweisen, gehen im Medium III der Achse parallel. Den zu einem parallelen Strahlenbüschel zugeordneten Punkt der Brennebene findet man durch Verfolgung desjenigen Strahles, welcher in dem parallelen Verlaufe des Büschels durch den betreffenden Brennpunkt gerichtet ist. Jedem Punkte P der Hauptebene H, welcher von einem Strahle des Mediums I getroffen wird, ist der ihm senkrecht gegenüberliegende Punkt P' der Hauptebene H' zugeordnet, indem der betreffende Strahl von P' aus im Medium III sich fortsetzt.

Ist $\nu_I = \nu_{III}$, dann wird $f = -f'$.

Ist das Medium II auf der Achse am dünnsten, dann bildet es eine Konkavlinse, ist es hier am dicksten, dann bildet es eine Konvexlinse (vgl. Fig. 39).

Ist $r_1 = -r_2$, dann heißt die Bikonvex- bzw. Bikonkavlinse gleichseitig. Bei einer gleichseitigen Bikonvexlinse aus Glas ist $\nu_{II} = 1{,}5$ (ca.), $HS_1 = H'S_2 = \frac{1}{3}d$ (ca.).

Sind x und y die Koordinaten eines Objektpunktes in bezug auf die Achse irgendeines zentrierten Systems, dessen erster Brennpunkt F der Anfangspunkt des Koordinatensystems ist, und sind $x'y'$ die Koordinaten des zugehörigen Bildpunktes in bezug auf dasselbe Koordinatensystem, bei welchem aber der zweite Brennpunkt F' der Koordinatenanfangspunkt ist, dann gelten für alle zentrierten Systeme der Abbildung die beiden Gleichungen:

$$x \cdot x' = f \cdot f'; \quad \frac{y'}{y} = \frac{f}{x} = \frac{x'}{f'}.$$

§ 11

Sphärische Aberration

1. Sphärische Aberration für konjugierte Achsenpunkte

Die zur Achse eines sphärischen Systems parallelen Strahlen vereinigen sich nur dann genau in einem einzigen Punkte der Achse, wenn sie der Achse unendlich nahe liegen. Hat die Linse eine endliche Ausdehnung, dann vereinigen sich die achsenparallelen Randstrahlen an einer anderen Stelle als die zentralen Strahlen (Fig. 38). Den Winkel $2u$, welchen zwei vom Brennpunkt aus nach

gegenüberliegenden Stellen des Linsenrandes gezogene Strahlen miteinander bilden, nennt man die Öffnung oder Apertur der Linse. Die „sphärische Längenabweichung", d. h. die Differenz $F_c - F_r$ der Vereinigungspunkte von Zentral- und Randstrahlen wächst mit der Apertur.

Wie die der Achse parallelen Strahlen, so vereinigen sich im allgemeinen auch alle von irgend einem auf der Achse liegenden Objektpunkte A ausgehenden Strahlen nach der Spiegelung oder Brechung an einem zentrierten sphärischen System nur annähernd in dem zu A konjugierten Achsenpunkte B. Die Aberration für die konjugierten Achsenpunkte ist bei allen Systemen außer bei den konvexkonkaven derart, daß der Bildpunkt der Randstrahlen näher bei der Linse liegt als der der Zentralstrahlen. Bei der konvexkonkaven Linse (Fig. 39d) liegt je nach dem Abstande von A bald der Bildpunkt der Zentralstrahlen, bald der der Randstrahlen näher bei der Linse. Zwischen diesen verschiedenen Lagen von A gibt es eine solche Lage von A, bei welcher sich alle Strahlen im gleichen Punkt schneiden. Dieser spezielle Objektpunkt und sein konjugierter Bildpunkt heißen „aplanatische Punkte".

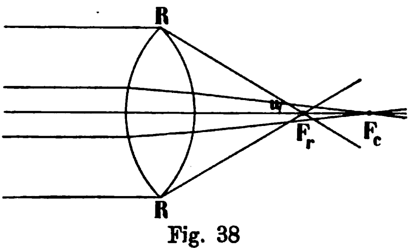


Fig. 38
Sphärische Längenabweichung

Die Öffnung wird bei gleichem Durchmesser der Linse um so geringer, je größer die Brennweite wird. Ersetzt man eine Linse von kurzer Brennweite durch eine Kombination von mehreren Linsen mit größerer Brennweite, so ist die Öffnung der vorderen Linse geringer als bei der Verwendung nur einer Linse, und aus dieser fallen die Strahlen auf die folgenden Linsen nur unter geringer Neigung gegen die Achse ein. Durch diese Kombination wird daher die Aberration auf der Achse vermindert.

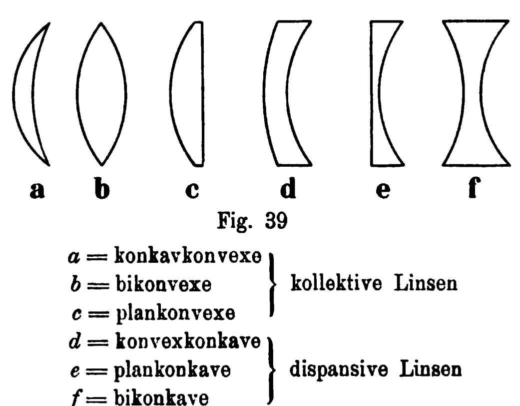


Fig. 39

a = konkavkonvexe, b = bikonvexe, c = plankonvexe } kollektive Linsen

d = konvexkonkave, e = plankonkave, f = bikonkave } dispansive Linsen

2. Sphärische seitliche Aberration eines zur Achse senkrechten kleinen Linien- oder Flächenelementes

Von einem zwar in der Achsennähe, aber nicht auf der Achse liegenden Punkte liefern diejenigen Strahlen, welche das Linsensystem in der Mitte passieren, ein Bild, dessen Abstand von der Achse einen anderen Wert hat, als der Abstand des von den Randstrahlen erzeugten Bildes. Die lineare Vergrößerung eines zur Achse senkrechten Linienelementes ist also abhängig von der Strahlenrichtung. Als „aplanatische“ Linsensysteme bezeichnete man früher solche, welche wenigstens von einem Punkt der Achse ausgehende Strahlenkegel von beliebig großem Öffnungswinkel in dem konjugierten Achsenpunkte zu „homozentrischer“ Vereinigung bringen, d. h. also solche Systeme, welche für ein, aber auch nur für ein Paar konjugierte Achsenpunkte frei sind von sphärischer Aberration. Dabei bleibt aber im allgemeinen noch die ungleiche Linearvergrößerung eines zur Achse senkrechten Linien- oder Flächenelementes, welches durch den aplanatischen Objektpunkt hindurchgeht, bestehen.

Ernst Abbe (Sohn eines Spinnmeisters, geb. 1840 in Eisenach, studierte in Jena und Göttingen, war 1870—1889 Professor für theoretische Physik und Astronomie in Jena; seit 1877 Teilhaber der optischen Werkstätte von Carl Zeiß, gründete 1884 mit Schott und Zeiß das „glastechnische Laboratorium Schott und Genossen“, 1891 die „Carl Zeiß-Stiftung“, welche sowohl Eigentümerin der optischen Werkstätte als des glastechnischen Laboratoriums wurde, und welcher er sein eigenes Vermögen überließ. Gestorben 14. Januar 1905. Abbes gesammelte Abhandlungen in drei Bänden erschienen 1904—1906 im Verlag von G. Fischer in Jena.) machte den Vorschlag, das Attribut „aplanatisch“ auf die Fähigkeit optischer Systeme zur Erzeugung deutlicher Bilder zu übertragen.[1]) Diese Forderung verlangt, daß neben der Aufhebung der sphärischen Aberration für ein Paar konjugierter Achsenpunkte noch übereinstimmende Vergrößerung durch alle Teile der freien Öffnung oder für alle Strahlenrichtungen in den Grenzen des Öffnungswinkels besteht.

Seien A und B (vgl. Fig. 40) zwei konjugierte Punkte eines Systems, und ist der Winkel $S_1 AR = u$, der Winkel $S_2 BR = u'$, so ist jene Bedingung dann und nur dann erfüllt, d. h. A und B sind nur dann aplanatische Punkte, wenn innerhalb des ganzen durch den Winkel $2u$ bestimmten Büschels der Sinus der Neigungs-

1) Über die Bedingungen des Aplanatismus. Ges. Werke Bd. 1, S. 213 u. ff.

winkel zweier konjugierter, von A ausgehender und nach B gerichteter Strahlen gegen die Achse ein konstantes Verhältnis besitzt, d. h. wenn $\frac{\sin u'}{\sin u}$ für jedes konjugierte Strahlenpaar zwischen AR und AS konstant bleibt.

Helmholtz[1]) hatte schon früher nachgewiesen, daß in diesem Falle die gesamte von A ausgehende und das System treffende Lichtmenge wieder in B zusammenkomme. Ist u' klein gegen u, wie es bei Mikroskopobjektiven der Fall ist, dann ist die in B vereinigte Lichtmenge proportional mit der „numerischen Apertur“ $\frac{\nu_I}{\nu_{III}} \sin u = \frac{p}{f}$, wobei p der Halbmesser des Büschelquerschnittes in der hinteren Brennebene ist (Abbe 1873). Da der Bildraum III in der Regel mit Luft erfüllt ist, so ist $\nu_{III} = 1$.

Jedes System besitzt streng genommen nur zwei „aplanatische Punkte“ A und B. Befindet sich ein kleines Flächenelement mit seinem Mittelpunkte in dem einen aplanatischen Achsenpunkte, so liefert dasselbe in dem anderen auch bei großer Öffnung ein deutliches Bild. Vom Abstande der Punkte A und B von der Linse hängt die Vergrößerung ab. Für verschiedene Vergrößerungen bedarf man also verschiedener aplanatischer Systeme.

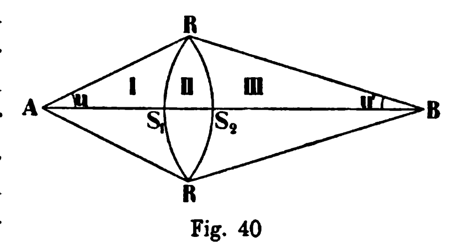


Fig. 40

Das Objektivsystem soll für eine gewisse, nur wenig veränderliche Lage des Objektes eine scharfe Abbildung liefern und möglichst lichtstark sein. Diese Bedingung erfüllen die aplanatischen Systeme.[2]) Beim Okular dagegen soll ein großes Gesichtsfeld bei kleiner Öffnung erreicht werden.

Es sei h der Radius einer Linsenöffnung, f deren Brennweite, dann heißt $h:f$ die „relative Öffnung“ der Linse. Sei ν der Brechungsquotient, $\sigma = r_1 : r_2$ das Verhältnis der beiden Krümmungsradien, wenn bei einer Bikonvexlinse r_1 positiv, r_2 negativ gesetzt wird, und es sei B_r der Bildpunkt der Randstrahlen, B_c der Bildpunkt der Zentralstrahlen eines sehr weit entfernten Objekt-

---

1) Über die Grenzen der Leistungsfähigkeit des Mikroskops. Pogg. Ann. 1874, S. 566.

2) Als Projektionssysteme für Gesteinsschliffe eignen sich vorzüglich die von der Firma Zeiß als Planar und Tessar bezeichneten Systeme.

punktes A auf der Linsenachse, und $\varepsilon = B_r B_c$ sei die longitudinale Aberration; annähernd ist dann — die „longitudinale Aberration erster Ordnung“ —

$$\varepsilon = -\frac{h^2\{2 - 2\nu^2 + \nu^3 + \sigma(\nu + 2\nu^2 - 2\nu^3) + \sigma^2\nu^3\}}{f \cdot 2\nu(\nu - 1)^2(1 - \sigma)^2} \quad ^{1)}$$

Ist ε positiv, so spricht man von „sphärischer Überkorrektion“, von „sphärischer Unterkorrektion“, wenn ε negativ ist. Ist ζ der Radius eines Kreises, welchen die Randstrahlen des weit entfernten, auf der Achse gelegenen Objektpunktes auf einem durch B_c (Bildpunkt der Zentralstrahlen) gehenden Schirm bilden, so heißt ζ die „laterale sphärische Aberration“.

Sind h und f gegeben, so haben ε und ζ einen minimalen Wert, wenn $\sigma = -\frac{4 + \nu - 2\nu^2}{\nu(1 + 2\nu)}$.

Nachstehende Tabelle gibt für verschiedene Werte von $\sigma = r_1 : r_2$ und ν die zugehörigen Werte ε und ζ; f ist konstant gleich 1 m, $h = 10$ cm angenommen.

$f = 1$ m, $h = 10$ cm

Gestalt der Linse	$\nu = 1{,}5$			$\nu = 2$		
	σ	$-\varepsilon$	ζ	σ	$-\varepsilon$	ζ
Ebene Vorderfläche .	∞	4,5 cm	4,5 mm	∞	2 cm	2 mm
Gleichseitig	-1	1,67 „	1,67 „	-1	1 „	1 „
Ebene Hinterfläche .	0	1,17 „	1,17 „	0	0,5 „	0,5 „
Günstigste Form . .	$-{}^1/_6$	1,07 „	1,07 „	$+{}^1/_5$	0,44 „	0,44 „

Diese Tabelle läßt erkennen, daß bei der Abbildung eines weit entfernten Punktes die Longitudinal- und die Lateralaberration mit wachsendem ν abnehmen, und daß das günstigste Radienverhältnis vor der plankonvexen Linse, welche ihre konvexe Seite nach dem entfernten Objekte richtet (ebene Hinterfläche), keinen großen Vorteil besitzt. Die plankonvexe Linse wird deshalb wegen ihrer leichteren Herstellbarkeit meistens verwendet.

Die sphärische Aberration wächst mit der Divergenz $2u$ der Randstrahlen. Bei der Abbildung naher Objektpunkte kann man nach Amici mit Hilfe der aplanatischen Punkte die Divergenz der aus einer Linse austretenden Strahlen streng aberrationsfrei verkleinern, also auch ein von sphärischer Aberration freies virtuelles Bild er-

1) Nach Drude, Lehrbuch der Optik, S. 51.

zeugen. Sei (Fig. 41) r_1 der Radius der „Frontlinse" 1, welche in diesem Falle ihre ebene Fläche dem Objekte zukehren muß; der Objektpunkt A liege eingebettet in einem Medium, dessen Brechungsquotient ν_1 derselbe sei wie der der Frontlinse, und es sei der Abstand AC (wenn C das Zentrum der konvexen Linsenfläche ist) gleich $r_1 : \nu_1$, so liegt nach Weierstraß in B_1, im Abstande $\nu_1 r_1$ von C ein aberrationsfreies virtuelles Bild von A. Liegt der Krümmungsmittelpunkt der Vorderfläche der konkav-konvexen Linse 2 in B_1, und liegt der Punkt B_2 im Abstande $\nu_2 r_2$ vom Krümmungsmittelpunkt der hinteren Fläche von 2, deren Radius r_2 so bemessen ist, daß B_1 ein aplanatischer Punkt der Kugel r_2 (mit Rücksicht auf den Brechungsquotienten ν_2 der Linse 2) ist, dann ist auch B_2 ein aberrationsfreies virtuelles Bild von A. Man kann also den Objektpunkt durch virtuelle Bildpunkte ersetzen, welche weit von der Frontlinse entfernt liegen; die Divergenz u der von dem virtuellen Bildpunkte ausgehenden Randstrahlen wird dann entsprechend geringer und damit auch die Aberration der reellen Abbildung.

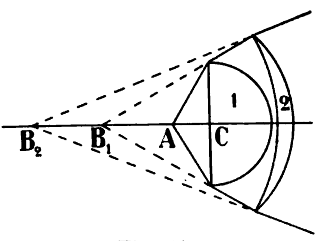


Fig. 41
Linsenkombination ohne sphärische Aberration nach Amici

3. Astigmatismus. Die aplanatischen Systeme liefern genaue Strahlenvereinigung auf der Achse und für ein kleines Feld in unmittelbarer Nähe der Achse. Die vom Achsenpunkte A ausgehenden Strahlen (vgl. Fig. 42) liefern also bei genügender Einengung durch die Blende J ein scharfes Bild bei B. Der Punkt A', welcher der senkrecht zur Achse im Punkt A errichteten Objektebene angehört, gibt auch bei sehr enger Einschnürung des von ihm ausgehenden Strahlenbündels kein scharfes Bild im Punkte B', welcher in der zur genannten Objektebene konjugierten, zur Achse senkrechten Bildebene liegt. In diesem allgemeineren Falle sind die Beziehungen zwischen Objekt und Bild viel weniger einfach.

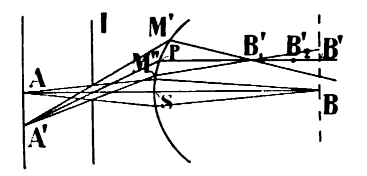


Fig. 42
Astigmatische Abbildung nach Abbe

Die Strahlen eines von einem leuchtenden Punkte ausgehenden Bündels stehen stets senkrecht zu einer Fläche, die als „Orthogonalfläche" bezeichnet wird. Ein System von Strahlen, welches einmal senkrecht zu einer Fläche, der Orthogonalfläche, ist, hat auch nach

beliebig vielen Reflexionen und Brechungen wieder eine Orthogonalfläche (Satz von Malus 1808).

Denken wir durch ein enges Strahlenbündel eine Ebene so gelegt, daß der Hauptstrahl des Bündels in dieser Ebene liegt. Diese Ebene schneidet dann die Orthogonalfläche in einer Kurve. Wird die Ebene um den Hauptstrahl um 360° gedreht, so wechselt diese Kurve stetig ihren Krümmungsradius; die beiden Kurven mit größtem und kleinstem Krümmungsradius stehen aufeinander senkrecht. Sei $M'M''$ (Fig. 43) die Kurve mit dem größten Radius PB_2' und $N'N''$ die Kurve mit dem kleinsten Radius PB_1'; die dem Hauptstrahl, welcher die Orthogonalfläche bei P schneidet, nächst benachbarten Strahlen, welche diese Fläche in N' und in N'' schneiden, haben mit dem Hauptstrahl einen gemeinsamen Schnittpunkt

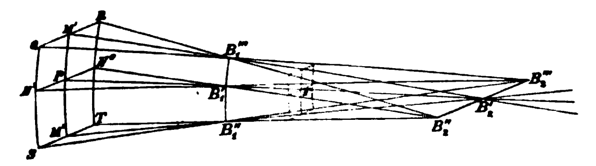


Fig. 43
Astigmatische Abbildung nach Czapski

in B_1', die durch M' und M'' gehenden benachbarten Strahlen haben mit dem Hauptstrahl einen gemeinsamen Schnittpunkt in B_2'. Die übrigen, dem Hauptstrahle benachbarten Strahlen schneiden diesen überhaupt nicht. Fassen wir jetzt etwa den Strahl $M'B_1'''$ als Hauptstrahl eines unendlich nahe dem vorigen benachbarten Bündels auf, dann hat dieser die beiden Schnittpunkte B_1''' und B_2'; zu $N'B_1'$ als Hauptstrahl gehören die Schnittpunkte B_1' und B_2''' usw. Die Gesamtheit der Strahlen eines unendlich dünnen optischen Büschels schneidet sich also im allgemeinen in zwei Brennlinien $B_1'''B_1'B_1''$ und $B_2'''B_2'B_2''$; die beiden Punkte B_1' und B_2' werden als erster und zweiter Brennpunkt des Hauptstrahles bezeichnet. Die zugehörigen Brennlinien stehen zueinander und zum Hauptstrahl senkrecht.

Die vom Hauptstrahl und der Achse des zentrierten (katoptrischen oder dioptrischen) Systems gebildete Ebene ist die Einfallsebene.

Ist das spiegelnde oder brechende System ein zentriertes sphärisches, dann liegt die eine Brennlinie in der Einfallsebene, die andere senkrecht zur Einfallsebene.

Die Abbildung eines Punktes durch zwei Brennlinien heißt „Astigmatismus". Die astigmatische Differenz, d. h. der Abstand der beiden Brennlinien wächst mit dem Abstande des Punktes A' von der Achse (Fig. 42).

Systeme, bei welchen die astigmatische Differenz vermindert oder aufgehoben wird, heißen „Anastigmate".

4. Bildwölbung. Mit dem Astigmatismus hängt unmittelbar zusammen, daß die in der (zur Achse) senkrechten Ebene AA' gelegenen Objektpunkte Bilder liefern, welche nicht einer zur Achse senkrechten Ebene angehören. Astigmatismus und Bildwölbung lassen sich nicht wie die unter 1. und 2. besprochenen Aberrationen durch eine Linse, auch nicht durch mehrere Linsen von derselben Glassorte aufheben. „Anastigmatische Bildebnung" wird jedoch erreicht mit Hilfe der Schottschen Gläser. Man verwendet dabei eine Glassorte mit niedrigem Brechungsquotienten und hoher Dispersion und eine andere mit hohem Brechungsquotienten und niedriger Dispersion. Der Anastigmat besteht aus zwei Systemen: bei dem einen hat die Sammellinse, beim andern die Zerstreuungslinse den höheren Brechungsquotienten. Die einzelnen Linsen sind miteinander verkittet.

5. Verzerrung des Bildes wird die Erscheinung genannt, wenn das Verhältnis des Abstandes irgend zweier Bildpunkte BB'

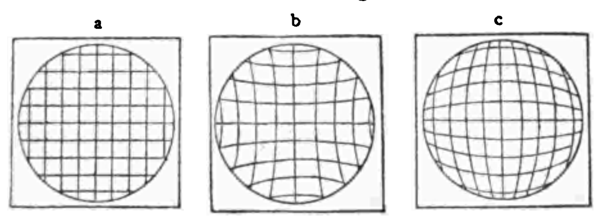


Fig. 44
Bildverzerrung nach Czapski

zu dem Abstande der entsprechenden Objektpunkte AA' nicht für alle Stellen des Bildes das gleiche ist. Wenn die Vergrößerung im ganzen Sehfeld konstant ist, dann erscheint ein quadratisches Netz auch im Bild als ein solches (Fig. 44a). Wächst die Vergrößerung nach dem Rande zu, so erscheint das Bild wie Fig. 44b, nimmt die Vergrößerung nach dem Rande ab, dann erscheint das Bild wie Fig. 44c. Die Bedingung für eine geometrisch ähnliche Abbildung (d. h. für eine Abbildung ohne Verzerrung) besteht darin, daß $\frac{\operatorname{tg} u}{\operatorname{tg} u'}$,

(Fig. 40) für alle von A aus auf das System fallenden Strahlen konstant ist. Eine diese Bedingung erfüllende Abbildung heißt „orthoskopisch".

6. „Koma". Wenn ein System nicht vollständig korrigiert ist, so schneiden sich die der Achse parallelen Strahlen nicht an der gleichen Stelle. Die in der Nähe der Achse des Systems verlaufenden Strahlen vereinigen sich in dem auf der Achse liegenden Brennpunkte, die Randstrahlen aber symmetrisch um die Achse herum. Die zur Achse geneigten Strahlen (vgl. Fig. 45) treffen nach dem Durchgang durch eine Blendenöffnung die Linse zum Teil in der Nähe des Randes, zum Teil in der Nähe des Scheitels. Die Schnittpunkte der ersteren liegen dann einseitig zur Achse, während wir annehmen, daß die Schnittpunkte der letzteren infolge der Korrektur des Systems in einem Punkte der Brennebene liegen. Dieser einseitige Fehler wird „Koma" genannt.

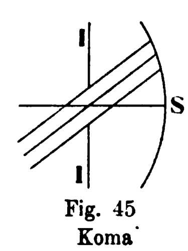


Fig. 45
Koma

Objektivsysteme, bei welchen zwei gleiche Systeme symmetrisch zu einer Blende J angebracht sind, werden „symmetrische Doppelobjektive" genannt (Fig. 46). Sie wurden zuerst von Steinheil 1866 eingeführt und als Aplanat bezeichnet. Diese haben den Vorteil, daß bei ihnen sowohl die Verzerrung als auch der Komafehler beseitigt ist. Die „Anastigmatsätze" sind solche symmetrische Doppelobjektive, deren beide Systeme jedes für sich wieder aus vier miteinander verkitteten Linsen besteht, also anastigmatische Bildebnung erzeugt.

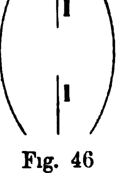


Fig. 46
Symmetrisches Doppelobjektiv

§ 12

Ein- und Austrittspupille eines optischen Systems

Das ein optisches System durchsetzende Strahlenbüschel wird entweder durch die Linsenränder oder durch besondere Blenden „Iris" J begrenzt (Fig. 47). Konstruiert man von den Blenden J oder den Linsenrändern diejenigen Bilder J_1, welche von den zwischen dem Objekt A und den betreffenden Linsen- oder Irisrändern liegenden Teile des Linsensystems gebildet werden, so bestimmt dasjenige Bild J_1', welches von A aus unter dem kleinsten Winkel u erscheint, die Grenzen des wirksamen Strahlenbüschels. Der Winkel $2u'$, unter welchem von A aus die

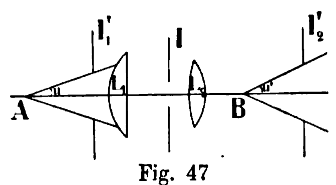


Fig. 47

Ränder dieses Bildes J_1' erscheinen, heißt der „Öffnungswinkel“ des Systems. Das maßgebende Bild J_1' heißt die „Eintrittspupille“ des Systems. Das Bild J_2', welches das ganze optische System von dem Bilde J_1' erzeugt, heißt die „Austrittspupille“ des Systems.

Soll das Bild dem Objekte ähnlich sein, so müssen die Mittelpunkte der Eintritts- und der Austrittspupille zwei orthoskopische Punkte sein.

Liegen die Mittelpunkte der Pupillen auf der Achse eines optischen Systems, so heißen die von einem beliebigen Objektpunkte nach der Mitte der Eintrittspupille gehenden Strahlen „Hauptstrahlen des Objektstrahlenbündels“ und die von der Mitte der Austrittspupille nach dem Bildpunkte gehenden Strahlen „Hauptstrahlen des Bildstrahlenbündels“. Liegt eine Iris im hinteren Brennpunkte des vorderen Teiles des Systems, so liegt die Eintrittspupille im Unendlichen. Der Strahlengang heißt dann „telezentrisch“ nach der Objektseite. Alle Hauptstrahlen des Objektraumes gehen dann der Achse parallel. Die Bildgröße ist dann unabhängig von einer genauen Einstellung auf das Objekt. Dieser Strahlengang findet deshalb bei Mikroskopen Verwendung, welche mit einem Mikrometer versehen sind. Ist die Iris so angeordnet, daß die Austrittspupille im Unendlichen liegt, so gehen alle Hauptstrahlen des Bildraumes parallel der Achse (Fig. 48). Hier ist also eine ungenaue Einstellung des Bildes durch das Okular ohne Wirkung auf die Bildgröße. Der Strahlengang heißt dann telezentrisch nach der Bildseite. Er findet Verwendung bei Fernrohren, welche mit einem Okularmikrometer versehen sind.

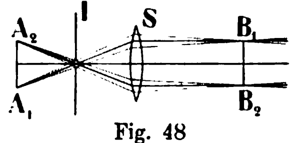


Fig. 48
Telezentrisch nach der Bildseite

Liegen Eintrittspupille und Austrittspupille gleichzeitig im Unendlichen, so heißt das System „teleskopisch“.

§ 13

Totale Reflexion und deren Verwendung zur Bestimmung von Brechungsquotienten

Fällt ein Lichtstrahl auf die Grenzfläche GG' zweier Medien, in welchen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes v_{I} bzw. v_{II} ist, und $v_{I} > v_{II}$, so wird er dem Einfallslote NN' zugebrochen, wenn er aus dem Medium I nach II übertritt (Fig. 49), dagegen von dem Einfallslote weggebrochen, wenn er von II nach I über-

tritt. Im letzteren Falle gibt es einen Winkel i_0, den „Grenzwinkel der totalen Reflexion“, bei welchem der gebrochene Strahl mit dem Lote den Winkel $r = 90^0$ bildet (vgl. Fig. 50). Wird der Einfallswinkel i noch größer als i_0, dann kann kein Anteil des Strahles mehr nach I austreten, sondern das ganze Licht wird nach II reflektiert. Der „total reflektierte“ Strahl erscheint deshalb heller als der „teilweise reflektierte“ Strahl. Läßt man etwa im Quadranten $G'PN'$ durch eine Mattscheibe aus Glas oder Papier „diffus“ gemachtes Licht auf die Grenzfläche fallen, welches diese also unter allen möglichen Einfallswinkeln zwischen den von P nach dem Rande der Scheibe gezogenen Richtungen trifft, dann trifft ein Teil dieser Strahlen den Punkt P unter einem kleineren Inzidenzwinkel als i_0, ein anderer Teil unter einem größeren Winkel; die ersteren werden teilweise,

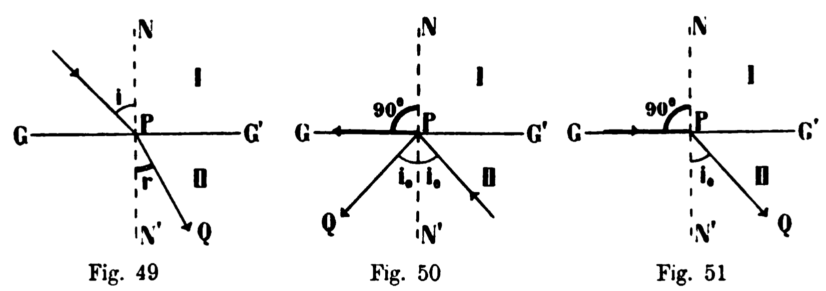


Fig. 49
Brechung eines Lichtstrahles an der Grenze zweier Medien

Fig. 50
Grenzwinkel der totalen Reflexion

Fig. 51
Streifende Inzidenz

die letzteren total reflektiert. Der unter dem Grenzwinkel i_0 reflektierte Strahl PQ scheidet deshalb den heller erleuchteten Raum GPQ von dem weniger hellen Raum QPN'. Beleuchtet man nicht vom Medium II, sondern vom Quadranten NPG des dünneren Mediums I aus (Fig. 51), dann kann in den Raum $G'PQ$ überhaupt kein Licht gebrochen werden, sondern nur in den Raum QPN'; ersterer erscheint also dunkel, letzterer hell; der „Grenzstrahl“ PQ bildet wieder mit dem Lote den Winkel i_0; die letztere, schärfere Methode der Sichtbarmachung des Grenzstrahles heißt „streifende Inzidenz“.

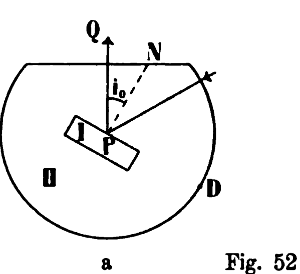
Für beide Anordnungen gilt die Beziehung:

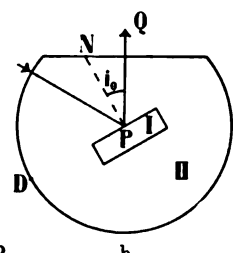
$$\sin i_0 = \frac{\sin i_0}{\sin 90_0} = \frac{v_{II}}{v_I} = \frac{\frac{1}{\nu_{II}}}{\frac{1}{\nu_I}} = \frac{\nu_I}{\nu_{II}},$$

$$\text{also: } \nu_I = \nu_{II} \sin i_0, \quad \text{oder } \nu_{II} = \frac{\nu_I}{\sin i_0},$$

wobei ν_{I} und ν_{II} die Brechungsquotienten der Medien *I* und *II* gegen den leeren Raum oder, was davon nur unwesentlich abweicht, gegen Luft sind. Ist also einer der beiden Brechungsquotienten und der Winkel i_0 bekannt, so kann der andere berechnet werden.

Nach der Methode von Fr. Kohlrausch[1]) taucht man das Medium *I* in Form einer Platte mit einer gut polierten Fläche in das Medium *II*, eine Flüssigkeit, deren Brechungsquotient ν_{II} höher sein muß als der der Platte *I*.





a Fig. 52 b
Totalreflektometer nach Fr. Kohlrausch

Das die Flüssigkeit enthaltende Glasgefäß (vgl. Fig. 52 und die in Fig. 53 und 54 abgebildeten Totalreflektometer) hat kreisförmigen Querschnitt, dessen zylindrische Wand jedoch an einer Stelle durch eine ebene Fläche ersetzt wird. Mit der Achse des Zylinders fällt die Achse eines Teilkreises zusammen, um welche die Platte drehbar ist. Beleuchtet man etwa zuerst diffus von rechts her (Fig. 52a) und dreht die Platte, bis der Grenzstrahl *PQ* senkrecht zur ebenen Fläche austritt, und beleuchtet nachher von links her in der gleichen Weise (Fig. 52b) und dreht wieder, bis der Grenzstrahl *PQ* senkrecht aus derselben Fläche austritt, dann wurde die Platte um den Winkel $2 i_0$ gedreht. Diese Drehung wird am Teilkreise abgelesen. Ist der



Fig. 53
Totalreflektometer nach Fr. Kohlrausch (Fueß)

1) Ann. d. Phys. 1878; 4, 1.

Brechungsquotient ν_{II} der Flüssigkeit bekannt, so ergibt sich hieraus auch der Quotient ν_{I} der Platte. Statt in der angedeuteten Weise kann man auch in beiden Fällen von D aus beleuchten und beobachtet dann in beiden Stellungen die Erscheinung der streifenden Inzidenz.

Die von Wollaston (1802) angegebene Methode wurde von Th. Liebisch (Professor der Mineralogie in Greifswald, Königsberg, Göttingen, jetzt in Berlin) 1882 namentlich für die Bestim-



Fig. 54
Totalreflektometer nach Fr. Kohlrausch (Fueß)

mung der Brechungsquotienten von Kristallen verbessert[1]) (vgl. das auf ein Goniometer aufsetzbare Totalreflektometer Fig. 55, ferner Fig. 56).

An die Seite b eines Glasprismas $a\,b\,c$ (Fig. 56, in Fig. 55 mit P bezeichnet) mit hohem Brechungsquotienten, wie sie die Jenaer Glaswerke liefern, wird eine zu untersuchende Platte I (in

---

1) Vgl. Th. Liebisch, Physik. Kristallogr. S. 412.

Fig. 55 mit k bezeichnet) angelegt. Durch die Fläche a gelange diffuses Licht auf die Fläche b. Der reflektierte Grenzstrahl PQ bilde

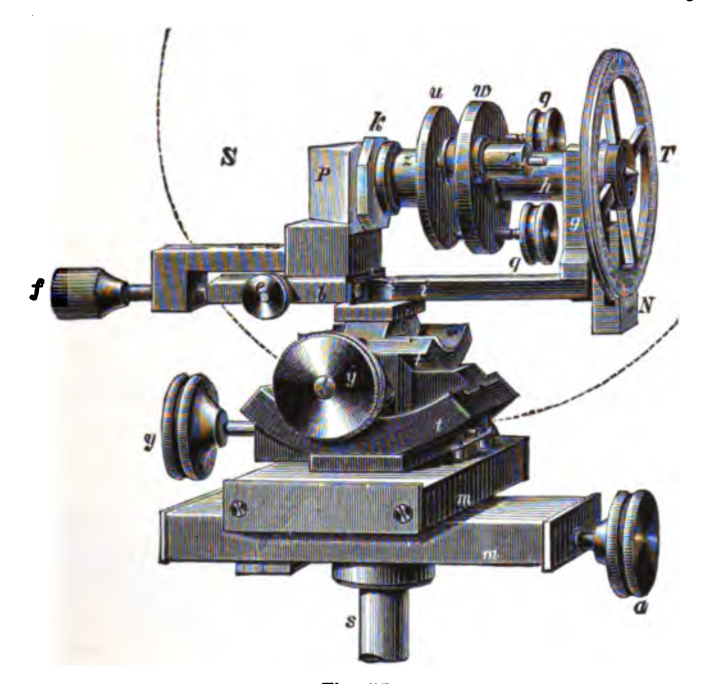


Fig. 55
Totalreflektometer nach Liebisch (Fueß)

mit dem Lote auf die Fläche b den Winkel i_0, mit dem Lote auf c den Winkel β, beim Austritt aus der Fläche c mit dem Lote QN den Winkel α. Ist der $\sphericalangle\, c:b = A$, dann ist der Brechungsquotient der Platte $\nu_{\mathrm{I}} = \nu_{\mathrm{II}} \cdot \sin i_0$, $i_0 = A \pm \beta$, $\sin\beta = \dfrac{\sin\alpha}{\nu_{\mathrm{II}}}$.

Das Vorzeichen + gilt für den Fall, daß der Strahl QR zwischen der Kante A und dem Lote QN austritt, das Vorzeichen —, wenn das Lot QN, wie in Fig. 56, zwischen A und QR liegt.

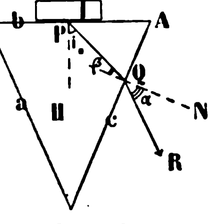


Fig. 56
Totalreflektometer nach Liebisch

ν_{II}, der Brechungsquotient des Glases, kann nach der Prismenmethode bestimmt werden.

Statt durch die Fläche a kann auch wieder die Platte I von der linken Seite aus direkt diffus beleuchtet werden, dann erhält man die Erscheinung der streifenden Inzidenz.

Statt die Platte *I* direkt an die Fläche *b* anzulegen, ist es vorteilhafter, einen Tropfen einer Flüssigkeit zwischenzuschalten, deren Brechungsquotient höher ist als der des Glases. Aus der Rechnung fällt diese Zwischenschaltung völlig heraus.



Fig. 57
Kristallrefraktometer nach C. Klein (Fueß)

An Stelle des dreiseitigen Prismas wählten C. Pulfrich[1]) 1887 einen Glaszylinder, E. Bertrand[2]) 1885 und E. Abbe[3]) 1889 eine Halbkugel aus Glas, auf deren ebene Fläche die Platte gelegt wird. Die Kugel hat den Vorteil, daß der aus derselben austretende Grenzstrahl keine Ablenkung erfährt. Fig. 57 zeigt ein derartiges „Kristallrefraktometer", und zwar nach den Angaben von C. Klein, welches gleichzeitig auch als Mikroskop verwendet werden kann.

1) Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1887; **7**.
2) Bull. d. l. soc. franç. d. min. 1885; **8**; auch **9**, **10**.
3) Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1889; **9**, 360.

Annähernde Bestimmung des Brechungsquotienten nach der Einbettungsmethode

a) Befindet sich ein fester Körper in einer Flüssigkeit von genau gleicher Brechung und Absorption, so wird er unsichtbar. Hat der Körper etwa linsenförmige Form und den Brechungsquotienten ν_I, und befindet er sich in einer Flüssigkeit, deren Brechungsquotient ν_{II} ist, dann werden die den Rand treffenden Strahlen eines parallelen Bündels abgelenkt, und zwar konvergent (Fig. 58a), wenn $\nu_I > \nu_{II}$, divergent (Fig. 58b), wenn $\nu_I < \nu_{II}$.

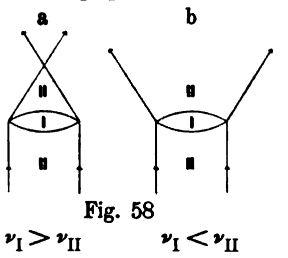


Fig. 58
$\nu_I > \nu_{II}$ $\nu_I < \nu_{II}$

Auf alle Fälle erscheint der Rand dunkel, und zwar um so mehr, je größer der Unterschied von ν_I und ν_{II} ist. Taucht man denselben Körper nacheinander in verschiedene Flüssigkeiten, so steht sein Brechungsquotient dem Quotienten derjenigen Flüssigkeit am nächsten, bei welcher der Rand am wenigsten verdunkelt wird. Erfolgt die Beleuchtung nach dem Vorschlage von Schroeder v. d. Kolk einseitig, etwa von rechts unten nach links oben (durch Abblenden der entgegengesetzt gerichteten Strahlen), so erscheint der Strahlengang in beiden Figuren entsprechend gedreht; es kommen dann bei Figur *a* Strahlen vom linken, bei Figur *b* vom rechten Rande des Objektes her ins Gesichtsfeld. Je nachdem also bei Abblendung der links einfallenden Strahlen der linke oder der rechte (im Mikroskop umgekehrt erscheinende) Rand des Objektes aufgehellt wird, ist der Brechungsquotient des Objektes größer oder kleiner als der der Flüssigkeit. Flüssigkeiten, welche zu diesem Zwecke Verwendung finden, sind:

	ν_{II}		ν_{II}
Wasser	1,333	Nelkenöl	1,54
Äthyläther	1,36	Anisöl	1,56
Amylalkohol . . .	1,40	Bromoform	1,59
Chloroform	1,45	Anilin	1,60
Tetrachlorkohlenstoff	1,466	Schwefelkohlenstoff .	1,63
Olivenöl	1,47	α-Monochlornaphtalin	1,64
Rizinusöl	1,49	α-Monobromnaphtalin	1,66
Benzol	1,50	Jodmethylen . . .	1,76
Zedernöl	1,52		

Als Lichtquelle verwendet man am besten Na-Licht.[1])

1) Ausführliche Angaben über diese Methode gibt J. L. C. Schroeder van der Kolk in seinen „Tabellen zur mikroskopischen Bestimmung der Mineralien nach ihrem Brechungsindex“, Wiesbaden (Kreidel) 1900.

Ähnlich wie der soeben beschriebene Rand der seitlichen Umgrenzung eines Körpers verhalten sich auch die Ränder der kleinen Erhöhungen und Vertiefungen der Oberfläche. Gesteinsschliffe werden in der Regel in Kanadabalsam eingebettet. Die Mineralien eines Schliffes haben dann ein um so kräftigeres Relief und zeigen eine um so rauhere (chagrinöse) Oberfläche, je mehr sich deren Brechungsquotient im positiven oder im negativen Sinne von 1,54, dem Brechungsquotienten des Balsams, unterscheidet.

b) Stoßen zwei Medien eines Dünnschliffes nahezu in der Sehrichtung des Mikroskops aneinander, so tritt folgendes ein[1]):

Etwa die Strahlen 1 bis 6 (Fig. 59) werden an der vertikalen Grenze GG' der beiden Medien, von welchen das rechte einen etwas höheren Brechungsquotienten besitzen mag, dem Einfallslot etwas zu-, also von der Grenze GG' etwas weggebrochen. Ist etwa 9 der Grenzstrahl der totalen Reflexion, dann werden die Strahlen 7 bis 9 total reflektiert und erscheinen heller. Bei symmetrisch einfallendem Licht findet also auf der Oberseite des Schliffes Konzentration des Lichtes am Rande des stärker brechenden Mediums statt. Stellt man jedoch das Mikroskop auf die Unterseite des Schliffes ein, dann ist die helle Umrandung auf der Seite des schwächer brechenden Mediums. Hebt man den Tubus des Mikroskops, so wandert der helle Lichtschein nach der Seite des stärker brechenden, senkt man ihn, so wandert er nach der Seite des schwächer brechenden Mediums. Liegt ein einzelnes Mineralkorn in Kanadabalsam, dessen Brechungsquotient von dem des Balsams verschieden ist, so kann man nach dieser von Becke empfohlenen Methode erkennen, ob der Brechungsquotient des Minerals oder der des Balsams größer ist.

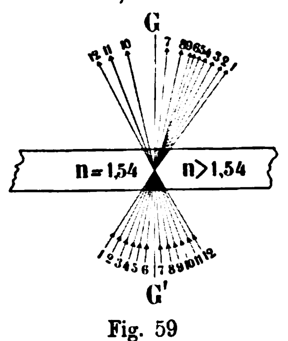


Fig. 59
Lichtschein an der Grenze zweier ungleich stark brechender Medien nach Fr. Becke

Die helle Zone, welche bei stark eingeengtem Beleuchtungskegel an der Grenze zwischen einem stärker brechenden Medium mit dem Brechungsquotienten ν_2 und einem schwächer brechenden Medium mit dem Quotienten ν_1 auftritt, hat C. Viola benutzt, um nach zwei verschiedenen Methoden den Brechungsquotienten von Mineralien eines Dünnschliffes annähernd zu bestimmen.

1) Vgl. F. Becke, Sitzungsber. d. Ak. d. Wiss. Wien 1893; **102**, **I**, 358.

1. Man stelle das Mikroskop zunächst auf die Oberfläche des Minerals ein und senke dann das Objektiv, bis der helle Lichtstreifen weder im stärker, noch im schwächer brechenden Medium sichtbar ist. Hat man hierbei das Objektiv um den an der Mikrometerschraube ablesbaren Betrag d_1 gesenkt, so ist $\nu_2 d_1 = d$, wenn d die Dicke des Minerals ist. Kennt man also ν_2, so kann man d berechnen; kennt man dagegen d, so kann man ν_2 berechnen. Befindet sich im gleichen Schliff ein Mineral, dessen Quotienten ν_1 man kennt, so benutzt man dieses zur Ermittelung von d des Schliffes, und den so gefundenen Wert von d verwendet man dann zur Ermittelung von ν_2 eines unbekannten Minerals.[1])

2. Sei $2D$ der Durchmesser einer am Mikroskop angebrachten Irisblende; durch Veränderung von D läßt sich erreichen, daß (bei etwas gehobenem Tubus) der helle Lichtstreifen noch eben sichtbar ist, bzw. eben verschwindet. Für diesen Fall ist $\nu_2 = kD^2 + \nu_1$ oder $\nu_2 - \nu_1 = kD^2$, d. h. der Unterschied der Brechungsquotienten zweier in einem Dünnschliffe aneinanderstoßender Mineralien verhält sich wie das Quadrat der Öffnung der Irisblende, wenn der helle Streifen sich noch eben abhebt. Man bestimme also zunächst D für die Grenze zwischen Kanadabalsam, dessen $\nu_1 = 1{,}54$, und einem Mineral, dessen ν_2 bekannt ist, dann erhält man nach der vorigen Gleichung die Konstante k. Dann verwende man den so gefundenen Wert k zur Bestimmung von ν_2 eines anderen Minerals, dessen ν_2 man nicht kennt.[2])

Voraussetzung für beide Methoden ist, daß die Grenzfläche der beiden Medien eine zur Oberfläche annähernd senkrechte Ebene ist.[3])

§ 14

Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes

Der Brechungsquotient gibt die relative Geschwindigkeit des Lichtes innerhalb zweier verschiedener Medien an; auch die absolute Geschwindigkeit wurde auf verschiedene Weise ermittelt.

Olaf Römer fand (1675), daß die Zeit zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Verfinsterungen eines Jupitermondes wechselt; nähert sich die Erde infolge ihrer Bewegung um die Sonne dem Jupiter, so ist die Zwischenzeit kürzer, entfernt sich die Erde vom Jupiter, so ist die Zwischenzeit länger. Treten während eines Jahres n Verfinsterungen ein, so ergibt sich für diese ein Jahres-

1) Mineral.-petrogr. Mitt. 1895; **14**, 554. 2) Ebenda 1896; **16**, 150.

3) Ausführlichere Anleitungen zur Verwendung der Einbettungsmethoden geben die Lehrbücher für Petrographie.

mittelwert jenes Intervalles. Beginnt man die Beobachtung mit dem Augenblicke, in welchem die Erde dem Jupiter am nächsten steht, und addiert die einzelnen Differenzen zwischen den tatsächlich während des nächsten halben Jahres beobachteten Intervallen und dem gefundenen Mittelwerte für das ganze Jahr, so gibt die Summe dieser Differenzen diejenige Zeit an, welche das Licht gebraucht, um den Durchmesser der Erdbahn zu durchlaufen. Dieser Durchmesser ist $2973 \cdot 10^5$ km, die Summe der Differenzen ungefähr 1000 Sekunden; daraus folgt für die Lichtgeschwindigkeit $v = 2{,}967 \cdot 10^{10}$ cm/sec.

Eine andere Methode zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit im Weltraum wurde von Bradley (1727) zuerst angewendet. Sie beruht auf der sog. Aberration der Fixsterne; er berechnete aus seinen Beobachtungen $v = 2{,}982 \cdot 10^{10}$ cm/sec.

Die Lichtgeschwindigkeit auf kürzere Entfernungen im lufterfüllten Raume wurde zuerst von Fizeau (1849) bestimmt. Ein Lichtstrahl bewegte sich von einem Beobachtungsort aus nach einem 8,5 km entfernten Spiegel, von welchem er reflektiert wurde, und denselben Weg zurückkam. Unterwegs mußte er den Rand eines gezahnten rotierenden Rades durchsetzen. Braucht das Licht von diesem Rade aus bis zum Spiegel hin und wieder zurück soviel Zeit wie die Aufeinanderfolge zweier Zahnlücken, so kann es durch die eine Lücke zum Spiegel hin-, durch die andere Lücke zum Beobachter zurückgelangen. Ist die Geschwindigkeit des Rades größer und etwa so, daß das Licht zu jenem Hin- und Hergang soviel Zeit gebraucht, wie die Aufeinanderfolge von einem Zahn und einer Lücke, dann kann der Beobachter keinen zurückkehrenden Strahl beobachten; entweder stieß der Strahl auf dem Hin- oder auf dem Herwege auf einen Zahn. Da der Abstand zwischen Zahnrad und Spiegel direkt meßbar, und die Aufeinanderfolge von Zahn und Lücke aus der Umdrehungsgeschwindigkeit und der Anzahl der Zähne bestimmbar ist, so läßt sich durch Division von Länge durch Zeit die Geschwindigkeit berechnen. Fizeau fand $v = 3{,}13 \cdot 10^{10}$ cm/sec.

Spätere Beobachter fanden nach derselben Methode $v = 2{,}9995 \cdot 10^{10}$ bis $3{,}013 \cdot 10^{10}$.

Die genaueste Methode der Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit für kurze Entfernungen ist die von Foucault (1865) mit Hilfe der Ablenkung des Lichtes durch einen rotierenden Spiegel. Foucault fand $v = 2{,}9985$ cm/sec. Neuere nach dieser Methode ausgeführte Beobachtungen ergaben $v = 2{,}9989 \cdot 10^{10}$ cm/sec.

§ 15

Bestimmung der Wellenlänge

Es wurde bereits S. 26 eine Methode zur Ermittelung der Wellenlänge angedeutet. Genauere Resultate liefern die Interferenzerscheinungen der Beugungsgitter.

Während Fresnel die durch Beugung auf einem Schirm erzeugten Interferenzstreifen mit der Lupe beobachtete, brachte Fraunhofer (Joseph, geb. 6. März 1787 zu Straubing in Bayern, trat 1799 bei einem Spiegelmacher und Glasschleifer in die Lehre, wurde 1807 Gehilfe und 1809 Teilhaber des mathem.-mechan. Instituts von Reichenbach und Utzschneider, 1823 Mitglied der Münchener Akademie und Professor sowie Konservator des physikalischen Kabinetts der Akademie; gest. 7. Juni 1826) die beugende Öffnung vor das Objektiv des Fernrohres und beobachtete mit letzterem eine weit entfernte Lichtquelle. Besitzt ein undurchsichtiger Schirm nur eine schmale rechteckige Öffnung, welche aus großer Entfernung beleuchtet wird, so verhält sich jedes einzelne Ätherteilchen wie ein selbstleuchtender Körper, wobei alle Teilchen die gleiche Phase haben. Von dem ganzen Spalt geht deshalb nach jeder Richtung ein Bündel paralleler Strahlen. Wird in den Gang der Lichtstrahlen eine Sammellinse (Objektiv eines Fernrohres) eingeschaltet, so vereinigen sich in dessen Brennpunkte alle Strahlen, welche parallel zur Achse des Fernrohres und senkrecht zur Spaltöffnung gerichtet sind. F wird also ein heller Punkt sein (Fig. 60).

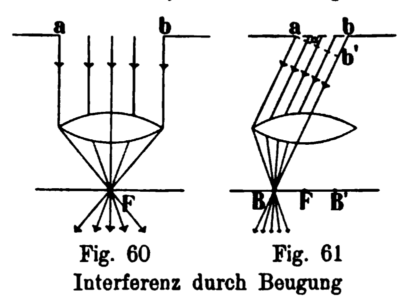


Fig. 60 Fig. 61
Interferenz durch Beugung

Parallele Strahlen (Fig. 61), welche schief zur Achse auf die Linse fallen, vereinigen sich in einem Punkte B der Brennebene, dessen Abstand vom Brennpunkte F von der Neigung des Bündels gegen die Achse abhängt. Der „Lichtweg" aB ist gleich dem Lichtwege $b'B$, d. h. das Licht gebraucht von a nach B ebensoviel Zeit, wie von b' nach B. Der Strahl b hat also einen um die Strecke bb' größeren Lichtweg. Ist $bb' = \lambda$, so ist zu jedem Strahl der rechten Hälfte des Bündels ein solcher der linken Hälfte vorhanden, welcher einen um $\frac{\lambda}{2}$ kürzeren Lichtweg hat. Vereinigen sich alle Strahlen des Bündels in B, so heben sich beide Hälften durch Interferenz auf. Dasselbe ist der Fall, wenn die Neigung des parallelen Strahlen-

bündels so groß ist, daß $bb' = 2\lambda$ usw. Es entstehen also sowohl rechts wie links von F in der Brennebene dunkle Stellen, welche durch helle unterbrochen sind. Ist die Spaltbreite $ab = s$ und der Winkel $bab' = \alpha$, so ist $\frac{bb'}{s} = \sin\alpha$, also $bb' = s \cdot \sin\alpha$. Ist $s \cdot \sin\alpha = \lambda$ oder gleich 2λ usw., so ist an der Vereinigungsstelle des betreffenden Strahlenbündels ein Minimum von Helligkeit; ist $s \cdot \sin\alpha = \frac{\lambda}{2}$ oder gleich $\frac{3}{2}\lambda$ usw., so ist an der betreffenden Stelle ein Maximum an Helligkeit. Ein Minimum besteht also für Strahlen, deren Neigung gegen die Achse so ist, daß $\sin\alpha = \frac{2n}{2}\frac{\lambda}{s}$, und ein Maximum, wenn $\sin\alpha = \frac{2n+1}{2}\frac{\lambda}{s}$, wobei n irgendeine ganze Zahl bedeutet.

Befinden sich in einem Schirm mehrere gleiche Spalten mit dem gleichen Abstande d (etwa von Mitte zu Mitte der Spalten gemessen), so bleiben die dunklen Stellen, welche von jeder einzelnen Öffnung herrühren, als solche bestehen, aber es hebt sich ein Teil der Strahlen einer Öffnung gegen Teile der Strahlen einer anderen Öffnung durch Interferenz auf. Es schalten sich deshalb mit jeder neuen Öffnung neue Minima ein, während die Maxima an derselben Stelle bleiben. Die letzteren werden deshalb mit der Anzahl der Öffnungen immer schärfer, die Zwischenräume immer dunkler.

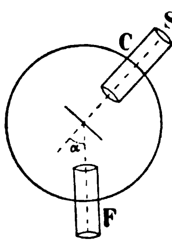


Fig. 62
Bestimmung der Wellenlänge mit Hilfe des Beugungsgitters

Befindet sich das „Gitter" (Fig. 62) vertikal auf der Achse eines horizontalen Teilkreises in fester senkrechter Verbindung zum Kollimatorrohr C, in dessen Brennebene eine leuchtende Flamme angebracht ist, dann ist α der Winkel zwischen dem Kollimatorrohr C und dem Beobachtungsrohr F. Besitzt das Kollimatorrohr bei S einen feinen vertikalen Spalt, welcher mit monochromatischem Lichte (Licht von einer einzigen Wellenlänge λ) beleuchtet wird, so beobachtet man durch F, wenn beide Rohre auf Unendlich eingestellt sind, ein System von hellen Linien, welche um so schärfer werden, je größer die Anzahl von Öffnungen pro Längeneinheit wird. Ist die Anzahl der Gitteröffnungen pro Längeneinheit m, so ist $d = \frac{1}{m}$ der Spaltenabstand oder die Gitterkonstante. Helle Linien erscheinen für solche Winkel α, für welche $\sin\alpha = \pm\frac{n\lambda}{d}$, wobei $n = 0, 1, 2, 3$ usw., daher ist $\lambda = d \sin\alpha_1 = \frac{d}{2} \sin\alpha_2$ usw.

Die Gitter bilden ein System von feinen parallelen Linien auf einer ebenen Fläche und können sowohl im durchgehenden als im reflektierten Lichte benutzt werden. Rowland ersetzte die ebene Fläche durch die Innenseite eines zylindrischen Konkavspiegels; die Linien gehen der Zylinderachse parallel, und die Interferenzbilder entstehen in der Brennebene des Spiegels.

Sind die Abstände der Bausteine eines homogenen Körpers nicht mehr hinreichend klein im Vergleich zur Wellenlänge des durch das Medium gehenden Strahles, sondern annähernd gleich oder etwas größer als diese, so hört die geradlinige Fortpflanzung des Strahles innerhalb dieses Mediums auf[1]) und es treten Beugungserscheinungen auf. Für die sichtbaren Strahlen ist dies bei den Beugungsgittern der Fall. Strahlen, deren Wellenlängen zu den Molekularabständen der Kristalle in einem ähnlichen Verhältnisse stehen wie die Wellenlängen der sichtbaren Strahlen zu den Abständen der Gitterlinien, müssen also beim Durchgang durch eine dünne Kristallschicht oder bei der Reflexion an einer solchen ähnliche Beugungsbilder liefern; jedoch sind diese dem Auge nicht direkt wahrnehmbar, können aber durch chemische Mittel (Photographie) sichtbar gemacht werden.

Liegen in einem Medium eine große Anzahl unregelmäßig begrenzter kleiner Teilchen eines anderen Mediums, dessen Brechungsquotient von dem des ersten Mediums verschieden ist, so wird das durch das erste Medium hindurchgehende Licht durch Brechung und Reflexion an den unregelmäßig orientierten Grenzflächen nach allen möglichen Richtungen abgelenkt; es heißt dann „diffuses“ oder „zerstreutes“ Licht; das Medium heißt „durchscheinend“ oder auch „trüb“.

Sind die Teilchen klein gegen die Wellenlänge des Lichtes, und ist deren Brechungsquotient nicht sehr verschieden von dem der Umgebung, dann geht die einfallende Welle im wesentlichen ungestört durch das Medium hindurch; außerdem aber ist dann jedes Teilchen der Ausgangspunkt sekundärer Wellen (gebeugten Lichtes), indem es Erreger von allseitig sich ausbreitendem diffusem Lichte wird. Nach Lord Rayleigh (1871 und 1881) ist die Amplitude des an sehr kleinen Teilchen zerstreuten Lichtes dem Quadrate der Wellenlänge umgekehrt proportional. Durch sehr viele Teilchen zerstreutes Licht muß also reich an ultravioletten und blauen Strahlen sein (vgl. S. 61), während das direkt durchgehende Licht

1) Vgl. erster Teil, S. 3.

in diesem Falle reicher an roten und gelben Strahlen wird. Auf diese Weise wird die blaue Farbe des Himmels und die rotgelbe Farbe der untergehenden Sonne erklärt.

Je enger die Beugungsöffnung wird, um so breiter wird das helle Beugungsbild; wird der Durchmesser der Öffnung kleiner als λ, so verschwinden die Minima, und es tritt diffuse Lichtausbreitung ein.

§ 16

Dispersion

1. Zerlegung des weißen Lichtes

Newton zeigte 1669, daß das weiße Sonnenlicht durch ein Prisma in sehr viele Strahlenarten, in ein Spektrum, zerlegt wird, welche in unserem Auge den Eindruck der verschiedenen Farben hervorrufen, und daß durch deren Vereinigung wieder weißes Licht entsteht.

Die Wellenlängen der mit dem Auge wahrnehmbaren Strahlen betragen ungefähr 400 bis 800 $\mu\mu$, d. h. zwischen $4 \cdot 10^{-5}$ und $8 \cdot 10^{-5}$ cm ($1\,\mu = 0{,}001$ mm; $1\,\mu\mu = 0{,}001\,\mu$). Wird das menschliche Auge vor längeren Wellen geschützt, so soll es auch noch Wellenlängen von 300 $\mu\mu$ wahrnehmen können. Die kleineren Wellenlängen empfinden wir als violett, die großen als rot, die mittleren als gelb und blau. Diese Farben sind durch Übergänge vermittelt.

Fresnel bestimmte für die einzelnen Farben nachstehende Wellenlängen und Schwingungszahlen.

Tabelle der Wellenlängen λ (ausgedrückt in $\mu\mu = 10^{-7}$ cm und der Schwingungszahlen n pro Sekunde (ausgedrückt in Billionen $= 10^{12}$) nach Fresnel

Farben	λ	n	Farben	λ	n
Äußerstes Violett . .	406	764	Grün-Gelb	532	583
Violett	423	735	Gelb	551	563
Violett-Indigo . . .	439	707	Gelb-Orange	571	543
Indigo	449	691	Orange	583	532
Indigo-Blau . . .	459	676	Orange-Rot	596	520
Blau	475	653	Rot	620	500
Blau-Grün	492	630	Äußerstes Rot	645	481
Grün	511	607			

Die neueren Bestimmungen geben für die im äußersten Rot liegende Fraunhofersche Linie A den Wert $\lambda = 760\ \mu\mu$ und für die im äußersten Violett liegende Linie H den Wert $\lambda = 393\ \mu\mu$.

Das Sonnenspektrum enthält außer den sichtbaren Strahlen aber noch solche von geringerer Wellenlänge, ultraviolette, und solche von größerer Wellenlänge, ultrarote. Die ultravioletten Strahlen können durch ihre Fluoreszenzwirkung und durch ihre chemische, wozu in erster Linie ihre photographische Wirkung gehört, nachgewiesen werden.

Die ultraroten Strahlen wurden von Herschel (1800) durch das Thermometer, von Melloni durch die Thermosäule und von Langley durch das Bolometer nachgewiesen. (Das Bolometer beruht auf der Veränderung der elektrischen Leitungsfähigkeit eines Drahtes, welche mit der Wheatstoneschen Brücke gemessen wird.) Dieser Nachweis beruht also auf der „kalorischen", d. h. der Wärmewirkung der ultraroten Strahlen. Auf besonders präparierte Platten wirken dieselben Strahlen aber auch photographisch und Phosphoreszenz erregend. Die kalorische Nachweisbarkeit der Strahlen erstreckt sich aus dem Ultraroten noch bis ins sichtbare Spektrum, hört aber innerhalb desselben auf.[1])

Da die verschieden gefärbten Strahlen im Prisma verschiedene Ablenkung erfahren, so haben sie verschiedene Brechungsquotienten, also auch verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in der Prismensubstanz. Wir haben vorhin gesehen, daß sie sich auch durch eine Verschiedenheit der Wellenlänge unterscheiden. Während im luftleeren Raum alle Strahlen von beliebiger Wellenlänge sich mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen, wird die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in einem mit wägbarer Materie erfüllten Raume von der Wellenlänge abhängig.

2. Dispersionsformeln

Cauchy (Augustin Louis, geb. 21. August 1789 zu Paris, zuerst Professor der Mathematik an der école polytechn., ging nach der Julirevolution 1830 mit Charles X. ins Ausland, lebte dann in Prag, war 1848—1852 Professor der Astronomie in Paris, mußte 1852 die Professur niederlegen, weil er als Legitimist Napoleon III. den Eid verweigerte, gest. 23. Mai 1857 zu Paris) kam 1836 auf Grund theoretischer Untersuchungen zu dem Resultate, daß der Brechungsquotient ν einer Substanz, bezogen auf den leeren Raum, durch die Reihe $\nu = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \dots$ ausgedrückt werden könne.

1) Über die Ursachen der Begrenzung des Spektralbereichs siehe später unter „Absorption" des Lichtes.

Die Konstanten C, D usw. nehmen rasch ab, so daß man sich für gewöhnlich mit der abgekürzten Cauchyschen Formel $\nu = A + \frac{B}{\lambda^2}$ begnügt. A ist der Brechungsquotient für unendlich lange Wellen, also ν_∞. Hat man ν für zwei verschiedene λ ermittelt, so kann man A und B, also auch ν für jeden beliebigen Wert von λ berechnen. Da die theoretischen Vorstellungen von Cauchy sich nicht aufrechthalten lassen, so wurden von anderen Autoren andere Formeln abgeleitet. E. Ketteler (zuerst Professor der Physik in Bonn, später in Münster, gest. 8. Dezember 1900) leitete aus seiner elastisch-optischen Theorie[1]) eine Dispersionsformel ab, welche den Beobachtungen weit besser entspricht, und zeigte später, daß die von Helmholtz auf Grundlage der elektromagnetischen Lichttheorie entwickelte Theorie der Dispersion zu genau derselben Schlußfolgerung führt wie seine (die Kettelersche) Theorie. Da diese Formel die Absorption berücksichtigt, so ist sie erst an einer späteren Stelle angegeben.

3. Apparat zur Erzeugung einfarbigen Lichtes

Die zur Erzeugung und Isolierung möglichst einfarbigen, d. h. Lichtes von einer bestimmten Wellenlänge, dienenden Spektralapparate werden „Monochromatoren" genannt. Fig. 63a stellt einen von C. Leiß[2]) beschriebenen Spektralapparat dar. Das auf einen „Eintrittsspalt" E auffallende Licht gelangt auf eine achromatische Linse und dann als paralleles Strahlenbündel auf das dispergierende Prisma. Bei diesem Monochromator ist ein Prisma eigener Form (von Pellin und Broca[3]) (in Fig. 63b mit P bezeichnet) verwendet, bei welchem der zur Einfallsrichtung senkrecht aus dem Prisma austretende Strahl stets im Minimum der Ablenkung durch das Prisma gegangen ist. Bei Drehung des Prismas kommen nacheinander die verschiedenen Farben in die Lage der senkrechten Ablenkung, und die betreffende Wellenlänge kann an einer mit der Drehvorrichtung verbundenen Trommel direkt abgelesen werden. Durch das Gehäuse P in Fig. 63a wird das Prisma geschützt. Das vor dem Austrittsspalt A einschlagbare Mikroskop M dient zur Kontrolle der Einstellung sowie zur Beobachtung der Spaltweite. In dem Rohre h

---

1) „Theoretische Optik, gegründet auf das Bessel-Sellmeiersche Prinzip" 1885.

2) Mitteilung aus der mechanisch-optischen Werkstätte von R. Fueß in Steglitz bei Berlin. Ztschr. f. Instrumentenkunde 1909; **29**, 68ff.

3) Ztschr. f. Instrk. 1907; **27**, 274.

ist eine Linse verschiebbar. In einer durch eine Marke *I* angedeuteten Stellung der Linse tritt ein paralleles Lichtbündel aus, welches verwendet wird, wenn der Monochromator mit einem Polarisationsapparat, einem Achsenwinkelapparat oder einem Mikroskop verbunden wird. Soll der Monochromator als Spektralapparat für

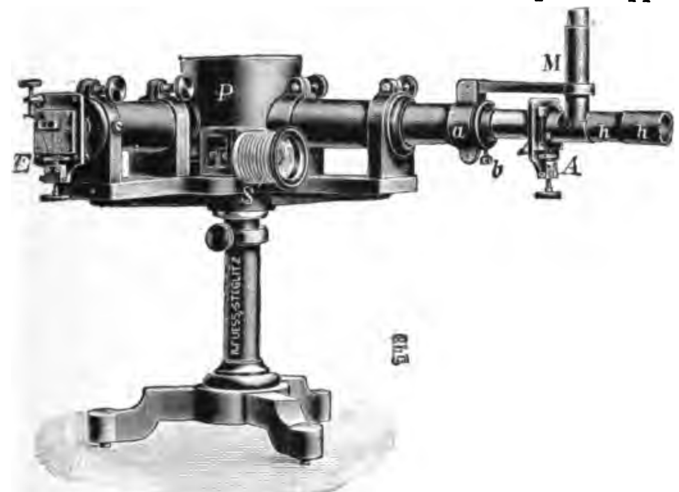


Fig. 63a
Monochromator nach C. Leiß (Fueß)

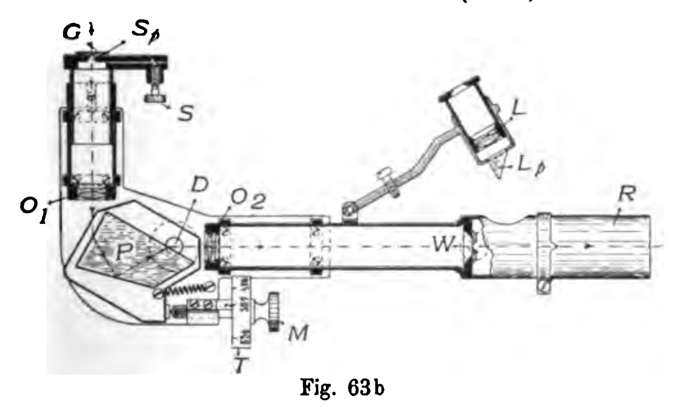


Fig. 63b

direkte Beobachtung verwendet werden, so kommt die Linse in eine Stellung *II* und die Beobachtung geschieht mit Hilfe eines Ramsdenschen Okulars (vgl. S. 75) mit Fadenkreuz.

4. Arten des Spektrums

Alle festen Körper, welche bis zur Weißglut erhitzt sind, geben ein sog. kontinuierliches Spektrum, d. h. ein solches, in

welchem alle Wellenlängen vertreten sind. Ähnlich verhalten sich auch bis zum Glühen erhitzte Flüssigkeiten. Gase und Dämpfe dagegen geben in der Regel ein diskontinuierliches Spektrum, und zwar hat jedes Element ein besonders charakteristisches Spektrum. Diese Gesetze wurden von Kirchhoff und Bunsen entdeckt.[1]) Wird ein fester Körper von schwarzer Farbe erhitzt, so sendet er mit steigender Temperatur zuerst rotes, dann gelbes usw., zuletzt weißes Licht, d. h. alle Farben, aus. Draper glaubte (1847), daß diese Regel nicht nur für schwarze, sondern für alle Farben gelte, aber dies hat sich nicht bestätigt.

Die Intensität J der einzelnen Wellenlängen des kontinuierlichen Spektrums ist verschieden. Das „Strahlungsgesetz des schwarzen Körpers", d. h. die Gleichung für die Intensität J der Strahlung eines schwarzen Körpers für irgendeine Wellenlänge λ und für eine absolute Temperatur T lautet nach M. Planck[2]) (Professor der Physik, Universität Berlin) $J_\lambda = c_1 \dfrac{\lambda^{-5}}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1}$; F. Paschen (Professor der Physik in Tübingen, früher in Hannover) setzte[3]) $c_2 = 14498$, wenn die Einheit, nach welcher die Wellenlänge gemessen wird, 1 μ ist.

Kirchhoff zeigte[4]), daß für jede Substanz bei gegebener Temperatur das Emissionsvermögen proportional sei dem Absorptionsvermögen für die gleiche Wellenlänge, und daß der Proportionalitätsfaktor das Emissionsvermögen eines schwarzen Körpers von gleicher Temperatur für die betreffende Wellenlänge sei. Absorbiert also ein Körper von einer Strahlung von beliebiger Wellenlänge den Betrag α, und emittiert der absolut schwarze Körper von derselben Wellenlänge den Betrag i_s, so ist $i = \alpha\, i_s$ das Emissionsvermögen des nicht schwarzen Körpers für die gleiche Wellenlänge bei der gleichen Temperatur. Da α ein echter Bruch, so hat der schwarze Körper für alle Wellenlängen das stärkste Emissionsvermögen, jedoch scheinen bei sehr hohen Temperaturen die Unterschiede nicht sehr groß zu sein.

Der schwarze Körper emittiert bei allen Temperaturen alle Wellenlängen, aber mit verschiedener Intensität. Für alle Körper beginnt das Sichtbarwerden im dunklen Raum bei ca. 400°.

---

1) Ann. d. Phys. 1860; **110**, 160 und 1861; **113**, 337.
2) Verhandl. d. D. phys. Ges. 1900; **2**, 202 und 227.
3) Ann. d. Phys. 1901; **4**, 277 ff.
4) Ebenda 1860; **109**, 148 und 275.

Bringen wir einen Körper durch Erhitzen in die Form eines leuchtenden Dampfes, so gibt er ein diskontinuierliches Spektrum. Je nachdem die leuchtenden Stellen des Spektrums isolierte Linien oder breitere Streifen bilden, nennen wir dasselbe ein Linien- oder ein Bandenspektrum. Plücker und Hittorf unterschieden diese bereits 1865 als Spektren erster und zweiter Ordnung. Die Anzahl der Spektrallinien ist bei manchen Elementen sehr groß; so besitzt das Eisenspektrum ungefähr 5000 Linien. Bei den Schwingungen der Akustik ist meist mit dem Grundton eine Anzahl von Obertönen verbunden; und man dachte anfangs, daß die verschiedenen Linien des Spektrums ebenfalls in dem Verhältnisse zueinander ständen wie die Obertöne zum Grundtone; dies hat sich jedoch nicht bestätigt. Für die Linien des Wasserstoffs stellte Balmer (1885) die Gleichung auf: $\lambda = A\frac{n^2}{n^2-4}$, wobei n die Reihe der natürlichen Zahlen und $A = 3646$. W. Kayser (Professor der Physik in Bonn) und C. Runge (Professor der Physik in Göttingen) fanden, daß man in der Regel nicht eine, sondern mehrere Reihen, Serien, von Linien bei den Spektren der Elemente unterscheiden und für jede eine besondere Formel aufstellen müsse. Sie fanden, daß jede Serie durch eine Gleichung von der Form:

$$\lambda^{-1} = A + Bn^{-2} + Cn^{-4}$$

dargestellt werden könne, während Rydberg die Formel

$$\lambda^{-1} = A + Bm^{-2} + Cm^{-3} + \ldots$$

aufstellte, wobei A, B, C Konstanten darstellen, welche für jede Serie eines Elementes ermittelt werden müssen; für n, bzw. m, ist die Reihe der ganzen Zahlen, mit $n = 3$, bzw. $m = 1$ in den Hauptserien und $m = 2$ in den Nebenserien, beginnend, einzusetzen. Bei den Alkalien enthalten je zwei Serien, deren entsprechende Linien sehr nahe nebeneinander liegen, die stärksten Linien des Elementes. Dieses Serienpaar oder, was dasselbe ist, die Serie von diesen Paaren wird als „Hauptserie“ bezeichnet. Die Alkalien besitzen außerdem noch vier „Nebenserien“. Für die Nebenserien ist A identisch. Ähnlich wie die Alkalien verhalten sich Cu und Ag. Dagegen haben Mg, Ca, Sr, Zn, Cd, Hg je sechs Serien, welche in zwei Serientriplets zerfallen, für welche wieder A gemeinsam ist, welche also den Charakter von Nebenserien haben. Bei Al, In, Tl sind je vier Serien zu unterscheiden, welche zwei Doubletserien, ebenfalls vom Charakter der Nebenserien geben. Kayser hält es für möglich, daß die Elemente mit einer ungeraden Zahl von Valenzen Doublets, die mit einer geraden Zahl von Valenzen Triplets besitzen.

Die hellen Linien finden wie die Monochromatoren Verwendung als Quellen für einfarbiges, monochromatisches, Licht. Der Lithiumdampf gibt eine helle rote Linie mit der Wellenlänge $\lambda = 670,6\ \mu\mu$, das Natrium zwei sehr dicht nebeneinander liegende gelbe Linien mit $\lambda_1 = 589,6$ und $\lambda_2 = 589,0\ \mu\mu$, das Thallium eine grüne Linie mit $\lambda = 534,9\ \mu\mu$. Außer den drei genannten Metalldämpfen findet auch häufig das Wasserstoffspektrum Verwendung; man erhält dasselbe bei der elektrischen Entladung innerhalb einer mit Wasserstoff (H) gefüllten Geißlerschen Röhre. Das H-Spektrum besitzt eine rote Linie H_α mit $\lambda = 656,6\ \mu\mu$, und zwei blaue H_β und H_γ mit $\lambda = 486,4$ und $\lambda = 434,3\ \mu\mu$. Die drei Wasserstofflinien und die genannten Linien der Metalldämpfe verteilen sich ziemlich gleichmäßig über das sichtbare Spektrum.

Bandenspektra liefern alle Verbindungen, aber bei niedriger Temperatur auch Elemente, welche bei höherer Temperatur ein Linienspektrum geben; Bandenspektren gehen also wohl von zusammengesetzten Teilen aus. Geht das Bandenspektrum bei höherer Temperatur in ein Linienspektrum über, so deutet dies auf einen Zerfall des Komplexes. Lockyer ist der Ansicht, daß die Zerfallsprodukte verschiedener Elemente vielfach identisch seien und schließt daraus auf die Existenz von Elementen höherer Ordnung.

Bei den Bandenspektren ist an einem Ende eines Bandes eine größere Helligkeit vorhanden, die bald nach der Seite der größeren, bald nach der Seite der kleineren Wellenlängen abnimmt. Bei stärkerer Dispersion erkennt man, daß die Banden sich in eine große Zahl einzelner Linien auflösen, und daß an der hellsten Stelle die Linien am dichtesten nebeneinander liegen. Eine Anzahl von Banden bilden gewöhnlich wieder eine zusammengehörige Gruppe, wobei die erste Bande die hellsten Streifen besitzt; und schließlich besteht das ganze Spektrum aus einer Anzahl solcher Gruppen.

Nach der mechanischen Wärmetheorie und der kinetischen Gastheorie kann man die Entstehung der verschiedenartigen Spektren in folgender Weise erklären. Zwischen den verschiedenen Atomen eines Moleküls oder, wenn wir das Atom selbst als einen Komplex von Elementen höherer Ordnung, von Uratomen, auffassen, auch zwischen den Uratomen eines Atomes bestehen bestimmte Kräfte, welche gewisse Schwingungen des umgebenden Äthers mehr, andere weniger begünstigen. Die mehr begünstigten werden als „Eigenschwingungen" bezeichnet. Infolge der Wärmebewegung stoßen die einzelnen Atome oder Moleküle gegeneinander, und es werden

hierdurch Ätherschwingungen erregt, und zwar im Momente des Zusammenstoßes Schwingungen von allen möglichen Wellenlängen. Die Mehrzahl dieser Schwingungen klingt aber sehr rasch ab, während die Eigenschwingungen länger anhalten. Bei festen und flüssigen Körpern (und bei Dämpfen mit komplizierterem Bau) treten nun solche Stöße viel häufiger nacheinander auf als bei Gasen, zumal von höherer Temperatur. Bei den letzteren überwiegen deshalb die Eigenschwingungen, und die den Zusammenstößen unmittelbar folgenden Schwingungen von anderer Wellenlänge bewirken nur eine sehr matte Aufhellung des ganzen Spektrums zwischen den leuchtenden Linien. Das Bandenspektrum nimmt eine Zwischenstellung zwischen dem Linien- und dem kontinuierlichen Spektrum ein und wird auf die kompliziertere Form des Moleküls zurückgeführt.

Daß die einzelnen Serien des Linienspektrums nicht nur infolge einer willkürlich gewählten Formel zusammengehörige Linien umfassen, folgt aus der Gleichheit des Verhaltens der Linien einer und derselben Serie gegenüber äußeren Einflüssen, und aus der Verschiedenheit des Verhaltens der Linien verschiedener Serien, wie es namentlich im magnetischen Felde nachgewiesen wurde. Kayser schließt daraus auf eine Dissoziation des Elementes, d. h. er nimmt an, daß jede Serie durch ein bestimmtes Teilchen eines Elementes erregt werde.

Bei Zunahme der Dichte ändern sich manche Spektrallinien, sie verlieren ihre Schärfe und werden breiter. Die Linien des Wasserstoffes können auf diese Weise so verbreitert werden, daß sie sich gegenseitig berühren, also ein kontinuierliches Spektrum geben.

Während man früher vergeblich einfache Beziehungen zwischen den Wellenlängen der verschiedenen Spektrallinien eines Elementes suchte, welche den Obertönen der Akustik entsprechen sollten, sprach Stoney (1891) die Ansicht aus, die Verteilung der Linien sei auf die Bewegungen des Atoms zurückzuführen, deren Bahn und Größe nicht konstant sei. Die Dissoziationstheorie setzt an die Stelle des Atoms dessen Bestandteile.

§ 17

Interferenzfarben

Fällt homogenes Licht senkrecht auf eine dünne, planparallele Platte, so hängt der Gangunterschied der an der vorderen und an der hinteren Fläche reflektierten Strahlen von der Plattendicke und

der Lichtgeschwindigkeit in der Platte ab. Nehmen wir an, die Platte sei ein von zwei parallelen ebenen Flächen begrenzter leerer, oder auch mit Luft erfüllter Raum, dann ist LQR der Unterschied der beiden Lichtwege, und dieser ist für annähernd senkrecht auffallende Strahlen gleich der (doppelten) Luftdicke $2\,d_l$ (vgl. S. 33); dazu kommt aber noch die Phasenänderung bei der Reflexion. Von den beiden in der gleichen Richtung RT fortschreitenden Strahlen (Fig. 64) hat der eine den um $2\,d_l$ weiteren Weg zurückgelegt und eine Reflexion innerhalb des dünneren Mediums II erlitten, der andere nur die Reflexion innerhalb des dichteren Mediums I. Bei der Beobachtung des durchgehenden Lichtes SU hat der eine Strahl keine Reflexion, der andere einen um $2\,d_l$ längeren Weg und eine Reflexion innerhalb des dünneren Mediums II. Der gesamte Gangunterschied der beiden miteinander interferierenden Strahlen sei Γ.

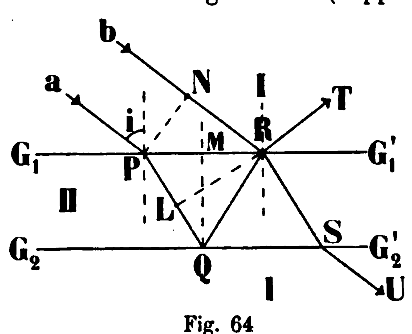


Fig. 64
Interferenz durch Reflexion und Brechung an zwei parallelen ebenen Grenzflächen

Sei die Wellenlänge eines Strahles im Violetten $\lambda_v = 400\,\mu\mu$ und die Wellenlänge eines im äußersten Rot liegenden Strahles $\lambda_r = 800\,\mu\mu$.

Ist $\Gamma = 200\,\mu\mu = \frac{1}{2}\lambda_v$, dann ist der violette Strahl dunkel
„ „ $= 400$ „ $= \frac{1}{2}\lambda_r$, „ „ „ rote „ „
„ „ $= 1200$ „ $= \frac{3}{2}\lambda_r = \frac{6}{2}\lambda_v$, dann ist der rote Strahl dunkel und außerdem eine andere Farbe, für welche $\Gamma = \frac{5}{2}\lambda$
„ „ $= 2000$ „ $= \frac{5}{2}\lambda_r = \frac{10}{2}\lambda_v$, dann ist der rote Strahl dunkel, und außerdem zwei andere Farben, für welche $\Gamma = \frac{7}{2}$ und $= \frac{9}{2}\lambda$

usw.

Je größer Γ wird, desto mehr Farben, die sich gleichmäßig über das ganze Spektrum verteilen, verschwinden also bei dem gleichen Gangunterschied, d. h. Plättchen von bestimmter Dicke mit höherem Werte von Γ werden bei Anwendung einer größeren Anzahl bestimmter Farben dunkel. Da Γ bei gleicher Plattendicke im reflektierten Lichte einen anderen Wert hat, als im durchgehenden Lichte, so sind die verschwindenden Farben in beiden Fällen nicht dieselben.

Beleuchtet man mit weißem Licht, so fehlen mit wachsendem Γ, also auch mit zunehmender Schichtdicke d_l, immer mehr Farben im reflektierten oder durchgehenden Licht, welche sich im Spektrum gleichmäßig verteilen, und der Gesamteindruck der übrig-

		d_l	Γ	Farbe	
				reflektiertes Licht bzw. Nicols senkrecht	durchgehendes Licht bzw. Nicols parallel
Farben Iter Ordnung	1ter Ring	0	0	schwarz	weiß
		20	40	eisengrau	weiß
		48,5	97	lavendelgrau	gelblichweiß
		79	158	graublau	bräunlichweiß
		109	218	klareres Grau	gelbbraun
		117	234	grünlichweiß	braun
		129,5	259	fast reinweiß	klares Rot
		133,5	267	gelblichweiß	karminrot
		137,5	275	blasses Strohgelb	dunkles Rotbraun
		$(\frac{1}{4}\lambda_h)$			
	2ter Ring	140,5	281	strohgelb	dunkelviolett
		153	306	klargelb	indigo
		166	332	lebhaft gelb	blau
		215	430	braungelb	graublau
		252,5	505	rötlichorange	bläulichgrün
		268	536	warmes Rot	blaßgrün
		275,5	551	tieferes Rot	gelblichgrün
		$(\frac{2}{4}\lambda_h)$			

		d_l	Γ	Farbe	
				reflektiertes Licht bzw. Nicols senkrecht	durchgehendes Licht bzw. Nicols parallel
IIter Ordnung	3ter Ring	282,5	565	purpur	heller grün
		287,5	575	violett	grünlichgelb
		291,5	583	indigo	goldgelb
		332	664	himmelblau	orange
		364	728	grünlichblau	bräunlichorange
		373,5	747	grün	hellkarminrot
		413	826	heller grün	purpur
		$(\frac{3}{4}\lambda_h)$			
	4ter Ring	421,5	843	gelblichgrün	violettpurpur
		433	866	grünlichgelb	violett
		455	910	rein gelb	indigo
		474	948	orange	dunkelblau
		499	998	lebhaft rötlichorange	grünlichblau
		550,5	1101	dunkelviolettrot	grün
		$(\frac{4}{4}\lambda_h)$			

Ordnung	Ring	d_t	Γ	Farbe: reflektiertes Licht bzw. Nicols senkrecht	Farbe: durchgehendes Licht bzw. Nicols parallel
III^ter^ Ordnung	5ter Ring	564	1128	hellbläulichviolett	gelblichgrün
		575,5	1151	indigo	unrein gelb
		629	1258	blau (grünlich)	fleischfarben
		667	1334	meergrün	braunrot
		688	1376	glänzendgrün	violett
		($\frac{5}{4}\lambda_h$)			
	6ter Ring	713	1426	grünlichgelb	graublau
		747,5	1495	fleischfarben	meergrün
		767	1534	karminrot	schöngrün
		810,5	1621	mattpurpur	mattmeergrün
		826	1652	violettgrau	gelblichgrün
		($\frac{6}{4}\lambda_h$)			

Ordnung	Ring	d_t	Γ	Farbe: reflektiertes Licht bzw. Nicols senkrecht	Farbe: durchgehendes Licht bzw. Nicols parallel
IV^ter^ Ordnung	7ter Ring	841	1682	graublau	grünlichgelb
		855,5	1711	mattmeergrün	gelbgrau
		872	1744	bläulichgrün	malvengraurot
		905,5	1811	schön hellgrün	karminrot
		963,5	1927	hellgraugrün	graurot
		($\frac{7}{4}\lambda_h$)			
	8ter Ring	1003,5	2007	grau fast weiß	graublau
		1024	2048	fleischrot	grün
		($\frac{8}{4}\lambda_h$)			
V^ter^ Ordnung	9ter Ring	1169	2338	mattblaugrün	mattfleischrot
		($\frac{9}{4}\lambda_h$)			
	10ter Ring	1334	2668	mattfleischrot	mattblaugrün
		($\frac{10}{4}\lambda_h$)			

bleibenden Lichtarten liefert wenigstens bei geringer Dicke der Lamellen nicht mehr weißes Licht, sondern eine „Interferenzfarbe". Ersetzt man die Plättchen von verschiedener Dicke durch einen Luftkeil, so erscheinen farbige Streifen, welche der Kante des Keiles parallel gehen, bei Anwendung der Newtonschen Linse (vgl. S. 33 und S. 34) farbige („Newtonsche") Kreise. Newton hat bereits für verschiedene Luftdicken die entsprechenden Farbenabstufungen angegeben; von G. Quincke[1]) wurde diese Reihe ver-

1) Ann. d. Phys. 1866; **129**, 180.

vollständigt. Vorstehende Tabelle gibt nach Quincke diejenigen Farben an, welche im reflektierten und im durchgehenden Lichte bei senkrecht auffallenden Strahlen eine Luftschicht von der Dicke d_l zeigt; $\Gamma = 2\,d_l$ ist die reine Wegdifferenz der beiden interferierenden Strahlen in $\mu\mu$; bei Beobachtung im reflektierten Lichte kommt noch ein weiterer Gangunterschied von $\frac{\lambda}{2}$ hinzu. Die Angaben „Nicols senkrecht" und „Nicols parallel" beziehen sich auf die später zu besprechende Interferenz durch Doppelbrechung.

$\lambda_h = 551\,\mu\mu$ wird als hellste Farbe angenommen, und es ändert sich die Farbe mit wachsender Luftdicke am schnellsten in der Nähe derjenigen Stellen, an welchen d_l ein gerades Vielfaches von $\frac{\lambda_h}{4}$ ist; hier liegen die sog. „empfindlichen" Farben („teintes sensibles"), und deshalb legt man hierhin die Grenzen der verschiedenen Ordnungen. Die Farben werden mit steigender Ordnung blasser und können zuletzt als „Weiß höherer Ordnung" nicht mehr unterschieden werden. Dicke Lamellen lassen deshalb auch keine Interferenzfarben mehr erkennen. Dagegen können bei Verwendung von gelbem Na-Licht bis zu 10000 Newtonsche Farbenkreise gezählt werden. Die Anzahl der zu beobachtenden Ringe wird aber um so geringer, je breiter das Spektralband der Beleuchtungsflamme im Spektrum, d. h. je weniger homogen das verwendete Licht ist.

§ 18

Chromatische Aberration der Prismen und Linsen

Die Brennweite einer Linse ist von dem Brechungsquotienten abhängig (vgl. S. 34), und da die verschiedenfarbigen Strahlen verschiedene Brechungsquotienten haben, so ist auch die Brennweite einer Linse von der Wellenlänge abhängig. Newton war der Ansicht, daß die Dispersion der verschiedenfarbigen Strahlen ihrer Ablenkung proportional sei, und daß infolgedessen Aufhebung der Dispersion ohne gleichzeitige Aufhebung der Ablenkung nicht möglich sei; doch gelang es 1754 dem Schweden Klingenstierna durch Kombination zweier Prismen von verschiedenen Glassorten Ablenkung ohne Dispersion herzustellen. Bald darauf konnte auch der englische Mechaniker Dollond nach dem gleichen Verfahren Linsen ohne Dispersion, „achromatische Linsen", verfertigen. Fraunhofer bestimmte 1814 die Brechungsquotienten verschiedener Gläser möglichst genau für die verschiedenen Farben und stellte darauf Linsenkombinationen her, für welche sowohl die sphärische Aberra-

tion auf der Achse, als auch die chromatische Aberration für zwei Farben beseitigt war.

Sind ν_1 und ν_2 die Brechungsquotienten eines Glases für zwei Farben, etwa für die Linien F und C des Spektrums, so heißt nach Abbe $\frac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_D - 1} = \frac{1}{N}$ die „relative Dispersion" des Glases. Die allgemeine Bedingung für die Konstanz der Brennweite eines Systems von zwei Linsen, welche für die Linie D die Brennweiten f_1 und f_2 haben, und deren Material die reziproke Dispersion N_1 bzw. N_2 hat, für zwei Farben (die Linien C und F) ist $d = \frac{N_1 f_1 + N_2 f_2}{N_1 + N_2}$, wobei d den Abstand der einander zugekehrten Hauptpunkte der beiden Linsen bedeutet. Ist das Material der beiden Linsen gleich, dann ist $d = \frac{f_1 + f_2}{2}$. [1])

Früher wurden zur Herstellung „achromatischer" Linsenkombinationen nur Flintglas, welches eine stärkere Dispersion besitzt, als Konkavlinse und Crownglas als Konvexlinse benutzt, welche beide gewöhnlich miteinander verkittet wurden. Die verschiedenen Arten von Crown- und von Flintglas unterscheiden sich merklich voneinander hinsichtlich des Brechungsquotienten und der Dispersion [2]), aber immer ändert sich die Dispersion mit dem Brechungsquotienten so, daß, von sehr kleinen Abweichungen abgesehen, die größere Dispersion mit dem höheren Quotienten verbunden ist. Ist die Dispersion für zwei Farben aufgehoben, so ist sie aber für alle anderen Farben nur teilweise aufgehoben und es sind deshalb die achromatischen Linsen immer noch mit einem „sekundären" Spektrum behaftet. Nun soll eine Linsenkombination nicht nur frei vom sekundären Spektrum, sondern auch frei von der früher besprochenen sphärischen Aberration sein. Zu diesem Zwecke erschien es wünschenswert, Glasarten zur Auswahl zu erhalten, in welchen die Dispersion bei gleichbleibendem Brechungsquotienten oder der Brechungsquotient bei gleichbleibender Dispersion einer erheblichen Abstufung fähig ist. Die Jenaer Glaswerke stellen seit 1884 zu diesem Zwecke geeignete Borat- und Phosphatgläser her. Nach Abbe [3]) nennt man Systeme, welche aplanatisch für mehrere Farben und zugleich frei vom sekundären Spektrum sind, „apochromatisch".

---

1) Vgl. S. Czapski in Winkelmann, Handbuch der Physik 1894. II, S. 140.
2) Vgl. Abbe, Ges. Abhdlgn. II, S. 146.
3) Sitzungsber. d. med.-naturw. Ges., Jena 1887.

Die durch die Spektren höherer Ordnung hervorgerufene Undeutlichkeit ist proportional der „relativen Öffnung“, d. h. dem Verhältnis von Öffnung zu Brennweite, anderseits ist die in einem Bildpunkte vereinigte Lichtmenge proportional der „numerischen Apertur“ (vgl. S. 41).

Amici kombinierte (1860) ein Flintglasprisma mit zwei Crownglasprismen so, daß die Ablenkung für eine mittlere Wellenlänge aufgehoben wird, während ein gewisser Betrag von Dispersion bestehen bleibt; diese Kombinationen heißen Amicische Prismen, oder „geradsichtige“ Prismen, oder Prismen „à vision directe“. Die Dispersion kann gesteigert werden entweder durch Vermehrung der Anzahl der Prismen (zwei Flintglasprismen mit drei Crownglasprismen usw.) oder durch Verwendung von Flüssigkeitsprismen neben Flintglasprismen, d. h. von Hohlprismen, welche mit einer stark zerstreuenden Flüssigkeit gefüllt sind. Früher verwendete man meist Schwefelkohlenstoff, neuerdings nach dem Vorschlage von Wernicke[1]) Zimtsäureäthyläther.

§ 19

Mikroskop und Fernrohr

Das normale menschliche Auge vermag Gegenstände am bequemsten in 25 cm Abstand deutlich zu sehen. Gegenstände, welche weiter oder näher sind, kann das Auge durch „Akkommodation“ ebenfalls noch sehen. Die ersteren erscheinen aber unter einem kleinen Sehwinkel, und Einzelheiten können deshalb nicht erkannt werden. Der Sehwinkel, unter welchem ein Objekt vom Auge beobachtet wird, wächst mit der Annäherung an das Objekt. Die Akkommodation auf nähere Objekte hat aber ihre Grenze im sog. „Nähepunkt“. Wird der Sehwinkel kleiner als eine gewisse Größe, etwa 1′, so ist das Objekt nicht mehr deutlich wahrnehmbar. Dieser Fall kann eintreten, entweder wenn das Objekt sehr weit entfernt ist, d. h. wenn das Auge demselben nicht genügend nahe kommen kann, oder wenn das Objekt so klein ist, daß bei entsprechender Annäherung von Auge und Objekt die Akkommodationsfähigkeit versagt. Das deutliche Sehen wird im ersteren Falle ermöglicht durch Verwendung des Fernrohres, im zweiten Falle durch das Mikroskop. Man unterscheidet das einfache Mikroskop oder die Lupe und das zusammengesetzte Mikroskop oder Mikroskop im engeren Sinne.

---

1) Ztschr. f. Instrumentenkunde, 1881, 1, 353.

Bei der Lupe bringt man das Objekt zwischen Brennpunkt und Linse, und zwar so, daß das virtuelle aufrechte Bild in deutlicher Sehweite erscheint; entweder besteht die Lupe nur aus einer Konvexlinse, oder sie bildet eine achromatische, die sphärische und die chromatische Aberration aufhebende Linsenkombination von gleicher Wirkungsart.

Das Mikroskop besteht aus zwei Linsen bzw. Linsensystemen, dem Objektiv und dem Okular. Bei gleicher Brennweite des gesamten Linsensystems $\frac{f_1 f_2}{\varDelta}$, wobei f_1 und f_2 die Brennweiten der beiden Einzelsysteme und $\varDelta$ den Abstand des hinteren Brennpunktes der ersten Linse vom vorderen Brennpunkte der zweiten Linse bedeuten, können die Einzelbrennweiten größer gewählt werden als bei der Lupe; der Abstand zwischen vorderer Brennebene und vorderer Linse wird hierdurch größer, und deshalb kann das Objekt leichter zwischen Brennpunkt und Linse eingeschaltet werden. Dazu kommt, daß beim Mikroskop eine Beseitigung der verschiedenen Aberrationen in höherem Grade möglich ist als bei der Lupe, daß also durch das Mikroskop eine größere Deutlichkeit der Abbildung erreicht wird.

Das Objektiv eines Mikroskopes soll eine im Vergleich zu seiner (des Objektivs) Brennweite kleine Objektfläche mittels Büschel von großer Öffnung abbilden; das entstandene Bild dient als Objekt für das Okular; durch das Okular soll ein im Verhältnis zu seiner Brennweite großer Teil dieser Bildfläche mittels enger Büschel abgebildet und in deutliche Sehweite gebracht werden. Die Lichtstärke eines Systems hängt im wesentlichen von der numerischen Apertur des Objektivs ab; da die neuen Linsenkombinationen eine viel vollkommenere Korrektur der Aberrationen bewirken, so gestatten sie auch eine entsprechend größere Apertur, sie sind also viel lichtstärker als die älteren. Sowohl beim Objektiv als beim Okular verwendet man in der Regel statt der einfachen Linsen Systeme von zwei oder mehr Einzellinsen. Das Objektiv muß stets als Sammellinse wirken, das Okular kann sowohl die Wirkung einer Sammellinse als auch die einer Zerstreuungslinse haben. Die gebräuchlichste Form der als Lupe wirkenden Okulare ist die Kombination zweier Sammellinsen, bei welchen der Abstand der Teile gleich der halben Summe der Einzelbrennweiten ist (vgl. S. 72). Beim Huyghensschen Okular (Fig. 65) ist in der Regel das Verhältnis der Brennweite der ersten (dem Auge am nächsten liegenden) Linse *a* zum Abstande *ab* der beiden Linsen und zur Brennweite der

zweiten Linse *b* wie 1 : 2 : 3. Die letztere Linse fängt die vom Objektiv kommenden Strahlen schon auf, ehe sie sich zu einem Bilde (*B. Ob.*) vereinigt haben. Ein reelles Bild liegt hier zwischen den beiden Linsen des Okulars und dieses wird von der als Lupe wirkenden Linse *a* beobachtet. Beim Ramsdenschen Okular (Fig. 66a und b) sind die Brennweiten der beiden Linsen gleich, und deren Abstand ist etwas kleiner als die Summe der Brennweiten der beiden Einzellinsen; es kommt ein reelles Bild *B. Ob.* des Objektes schon außerhalb des Okulars zustande. Am Orte dieses Bildes kann ein Mikrometer angebracht werden, und das Verhältnis der Mikrometerteilung zu den sich mit bestimmten Teilstrichen deckenden linearen Dimensionen des Objektes ist unabhängig vom Okular. Das Huyghenssche und das Ramsdensche Okular kehren, der Lupenwirkung entsprechend, das vom Objektiv erzeugte umgekehrte Bild nicht nochmals um; dies

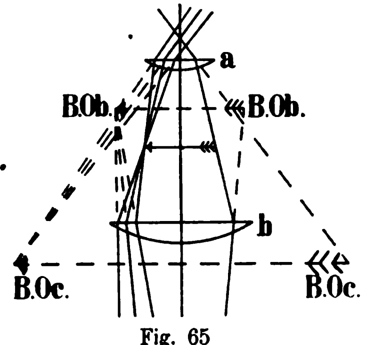


Fig. 65
Huyghensches Okular

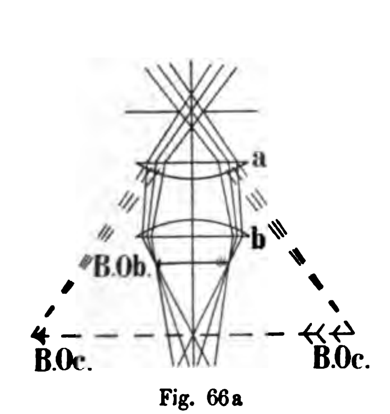
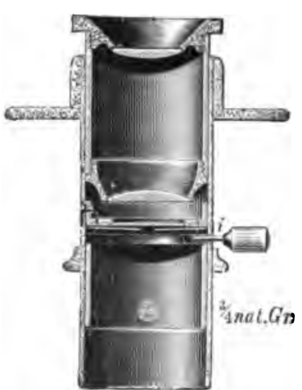


Fig. 66a
Ramsdensches Okular


Fig. 66b
Ramsdensches Okular mit Irisblende (Fueß)

geschieht beim terrestrischen Okular, welches ein zusammengesetztes Mikroskop mit schwachem Objektiv darstellt. Als Gaußsches Okular bezeichnet man ein solches, dessen Rohr einen seitlichen Durchbruch besitzt, durch welchen Lichtstrahlen eingeführt werden können; diese fallen im Innern der Röhre auf eine Glas-

platte, deren Normale unter 45° gegen die Rohrachse geneigt ist. Das seitlich eintretende Licht wird hierdurch nach dem Objekt hin

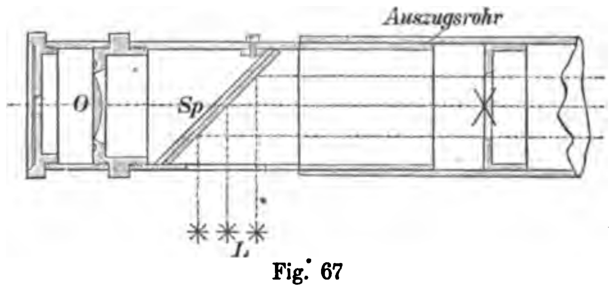


Fig. 67
Gaußsches Okular (Fueß)

abgelenkt. Die Glasplatte läßt das vom Objekt kommende Licht zum Auge gehen, wobei allerdings eine Schwächung durch Reflexion eintreten muß (vgl. Fig. 67).

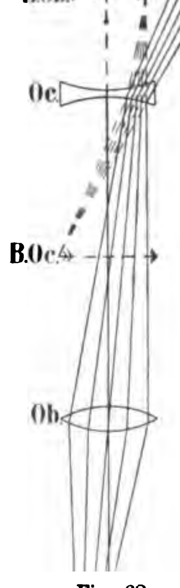


Fig. 68
Holländisches oder Galileisches Fernrohr

Außer dem Objektiv und dem Okular besitzt das Mikroskop meist noch unterhalb des Objektivtisches ein sog. Kondensorsystem. Dasselbe hat den Zweck, die numerische Apertur des Objektives voll auszunutzen. Es besteht aus einer oder mehreren Sammellinsen mit kurzer Brennweite und erzielt dieselbe Wirkung bezüglich der Lichtstärke, als ob die Lichtquelle dem Objektiv näher gebracht wäre. Bei Bestimmung von Unterschieden der Lichtbrechung ist es vorteilhaft, möglichst parallele Lichtstrahlen zu verwenden. Zu diesem Zwecke kann beim Mikroskop der Condensor häufig durch eine besondere Vorrichtung gesenkt werden.

Auch das Fernrohr bezweckt die Vergrößerung des Sehwinkels, unter welchem ein Objekt erscheint. Das Objektiv besitzt hier große Brennweite, und das in der Nähe des Brennpunktes erzeugte Bild wird beim astronomischen Fernrohr durch ein Huyghenssches oder durch ein Ramsdensches Okular beobachtet. Bei Anwendung des terrestrischen Okulars wird das vom Objektiv erzeugte Bild nochmals umgekehrt, das Objekt also aufrecht beobachtet; beim holländischen oder Galileischen Fernrohr dient als Okular eine Konkavlinse, welche die vom Objektiv konvergent gemachten Strahlen dispergiert und dadurch ein aufrechtes Bild

liefert. Das Objektivbild (*B. Ob.*) kommt also infolge der Okularlinse (*Oc.*) nicht zustande (vgl. Fig. 68).

Das Auflösungsvermögen des Mikroskopes

Ein leuchtender Punkt (Fixstern) erscheint durch einen Apparat (Mikroskop, Fernrohr oder Pupille des Auges) mit kleiner kreisförmiger Öffnung gesehen als kreisförmige Scheibe, deren Helligkeit nach dem Rande abnimmt; der Winkel, unter welchem die Scheibe erscheint, ist dem Durchmesser der Beugungsöffnung umgekehrt, und der Wellenlänge direkt proportional. Infolgedessen erscheint der Rand des Scheibchens bei Beleuchtung mit weißem Lichte rötlich gefärbt. Der sichtbare Durchmesser des Scheibchens hat in diesem Falle annähernd die Winkelgröße $\frac{144''}{2r}$, wenn r der Radius der Beugungsöffnung ist. Beim Mikroskop bildet die Eintrittspupille, beim Fernrohr der Fassungsrand und beim Auge die Pupillenöffnung die Beugungsöffnung. Wird der Durchmesser der Pupillenöffnung gleich 2 mm angenommen, so erscheint ein heller Fixstern, mit bloßem Auge betrachtet, unter einem Winkel von $1^1/_4$ Minuten; ein schwächer leuchtender Stern erscheint kleiner, weil die Helligkeit des Scheibchens nach dem Rande abnimmt.

Liegt ein System leuchtender oder beleuchteter Punkte dicht nebeneinander, so überlagern sich die Beugungsscheibchen teilweise, und deren Gesamtheit liefert dann ein bis auf die Größenordnung der Scheibchen geometrisch ähnliches Bild des Objekts. Werden die Dimensionen des von einem Punkte erzeugten Beugungsscheibchens ebenso groß oder größer als die von den Mittelpunkten der Beugungsscheibchen begrenzte Fläche, so ist eine ähnliche Abbildung nicht mehr möglich. Ist d der Abstand zweier Teile, welche durch das Mikroskop noch getrennt wahrgenommen werden sollen, λ die verwendete Wellenlänge in Luft; $a = \nu \sin u$ die Apertur, so ist nach Helmholtz und Abbe $d = \frac{\lambda}{2a}$. Die Größe d des Objektes erscheint unter dem Sehwinkel $\delta = \frac{d}{f} = \frac{d}{l} N$, worin f die Brennweite der gesamten Linsenkombination, N die lineare Gesamtvergrößerung des Mikroskopes bedeuten, und $l = \frac{N}{V}$, wenn V die Angularvergrößerung ist. Ist ε das Unterscheidungsvermögen des Auges, so muß δ mindestens gleich ε sein. Erfahrungsgemäß ist ε nicht geringer als $2'$, für bequemes Sehen ist $\varepsilon = 4'$.

Benutzt man zur Beleuchtung Licht von der Wellenlänge $\lambda = 500\,\mu\mu$, so gelten folgende zusammengehörige Werte für die Grenze der Auflösbarkeit durch das Mikroskop: [1])

$a = \nu \cdot \sin u$	d in $\mu\mu$	$\varepsilon = 2'$		$\varepsilon = 4'$	
		N	f in mm	N	f in mm
0,10	2750	53	4,72	106	2,36
0,30	920	159	1,58	317	0,79
0.60	460	317	0,79	635	0,39
0,90	310	476	0,52	952	0,26
1,20	230	635	0,39	1270	0,20
1,40	190	741	0,34	1481	0,17
1,60	170	847	0,30	1693	0,15

Verzichtet man auf die Ähnlichkeit der Abbildung, so ist die Grenze für die Sichtbarmachung bei weit kleinerer Größenordnung zu suchen als die von Abbe und Helmholtz festgesetzte Grenze für die ähnliche Abbildung. Das Auftreten und die Art der Verteilung der Beugungsscheibchen läßt dann auf die Existenz und die Verteilung der leuchtenden Objekte, die Helligkeit der Scheibchen auf deren Größe schließen. Damit die von den kleinsten Teilchen gebeugten Strahlen erkennbar werden,

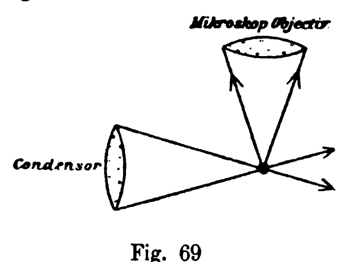


Fig. 69

Fig. 70
Ultramikroskop nach Siedentopf und Zsigmondi

müssen die beleuchtenden Strahlen aus dem Gesichtsfelde ausgeschaltet, d. h. ein sog. Dunkelfeld hergestellt werden. Zum Zwecke möglichster Verdunkelung des Gesichtsfeldes stellen Sieden-

1) Vgl. S. Czapski in Winkelmanns Handbuch der Physik, 2. Aufl., Optik, S. 355.

topf und Zsigmondi[1]) bei ihrem „Ultramikroskop“ (Fig. 70) die Achse des Beleuchtungskegels senkrecht zur Achse des beobachteten Kegels der Beugungsstrahlen, und beschränken die Apertur beider Kegel derart, daß sie sich gegenseitig in keiner Weise durchdringen (vgl. Fig. 69); allerdings ist die Amplitude der zur Richtung der beleuchtenden Strahlen senkrechten Beugungsstrahlen nur halb so groß als die der Beugungsstrahlen in der zu jenen parallelen Richtung. Die von den kleinen Teilchen erzeugten Beugungsscheibchen sind um so kleiner, je höher die Apertur des Beobachtungssystems und je kurzwelliger die Farbe ist, in welcher die Teilchen erscheinen. Die im günstigsten Falle bei möglichst starker Beleuchtung durch das Ultramikroskop noch sichtbar zu machende kleinste Fläche ist nach Siedentopf und Zsigmondi 36 $(\mu\mu)^2$. Da der Moleküldurchmesser etwa 0,6 $\mu\mu$ beträgt, so ist es auch mit Hilfe des Ultramikroskops, d. h. bei Verzicht auf die Ähnlichkeit des Bildes, nicht möglich, einzelne Moleküle sichtbar zu machen. Wohl aber erscheint es theoretisch möglich, größere Molekülkomplexe durch das Ultramikroskop einzeln sichtbar zu machen (vgl. auch S. 59).

Sowohl bei der ähnlichen Abbildung als auch bei der Abbildung mit Hilfe des Ultramikroskops ist die untere Grenze der Leistungsfähigkeit durch die Wellenlänge des verwendbaren Lichtes bedingt.

§ 20

Linear polarisiertes und natürliches Licht

Wie zuerst Erasmus Bartholinus beobachtet hat, teilt sich ein Lichtstrahl beim Durchgang durch Kalkspat in zwei getrennte Strahlen von gleicher Intensität. Huyghens fand 1690, daß diese beiden Strahlen sich nicht so verhalten wie ein gewöhnlicher Lichtstrahl. Läßt man einen gewöhnlichen, direkt von irgendeiner Lichtquelle kommenden Strahl etwa senkrecht auf eine Fläche eines Spaltungsrhomboeders von Kalkspat auffallen, und dreht den Kalkspat um die Strahlesrichtung, im vorliegenden Falle also um die Normale zu der betreffenden Kalkspatfläche, so ändert sich die Intensität der beiden aus dem Kalkspat austretenden Strahlen nicht. Läßt man dagegen einen der beiden aus dem Kalkspat austretenden Strahlen nochmals senkrecht auf eine Fläche eines zweiten Spaltungsstückes von Kalkspat auffallen, so zerfällt dieser Strahl im zweiten Kalkspat zwar im allgemeinen auch in zwei Strahlen, aber von ver-

1) Ann. d. Phys. 1903; **10**, S. 1ff.

schiedener Intensität. Dreht man den zweiten Kalkspat um die Normale zu der betreffenden Fläche (also um den auffallenden Lichtstrahl), so ändert sich die Intensität der beiden Lichtstrahlen. Der eine Strahl hat das Maximum seiner Helligkeit, wenn der andere völlig ausgelöscht ist. Bei weiterem Drehen nimmt die Helligkeit des ersteren ab, die des letzteren zu. Die aus dem Kalkspat austretenden beiden Lichtstrahlen verhalten sich also anders wie der gewöhnliche Lichtstrahl. Eine Ebene, welche den Lichtstrahl enthält, nehme durch Drehung um den Strahl beliebige Lagen an. Der gewöhnliche Lichtstrahl verhält sich gegen diese Ebene in allen ihren möglichen Lagen völlig gleich, der aus dem Kalkspat kommende Lichtstrahl dagegen verschieden. Strahlen, welche sich in bezug auf die durch ihre Richtung gelegten Ebenen verschieden verhalten, werden polarisierte Strahlen genannt. Ist der eine der beiden aus dem Kalkspat kommenden Strahlen bei einer bestimmten Stellung des zweiten Kalkspates im Maximum seiner Helligkeit, so gilt dasselbe für den anderen Strahl, wenn der zweite Kalkspat um 90° um die Strahlesrichtung gedreht wird. Die beiden aus dem Kalkspat austretenden Lichtstrahlen sind zueinander senkrecht polarisiert.

Malus (Etienne Malus, geb. 23. Juni 1775 zu Paris, gest. ebenda am 23. Februar 1812, von 1796 an Soldat, wurde 1809 Oberstleutnant und Examinator der école polyt. in Paris) beobachtete (1808), daß die von den Fensterscheiben reflektierten beiden Strahlen des Kalkspates beim Drehen des letzteren abwechselnd an Intensität zu- und abnehmen; er schloß daraus, daß auch ein von einer Glasfläche reflektierter Strahl die Eigenschaften des polarisierten Lichtes besitze, und fand, daß die Polarisation am deutlichsten sei, wenn der Einfallswinkel etwa 55° betrage. Diesen Winkel nannte er deshalb „Polarisationswinkel" des Glases. Er fand ferner, daß das Licht durch Reflexion an jedem beliebigen durchsichtigen Körper polarisiert werde, daß aber der Polarisationswinkel mit der reflektierenden Substanz veränderlich sei. Seebeck bestimmte den Wert des Polarisationswinkels für Flußspat zu 55° 7′, für Glas zu 56° 32′, für Zinkblende zu 61° 7′.

D. Brewster erkannte 1815 aus den Beobachtungen, daß die Tangente des Polarisationswinkels gleich dem Brechungsquotienten sei, und daß infolgedessen bei der Reflexion unter dem Polarisationswinkel der reflektierte Strahl R auf dem gebrochenen D senkrecht stehe, d. h. daß $\sphericalangle \varphi'' + \sphericalangle \chi' = 90^{\circ}$ (vgl. Fig. 71). Fällt ein gewöhn-

licher Lichtstrahl a (Fig. 72) unter dem Polarisationswinkel π auf den Spiegel P (Polarisator) und dann auf den Spiegel A (Analysator), welcher in der zu P parallelen Stellung A_1 steht, dann wird er von A wie ein gewöhnlicher Lichtstrahl in der Richtung c_1 reflektiert. Dasselbe tritt ein, wenn der Analysator um 180° gegen die parallele Stellung um die Strahlesrichtung b in die Stellung A_2 gedreht ist. In beiden Fällen ist die Einfallsebene parallel zur Zeichnungsebene. Behalten der auffallende Strahl a und der Polarisator P die gleiche Lage, ist aber die Einfallsebene des Analysators um die Richtung b

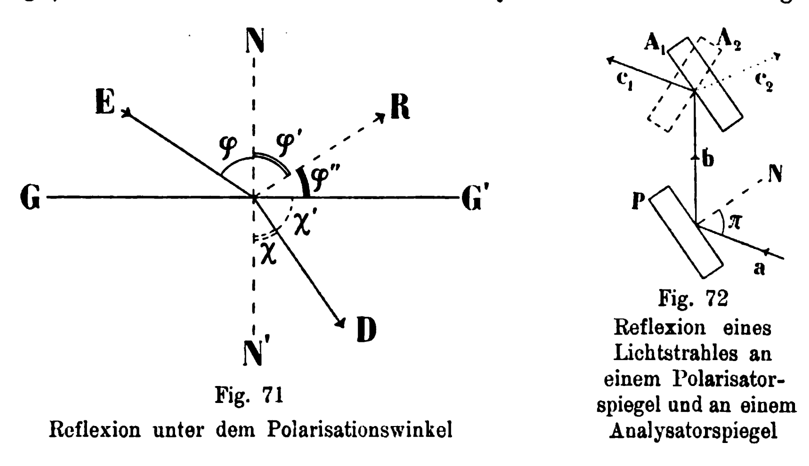


Fig. 71
Reflexion unter dem Polarisationswinkel

Fig. 72
Reflexion eines Lichtstrahles an einem Polarisatorspiegel und an einem Analysatorspiegel

um den Winkel α gegen die parallele Stellung zu P gedreht, so ist die Intensität des von A reflektierten Strahles $= J \cdot \cos^2 \alpha$, wenn J die Intensität des bei paralleler Stellung der Einfallsebenen reflektierten Lichtes ist. Bei senkrechter Stellung von A zu P ist daher $J = 0$.

Aus der Polarisation des Lichtes folgt, daß die Primitivbewegung der Lichtwellen zu der Fortpflanzungsrichtung derselben senkrecht stehen muß, daß also die Vibration des Lichtes transversal ist. Wäre die Primitivbewegung auf der Strecke b parallel zur Strahlesrichtung, wie es bei longitudinalen Wellen der Fall ist, dann wäre für die Abhängigkeit der Intensität vom Winkel α auf der Strecke c keine Erklärung möglich. Die vom Lote N und dem einfallenden Strahle a gebildete Einfallsebene wird auch Polarisationsebene genannt, und man sagt: der von einer spiegelnden Fläche linear polarisierte reflektierte Strahl ist „parallel oder in der Einfallsebene polarisiert". Von allen möglichen, die Richtung b enthaltenden Ebenen nehmen zwei eine besondere Stellung ein, die

Polarisationsebene und die zu ihr senkrechte Ebene. Die Primitivbewegung des Lichtes muß entweder in der einen oder in der anderen dieser beiden ausgezeichneten Ebenen stattfinden.

Fällt ein gewöhnlicher Lichtstrahl unter dem Polarisationswinkel etwa auf eine Glasfläche, so ist nicht nur der reflektierte Strahl, sondern auch der in die Glasmasse gebrochene Strahl polarisiert. Allerdings ist die Polarisation des letzteren nur eine unvollständige. Die Schwingungsrichtung des gebrochenen Strahles steht zur Schwingungsrichtung des reflektierten Strahles senkrecht; fällt der Strahl unter dem Polarisationswinkel auf die als Analysator dienende Glasplatte, so hat die Intensität des durch die Glasplatte hindurchgehenden Lichtes ihren maximalen Wert, wenn der Winkel $\alpha = 90^{\circ}$. Legt man eine Anzahl Glasplatten aufeinander, so wird die Auslöschung bei $\alpha = 0^{\circ}$ oder 180°, d. h. die Polarisation, vollständiger. Eine derartige Vorrichtung heißt „Glassatz“.

Nicht nur das reflektierte und das gebrochene Licht sind teilweise polarisiert, sondern auch das gebeugte, wie zuerst (1813) Arago beobachtete.

M. Gouy[1]) fand das an einer sehr feinen Stahlschneide gebeugte Licht innerhalb des geometrischen Schattens parallel zur Schneide polarisiert und die Stärke der Polarisation mit der Größe des Beugungswinkels zunehmend, dagegen außerhalb des geometrischen Schattens senkrecht zur Kante polarisiert.

Du Bois und Rubens[2]) ließen sehr lange ultrarote Wellen auf ein feines Gitter fallen. Das hindurchgegangene Licht wurde parallel, das reflektierte Licht senkrecht zur Spaltrichtung polarisiert.

Die Schwingung der Ätherteilchen eines durch Reflexion oder durch einen Glassatz oder auch durch Doppelbrechung polarisierten Lichtstrahles erfolgt nach der Annahme von Fresnel parallel einer Geraden, welche zur Polarisationsebene und zum Strahle senkrecht steht; man nennt deshalb einen solchen Strahl „linear polarisiert“. Läßt man einen linear polarisierten Lichtstrahl um die Strahlesrichtung rasch rotieren, so nimmt er, wie Dove 1847 gezeigt hat, wieder die Eigenschaften des natürlichen Lichtes an. Man schließt daraus, daß das natürliche Licht aus linear (oder elliptisch) polarisiertem Licht besteht, dessen Schwingungsrichtung fortwährend wechselt. Da aber ein gewöhnlicher Lichtstrahl keinerlei Andeutung

1) Comptes Rendus 1883; **96**, 697. 1885; **100**, 977.

2) Ann. d. Physik 1893; **49**, 593.

einer Drehung erkennen läßt, so schließt man ferner, daß die Änderung der Schwingungsrichtung im Verhältnis zur Schwingungsgeschwindigkeit nur langsam erfolge.

Ein Lichtstrahl, welcher zwar fortwährend seine Schwingungsrichtung ändert, bei welchem aber die Schwingung nach einer bestimmten Richtung häufiger erfolgt als nach allen anderen Richtungen, heißt „teilweise polarisiert“.

B. Das optische Verhalten durchsichtiger anisotroper Medien ohne Drehungsvermögen

§ 21

Doppelte Brechung

Erasmus Bartholinus (geb. 13. August 1625 zu Roeskilde in Dänemark, 1646—1656 Professor der Mathematik an der Universität zu Kopenhagen, später Justizrat, gest. 4. November 1698 zu Kopenhagen) beobachtete[1], daß ein kleiner Gegenstand, durch einen isländischen Kalkspat gesehen, doppelt erscheint; er fand ferner, daß eines dieser Bilder beim Drehen des Kristalls beweglich sei, das andere aber stehen bleibe. Er schloß daraus, daß das letztere Bild durch die gewöhnliche, das erstere durch eine ungewöhnliche Strahlenbrechung erzeugt werde. Huyghens fand (1690), daß beide Strahlen, welche aus dem Kalkspat austreten, andere Eigenschaften besitzen als das gewöhnliche Licht (vgl. S. 81). Haüy[2]) fand (1801), daß die auf den Würfel, das reguläre Oktaeder und das Rhombendodekaeder zurückführbaren Kristalle keine Doppelbrechung zeigen, und daß auch die im allgemeinen Doppelbrechung zeigenden Kristalle nach gewissen Richtungen keine Doppelbrechung besitzen. David Brewster (geb. 11. Dezember 1781 zu Sedburgh in Schottland, zuerst Pharmazeut, später Advokat, zuletzt Professor der Physik an der Universität zu St. Andrews, gest. 10. Februar 1868 in Allerly House) fand 1813 und 1814 Kristalle, welche nach einer Richtung und solche, welche nach zwei Richtungen keine Doppelbrechung zeigen, und teilte hiernach (1819) die Kristalle in drei Abteilungen: 1. die einfach brechenden, 2. die mit einer optischen Achse, 3. die mit zwei optischen Achsen und sah (1820), daß seine Einteilung der Kristalle nach dem optischen Verhalten mit der Ein-

1) Experimenta Cristalli Islandici 1670.

2) Traité de Min., 1801; I, 230 und II, 204.

teilung derselben nach dem geometrischen Verhalten durch Mohs übereinstimme.

Die Beobachtung von Bartholinus läßt sich in folgender Weise abändern:

1. Man bringe vor ein Spaltstück von Kalkspat (Fig. 73) parallel zu dessen beiden Grenzflächen G_1 und G_2 zwei Blenden B_1 und B_2, von welchen jede eine kleine Öffnung besitzt; vor die Öffnung von B_1 bringe man eine Lichtquelle Q. Der Abstand zwischen B_1 und B_2 sei so groß angenommen, daß von Q auf G_1 nur ein der Verbindungslinie der beiden Öffnungen in B_1 und B_2 paralleles Lichtbündel falle. Die Neigung dieses engen Bündels gegen das Einfallslot sei i. Man beobachtet bei dieser Versuchsanordnung,

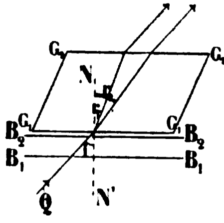


Fig. 73
Doppelbrechung eines Lichtstrahles bei dessen Eintritt in eine Kalkspatplatte

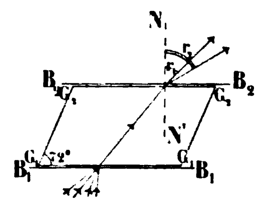


Fig. 74
Doppelbrechung eines Lichtstrahles bei dessen Austritt aus einer Kalkspatplatte

daß bei genügendem Abstande zwischen G_1 und G_2 aus der letzteren Fläche zwei getrennte, parallele Lichtbündel austreten. Nach dem Snelliusschen Gesetze ist $\frac{\sin i}{\sin r} = \nu = \frac{v_l}{v_{kr}}$. Im vorliegenden Falle gehören aber zu einem und demselben Einfallswinkel i zwei verschiedene Werte von r, nämlich r_1 und r_2. Da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit v_l des Lichtes in Luft sich auf den Strahl vor seiner Doppelbrechung bezieht, also zu beiden Werten von r ein und derselbe Wert v_l gehört, so muß v_{kr} mit der Richtung veränderlich sein, d. h. die beiden im Kalkspat durch Doppelbrechung entstandenen und sich nach verschiedener Richtung fortpflanzenden Strahlen haben auch verschiedene Geschwindigkeit.

2. Man lege (Fig. 74) die Blende B_1 unmittelbar auf G_1 und die Blende B_2 unmittelbar auf G_2; auf die Öffnung von B_1 lasse man diffuses Licht fallen. Aus der Öffnung in B_2 können bei

dieser Anordnung nur Strahlen austreten, welche im Innern des Kalkspates in der Richtung der Verbindungslinie der beiden Öffnungen gerichtet waren. Die Beobachtung ergibt den Austritt zweier Strahlen mit den Neigungen r_1 und r_2 gegen das Lot. Da in diesem Falle die Beziehung $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_{kr}}{v_l}$ gilt, so lehrt die Beobachtung, daß im Kalkspat in einer und derselben Richtung sich zwei Strahlen mit verschiedener Geschwindigkeit fortpflanzen.

Untersucht man bei beiden Versuchsanordnungen die austretenden Strahlen etwa mit dem Analysatorspiegel, so findet man, wie schon erwähnt, daß die beiden austretenden Strahlen in jedem der beiden Fälle senkrecht zueinander linear polarisiert sind.

§ 22

Huyghens-Fresnelsche Gesetze der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in Kristallen

Der eine der beiden Strahlen, welche aus dem Kalkspat austreten, folgt dem Brechungsgesetze von Snellius; er wird daher ordentlicher (ordinärer) Strahl genannt. Nach einer bestimmten Zeit, etwa der Zeiteinheit, wird daher der ordentliche Anteil einer im Innern eines Kalkspates entstandenen Lichtbewegung bis zur Oberfläche einer Kugel fortgeschritten sein. Huyghens nahm an, daß der dem Snelliusschen Gesetze nicht folgende, der außerordentliche (extraordinäre) Strahl in der gleichen Zeit bis zur Oberfläche eines Rotationsellipsoides fortschreite, welches die Kugel umgibt und diese nur an den beiden Endpunkten eines Durchmessers, welcher der Hauptachse des Kristalls parallel geht, berührt. Die aus Kugel und Rotationsellipsoid gebildete Doppelfläche ist also ein Maß für die Geschwindigkeit eines Strahles nach irgendeiner Richtung.

Biot (Jean Baptiste, geb. 21. April 1774 zu Paris, seit 1806 Professor der Physik am Collège de France, gest. 3. Februar 1862 zu Paris) beobachtete (1815), daß der außerordentliche Strahl bei manchen optisch-einachsigen Kristallen mehr von der Achse abgelenkt wurde als der ordentliche, bei anderen dagegen weniger; er nannte die ersteren deshalb repulsive Kristalle, die letzteren attraktive; jetzt werden die ersteren optisch-negative, die letzteren optisch-positive Kristalle genannt. Zu den ersteren gehören z. B. Kalkspat und Beryll, zu den letzteren Quarz und Zirkon. Bei den

optisch-negativen einachsigen Kristallen berührt daher das Rotationsellipsoid der Huyghensschen Doppelfläche die Kugel auf der Außenseite (Fig. 75a), bei den optisch-positiven auf der Innenseite (Fig. 75b).

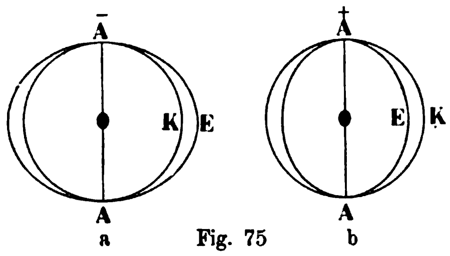


Fig. 75

Hauptschnitt durch die Strahlenfläche eines optisch-negativen und eines optisch-positiven Kristalls

Eine Fläche, bis zu welcher die von einem Punkte eines homogenen Mediums ausgegangene Wellenbewegung nach einer gewissen Zeit sich ausgebreitet hat, wurde von Fresnel als Wellenfläche bezeichnet. Die außerordentliche Wellenbewegung habe sich (Fig. 76) von O aus nach der Zeit 1 bis zur Oberfläche $r_1 R r_2$ fortgepflanzt, nach der Zeit 2 bis zur Oberfläche $r_1' R' r_2'$. Da nach dem Satze der geradlinigen Fortpflanzung das Licht von O nach R bzw. R' auf der Verbindungslinie dieser Punkte gelangt, so sind die Radiivektoren OR bzw. OR' das Maß für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Strahles nach der betreffenden Richtung. Zu jedem Punkte der Oberfläche des Rotationsellipsoides gehört eine kleine, dieses berührende Ebene als Wellenebene. Ziehen wir vom Punkte O aus auf diese das Lot OF bzw. OF', so geben diese Lote ein Maß für das Fortschreiten der Wellenfläche. Für die ordentliche Welle geht das Ellipsoid in eine Kugel über, es fallen also F mit R und F' mit R' zusammen, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Strahles ist also hier stets gleich der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle. Für die außerordentliche Welle der optisch-einachsigen Kristalle gilt dies nur für die der Hauptachse parallelen oder senkrecht zu ihr stehenden Strahlen.

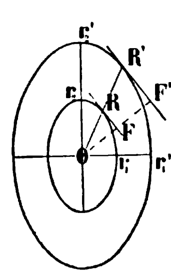


Fig. 76
Fortpflanzungsrichtung und Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines Strahles und der zugehörigen Wellennormale

Es empfiehlt sich daher, die Huyghensschen Flächen nicht als Wellenflächen, sondern als „Strahlenflächen“ zu bezeichnen.

Da die hier in Betracht kommenden Ellipsoide, wie die Erfahrung lehrt, nur wenig von der Kugel abweichen, so entfernen sich auch die Fußpunkte F nicht weit von den Berührungspunkten R. Denkt man an beliebig viele Punkte der Strahlenfläche Berührungsebenen gelegt, auf alle diese Ebenen von O aus Lote gefällt, und

darauf eine Fläche um O gelegt, welche sämtliche Fußpunkte dieser Lote enthält, so geben die Radiivektoren dieser „Fußpunktfläche“ das Maß für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Wellenebene in der Richtung des betreffenden Vektors. Diese Fläche kann daher als „Wellenfläche“ bezeichnet werden; um jedoch Verwechslungen vorzubeugen, empfiehlt es sich, für die Fußpunktfläche den Ausdruck „Normalenfläche“ zu gebrauchen. Für die ordinäre Welle sind die Strahlenfläche und die Normalenfläche identisch, bei der extraordinären Welle berühren sich beide nur an den Enden der Hauptachse und in der zur Hauptachse senkrechten Ebene.

Fresnel zeigte, daß die als Huyghenssche Strahlenfläche bezeichnete Doppelfigur geometrisch aus einer einzigen Fläche, aus einem Rotationsellipsoid abgeleitet werden könne.

Legen wir durch ein Rotationsellipsoid eine beliebige Ebene durch den Mittelpunkt, so schneidet diese die Oberfläche des Ellipsoides im allgemeinen in einer Ellipse. Nur wenn der Schnitt senkrecht zur Rotationsachse liegt, dann geht die Ellipse in einen Kreis über. Errichtet man im Mittelpunkte einer solchen Schnittellipse ein Lot auf die Ellipsenebene, trägt auf dieses Lot die Längen der beiden Radien auf, welche in der Richtung der beiden Hauptachsen der Schnittellipse liegen, und wiederholt diese Konstruktion für alle möglichen Schnittebenen durch das Rotationsellipsoid, so stellen die beiden Oberflächen, welche alle Endpunkte jener Lote enthalten, die Huyghenssche Strahlenfläche dar. Der eine der beiden Halbmesser der Schnittellipse ist stets senkrecht zur Rotationsachse des Ellipsoides, und deshalb von gleichbleibender Länge; von ihm hängt die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des ordentlichen Strahles ab. Die Größe des anderen Halbmessers ändert sich zwischen der halben Länge des Rotationsdurchmessers und der halben Länge des dazu senkrechten Durchmessers des Ellipsoides; dieser Halbmesser bedingt daher die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des außerordentlichen Strahles. Ist die Rotationsachse des Fresnelschen Ellipsoides größer als die zu ihr senkrechte Achse, so bestimmt das Ellipsoid die Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines optisch-einachsigen negativen Kristalls; ist die Rotationsachse kleiner als die dazu senkrechte Achse, so ist der zugehörige optisch-einachsige Kristall positiv.

Fresnel zeigte[1]), daß man in ähnlicher Weise wie bei den optisch-einachsigen, so auch bei den optisch-zweiachsigen Kristallen

1) Sec. mém. sur la double réfraction 1827.

die Gesetze der Fortpflanzungsgeschwindigkeit ableiten könne, wenn man das Rotationsellipsoid durch ein dreiachsiges Ellipsoid ersetze.

Seien $\mathfrak{a}_1$, $\mathfrak{a}_2$, $\mathfrak{a}_3$ der größte, mittlere und kleinste Halbmesser des Fresnelschen Ellipsoides. Bei einem Rotationsellipsoid heißt jeder Schnitt, welcher die Rotationsachse enthält, Hauptschnitt; jeder Hauptschnitt ist ein Symmetrieschnitt; bei einem dreiachsigen Ellipsoid sind dagegen nur die drei Ebenen, welche je zwei der drei Achsen $\mathfrak{a}_1$, $\mathfrak{a}_2$, $\mathfrak{a}_3$ enthalten, Symmetrieschnitte. Wird die Fresnelsche Konstruktion durchgeführt für alle Richtungen in dem zur Achse $\mathfrak{a}_1$ senkrechten Symmetrieschnitt, so gibt Fig. 77 den betreffenden Schnitt durch die Strahlenfläche; Fig. 78 stellt den Symmetrieschnitt der Strahlenfläche dar, welcher senkrecht zur Achse $\mathfrak{a}_2$ des Ellipsoides steht, und Fig. 79 den Symmetrieschnitt

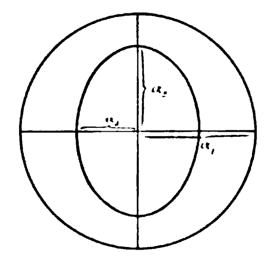


Fig. 77
Symmetrieschnitt durch die Fresnelsche Strahlenfläche senkrecht zur Achse $\mathfrak{a}_1$

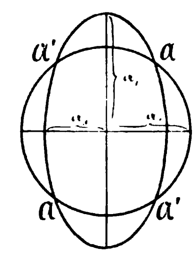


Fig. 78
Symmetrieschnitt durch die Fresnelsche Strahlenfläche senkrecht zur Achse $\mathfrak{a}_2$

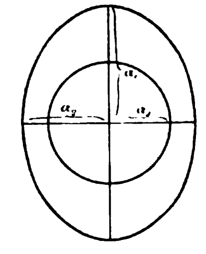


Fig. 79
Symmetrieschnitt durch die Fresnelsche Strahlenfläche senkrecht zur Achse $\mathfrak{a}_3$

senkrecht zur Achse $\mathfrak{a}_3$. Jeder dieser drei Symmetrieschnitte durch die Fresnelsche Strahlenfläche besteht aus einem Kreis und einer Ellipse. Ein besonderes Interesse bietet der zweite Schnitt (Fig. 78), weil die Kurven sich hier in vier Punkten $\mathfrak{A}\mathfrak{A}\mathfrak{A}'\mathfrak{A}'$ schneiden. Sowohl in der Richtung $\mathfrak{A}\mathfrak{A}$, als auch in der Richtung $\mathfrak{A}'\mathfrak{A}'$ haben daher die beiden Strahlen die gleiche Geschwindigkeit; diese beiden Richtungen heißen deshalb „Strahlenachsen“ oder auch wohl „optische Achsen zweiter Art“. Jeder Schnitt durch den Mittelpunkt eines dreiachsigen Ellipsoides stellt eine Ellipse dar; unter diesen befinden sich jedoch zwei Schnitte, bei welchen die beiden Achsen der Schnittellipse gleich sind; diese stellen also Kreise dar. Die beiden Strahlenachsen stehen senkrecht zu den beiden Kreisschnitten des Fresnelschen Ellipsoides. Die Länge der beiden Strahlenachsen ist gleich der mittleren Achse $\mathfrak{a}_2$ des

Fresnelschen Ellipsoides. Die Strahlenfläche der optisch-einachsigen Kristalle heißt „Huyghenssche Strahlenfläche", die der optisch-zweiachsigen Kristalle heißt „Fresnelsche Strahlenfläche".

Legt man an beliebig viele Punkte der Fresnelschen oder Huyghensschen Strahlenfläche Tangentialebenen, und fällt vom Mittelpunkte aus auf diese Ebenen Lote, so heißt diejenige Doppelfläche, welche die sämtlichen Fußpunkte dieser Lote enthält, wie bei den optisch-einachsigen (S. 87), so auch bei den optisch-zweiachsigen Kristallen „Normalenfläche" (surface des vitesses normales nach Senarmont). Auch die Normalenfläche der optisch-zweiachsigen Kristalle hat drei Symmetrieschnitte, welche aus je einem Kreis und einem Oval bestehen. In dem zur Achse $\mathfrak{a}_2$ des Fresnelschen Ellipsoides senkrechten Symmetrieschnitte durchschneiden sich die Kurven wieder in vier Punkten, und die Verbindungslinien je zweier gegenüberliegender Schnittpunkte sind die „optischen Achsen (erster Art)", von L. Fletcher als „Binormalen" bezeichnet. Der Winkel $\mathfrak{B}$, welchen jede der beiden Strahlenachsen mit der kleinsten Achse $\mathfrak{a}_3$ des Fresnelschen Ellipsoides bildet, ist gegeben durch:

$$\sin \mathfrak{B} = \frac{\mathfrak{a}_3}{\mathfrak{a}_2} \sqrt{\frac{\mathfrak{a}_1^2 - \mathfrak{a}_2^2}{\mathfrak{a}_1^2 - \mathfrak{a}_3^2}}, \quad \cos \mathfrak{B} = \frac{\mathfrak{a}_1}{\mathfrak{a}_2} \sqrt{\frac{\mathfrak{a}_2^2 - \mathfrak{a}_3^2}{\mathfrak{a}_1^2 - \mathfrak{a}_3^2}},$$

und der Winkel V, welchen jede der beiden optischen Achsen mit derselben Richtung bildet, ist bestimmt durch

$$\sin V = \sqrt{\frac{\mathfrak{a}_1^2 - \mathfrak{a}_2^2}{\mathfrak{a}_1^2 - \mathfrak{a}_3^2}}, \quad \cos V = \sqrt{\frac{\mathfrak{a}_2^2 - \mathfrak{a}_3^2}{\mathfrak{a}_1^2 - \mathfrak{a}_3^2}}.$$

Die Halbierungslinie des spitzen Winkels der optischen Achsen wird „erste Mittellinie" (Bisectrix) genannt, die zu dieser senkrechte Halbierungslinie des stumpfen Achsenwinkels heißt „zweite Mittellinie". Ist die erste Mittellinie parallel zur kleinsten Achse des Fresnelschen Ellipsoides, so heißt der optisch-zweiachsige Kristall „optisch-positiv", ist jene parallel zur größten Achse des Ellipsoides, so heißt er „optisch-negativ".

Der nach irgendeiner Richtung gezogene Radiusvektor der Normalenfläche gibt nach dem Vorhergehenden durch seine beiden von der Normalenfläche begrenzten Längen die Geschwindigkeiten der beiden sich in dieser Richtung fortpflanzenden Wellen. Dieselbe Normalenfläche gestattet aber auch, wie Fresnel nachwies, die zu diesen beiden Wellennormalen gehörenden Polarisationsebenen zu bestimmen. Die Wellennormale bildet mit den beiden

optischen Achsen (erster Art) zwei Ebenen, welche sich in der Wellennormale schneiden. Die beiden Halbierungsebenen dieser Ebenen sind die Polarisationsebenen der beiden sich in der genannten Richtung fortpflanzenden Wellen. Ist der Kristall optisch-positiv, so geht die Polarisationsebene der schnelleren Welle durch den spitzen Winkel der optischen Achsen, ist der Kristall optisch-negativ, so geht sie durch den stumpfen Winkel.

Ein ganz ähnlicher Satz gilt auch bezüglich der Strahlenfläche: Die beiden Längen eines Radiusvektors der Strahlenfläche bestimmen die Geschwindigkeiten der beiden sich in der Richtung des Radiusvektors fortpflanzenden Strahlen. Die zu diesen Strahlen gehörenden Polarisationsebenen sind die beiden Halbierungsebenen der von der Strahlesrichtung und den beiden Strahlenachsen gebildeten Ebenen.[1])

Fresnel war der Ansicht, „daß die Ätherteilchen keine beträchtliche Erschütterung in der Richtung der Normalen der Wellen erleiden“[2]), und schloß dann weiter, „daß die Elastizität, welche durch die relativen Verschiebungen der Moleküle in Tätigkeit gesetzt wird, in demselben Mittel immer gleichbleibt, solange die Richtung dieser Verschiebungen nicht geändert wird, welche Richtung übrigens auch die Ebene der Wellen haben mag“.[3]) Dementsprechend sollte nach Fresnel die Lichtgeschwindigkeit nur von der Schwingungsrichtung des Strahles abhängen. Nun bleibt bei den optisch-einachsigen Kristallen die eine Achse der Schnittellipse stets zur Hauptachse senkrecht, ändert also ihre Länge nicht; andererseits behält auch der ordentliche Strahl für jede beliebige Lage seine Geschwindigkeit. Fresnel schloß daraus, daß diese zur Hauptachse senkrechte Richtung des Rotationsellipsoides nicht nur ein Maß für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des ordentlichen Strahles, sondern auch die Schwingungsrichtung des ordentlichen Strahles sei; daß also[4]) die „Polarisationsebene einer Lichtwelle diejenige Ebene sei, welche auf der Richtung der Vibrationen dieser Welle senkrecht steht“.

Die Flächen des Spaltungsrhomboeders des Kalkspates haben die Form eines Rhombus (Fig. 80), besitzen also eine kurze Dia-

1) Vgl. Th. Liebisch, Physik. Krist. 1891, S. 333ff.

2) Ann. d. Physik 1831; **23**, S. 404.

3) Ebenda S. 427.

4) Ebenda S. 540.

gonale *ee* und eine lange Diagonale *oo*. Der zur Fläche senkrechte Hauptschnitt enthält beim Kalkspat die Diagonale *ee*; senkrecht zu diesem Hauptschnitt steht die große Diagonale *oo*. Fällt die Einfallsebene eines Lichtstrahles mit diesem Hauptschnitt zusammen, so schwingt also nach Fresnel der ordentliche Strahl parallel der großen Diagonale *oo*, der außerordentliche Strahl parallel zu dem durch *ee* gehenden Hauptschnitt.

Malus ließ das aus einem Kalkspat austretende Licht an einem Glasspiegel unter dem Polarisationswinkel reflektieren. Er fand, daß der außerordentliche Strahl ausgelöscht wird, wenn der Hauptschnitt des Kalkspates mit der Reflexionsebene des Spiegels parallel steht. Hieraus folgt, daß die Fresnelsche Schwingungsrichtung senkrecht zur Reflexionsebene des Spiegels steht.

Fig. 80 Schwingungsrichtungen nach Fresnel in einem Spaltungsstück von Kalkspat

Die Fresnelsche Voraussetzung ist jedoch nicht erwiesen und deshalb auch seine Schlußfolgerung nicht sichergestellt. Fr. Neumann nahm an, daß die Schwingungsrichtung des von einem Spiegel reflektierten Lichtes parallel zur Reflexionsebene des Spiegels stehe; der Versuch von Malus muß also nach der Neumannschen Annahme zur Folge haben, daß auch die Schwingungsrichtung des ordentlichen und des außerordentlichen Strahles beim Kalkspat umgekehrt ist als nach Fresnel. Eine Lösung dieser Frage ermöglichte erst die elektromagnetische Lichttheorie. Im gewöhnlichen Sprachgebrauche versteht man indessen unter „Schwingungsrichtung", falls nicht das Gegenteil ausdrücklich angegeben wird, die Fresnelsche Schwingungsrichtung.

§ 23

Beziehungen zwischen den die Lichtgeschwindigkeiten der Kristalle darstellenden Flächen

1. Sind $\mathfrak{a}_1$, $\mathfrak{a}_2$, $\mathfrak{a}_3$ wovon $\mathfrak{a}_1 > \mathfrak{a}_2 > \mathfrak{a}_3$, die drei Hauptlichtgeschwindigkeiten, so ist die Gleichung des Fresnelschen Ellipsoides $\frac{x_1^2}{\mathfrak{a}_1^2} + \frac{x_2^2}{\mathfrak{a}_2^2} + \frac{x_3^2}{\mathfrak{a}_3^2} = 1$, oder auch $\frac{\mathfrak{s}_1^2}{\mathfrak{a}_1^2} + \frac{\mathfrak{s}_2^2}{\mathfrak{a}_2^2} + \frac{\mathfrak{s}_3^2}{\mathfrak{a}_3^2} = \frac{1}{\mathfrak{s}^2}$, wobei $\mathfrak{a}_1$, $\mathfrak{a}_2$, $\mathfrak{a}_3$ die Hauptachsen des Ellipsoides sind, und $\mathfrak{s}$ ein beliebiger Radiusvektor, dessen Lage durch die Richtungskosinus $\mathfrak{s}_1$, $\mathfrak{s}_2$, $\mathfrak{s}_3$ bestimmt ist.

2. Zieht man an irgendeinen Punkt R einer Ellipse eine Tangente (vgl. hierzu die Fig. 81; die äußere Ellipse bleibe an dieser Stelle unberücksichtigt), fällt vom Mittelpunkte O aus auf diese Tangente das Lot OF, und wiederholt dieselbe Konstruktion für alle möglichen Punkte der Ellipse, so stellt die Verbindungslinie sämtlicher Fußpunkte eine neue geschlossene Kurve, die zur betreffenden Ellipse gehörige „Fußpunktskurve" oder deren „Oval" dar. Zu jedem dreiachsigen Ellipsoid gehört in entsprechender Weise eine Fußpunktsfläche, welche „Ovaloid" genannt wird. Die drei Halbachsen des Ovaloides sind dieselben wie die des Ellipsoides, dessen Fußpunktsfläche das Ovaloid ist, also im vorliegenden Falle die drei Hauptlichtgeschwindigkeiten $\mathfrak{a}_1$, $\mathfrak{a}_2$, $\mathfrak{a}_3$, und die Gleichung dieses Ovaloides ist:

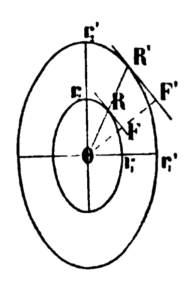


Fig. 81.

$$\mathfrak{a}_1{}^2 x_1{}^2 + \mathfrak{a}_2{}^2 x_2{}^2 + \mathfrak{a}_3{}^2 x_3{}^2 = (x_1{}^2 + x_2{}^2 + x_3{}^2)^2, \text{ oder}$$

$\mathfrak{a}_1{}^2\sigma_1{}^2 + \mathfrak{a}_2{}^2\sigma_2{}^2 + \mathfrak{a}_3{}^2\sigma_3{}^2 = \sigma^2$, wenn σ derjenige Radius des Ovaloides ist, welcher durch die drei Richtungskosinus σ_1, σ_2, σ_3 bestimmt ist. Fresnel glaubte, daß die Radiivektoren dieses Ovaloides die „optische Elastizität" des Kristalls darstellten, und nannte dasselbe deshalb „Surface d'élasticité". Der Name „optische Elastizitätsfläche" wird auch jetzt noch häufig für dieses Ovaloid benutzt. W. Voigt[1]) nennt dasselbe „Polarisationsovaloid".

3. Legt man durch den Mittelpunkt des Fresnelschen Ellipsoides eine Ebene, so stellt deren Schnittkurve mit dem Ellipsoid eine Ellipse dar. Trägt man die große und die kleine Achse dieser Schnittellipse als Längen auf der im Mittelpunkte zur Schnittebene errichteten Senkrechten auf und wiederholt diese Konstruktion für alle möglichen Neigungen der Schnittebene, so bilden die sämtlichen Endpunkte eine zweischalige Fläche, die schon besprochene „Fresnelsche Strahlenfläche". Die Radiivektoren dieser Fläche stellen die Strahlengeschwindigkeit für den betreffenden Radiusvektor dar. Derselbe Durchmesser der Schnittellipse, welcher die Länge des betreffenden Radiusvektors bestimmt, gibt durch seine Richtung auch die Fresnelsche Schwingungsrichtung an.

4. Die Größen $\nu_1 = \frac{1}{\mathfrak{a}_1}$, $\nu_2 = \frac{1}{\mathfrak{a}_2}$, $\nu_3 = \frac{1}{\mathfrak{a}_3}$ sind die Hauptbrechungsquotienten. Das Ellipsoid

1) Göttinger Nachr. 1902, S. 50.

$$\frac{x_1^2}{\nu_1^2} + \frac{x_2^2}{\nu_2^2} + \frac{x_3^2}{\nu_3^2} = 1 \text{ oder auch } \frac{\sigma_1^2}{\nu_1^2} + \frac{\sigma_2^2}{\nu_2^2} + \frac{\sigma_3^2}{\nu_3^2} = \frac{1}{\sigma^2}$$

heißt „Indexellipsoid" (Elastizitätsellipsoid nach Fresnel).

5. Das die Fußpunktsfläche des Indexellipsoides darstellende Ovaloid

$$\nu_1^2 x_1^2 + \nu_2^2 x_2^2 + \nu_3^2 x_3^2 = (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^2 \text{ oder}$$
$$\nu_1^2 \mathfrak{s}_1^2 + \nu_2^2 \mathfrak{s}_2^2 + \nu_3^2 \mathfrak{s}_3^2 = \mathfrak{r}^2,$$

wobei $\mathfrak{s}_1$, $\mathfrak{s}_2$, $\mathfrak{s}_3$ die Richtungskosinus des Radiusvektors $\mathfrak{r}$ sind, hat die Hauptbrechungsquotienten ν_1, ν_2, ν_3 zu Halbachsen.

6. Genau wie aus den Schnittellipsen des Fresnelschen Ellipsoides die Strahlenfläche, so leitet sich aus den Schnittellipsen des Indexellipsoides die „Indexfläche" ab; die Radiivektoren der Indexfläche geben für jede Richtung die beiden zugehörigen Werte des Brechungsquotienten. Die Halbachsen der Indexfläche sind wie die des Indexellipsoides ν_1, ν_2, ν_3.

7. Trägt man in gleicher Weise die beiden Durchmesser des Schnittovals durch den Mittelpunkt des Polarisationsovaloides auf die zur Schnittebene senkrechte Gerade auf, so geben die beiden Endpunkte sämtlicher Geraden die „Normalenfläche". Die Radiivektoren der Normalenfläche geben die beiden Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der Wellennormalen für die betreffende Richtung an. Die Normalenfläche ist die Fußpunktsfläche der Strahlenfläche. Man kann die Normalenfläche auch dadurch erhalten, daß man die reziproken Werte der Halbachsen der Schnittellipsen des Indexellipsoides als Längen auf die Normalen dieser Schnittellipsen aufträgt. Die Halbachsen der Normalenfläche sind wie die der Strahlenfläche, des Fresnelschen Ellipsoides und des Polarisationsellipsoides $\mathfrak{a}_1$, $\mathfrak{a}_2$, $\mathfrak{a}_3$.

Sind die Halbachsen des Fresnelschen Ellipsoides $\mathfrak{a}_1$, $\mathfrak{a}_2$, $\mathfrak{a}_3$, so sind die des zugehörigen Indexellipsoides $\nu_1 = \frac{1}{\mathfrak{a}_1}$, $\nu_2 = \frac{1}{\mathfrak{a}_2}$, $\nu_3 = \frac{1}{\mathfrak{a}_3}$. Fresnelsches Ellipsoid und Indexellipsoid werden daher „Reziprokalflächen" (in bezug auf eine Kugel, deren Radius gleich der Längeneinheit ist) genannt. Ebenso sind die Indexfläche und die Strahlenfläche Reziprokalflächen.

Das Polarisationsovaloid und das Indexellipsoid unterscheiden sich nur dadurch voneinander, daß die rechte Seite der betreffenden zweiten Gleichungen bei der einen Fläche σ^2, bei der anderen $\frac{1}{\sigma^2}$ ist. Diese beiden Flächen heißen deshalb „inverse Flächen",

wenn wir als inverse Flächen solche bezeichnen, von welchen die eine aus der anderen durch Transformation mittels reziproker Radien hervorgeht. Auch die Indexfläche und die Normalenfläche bilden ein Paar inverser Flächen.

Die Normalen der Kreisschnitte des Fresnelschen Ellipsoides und des Ovaloides (5), welches die Fußpunktsfläche des Indexellipsoides darstellt, sind die Strahlenachsen. Die Normalen der Kreisschnitte des Indexellipsoides und des Polarisationsovaloides sind die optischen Achsen.

In Fig. 82 stellen der innere Kreis und die ihn durchschneidende Ellipse einen Schnitt durch die Strahlenfläche dar; der

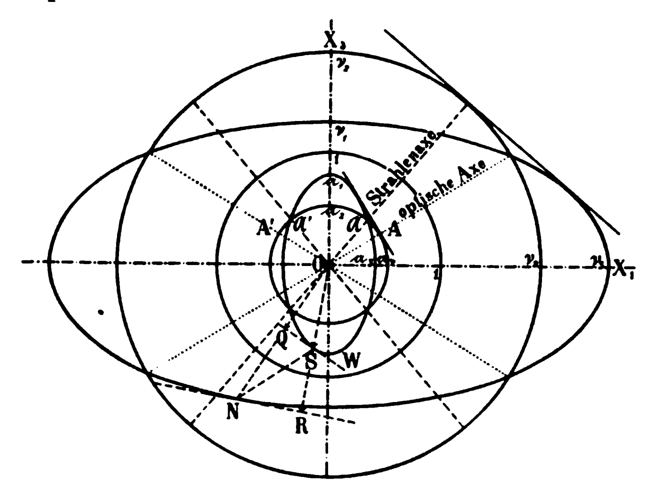


Fig. 82
Schnitt senkrecht zur Achse a_2 durch die Strahlenfläche und die Indexfläche nach Th. Liebisch (mit einigen Änderungen)

mittlere Kreis hat den Durchmesser 1. Der äußere Kreis und die ihn durchsetzende Ellipse sind der Schnitt durch die zugehörige Indexfläche. Der Radiusvektor $OS = \mathfrak{s}$ der Strahlenfläche stellt die Strahlengeschwindigkeit in der Richtung des Radiusvektors dar, W die im Punkte S an die Strahlenfläche gelegte Tangentialebene, das Lot $OQ = q$ die zu OS gehörige Wellennormale und Normalengeschwindigkeit. Q ist also ein Punkt der Normalenfläche, S ein Punkt der Strahlenfläche. Verlängert man OQ bis N, so daß $ON = \frac{1}{q}$, so ist N ein Punkt der zugehörigen Indexfläche.[1])

1) Ausführlichere Angaben über die genannten Flächen siehe bei Th. Liebisch, Physikalische Kristallographie, Leipzig 1891.

§ 24

Brechung des Lichtes an der Grenze gegen ein optisch-anisotropes Medium

a) Konstruktion von Strahl und Wellennormale mit Hilfe der Strahlenfläche

Ein Medium, bei welchem die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes nach allen Richtungen gleich ist, heißt optisch-isotrop;

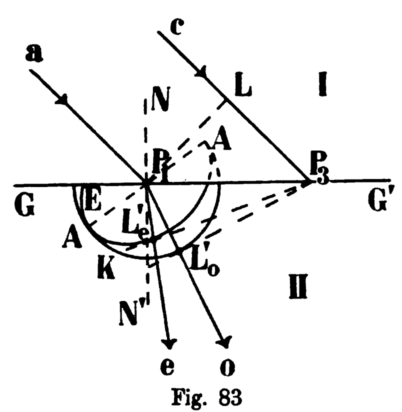


Fig. 83
Brechung des Lichtes an einem optisch-einachsigen positiven Kristall

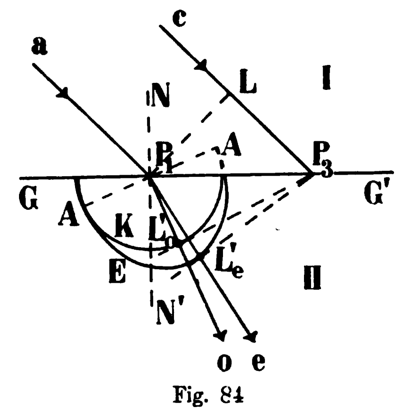


Fig. 84
Brechung des Lichtes an einem optisch-einachsigen negativen Kristall

ist die Geschwindigkeit abhängig von der Richtung, so heißt das Medium optisch-anisotrop. Wie bei der Brechung an der Grenze zweier isotroper Medien, so läßt sich auch bei der Brechung an der Grenze gegen ein anisotropes Medium der Gang der Lichtstrahlen mit Hilfe des Huyghensschen Prinzipes bestimmen. Das Medium I sei isotrop, das Medium II bei Fig. 83 optisch-einachsig positiv, bei Fig. 84 optisch-einachsig negativ, bei Fig. 85 optisch-zweiachsig.

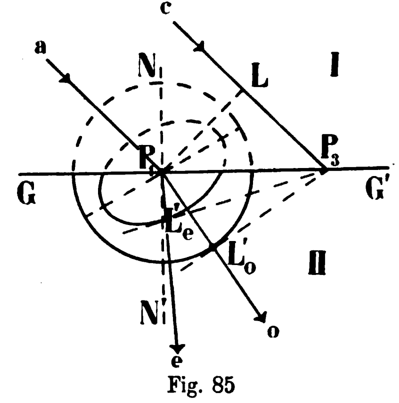


Fig. 85
Brechung des Lichtes an einem optisch-zweiachsigen Kristall

In dem optisch-isotropen Medium I falle ein paralleles Lichtbündel auf die Grenzfläche GG'. In dem Augenblicke, in welchem der Strahl a auf die Grenzfläche bei P_1 auftrifft, ist der Strahl c erst bis L vorgeschritten. Während c von L bis P_3 im Medium I

fortschreitet, bildet sich um P_1 im Medium *II* eine Welle bis zur Oberfläche der Strahlenfläche. Ähnliche Strahlenflächen entstehen nach und nach um alle von den Strahlen *a* bis *c* getroffenen Punkte der Grenzfläche. Je näher der Punkt bei P_3 liegt, um so später wurde er von der Lichtbewegung betroffen, um so weniger weit hat sich also um ihn die Strahlenfläche in *II* ausgebreitet. In allen drei Fällen lassen sich von P_3 aus im Medium *II* zwei, und zwar nur zwei, Tangentialebenen an das System der Strahlenflächen legen, welche die um P_1 liegende Strahlenfläche etwa in den Punkten L_0' und L_e' berühren. Die Verbindungslinien des Mittelpunktes einer Strahlenfläche mit diesen Berührungspunkten geben die Richtungen der in das Medium *II* gebrochenen Strahlen, die vom Mittelpunkte auf die Tangentialebenen gefällten Lote geben die zugehörigen Wellennormalen. Die Punkte L_e', also auch der gebrochene außerordentliche Strahl, bleiben nur dann in der Einfallsebene, wenn diese einem Symmetrieschnitt der Strahlenfläche parallel geht. Die Punkte L_o' dagegen, also auch der gebrochene ordentliche Strahl, bleiben ebenso wie die beiden Wellennormalen auch im Medium *II* stets in der Einfallsebene.

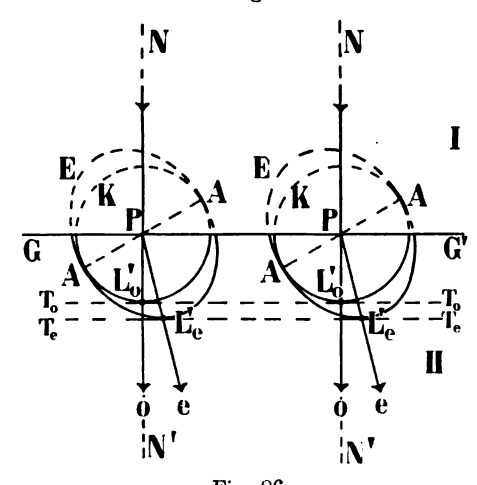


Fig. 86
Ablenkung des Lichtes bei senkrechter Inzidenz auf eine Kristallfläche

Den Beobachtungen Biots (S. 85) entsprechend wird der außerordentliche Strahl in Fig. 83, bei den optisch-einachsigen positiven Kristallen, vom Einfallslote weniger weit, in Fig. 84, bei den optisch-einachsigen negativen Kristallen, von diesem weiter weggebrochen als der ordentliche Strahl.

Nehmen wir als speziellen Fall an, ein paralleles Lichtbündel falle (Fig. 86) senkrecht auf die Grenzfläche GG' zwischen einem optisch-isotropen Medium *I* und einem optisch-einachsigen Medium *II*, und die Normale NN' der Grenzfläche sei weder parallel noch senkrecht zur Hauptachse. Die Zeichnungsebene sei dem durch das Strahlenbündel gelegten Hauptschnitte parallel; T_0 und T_e seien

die beiden Tangentialebenen. Der ordentliche und der außerordentliche Strahl bleiben dann ebenso wie die beiden Wellennormalen auch im Medium *II* im Hauptschnitt; aber der außerordentliche Strahl wird auch bei senkrechter Inzidenz im Hauptschnitt abgelenkt, während die Wellennormalen des ordentlichen und des außerordentlichen Strahles in diesem Falle auch im Medium *II* senkrecht zur Grenzebene bleiben.

b) Konstruktion der gebrochenen Welle und des gebrochenen Strahles mit Hilfe der Indexfläche nach Mac Cullagh und W. Hamilton (1833)

Die Zeichnungsebene (Fig. 87) sei die Einfallsebene, GG' die Schnittlinie der Grenzfläche der beiden Medien *I* und *II* mit der Einfallsebene; $\nu_{\rm I}$ sei die Schnittkurve der Indexfläche des Mediums *I*, $\nu_{{\rm II}\,\alpha}$ und $\nu_{{\rm II}\,\beta}$ die Schnittkurven der Indexfläche des Mediums *II* mit der Einfallsebene. $P_{\rm I}O$ sei die Richtung der im Medium *I* einfallenden Wellennormale; man verlängere $P_{\rm I}O$ bis $P_{\rm I}'$, fälle das Lot $P_{\rm I}'F$ auf die Grenzfläche, verlängere $P_{\rm I}'F$ rückwärts bis $P_{{\rm II}\alpha}$ und $P_{{\rm II}\beta}$, so geben $OP_{{\rm II}\alpha}$ und $OP_{{\rm II}\beta}$ die Richtungen der beiden im Medium *II* sich fortpflanzenden gebrochenen Wellennormalen. Die Lote auf die durch $P_{{\rm II}\alpha}$ und $P_{{\rm II}\beta}$ gelegten Tangentialebenen geben die zugehörigen Strahlen.

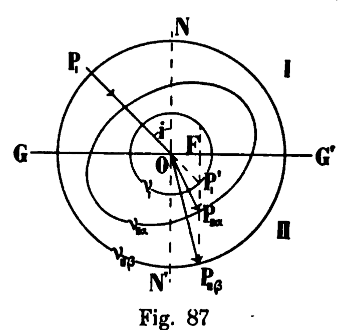


Fig. 87
Konstruktion der gebrochenen Wellennormalen mit Hilfe der Indexfläche

Die Verwendung der Indexfläche hat gegenüber der Strahlenfläche den Vorteil, daß die gebrochenen Wellennormalen auch dann in der Einfallsebene, welche in der Regel auch als Zeichnungsebene gewählt wird, bleiben, wenn die gebrochenen Strahlen aus dieser Ebene heraustreten.

§ 25

Reflexion an einer ebenen Grenzfläche innerhalb eines anisotropen durchsichtigen Mediums

a) Konstruktion des reflektierten Strahles mit Hilfe der Strahlenfläche

Es falle ein paralleles Lichtbündel auf die Grenzfläche GG'; in dem Augenblicke, in welchem der Strahl *a* die Grenzfläche bei

P trifft, ist der Strahl a' erst bis F' gelangt, wenn F' der Fußpunkt des von P auf a' gefällten Lotes ist; während a' von F' bis zum Punkte P' der Grenzfläche fortschreitet, bildet sich um P ein in das Medium I rückwärtsschreitendes Wellensystem. Es sei die Einfallsebene ein optischer Symmetrieschnitt des Mediums I, dann ist der Schnitt der Einfallsebene mit der Strahlenfläche ein Kreis und eine Ellipse, und der einfallende Strahl ist dann entweder ein ordentlicher oder ein außerordentlicher. Im ersteren Falle gelangt die reflektierte Strahlung bis zu einem Kreise mit dem Radius $PL_\alpha = F'P'$ (Fig. 88), im zweiten Falle (Fig. 89) bis zu einer Ellipse, deren Hauptachsenverhältnis durch die betreffenden Hauptlichtgeschwindigkeiten, und deren Achsenrichtungen durch die betreffenden Achsen der Strahlenfläche gegeben sind, während die Länge des Radiusvektors in der Richtung der einfallenden

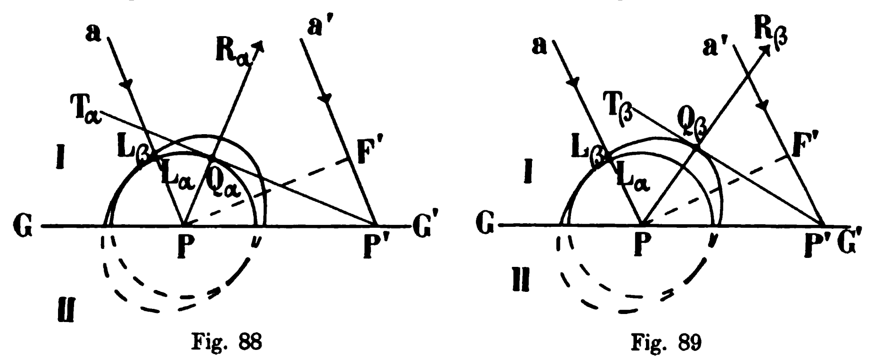


Fig. 88 Fig. 89

Konstruktion des in einem optisch-einachsigen Kristall reflektierten Strahles mit Hilfe der Strahlenfläche

Strahlen $PL_\beta = F'P'$ ist. Zieht man an den Kreis bzw. an die Ellipse die Tangenten $P'T_\alpha$ bzw. $P'T_\beta$, so stellt der von P durch den Berührungspunkt Q_α bzw. Q_β gezogene Strahl R_α bzw. R_β den reflektierten Strahl dar.

Ist die Einfallsebene keine optische Symmetrieebene, dann entsteht um den Punkt P eine doppelte Strahlenoberfläche, und die Berührungspunkte Q_α und Q_β, also auch die in diesem Falle erzeugten beiden Strahlen R_α und R_β, bleiben nicht in der Einfallsebene.

Bei senkrechter Inzidenz (Fig. 90) kann man parallel zum einfallenden Strahl immer einen optischen Symmetrieschnitt legen, wenn der Kristall optisch-einachsig ist, bei optisch-zweiachsigen Kristallen dagegen nur dann, wenn die Grenzfläche zu einer optischen Symmetrieachse parallel geht. In beiden Fällen steht der

reflektierte ordentliche Strahl R_α senkrecht, der reflektierte außerordentliche Strahl R_β schief zur Grenzfläche, bleibt aber im betreffenden optischen Symmetrieschnitt.

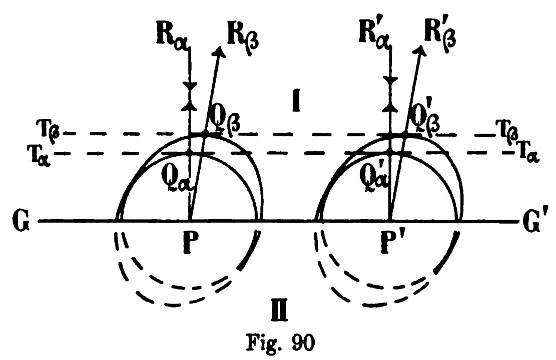


Fig. 90
Reflexion in einem optisch-einachsigen Kristall bei senkrechter Inzidenz

Ist das Medium I optisch-isotrop, so gilt die gleiche Konstruktion des reflektierten Strahles wie für den ordentlichen Strahl (Fig. 88).

b) Konstruktion der reflektierten Wellennormale mit Hilfe der Indexfläche

Wie die Konstruktion der gebrochenen, so ist auch die Konstruktion der reflektierten Wellennormalen mit Hilfe der Indexfläche nach Mac Cullagh und Hamilton einfacher als die Konstruktion der betreffenden Strahlen mit Hilfe der Strahlenfläche nach Huyghens und Fresnel, weil ebenso wie die gebrochenen, so auch die reflektierten Wellennormalen mit den einfallenden Wellennormalen und dem Einfallslote in der gleichen Ebene bleiben. Seien (Fig. 91) ν_α und ν_β die Schnittkurven der beiden Schalen der Indexfläche des Mediums I mit der Einfallsebene der Wellennormale a, und es möge die Normale a bezüglich ihrer Schwingungsrichtung und ihres Brechungsquotienten zur Schale α gehören. Die Verlängerung von aO treffe die Kurve ν_α

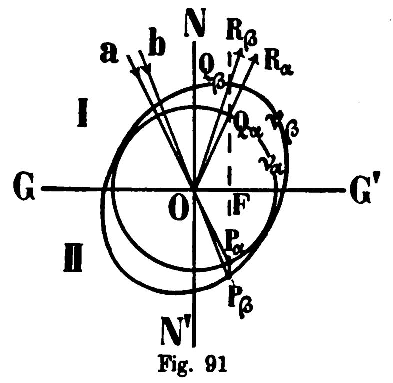


Fig. 91
Konstruktion der in einem optisch-einachsigen Kristall reflektierten Wellennormale mit Hilfe der Indexfläche

in P_α; man ziehe $P_\alpha F \perp GG'$ und verlängere $P_\alpha F$ bis Q_α und Q_β; die durch diese beiden Punkte gehenden Richtungen OR_α und OR_β geben dann die zu aO gehörenden reflektierten Wellennormalen. Trifft das Lot $P_\alpha F$ rückwärts verlängert die Kurve ν_β in P_β, so gehört zur Schale β nach Schwingungsrichtung und Fortpflanzungsgeschwindigkeit eine Wellennormale bO, welche die gleichen Richtungen OQ_β und OQ_α für die reflektierten Wellennormalen liefert wie die Wellennormale a; jedoch hat die zur einfallenden Normale a gehörige reflektierte Welle bei gleicher Normalenrichtung weder die gleiche Amplitude noch die gleiche Schwingungsrichtung wie die zur einfallenden Normale b gehörige Welle.

Ist die Einfallsebene ein Symmetrieschnitt, so ist jedesmal die Intensität der einen der beiden reflektierten Wellen gleich Null.

Ist das Medium der einfallenden Wellen optisch-isotrop, so fallen die beiden Kurven ν_α und ν_β in eine einzige Kreislinie zusammen.

§ 26

Konische Refraktion

Sei die in Fig. 92 dargestellte Kurve ein Teilschnitt durch die Strahlenfläche, OS ein Strahl, SF die Tangentialebene an die Kurve und OF das Lot auf die letztere vom Punkte O aus. OS stellt also die Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines in dieser Richtung liegenden Strahles dar, OF die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der zugehörigen Welle. Von der letzteren Geschwindigkeit hängt die Brechung des Strahles an der Grenze zweier Medien ab.

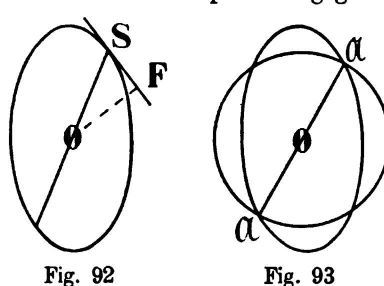


Fig. 92 Fig. 93

Geht ein Lichtstrahl im Innern eines optisch-zweiachsigen Kristalls parallel zur Strahlenachse, so läßt sich im Punkte 𝔄 (Fig. 93) eine Schar von Tangentialebenen an die Strahlenfläche legen, deren senkrechter Abstand von O verschieden ist; es gehören also zum Strahl 𝔄𝔄 Wellen mit verschiedener Geschwindigkeit, und beim Austritt aus dem Kristall geht dann von 𝔄 in das äußere Medium ein Kegel von Strahlen, dessen Spitze in 𝔄 liegt. Diese Erscheinung wird als „äußere konische Refraktion“ bezeichnet.

An die Strahlenfläche läßt sich (Fig. 94) eine Ebene TF anlegen, welche die Strahlenfläche in einem geschlossenen Ringe be-

rührt. Zur Wellenebene *TF* mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit *OF* gehört deshalb im Inneren des Kristalls ein Kegel von Strahlen, welche von *O* aus nach allen Punkten dieses Ringes gerichtet sind. Läßt man daher ein paralleles Lichtbündel so in einen optisch-zweiachsigen Kristall eintreten, daß die gebrochene Welle sich in der Richtung der optischen Achse *OF* fortpflanzt, so tritt aus dem Kristall ein Lichtbündel aus, dessen Strahlen außerhalb des Kristalls auf einem Zylindermantel liegen. Diese Erscheinung wird „innere konische Refraktion" genannt.

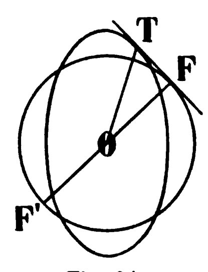


Fig. 94
Gemeinsame Berührungsebene *FT* an die ordentliche und außerordentliche Strahlenfläche

Die konische Refraktion wurde 1832 von W. Hamilton aus der Fresnelschen Strahlenfläche theoretisch abgeleitet und von H. Lloyd 1833 am Aragonit experimentell nachgewiesen.

Zum Nachweise der inneren konischen Refraktion ließ Lloyd ein enges paralleles Lichtbündel mit Hilfe von zwei Diaphragmen c' und c, welche je eine kleine Öffnung e' und e hatten (vgl. Fig. 95), in einer bestimmten Richtung auf eine parallel (001) geschliffene Aragonitplatte fallen. Durch gegenseitige Verschiebung der beiden Diaphragmen läßt sich der Einfallswinkel so korrigieren, daß der Strahl die gewünschte Richtung erhält. Der Aragonit kristallisiert rhombisch, seine erste Mittellinie liegt senkrecht zu (001) und die Ebene der optischen Achsen ist (100). Bei richtiger Lage von e und e' erscheint auf dem Schirme S ein geschlossener heller Ring, dessen Durchmesser von der Entfernung des Schirmes unabhänig ist.

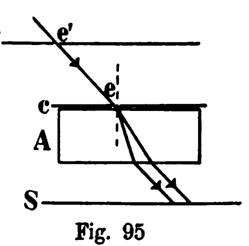
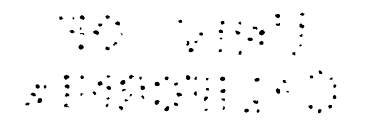


Fig. 95
Innere konische Refraktion

Zum Zwecke der Beobachtung der äußeren konischen Refraktion wurde vor die als Eintrittsfläche dienende Begrenzungsebene des Aragonits eine Sammellinse gehalten, so daß der Brennpunkt in die Begrenzungsebene fiel und der Achsenstrahl des Lichtkegels eine der Strahlenachse des Lichtes entsprechende Einfallsrichtung erhielt. Auf die Austrittsfläche wurde ein Diaphragma mit kleiner Öffnung gelegt, so daß die Verbindungslinie von Brennpunkt und Öffnung parallel zur Strahlenachse ging. Der aus der Diaphragmenöffnung austretende hohle Lichtkegel kann bei genügender Stärke der Lichtquelle auf einer Mattscheibe aufgefangen werden. Er er-



zeugt auf dieser einen Lichtring, dessen Durchmesser mit dem Abstande des Schirmes zunimmt.

J. C. Poggendorff beobachtete 1839 in dem hellen Ringe der inneren konischen Refraktion bei genügend feinem einfallenden Strahlenbündel eine feine dunkle, mit dem Lichtringe konzentrische Kreislinie, für welche W. Voigt 1905 eine Erklärung gab.[1]

Besser als Aragonit eignet sich der rhombische Schwefel zur Demonstration der konischen Refraktion.[2]

Die konische Refraktion war Fresnel entgangen. Ihre Entdeckung gilt als eine glänzende Bestätigung der Fresnelschen Gesetze der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Lichtstrahlen.

§ 27

Huyghensscher Versuch

Fällt ein gewöhnlicher Lichtstrahl senkrecht auf eine Fläche des Spaltungsrhomboeders von Kalkspat, so schwingt im Kalkspat der außerordentliche Strahl im Hauptschnitt, welcher durch *ee* geht (vgl. Fig. 96), der ordentliche Strahl senkrecht zu diesem Hauptschnitt, also parallel *oo*.

e
o o
e

Fig. 96
Schwingungsrichtungen nach Fresnel in einem Spaltungsstück von Kalkspat

Stellt man (Fig. 97) hinter das Kalkspat-Spaltungsstück *I* ein zweites genau gleiches parallel, so liegen die Schwingungsrichtungen in *II* ebenso wie in *I*; der Abstand der beiden aus *II* austretenden Strahlen ist deshalb doppelt so groß als der aus *I* austretenden Strahlen. Dreht man den Kristall *II* um 180° um die Normale zur Ein- und Austrittsfläche (Fig. 98), so sind die Lagen des durch *ee* gehenden Hauptschnittes und die Lage der zum Hauptschnitt senkrechten Richtung *oo*

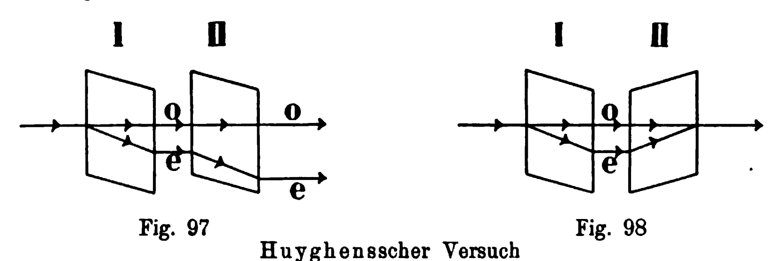


Fig. 97 Fig. 98
Huyghensscher Versuch

1) Phys. Ztschr. 6, 673.

2) Bez. einiger Abänderungen dieser Versuche vgl. Th. Liebisch, Physik. Krist., S. 344.

ebenfalls in *I* und *II* parallel, aber die Ablenkung von *e* erfolgt in *II* im umgekehrten Sinne als in *I*; beim Austritt aus *II* fallen daher die beiden Strahlen *o* und *e* wieder zusammen. Dreht man den Kristall *II* gegen *I* um 90° (Fig. 99), so geht der aus *I* ohne Ablenkung als ordentlicher austretende Strahl in *II* als außerordentlicher abgelenkt weiter und umgekehrt der aus *I* als außerordentlicher abgelenkt austretende Strahl wird in *II* ordentlicher und wird nicht mehr weiter abgelenkt; es treten also auch in diesem Falle nur zwei Strahlen aus dem Kristall, von welchen der eine nach rechts oder links, der andere nach oben oder unten aus der Verlängerung des einfallenden Strahles verschoben ist.

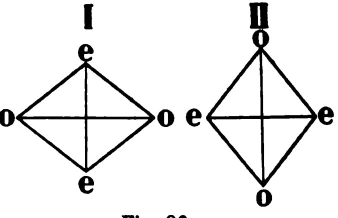


Fig. 99

Dreht man aber *II* um einen solchen Winkel, daß *oo* in *II* zu *oo* in *I* weder parallel noch senkrecht steht, dann treten aus *II* vier Strahlen aus, indem jeder der beiden aus *I* austretenden Strahlen nochmals zerlegt wird. Diese vier Strahlen sind im allgemeinen von verschiedener Intensität.

Intensität der beiden gebrochenen Strahlen. Ist die Intensität des auf *I* auffallenden gewöhnlichen Strahles J, so sind nach Malus (1810) die aus *I* austretenden Intensitäten:

$$J_o = m\frac{J}{2},\quad J_e = m\frac{J}{2},$$ und die aus *II* austretenden:

$$J_{oo} = mJ_o\cos^2\alpha,\quad J_{oe} = mJ_o\sin^2\alpha,$$
$$J_{eo} = mJ_e\sin^2\alpha,\quad J_{ee} = mJ_e\cos^2\alpha,$$

wenn α den Winkel angibt, um welchen *II* gegen *I* gedreht wurde.

H. Wild zeigte 1863, daß das Gesetz von Malus nicht streng gültig ist. Nach Malus soll das Verhältnis $J_o : J_e = \frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}$ sein; Wild fand jedoch $J_o : J_e = \frac{C\cdot\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}$, und für Kalkspat fand er $C = 0.9725$. Hiernach ist J_o gleich J_e nicht bei $\alpha = 45°$, wie das Malussche Gesetz verlangt, sondern bei $\alpha = 44°36'$. J_o ist also $\frac{1}{33}$ seiner Intensität schwächer als J_e. Für Quarz ist dagegen annähernd $C = 1$.

Fr. Neumann leitete 1835 diese Abweichung vom Malusschen Gesetze theoretisch aus der Ungleichheit der an den Grenzflächen durch Reflexion stattfindenden Intensitätsverluste ab.

§ 28

Verwendung doppelt brechender Kristalle zur Herstellung polarisierten Lichtes

A. Gleichzeitiger Austritt des ordentlichen und des außerordentlichen Strahles

Vor der Malusschen Entdeckung der Polarisation durch Reflexion war die Doppelbrechung das einzig bekannte Mittel zur Erzeugung polarisierten Lichtes. Sie hat jedoch den Nachteil, daß sie zwei zueinander senkrecht polarisierte Strahlen liefert. Sollen beide getrennt wahrgenommen werden, so muß man ein im Verhältnis zum Querschnitt des Lichtbündels langes Kalkspatstück verwenden.

Eine derartige Vorrichtung ist die Haidingersche Lupe (1845). (Wilhelm H., geb. 5. Februar 1795 zu Wien, Schüler von Mohs, zuletzt Sektionsrat im k. k. Ministerium für Landeskultur und Bergwesen, sowie Direktor der k. k. geologischen Reichsanstalt, gest. 19. März 1871.) Die Haidingersche Lupe (Fig. 100a) besteht aus einem langen Spaltungsstück *K* von Kalkspat und einer Linse *L*, welche so bemessen ist, daß mit ihrer Hilfe die beiden Bilder der gegenüberliegenden quadratischen oder kreisförmigen Öffnung *e* der äußeren Fassung, durch den Kalkspat hindurch gesehen, sich in richtiger Sehweite befinden. Der Durchmesser der Öffnung ist so gewählt, daß die vom ordentlichen und vom außerordentlichen Strahlenbündel erzeugten Bilder unmittelbar nebeneinander liegen (Fig. 100b), ohne sich teilweise zu überdecken. Zwei Glasprismen *G* haben den Zweck, die durch die Schiefe der Endflächen des Kalkspates veranlaßte Verschiebung der Bilder zu verhindern. Die Schwingungsrichtungen der die beiden Bilder erzeugenden Strahlen stehen zueinander senkrecht. Wollte man einen derartigen Apparat zur Erzeugung eines einzigen polarisierten Lichtbündels verwenden, so müßte man auf die obere Fläche des der Linse benachbarten Glasprismas eine Blende legen, welche dem einen der beiden Strahlenbündel den Weg versperrte.

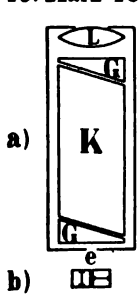


Fig. 100
Haidingersche Lupe

B. Ablenkung des außerordentlichen Strahles; ältere Methode

Senarmontsches Prisma. Senarmont (Henri Hureau de S., geb. 6. September 1808 zu Broué, Professor der Mineralogie an der

école des mines zu Paris, seit 1852 Mitglied der Akademie, gest. 30. Juni 1862) durchschnitt einen Kalkspat nach einem Hauptschnitt, welcher um 45° gegen die optische Achse geneigt ist, klebte beide Hälften in gedrehter Stellung so aneinander, daß die Hauptachsen der beiden Stücke zueinander senkrecht standen, und schliff dann an die beiden Stücke Flächen senkrecht zu den optischen Achsen. Die Richtung der letzteren ist durch eine ihr parallele Schraffierung in Fig. 101 angedeutet. Ein auf die eine Fläche senkrecht auffallender gewöhnlicher Lichtstrahl geht ungebrochen bis zur Schnittfläche und wird hier in zwei Strahlen zerlegt, von welchen der ordentliche *o* ungebrochen weitergeht und auch, ohne abgelenkt zu werden, später in Luft austritt, während der außerordentliche Strahl *e* die zweite Hälfte schief durchsetzt und beim Austritt in Luft noch weiter von *o* sich entfernt. Im Gegensatze zur Haidingerschen Lupe wächst der Abstand zweier von dem Prisma gleich weit entfernter Punkte auf *o* und *e* mit der Entfernung vom Prisma. In genügendem Abstand sind also beide Strahlen völlig voneinander isoliert. Dabei erleidet der ordentliche Strahl keine Dispersion der Farben.

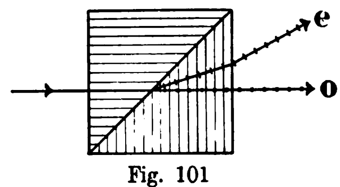


Fig. 101
Senarmontsches Prisma

Statt die optische Achse des zweiten Stückes, wie in der Zeichnung, symmetrisch in bezug auf die Schnittebene zu stellen, kann man dieselbe auch parallel zu derselben orientieren, aber so, daß die optischen Achsen der beiden Stücke wieder zueinander senkrecht stehen; die optische Achse des zweiten Stückes liegt dann senkrecht zur Zeichnungsebene.

Rochon wählte die letztere Orientierung und nahm statt Kalkspat meist Quarz. Doch ist die Ablenkung bei Kalkspat stärker.

C. Ablenkung des ordentlichen Strahles

William Nicol (geb. 1768, gest. 1851 zu Edinburgh, Lehrer der Physik daselbst) hat[1]) durch eine andere sinnreiche Einrichtung den ordentlichen Strahl vollständig beseitigt. Fig. 102a zeigt ein ideales Spaltungsrhomboeder von Kalkspat. Durch stärkeres Abspalten der beiden Flächenpaare f_1 und f_3 entsteht daraus das längliche Spaltungsstück Fig. 102b. Sei $AB'DC'$ der Fig. 103 identisch

1) Edinb. New phil. Journ. 1828; **11**, 83. Pogg. Ann. d. Phys. 1833; **29**, 182.

mit dem Schnitte durch die Kanten AB' und $C'D$ und durch die kürzeren Diagonalen AC' und $B'D$ von f_2 des Spaltungsstückes Fig. 102b. Die Zeichnungsebene der Fig. 103 sei also ein Hauptschnitt. Die beiden Winkel $B'AC'$ und $B'DC'$ betragen rund 71°. Die natürliche Spaltfläche der beiden Enden wird nach Nicol so abgeschliffen, daß zwei neue parallele Flächen entstehen, welche wie die alten zum Hauptschnitt senkrecht stehen, deren Diagonalen AC und BD mit den angrenzenden Kanten aber nur Winkel von 68° bilden. Ein zur Zeichnung senkrechter, in der Richtung CB geführter Schnitt S teilt das Spaltungsstück in zwei Teile, so, daß der Schnitt S zu der neuen Flächendiagonale AC senkrecht steht (vgl. Fig. 104). Beide Hälften werden dann mit Kanadabalsam wieder aneinandergekittet und das Ganze durch eine innen geschwärzte Hülse gefaßt.

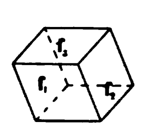


Fig. 102a
Spaltungsrhomboeder des Kalkspates

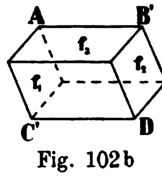


Fig. 102b
Spaltflächen des Kalkspates

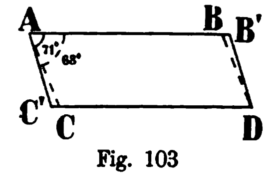


Fig. 103

Ein parallel zur Längsrichtung des Prismas auffallender Lichtstrahl g wird im vorderen Kalkspat in einen ordentlichen Strahl o und einen außerordentlichen Strahl e zerlegt. Der Brechungsquotient des Balsams für die Linie D ist $\nu_D = 1{,}54$, der des ordentlichen Strahles im Kalkspat $\nu_{oD} = 1{,}66$, der des außerordentlichen $\overline{\nu}_{eD} = 1{,}49$. Der Schnitt wurde von Nicol so berechnet, daß für die in Fig. 104 angedeutete Richtung des außerordentlichen Strahles die Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieses Strahles im Kalkspat ebenso groß ist wie die Lichtgeschwindigkeit im Balsam; der außerordentliche Strahl erfährt daher im Balsam keine weitere Ablenkung. Der ordentliche Strahl trifft aber an der Balsamschicht auf ein optisch dünneres Medium unter einem so großen Einfallswinkel, daß er hier eine totale Reflexion erleidet; er tritt seitlich aus dem Kalkspat aus und wird an der geschwärzten Innenseite der Fassung absorbiert. Der allein aus der Endfläche des Nicolschen Prismas austretende außerordentliche Strahl schwingt in dem durch die kürzere Diagonale bestimmten Hauptschnitt. Der aus-

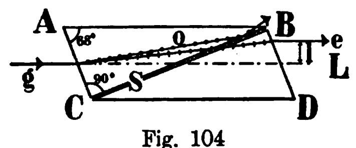


Fig. 104
Parallel zur Längsrichtung des Prismas auffallender Strahl

tretende Strahl e und der einfallende Strahl g haben zwar dieselbe Richtung, aber der erstere erscheint um die Strecke l verschoben.

Kommt der einfallende Strahl statt horizontal (d. i. parallel zur Längsrichtung des Prismas) etwa schräg von oben links nach unten rechts auf die Endfläche des Prismas, so ändern sich natürlich auch die Strahlenwege o und e im Kalkspat. Erreicht diese Neigung einen bestimmten Betrag, dann wird der Einfallswinkel an der Grenzschicht kleiner und o wird nicht mehr total reflektiert; es treten dann also wieder beide Strahlen aus der Endfläche des Prismas aus. Fällt andererseits g schräg von unten links nach oben rechts auf die Vorderseite des Prismas, so nimmt e im Kristall eine mehr von unten links nach oben rechts gehende Richtung an; die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von e wird infolgedessen geringer und der Einfallswinkel von e auf die Balsamschicht größer. Bei einem gewissen Betrage dieser Neigung wird dann außer o auch e total reflektiert und tritt seitlich aus dem Prisma. Der eine der beiden Strahlen allein, und zwar e, tritt also nur dann aus der Endfläche des Prismas, wenn der einfallende Strahl g innerhalb eines bestimmten Winkels gegen die Längsrichtung geneigt ist.

Für das ursprüngliche Nicolsche Prisma (Fig. 105) gelten folgende Beziehungen:[1])

Die Geschwindigkeit des ordentlichen Strahles und die der Normalen der ordentlichen Welle sind $\frac{1}{\nu_o}$, also unabhängig von der Richtung.

Die Geschwindigkeit der außerordentlichen Welle, deren Normale mit der optischen Achse im Kalkspat den Winkel φ einschließt, ist:

$$\frac{1}{\nu_e} = \frac{\sqrt{\bar{\nu}_e^2 \cos^2\varphi + \nu_o^2 \sin^2\varphi}}{\bar{\nu}_e \cdot \nu_o} \quad \ldots \ldots \quad 1)$$

Der Brechungsquotient der Kittmasse sei ν_k. Der ordentliche Grenzstrahl o_g (vgl. Fig. 106) bildet im Kalkspat mit der Kittschicht einen Winkel $r_{og} = \arccos \frac{\nu_k}{\nu_o}$, in Luft mit dem Einfallslot N einen Winkel $i_{og} = \arcsin \nu_o \sin r_{og}$. Die Neigung des Grenzstrahles der ordentlichen Welle in Luft gegen die Längsrichtung L des Prismas ist: $i'_{og} = i_{og} - 22^0$.

Die Normale der außerordentlichen Grenzwelle bilde

1) Vgl. K. Feußner, Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1884; 4, 42 und 43.

mit der Kittebene im Kalkspat einen Winkel r_{eg} (Fig. 107), dann ist der Brechungsquotient der außerordentlichen Grenzwelle

$$\nu_{eg} = \frac{\nu_k}{\cos r_{eg}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

Die Kittebene liegt parallel zu N und bildet mit der optischen Achse des Kalkspates den Winkel $41^0 45'$; also ist die Neigung der außerordentlichen Wellennormale gegen die optische Achse

$$\varphi_{eg} = 41^0 45' + r_{eg} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

Aus den Gleichungen 1, 2 und 3 folgt:

$$\frac{\nu_k}{\bar{\nu}_e \nu_o} = \frac{\cos r_{eg}}{\sqrt{\bar{\nu}_e^2 \cos^2(41^0 45' + r_{eg}) + \nu_o^2 \sin^2(41^0 45' + r_{eg})}} \quad . \quad 4)$$

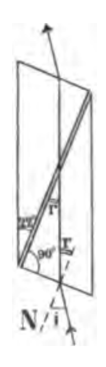


Fig. 105
Im Prisma parallel zur Längsrichtung gehender Strahl

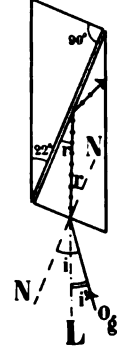


Fig. 106
Ordentlicher Grenzstrahl

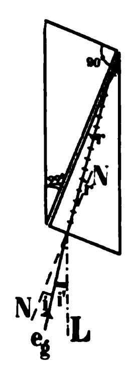


Fig. 107
Außerordentlicher Grenzstrahl

beim Nicolschen Prisma

Gleichung 4 enthält nur die Unbekannte r_{eg}; diese kann deshalb berechnet werden. Aus r_{eg} folgt nach 2) ν_{eg}, ebenso folgt φ_{eg} nach 3) und i_{eg} aus der Gleichung: $\sin i_{eg} = \nu_{eg} \cdot \sin r_{eg}$; endlich ist die Neigung des außerordentlichen Grenzstrahles in Luft gegen die Längsrichtung des Prismas $i'_{eg} = 22^0 - i_{eg}$.

Für Na-Licht ist $\bar{\nu}_e = 1{,}4864$, $\nu_o = 1{,}6585$. Als Brechungsquotient für Kanadabalsam nimmt Feußner den Wert $\nu_k = 1{,}5480$. F. Zirkel[1]) gibt 1,5490 an. Setzen wir $\nu_k = 1{,}5485$, dann ergibt die Rechnung: $r_{og} = 21^0 2'$, $i'_{og} = 14^0 26'$, $r_{eg} = 6^0 2'$, $\nu_{eg} = 1{,}5571$, $i_{eg} = 9^0 25'$, $i'_{eg} = 12^0 35'$.

Für eine Kittmasse, deren Brechungsquotient $\nu_k = 1{,}5485$, liegt das Gesichtsfeld zwischen $14^0 26'$ auf der einen Seite und

1) Lehrbuch der Petrographie, 2. Aufl., 1893, I, 65.

$12^\circ 35'$ auf der anderen Seite gegen die Längsrichtung L. Tatsächlich verwendbar ist aber nur das Feld, welches beiderseits gegen die Längsrichtung unter $12^\circ 35'$ geneigt ist, also ein Feld von $2\,i'_{eg} = 25^\circ 10'$.[1]) (Vgl. Fig. 108.)

E. Weinschenk[2]) gibt als Brechungsquotienten des Kanadabalsams $\nu_k = 1{,}545$ an.

E. A. Wülfing[3]) setzt den Brechungsquotienten des getrockneten Kanadabalsams $\nu_k = 1{,}54$ und findet dementsprechend: $i'_{og} = 16^\circ 1'$, $r_{eg} = 7^\circ 26'$, $\nu_{eg} = 1{,}5531$, $i_{eg} = 11^\circ 35'$, $i'_{eg} = 10^\circ 25'$.

Das verwendbare Gesichtsfeld hat bei dieser Annahme nur den Wert $2\,i'_{eg} = 20^\circ 50'$.

In einer späteren Mitteilung[4]) gibt Wülfing bez. des Brechungsquotienten des Kanadabalsams an, daß derselbe bei den meisten Schliffen zwischen 1,533 und 1,541 liege und nur selten bis 1,544 (ν_o des Quarzes) steige und ebenso selten unter 1,533 (ν_1 von Chalcedon) falle.

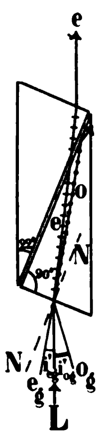
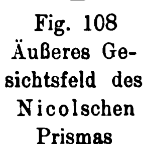



Fig. 108
Äußeres Gesichtsfeld des Nicolschen Prismas

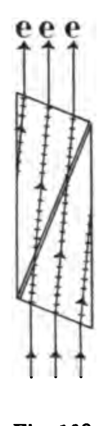


Fig. 109
Ablenkung der zur Längsrichtung des Prismas parallel auffallenden Strahlen

Das ursprüngliche Nicolsche Prisma hat eine Reihe von Nachteilen.

1. Der parallel zur Längsrichtung L etwa in der Mitte der Eintrittsfläche auffallende Strahl verläßt die Austrittsfläche in der Nähe der stumpfen Ecke (vgl. Fig. 109), weil er das Prisma unter verhältnismäßig starker Neigung gegen die Längsachse durchsetzt. Beobachtet man also ein Objekt abwechselnd mit und ohne Analysator, so erleidet das Bild jedesmal eine entsprechende Verschiebung seiner Lage. Diese Verschiebung wächst mit der Länge des Prismas und mit der Neigung der Normale der Endfläche gegen die Längsrichtung. Zur Verminderung dieses

1) Feußner setzt $\nu_k = 1{,}5480$ und findet: $i'_{og} = 14^\circ 33'$, $r_{eg} = 4^\circ 48'$, $\nu_{eg} = 1{,}553$, $i_{eg} = 7^\circ 30'$, $i'_{eg} = 14^\circ 30'$. Diese Zahlen stimmen jedoch nicht mit den von ihm angegebenen Formeln; denn setzt man $r_{eg} = 4^\circ 48'$, so wird zwar $\nu_{eg} = 1{,}5533$ nach Gleichung 2, aber $\nu_{eg} = 1{,}5608$ nach Gleichung 1.

2) Die gesteinsbildenden Mineralien 1907, S. 4.

3) Mikroskopische Physiographie d. petrogr. wichtigen Mineralien 1904, I, S. 150.

4) Sitzungsber. d. Heidelb. Akad. 1911.

Nachteiles hat man sog. „verkürzte Nicolsche Prismen" und „Prismen mit geraden Endflächen" eingeführt.

M. Spaßky[1]) empfahl ein Prisma, dessen Endflächen die natürlichen Spaltflächen sind, gegen welche die Längsrichtung unter 71° geneigt ist; die Schnittfläche muß dann unter 84° gegen die Endfläche geneigt sein, wenn als Zwischenmittel Terpentinöl genommen wird. Außerdem empfahl Spaßky ein Prisma mit geraden Endflächen, bei welchem die Schnittfläche gegen die Endfläche nur unter 71° statt unter 90° geneigt ist. Derartige Prismen lieferte später das optische Institut von Dr. Steeg und Reuter. Das „verkürzte Nicolsche Prisma" gibt, wenn Kanadabalsam benutzt wird, ein unsymmetrisches Gesichtsfeld. Wird aber etwa Kopaivabalsam genommen ($\nu_k = 1{,}50$), so wird das Gesichtsfeld symmetrisch und das äußere Gesichtsfeld umfaßt einen Winkel $f_a = 24°$. Die von demselben Institut gelieferten „Nicolschen Prismen mit geraden Endflächen" haben, wie die ursprünglichen Nicols, Spaltflächen als Seitenflächen; die Schnittfläche hat eine Neigung von 75° gegen die Endflächen, also wird die Länge $L = 3{,}75$. Das Gesichtsfeld wird symmetrisch, wenn der Brechungsquotient $\nu_k = 1{,}525$; das äußere Gesichtsfeld f_a umfaßt dann 27°.

Eine beträchtliche Verkürzung des Prismas wurde von Foucault[2]) erzielt. Für den Grenzstrahl der ordentlichen Welle wird $\sin r_o = \frac{\nu_k}{\nu_o}$, wenn r_o der Winkel des Strahles gegen das Lot zur Grenzschicht, ν_k der Brechungsquotient der Zwischenschicht und ν_o der Brechungsquotient des ordentlichen Strahles im Kalkspat ist. Wird ν_k kleiner, so wird also auch r_o kleiner, also r (Fig. 106), der Komplementwinkel von r_o, größer, d. h. dann tritt totale Reflexion bei einer stumpferen Neigung der Schnittfläche gegen die Längsrichtung ein; es kann also dann der Schnitt schräger gegen die Längsrichtung gelegt, das Prisma kürzer werden; es verringert sich dann aber auch das Gesichtsfeld. Foucault wählte Luft als Zwischenschicht, so daß $\nu_k = \nu_l = 1$ wird; die beiden Hälften des Prismas werden nur durch die Fassung zusammengehalten. Abgesehen von dem kleineren Gesichtsfeld hat das Luftprisma noch einen weiteren Nachteil; an den beiden Grenzflächen der Luft werden die Lichtstrahlen wegen des großen Unterschiedes von ν_{kr} und ν_l in beträchtlicher Weise reflektiert und können zu störenden Interferenzen Anlaß geben.

1) Ann. d. Phys. 1838; **14**, 175.

2) Comptes rendus 1857; **45**, 238.

2. Der parallel zur Längsrichtung in der Mitte der Eintrittsfläche auffallende Strahl verläßt, wie erwähnt, das Prisma in der Nähe der stumpfen Ecke (vgl. Fig. 109), der in der stumpfen Ecke auffallende Strahl verläßt das Prisma in der Mitte der gegenüberliegenden Endfläche; der an der spitzen Ecke auffallende Strahl trifft nicht die Balsamschicht, sondern die Seitenfläche des Prismas; dementsprechend könnten etwa an der spitzen Ecke austretende Strahlen nicht aus der Balsamschicht kommen, sondern von den Seitenflächen. Es liefert daher nur die eine Hälfte des Prismas brauchbare Strahlen. Dieser Nachteil wird um so geringer, je mehr die Endflächen und die optische Achse zu den Seitenflächen senkrecht stehen.

3. Der Brechungsquotient des ordentlichen Strahles beträgt beim Kalkspat $\nu_0 = 1{,}658$, der Minimalwert des außerordentlichen Strahles ist $\bar{\nu}_e = 1{,}486$. Beim ursprünglichen Nicolschen Prisma bewegen sich der ordentliche und der außerordentliche Strahl mit Geschwindigkeiten, welchen die Brechungsquotienten 1,658 und 1,557 entsprechen; die verhältnismäßig starke Doppelbrechung des Kalkspates ist also nur zu einem geringen Teil ausgenutzt; das polarisierte Gesichtsfeld könnte durch eine andere gegenseitige Orientierung zwischen der optischen Achse, den Umgrenzungsflächen und der Schnittfläche größer werden. Der geringe Unterschied der beiden in Betracht kommenden Brechungsquotienten rührt daher, daß bei dem ursprünglichen Nicol sowohl der ordentliche als der außerordentliche Strahl eine zu geringe Neigung gegen die optische Achse besitzen.

G. Radicke[1]) schlug deshalb vor, „die zusammenzukittenden Flächen senkrecht gegen die optische Achse zu nehmen“; auch empfahl er statt des Kanadabalsams Kopaivabalsam zu verwenden, weil dann das polarisierte Gesichtsfeld größer würde.

4. Für die inneren Grenzstrahlen gelten die Beziehungen: $\sin r_{og} = \frac{\nu_k}{\nu_0}$, $\sin r_{eg} = \frac{\nu_k}{\nu_{eg}}$, wenn r der Winkel des inneren Grenzstrahles gegen das Lot auf die Zwischenschicht bedeutet; da nun die Brechungsquotienten ν von der Wellenlänge abhängig sind, so ist das Nicolsche Prisma nicht völlig achromatisch; die Ränder des Gesichtsfeldes sind gefärbt. Am deutlichsten ist der Farbensaum an der stumpfen Ecke des Prismas zu erkennen; er beginnt beim ursprünglichen Nicol auf der Innenseite mit grün, wird dann

1) Ann. d. Phys. 1840; 20, 34.

blau und violett; für rot ist also der äußere Grenzwinkel i_{eg} kleiner als für violett. Wählt man statt Kanadabalsam Luft als Zwischenmasse, so ist der Farbensaum des außerordentlichen Grenzstrahles innen gelb, wird dann orange und außen rot. B. Hasert[1]) schlägt deshalb eine andere Kittmasse vor, deren Brechungsquotient dem Werte ν_e näher steht; dann würde das Gesichtsfeld größer und der Farbensaum weniger auffallend.

An der spitzen Ecke des Prismas werden beim ursprünglichen Nicol von den ordentlichen Strahlen die violetten früher total reflektiert; hier erscheint deshalb der Farbensaum des Gesichtsfeldes von innen nach außen gelb, orange, rot. Da aber das Gesichtsfeld nach der Seite des ordentlichen Grenzstrahles beim ursprünglichen Nicol größer ist als nach der Seite des außerordentlichen Grenzstrahles, so ist der letztere Farbensaum meist schon durch die Fassung abgeblendet.

Hartnack und Prazmowski[2]) verwerten die Resultate der beiden vorher genannten Autoren zur Konstruktion eines Prismas mit maximalem, zur Längsrichtung symmetrischem Gesichtsfelde, dessen Endflächen zur Längsrichtung und dessen Schnittfläche zur optischen Achse senkrecht stehen.

Sie fanden:

Klebemittel	Brechungsquotient des Klebemittels	Neigung der Schnittfläche gegen die a) Endflächen	Neigung der Schnittfläche gegen die b) Seitenflächen	Relative Länge des Prismas	Winkel des Gesichtsfeldes
Kanadabalsam . .	1,549	79,0°	11,0°	5,2	33°
Kopaivabalsam . .	1,507	76,5	13,5	3,7	35
Leinöl (eingedickt) .	1.485	73 5	16.5	3,4	35
Mohnöl	1,463	71,1	18,9	3,0	28

„Man sieht, es ist zur Vergrößerung des Gesichtsfeldes vorteilhaft, sich eines Klebemittels zu bedienen, dessen Brechungsindex sich dem Minimum des außerordentlichen Index möglichst nähert. Mit kleinerem Index erhält man ein noch kürzeres Prisma, dessen Gesichtsfeld aber nicht so groß ist.“

Einen Maximalwert des Gesichtsfeldes bei gegebener Länge erreichte Glan[3]) durch eine andere Orientierung des Schnittes zur

1) Ann. d. Phys. 1861; **113**, 189.
2) Ebenda 1866; **127**, 494.
3) Karls Repert. 1880; **16**, 570—573; 1881; **17**, 145.

optischen Achse. Bei dem Glanschen Prisma liegt die optische Achse in der Trennungsebene, und zwar senkrecht zur Längsrichtung, zu welcher die Endflächen ebenfalls senkrecht stehen. Glan bezweckte in erster Linie ein möglichst kurzes Prisma zu konstruieren und wählte deshalb als Zwischenmittel, wie Foucault, Luft. Er erreichte auf diese Weise ein Prisma, dessen Länge sogar geringer ist als seine Breite; jedoch hat es wie das Foucaultsche Prisma den Nachteil der störenden Reflexe an den Grenzflächen der Luftlamelle.

Die gleiche Orientierung der Schnittfläche und der Längsfläche zur optischen Achse wie Glan empfiehlt S. P. Thompson[1]), jedoch bezweckt er in erster Linie ein Prisma mit möglichst großem symmetrischen Gesichtsfelde zu erhalten. Bei Verwendung von Kanadabalsam und für den Fall, daß die trennende Schicht und die Endflächen mit der Längsrichtung des Prismas denselben Winkel bilden wie beim ursprünglichen Nicol, beträgt die Erweiterung des Feldes 9°.

Während bei dem von Thompson vorgeschlagenen Prisma die Endflächen schief zur Längsrichtung des Prismas stehen, stellt sie R. T. Glazebrook[2]) (in Cambridge) wie Glan senkrecht zu den Längsflächen. Senkrecht auf die Endfläche auffallende Strahlen werden beim Glanschen und beim Glazebrookschen Prisma zwar in einen ordentlichen und einen außerordentlichen Strahl zerlegt, aber beide gehen in der gleichen Richtung wie der einfallende Strahl parallel zur Längsrichtung im Kalkspat bis zur Balsamschicht fort; hier wird der ordentliche Strahl zur Seite reflektiert, und jenseits der Balsamschicht geht der außerordentliche Strahl wieder parallel zur Längsrichtung weiter und verläßt auch das Prisma, ohne dabei abgelenkt zu werden. Die Schnittfläche ist so gewählt, daß die beiden Grenzstrahlen des polarisierten Lichtkegels gegen die Längsrichtung symmetrisch liegen.

Bei Verwendung von Leinöl hat das Prisma eine relative Länge 4,04 und ein Gesichtsfeld von 41° 54′, bei Verwendung von Kanadabalsam eine Länge 4,91 und ein Gesichtsfeld von 34° 28′.

5. Läßt man ein konisches Strahlenbündel mit der Büschelachse zur Endfläche eines polarisierenden Prismas senkrecht auffallen, so haben die gegen die Büschelachse verschieden geneigten

1) Philos. Mag. 1881; **12**, 349 und 1883; **13**, 434 u. 435.
2) Ebenda 1883; **15**, 352 bis 362.

Strahlen im allgemeinen eine wenn auch nur geringe Verschiedenheit der Lage der Schwingungsrichtung. Glazebrook weist nach (1883), daß die Abweichung der Schwingungsrichtungen aller Strahlen des konischen Büschels von der Schwingungsrichtung der Achsenstrahlen bei denjenigen Prismen, deren optische Achse in der Schnittlinie von Eintrittsebene und Kittfläche liegt, einen minimalen Wert besitzt.

6. Während bei den älteren Nicolschen Prismen die Seitenflächen den Spaltungsflächen parallel gehen, ist dies bei den Prismen von Hartnack, Glan, Thompson und Glazebrook nicht der Fall; die Herstellung der letzteren erfordert deshalb mehr Material. Mit der Größe des Gesichtsfeldes wächst im allgemeinen auch die Länge des Prismas, also auch wieder das Volumen des zur Herstellung nötigen Materials. Nun ist das zu größeren Nicols brauchbare Material auf nur eine Fundstelle, oder sogar nur einen einzigen Kristallblock auf Island beschränkt, und zur Herstellung großer Nicols werden schon lange die seit älterer Zeit in den Sammlungen befindlichen großen Spaltungsstücke von Island verwendet; der Preis großer Nicols ist daher sehr hoch, während man für kleine Nicols auch das Material anderer Fundorte verwenden kann. Für viele Zwecke ist ein besonders großes Gesichtsfeld nicht nötig und eine größere Länge für den Gebrauch störend; es werden deshalb auch Prismen mit der Glanschen oder, was dasselbe ist, mit der Glazebrookschen Orientierung der End- und Seitenflächen und der optischen Achse hergestellt, deren Schnittrichtung flacher gelegt ist als bei den Prismen mit maximalem Werte des Gesichtsfeldes. Solche Prismen sind als „Glan-Thompsonsche Prismen“ im Handel. Die Endformen dieser Prismen sind also einerseits das Glazebrooksche Prisma mit dem Gesichtsfelde von 41° 54′ und der Länge 4,91, andererseits das Glansche Luftprisma mit dem Gesichtsfelde von etwa 8° und von kubischen Dimensionen.

Materialersparnis hat man auch noch auf andere Weise erreicht: Die zweite Hälfte des Kalkspatprismas hat nur den Zweck, dem Prisma eine zur Eintrittsfläche parallele Austrittsfläche zu geben, damit der außerordentliche Strahl beim Austritt wieder dieselbe Richtung erhält wie der auf die Eintrittsfläche auffallende Strahl. E. Lommel[1]) und C. Leiß[2]) haben deshalb die zweite Hälfte des

---

1) Sitzungsber. d. Bayer. Akad. d. Wiss., München 1898; **38**, 111.
2) Sitzungsber. d. Berliner Akad. 1897; **40**, 901.

Kalkspates durch Glas ersetzt, dessen Brechungsquotient für mittlere Farben dem Brechungsquotienten des im Kalkspat fortschreitenden außerordentlichen Strahles entspricht. Allerdings gibt es kein Glas, welches genau die gleiche Dispersion besäße wie der Kalkspat. Als Analysator läßt sich deshalb ein derartiges Prisma nicht verwenden, weil die Bilder gefärbte Ränder erhalten würden, wohl aber als Polarisator.

E. Bertrand[1]) schlägt ein Kalkspatprisma vor, welches in der unter 76° geneigten Schnittfläche ein Glasplättchen mit dem Brechungsquotienten 1,483 einschließt. Außerdem empfiehlt er ein Kalkspatprisma, dessen Endfläche parallel der optischen Achse geht, dessen Schnitt mit der Endfläche 72° beträgt, und welches eine Lamelle von Kali- oder Natronsalpeter einschließt, deren erste Mittellinie resp. optische Achse zur optischen Achse des Kalkspates senkrecht und zu den Endflächen des Prismas parallel liegt. Der ordinäre Strahl des Kalkspates mit dem Brechungsquotienten 1,658 sollte als extraordinärer Strahl mit dem Brechungsquotienten 1,33 die Salpeterplatte durchsetzen, erleidet aber an der Grenze totale Reflexion. Wegen des großen Unterschiedes der beiden Quotienten ist das Gesichtsfeld sehr beträchtlich.

K. Feußner beantwortet[2]) allgemein die Frage, wie ein Prisma beschaffen sein muß, welches bei geraden Endflächen ein möglichst großes, in Luft symmetrisches Gesichtsfeld f_a besitzt. Offenbar muß bei ihm der Unterschied zwischen den Grenzwinkeln der Totalreflexion der ordentlichen und der außerordentlichen Strahlen seinen größten Wert erhalten. Der Grenzwinkel der ordentlichen Strahlen, von dem Einfallslot auf die Kittfläche an gerechnet, ist $r_{og} = \arcsin \frac{\nu_k}{\nu_o}$; der Winkel r_{eg}, welchen die Normale der außerordentlichen Grenzwelle mit dem Einfallslot bildet, ist bestimmt durch $\sin r_{eg} = \frac{\nu_k}{\nu_o \cdot \bar{\nu}_e} \sqrt{(\nu_o^2 - \bar{\nu}_e^2) \sin^2 \varphi + \bar{\nu}_e^2}$, wenn φ die Neigung der außerordentlichen Wellennormale gegen die optische Achse bedeutet.

Das innere Gesichtsfeld $f_i = r_{og} - r_{eg}$ erhält einen maximalen Wert, wenn 1) $\varphi = 90°$, 2) $\nu_k = \bar{\nu}_e$.

Es wird $\varphi = 90°$, wenn die optische Achse entweder senkrecht oder parallel zur Kittfläche liegt.

1) Bull. d. l. soc. franc. de min. 1884; **7**, 339; Comptes rendus 1884; **99**, 538.

2) Ztschr. f. Instrumentenkunde 1884; **4**, S. 45f.

Sind die Bedingungen 1) und 2) erfüllt, dann wird $f_i = 90^0 - \arc\sin \frac{\bar{\nu}_e}{\nu_0}$. Sind δ und η die Grenzwinkel, welche die ordentliche und die außerordentliche Wellennormale im Kalkspat mit dem Einfallslot auf die Endfläche des Prismas machen, dann ist $\delta + \eta = f_i$; damit das äußere Feld symmetrisch sei, muß ferner sein: $\nu_0 \sin \delta = \bar{\nu}_e \sin \eta$; daraus folgt: $\mathrm{tg}\, \delta = \frac{\bar{\nu}_e \sin f_i}{\nu_0 + \bar{\nu}_e \cos f_i}$, $\eta = f_i - \delta$. Für ein maximales, in Luft symmetrisches Gesichtsfeld ergeben sich dann die Bedingungen: 1) $\varphi = 90^0$, 2) $\nu_k = \bar{\nu}_e$, 3) die Neigung der Endflächen gegen die Kittfläche muß sein: $90^0 - \eta$.

Ist das Prisma aus Kalkspat hergestellt, so wird in diesem Falle: $\delta = 12^0 27'$, $\eta = 13^0 55'$, $f_i = 26^0 22'$, $f_a = 41^0 54'$, $90^0 - \eta = 76^0 5'$.

Verstehen wir unter der „Länge" eines Prismas die Projektion der größten Raumdiagonale auf die Längsrichtung, und unter der „lichten Weite" den Durchmesser des Zylinders, welcher um die Längsachse des Prismas als Mitte dem durchsichtigen Teile eingeschrieben werden kann, so hat obiges Prisma die Länge 4,02.

Ist ein so großes Gesichtsfeld nicht erforderlich, so kann man dem Schnitte eine geringere Neigung gegen die Endfläche geben; dann wird das Prisma entsprechend kürzer, das Gesichtsfeld kleiner und unsymmetrisch. Durch einen Kitt von geringerem Brechungsvermögen kann man aber bei den „verkürzten Prismen" der Hartnackschen Konstruktion wieder symmetrische Lage erhalten; z. B. mit einem Kitt vom Brechungsquotienten $\nu_k = 1{,}333$ (des Wassers) würde man ein symmetrisches Gesichtsfeld von 18^0 bei einer Neigung der Schnittfläche von ca. 60^0, also eine Länge 1,73 erhalten. Jedoch leiden die Prismen, deren ν_k wesentlich vom Brechungsquotienten $\bar{\nu}_e$ verschieden ist, stark an den Folgen der inneren Reflexion.

D. Ablenkung des außerordentlichen Strahles; neuere Methode

Von den im vorigen Abschnitte besprochenen Prismen unterscheidet sich eine andere Art dadurch, daß bei ihr nur eine dünne Platte eines doppeltbrechenden Kristalls zwischen zwei keilförmige Teile eines stark brechenden optisch isotropen Körpers, in ähnlicher Weise wie bei den vorigen die Kittmasse zwischen die Kalkspatstücke, eingeschaltet wird.

Der Brechungsquotient des äußeren Körpers darf nicht kleiner sein als der größte Brechungsquotient der Kristall-Lamelle; am vorteilhaftesten ist es, wenn diese beiden Quotienten gleich sind. Die Neigung der geraden Endflächen des isotropen Körpers gegen dessen Schnittfläche soll nach Feußner $90^{\circ} - \frac{1}{2} \arccos \frac{\bar{\nu}_e}{\nu_o}$ sein, wenn $\bar{\nu}_e$ den kleinsten und ν_o den größten Brechungsquotienten des Kristalls bezeichnen. Die Ebene der größten und kleinsten optischen Elastizität muß senkrecht auf der Ebene des Schnittes stehen; bei optisch-einachsigen Kristallen soll demnach die Hauptachse in der zur Schnittebene senkrechten Ebene liegen. Das maximale äußere Gesichtsfeld ist dann $f_a = 2 \arcsin \left(\nu_o \sin \frac{1}{2} \arccos \frac{\bar{\nu}_e}{\nu_o}\right)$; die Länge des Prismas wird $\operatorname{cotg} \left(\frac{1}{2} \arccos \frac{\bar{\nu}_e}{\nu_o}\right)$.

Diese Art von Prismen ermöglicht eine große Ersparnis an Material und die Verwendung solcher Kristalle, welche als äußere Körper verwendet keine Haltbarkeit besäßen. Beim Natronsalpeter z. B. ist $\nu_o = 1{,}587$, $\bar{\nu}_e = 1{,}336$, die Doppelbrechung also stärker als beim Kalkspat.

Jamin hat zuerst[1]) nach diesem Prinzip einen Polarisator konstruiert durch Eintauchen einer Kalkspatlamelle in Schwefelkohlenstoff. Feußner[2]) empfiehlt statt des Schwefelkohlenstoffes Glas mit dem Brechungsquotienten $\nu_{gl} = 1{,}658$ bei Verwendung von Kalkspatlamellen und mit dem Quotienten $\nu_{gl} = 1{,}587$ für Lamellen aus Natronsalpeter.

Statt der Prismen mit maximalem Gesichtsfelde kann man bei den Prismen des Abschnittes C „verkürzte" Formen konstruieren und zur Erreichung eines symmetrischen Gesichtsfeldes einen Kitt mit dem Brechungsquotienten $\nu_k < \bar{\nu}_e$ wählen. Dasselbe kann man bei den Prismen dieses Abschnittes erreichen mit Hilfe eines Glases, für welches $\nu_{gl} > \nu_o$.

Feußner gibt einen Überblick über die gebräuchlichen Konstruktionen in nachstehender Tabelle.

Die Reihe I der Feußnerschen Tabelle ist noch zu vervollständigen durch die Reihe der Glan-Thompsonschen Prismen, welche in vieler Hinsicht allen anderen vorzuziehen sind.

1) Comptes rendus 1869; **68**, 221.

2) Ztschr. f. Instrumentenkunde 1884; **4**, S. 47 ff.

	Gesichtsfeld	Neigung des Schnittes gegen die Längsrichtung	Länge L des Prismas
I. Prismen, welche den außerordentlichen Strahl aus der Endfläche austreten lassen			
1. Ursprüngliches Nicolsches Prisma	29° [1]	22°	3,28
2. Verkürztes Nicolsches Prisma			
a) gekittet mit Kanadabalsam	13°	25°	2,83
b) „ „ Kopaivabalsam	24°	25°	2,83
3. Nicolsches Prisma mit geraden Endflächen			
a) gekittet mit Kanadabalsam	20°	15°	3,73
b) „ „ Kitt von $\nu_k = 1{,}525$ . . .	27°	15°	3,73
4. Foucaultsches Prisma	8°	40°	1,528
5. Hartnacksches Prisma			
a) eigentliches Hartnacksches Prisma . . .	35°	15,9°	3,51
b) mit größtem Gesichtsfeld	41,9°	13,9°	4,04
c) Gesichtsfeld 30°	30°	17,4°	3,19
d) Gesichtsfeld 20°	20°	20,3°	2,70
6. Glansches Prisma	7,9°	50,3°	0,831
II. Prismen, welche den ordentlichen Strahl aus der Endfläche austreten lassen			
1. Mit Kalkspat			
a) größtes Gesichtsfeld	44°	13,2°	4,26
b) Gesichtsfeld 30°	30°	17,4°	3,19
c) Gesichtsfeld 20°	20°	20,3°	2,70
2. Mit Natronsalpeter			
a) größtes Gesichtsfeld	54°	16,7°	3,53
b) Gesichtsfeld 30°	30°	24°	2,25
c) Gesichtsfeld 20°	20°	27°	1,96

E. Bertrand[2]) schlägt ein Prisma aus Flintglas vor mit dem Brechungsquotienten $\nu_{gl} = 1{,}658$ und einer Schnittfläche, welche gegen die geraden Endflächen unter 76° 43′ geneigt ist; zwischen die beiden Hälften wird die Kalkspat-Spaltungslamelle mit Hilfe eines Kittes mit dem gleichen Brechungsquotienten 1,658 so eingebettet, daß die optische Achse den Endflächen des Prismas parallel geht.

W. Grosse[3]) macht auf die Schwierigkeiten aufmerksam, welche die Beschaffung eines Kittes von so hohem Brechungsquotienten darbietet.

---

1) Vgl. die Fußnote S. 109.

2) Bull. d. l. soc. franç. de Min. 1884; **7**, 339. Comptes rendus 1884; **99**, 538.

3) Die gebräuchlichen Polarisationsprismen 1887; S. 69.

E. Prismen mit doppeltem Schnitt.

E. Bertrand[1]) empfiehlt, das Gesichtsfeld dadurch bedeutend zu vergrößern, daß zwei zur Achse des Prismas symmetrische Schnitte geführt werden. Der ordentliche Strahl wird bei jeder Inzidenz total reflektiert, wenn man den Schnittwinkel ein wenig kleiner macht, als der Komplementwinkel seines Grenzstrahles an der Schnittfläche beträgt. Das Gesichtsfeld wird dann begrenzt durch den der Diagonale des rechteckigen Längsschnittes, also der Kittschicht, entsprechenden, austretenden außerordentlichen Strahl (vgl. Fig. 110). Bei diesen Prismen erscheint aber in der Mitte, wo die Schnitte zusammenstoßen, ein Band, welches die Kontinuität des polarisierten Lichtbündels unterbricht.

Fig. 110 Bertrandsches Prisma mit doppeltem Schnitt

Diese Prismen können deshalb nur als Polarisatoren verwendet werden, und ihre Herstellung stellt hohe Anforderungen an die Geschicklichkeit des Optikers.

C. D. Ahrens[2]) schlägt eine durch drei Kalkspatprismen S gebildete Säule (Fig. 111) vor, welche durch Kanadabalsam zusammengekittet ist; bei den beiden äußeren Prismen liegt die Achse parallel zur brechenden Kante (also senkrecht zur Zeichnung) und zur Einfallsebene, im mittleren Prisma halbiert die Hauptachse den Brechungswinkel und liegt in der Einfallsebene. Ein weiteres Prisma G aus Crownglas wird vor das eine Endprisma aufgekittet, um die Ablenkung des außerordentlichen Strahles aufzuheben. Der ordentliche Strahl wird zwar nicht völlig beseitigt, aber bedeutend abgelenkt.

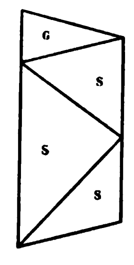


Fig. 111 Polarisator nach Ahrens

W. Grosse[3]) empfiehlt, die drei Kalkspatprismen nur durch eine Luftschicht voneinander zu trennen; dann würde das Ganze nicht halb so lang als breit sein, besäße ein Gesichtsfeld von 8° und könnte als Polarisator verwendet werden.

§ 29

Interferenz der senkrecht auf eine Kristallplatte fallenden polarisierten Lichtstrahlen

Fällt ein paralleles Lichtbündel auf die Grenzfläche einer planparallelen Kristallplatte (Fig. 112), so wird jeder Strahl in zwei zu-

1) Siehe vorige Seite, Fußnote 2.

2) Philosophical Magazine and Journal of Science, Ser. 5, Vol. XIX, 1885, p. 70.

3) a. a. O.

einander senkrecht schwingende Komponenten zerlegt; beim Austritt aus der Platte gehen aber alle Strahlen wieder parallel zu ihrer früheren Richtung weiter. Hier fallen deshalb Strahlen aufeinander, welche im Kristall verschiedene Wege und zudem diese mit verschiedener Geschwindigkeit zurückgelegt haben. Unter „Lichtweg" versteht man den Quotienten aus der geometrischen Länge des Weges und der Lichtgeschwindigkeit; und da der reziproke Wert der Lichtgeschwindigkeit der Brechungsquotient ist, so versteht man unter Lichtweg auch das Produkt aus der geometrischen Länge mit dem (im Kristall von der Richtung abhängigen) Brechungsquotienten. Der Unterschied im Lichtwege heißt auch „Gangunterschied". Wären die aus dem Kristall austretenden Strahlen gewöhnliche Strahlen, dann müßten sie ähnlich wie die durch Reflexion und Brechung bei dünnen Plättchen zustandekommenden Strahlen Interferenzerscheinungen erkennen lassen. Aber die durch Doppelbrechung entstandenen und sich beim Austritt aus dem Kristall gegenseitig überlagernden Strahlen sind senkrecht zueinander linear polarisiert.

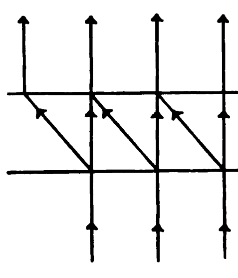


Fig. 112
Doppelte Brechung in einer planparallelen Kristallplatte

Fällt auf ein Nicolsches Prisma (oder einen polarisierenden Spiegel oder Glassatz), welches wir Polarisator (P) nennen wollen, gewöhnliches Licht, und bringt man in den Gang der Lichtstrahlen ein zweites Nicolsches Prisma (oder einen zweiten polarisierenden Spiegel oder Glassatz), welches Analysator (A) genannt wird (Fig. 113), so geht das aus P kommende Licht unverändert durch A, wenn P und A parallel stehen (oder um 180^0 gegeneinander gedreht sind); wird aber A gegen P um 90^0 gedreht, so wird das von P kommende Licht in A vollständig beseitigt. Ist A gegen P um den Winkel α gedreht, so ist nach dem Malusschen Gesetze die Intensität des aus A austretenden Lichtes, wenn wir von der Schwächung durch Reflexion und Absorption absehen, $J \cdot \cos^2 \alpha$, wenn die Intensität des aus P austretenden Lichtes J ist.

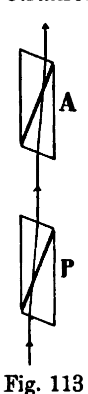


Fig. 113

Die Intensität einer Schwingung kann man durch den Mittelwert der kinetischen Energie eines Ätherteilchens während einer Schwingungsdauer τ definieren. Ist a die Amplitude der Schwin-

gung, so ist jener Mittelwert $\frac{a^2\pi^2}{\tau^2}$, d. h. die Intensität ist proportional dem Quadrate der Amplitude. Nach dem obigen ist die Intensität des aus A austretenden Lichtes proportional mit $\cos^2\alpha$, folglich ist die Amplitude der aus A austretenden Schwingung proportional mit $\cos\alpha$. Ist OP (Fig. 114) die Richtung und Größe der Amplitude des aus dem Polarisator kommenden Lichtes, AA die Schwingungsrichtung des Analysators und PF das Lot von OP auf AA, dann ist OF die Schwingungsrichtung und Amplitude des aus dem Analysator austretenden Lichtes. Durch den Analysator können wir also Licht von einer gegebenen Schwingungsrichtung nach dem Gesetze des Parallelogramms der Kräfte in zwei Komponenten zerlegen, von welchen die eine im Analysator beseitigt wird, die andere in der dem Analysator zukommenden Richtung schwingt.

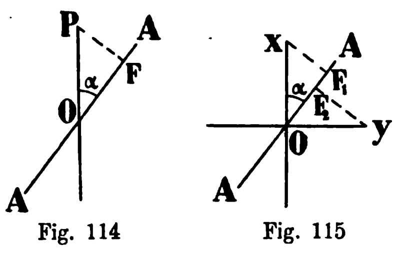


Fig. 114 Fig. 115

Kommen aus einer Kristallplatte zwei senkrecht zueinander polarisierte Lichtstrahlen, deren Amplituden nach Richtung und Stärke durch die Geraden Ox und Oy bestimmt sind, und bringen wir in den Gang der beiden Lichtstrahlen einen Analysator, dessen Schwingungsrichtung durch AA bestimmt ist (Fig. 115), so sind $OF_1 = Ox \cdot \cos\alpha$ und $OF_2 = Oy\ \sin\alpha$ die Komponenten der beiden Strahlen bezüglich der Schwingungsrichtung des Analysators. Diese beiden Komponenten sind gleich für $\alpha = 45^0$. Da dieselben parallele, linear polarisierte Schwingungen darstellen, so können sie miteinander interferieren.

Nehmen wir an, es falle gewöhnliches Licht zuerst auf einen Polarisator, dann auf eine planparallele Kristallplatte und dann auf einen Analysator; die beiden Schwingungsrichtungen der Platte seien unter 45^0 gegen die des Polarisators gedreht.

I. Analysator A und Polarisator P seien parallel gestellt

1. Der Unterschied der beiden Lichtwege in der Kristallplatte sei $\Gamma = 2n\frac{\lambda}{2}$, wobei n irgendeine ganze Zahl bedeutet.

Die Schwingungsrichtung und Amplitude des aus dem Polarisator austretenden Lichtes sei OP (Fig. 116). Beim Eintritt in die Kristallplatte zerfällt die Schwingungsrichtung in die beiden Kom-

ponenten Ox und Oy. Beim Austritt aus der Platte beginnt bei dem vorausgesetzten Gangunterschiede die eine Schwingung im gleichen Augenblicke nach Oy, wenn die andere nach Ox beginnt; dasselbe gilt auch beim Auftreffen der beiden Oszillationen auf den zu P parallelen Analysator. Die zu Ox und Oy gehörenden Komponenten OF_1 und OF_2 sind also im gleichen Sinne gerichtet; die beiden Lichtbewegungen addieren sich.

2. Der Unterschied der beiden Lichtwege sei $\Gamma = (2n + 1)\frac{\lambda}{2}$.

Beim Austritt aus der Platte beginnt in diesem Falle die Bewegung im gleichen Augenblicke nach Oy', wenn die andere von

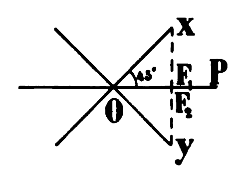


Fig. 116
Interferenz bei paralleler Stellung von Analysator und Polarisator und bei einem Gangunterschied von einer geraden Anzahl von halben Wellenlängen

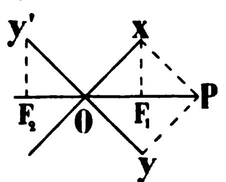


Fig. 117
Interferenz bei paralleler Stellung von Analysator und Polarisator und bei einem Gangunterschied von einer ungeraden Anzahl von halben Wellenlängen

O nach x beginnt (Fig. 117); dasselbe gilt beim Auftreffen der beiden Strahlen auf den zu P parallelen Analysator. Die beiden Komponenten OF_1 und OF_2 sind infolgedessen stets entgegengesetzt; die beiden Lichtbewegungen heben sich gegenseitig auf.

II. Analysator A und Polarisator P seien senkrecht zu einander

1. Der Unterschied der beiden Lichtwege sei $\Gamma = 2n\frac{\lambda}{2}$.

Die Fig. 118 läßt ohne weiteres übersehen, daß die beiden Lichtbewegungen sich gegenseitig aufheben.

2. Der Unterschied der beiden Lichtwege sei $\Gamma = (2n + 1)\frac{\lambda}{2}$.

Die Fig. 119 läßt übersehen, daß die beiden Lichtbewegungen sich addieren.

Bei dem gleichen Gangunterschied ist also die resultierende Erscheinung gerade umgekehrt, je nachdem A parallel oder senkrecht zu P.

Wir haben früher (S. 82) gesehen, daß das gewöhnliche Licht aufgefaßt werden kann als linear polarisiertes, welches aber fortwährend seine Schwingungsrichtung ändert; es hat also dieselbe Wirkung, als wenn P fortwährend gedreht würde, so daß bald $A \parallel P$, bald $A \perp P$. Infolgedessen kommt beim Auffallen von gewöhnlichem Licht auf die Kristallplatte auch bei Verwendung eines Analysators nur eine gleichmäßige mittlere Helligkeit zustande. **Sollen Interferenzerscheinungen wahrgenommen werden, so muß das Licht vor seinem Eintritt in die Kristallplatte durch einen Polarisator, und nach seinem Austritt aus der Kristallplatte durch einen Analysator gehen.**

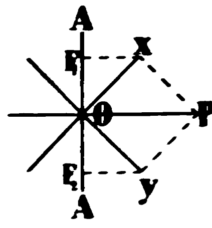


Fig. 118
Interferenz bei senkrechter Stellung von Analysator und Polarisator und bei einem Gangunterschied von einer geraden Anzahl von halben Wellenlängen.

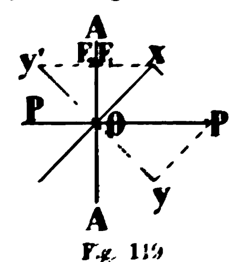


Fig. 119
Interferenz bei senkrechter Stellung von Analysator und Polarisator und bei einem Gangunterschied von einer ungeraden Anzahl von halben Wellenlängen.

Fresnel und Arago fanden, daß parallel polarisierte Strahlen ebenso interferieren wie gewöhnliches Licht, daß aber senkrecht zueinander polarisierte Strahlen nicht interferieren. [illegible] zwei rechtwinklig zueinander [illegible] Schwingungsebene [illegible] natürlichen [illegible] rechtwinklig zueinander [illegible] ferieren, wenn [illegible] daß aber zwei [illegible] und durch einen Kr[illegible] nach ihrer Zurückführung auf [illegible] ferieren.

[illegible]

schieden. Im allgemeinen besitzen also bei auffallendem weißen Licht nach dem Austritt aus dem Analysator gewisse Farben ein Maximum, andere ein Minimum, andere einen mittleren Grad der Intensität; der Gesamteindruck ist daher nicht mehr weiß.

Die Farbenerscheinungen an Kristallplatten im polarisierten Lichte wurden von F. Arago[1]) 1811 am Glimmer und Gips entdeckt. J. B. Biot untersuchte und beschrieb[2]) dieselben ausführlicher 1812 bis 1814. Th. Young versuchte dieselben mit Hilfe des Prinzips der Interferenz zu erklären, aber der Versuch mißlang, da die Gesetze der Interferenz von polarisierten Strahlen noch nicht bekannt waren. Fresnel fand die Erklärung dieser Erscheinungen 1816 bis 1821.[3])

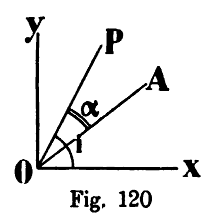


Fig. 120

Seien (Fig. 120) P die Polarisationsrichtung des Polarisators, A die des Analysators, x die des einen, y die des anderen Strahles in der Kristallplatte, B^2 die Intensität des auf den Polarisator fallenden Lichtes, d die Dicke der Kristallplatte, ν_x und ν_y die Brechungsquotienten für die beiden die Platte durchsetzenden Strahlen, so findet man[4]) durch Zerlegung der Amplitude B in die entsprechenden Komponenten die Intensität des aus dem Analysator austretenden Lichtes:

$$A^2 = B^2 \left[\cos^2 \alpha - \sin 2i \sin 2(i - \alpha) \sin^2 \frac{d(\nu_x - \nu_y)}{\lambda} \pi \right]$$

Stehen Analysator und Polarisator parallel, so wird $\alpha = 0$, stehen sie zueinander senkrecht, so wird $\alpha = 90^\circ$; die allgemeine Gleichung erhält also für diese beiden Fälle die speziellen Formen:

$$A_p{}^2 = B^2 \left[1 - \sin^2 2i \sin^2 \frac{d(\nu_x - \nu_y)}{\lambda} \pi \right] \text{ und}$$

$$A_s{}^2 = B^2 \sin^2 2i \sin^2 \frac{d(\nu_x - \nu_y)}{\lambda} \pi.$$

Der Ausdruck $A_p{}^2$ erhält seinen maximalen Wert B^2 für alle Werte von λ, wenn $i = 0$; d. h.: Sobald eine der beiden Polarisationsrichtungen der Kristallplatte mit der Polarisationsrichtung der parallel gestellten Nicols zusammenfällt, hat das Gesichtsfeld für alle Farben seine maximale Intensität.

1) Oeuvres complètes **10**, 36.
2) Traité de phys. 1816.
3) Oeuvres complètes **1**, 609ff.
4) Ebenda S. 615.

Der Ausdruck A_s^2 verschwindet für alle Werte von λ, wenn $i=0$; d. h.: Sobald eine der beiden Polarisationsrichtungen der Kristallplatte mit der Polarisationsrichtung eines der beiden Nicols zusammenfällt, ist das Gesichtsfeld bei gekreuzten Nicols für alle Farben dunkel.

§ 30

Bestimmung der optischen Orientierung durch die Beobachtung von Auslöschungsrichtungen

Fällt ein durch einen Polarisator linear polarisiertes paralleles Lichtbündel senkrecht auf eine planparallele Platte eines optisch-anisotropen Kristalls, so wird es in zwei Wellensysteme zerlegt, deren Polarisationsebenen aufeinander senkrecht stehen, und welche sich mit ungleicher Geschwindigkeit fortpflanzen. Wird in den Gang der aus der Platte austretenden Strahlen ein Analysator eingeschaltet, so erscheint die Platte bei parallelen Nicols mit maximaler Helligkeit, bei senkrechten Nicols dunkel jedesmal dann, wenn eine Polarisationsebene der Kristallplatte einem Nicolhauptschnitte parallel geht. Die Platte wird also zwischen „gekreuzten Nicols", wenn sie um 360° um ihre Normale gedreht wird, viermal dunkel. Die Schnittlinien der beiden Polarisationsebenen der Nicols bei der Dunkelstellung mit der Grenzebene einer Kristallplatte werden daher „Auslöschungs- oder Polarisationsrichtungen" der Platte genannt.

Nach dem „physikalischen Grundgesetz" müssen die optischen Symmetrieachsen und die optischen Symmetrieebenen mit entsprechenden geometrischen Achsen und Ebenen zusammenfallen. Die optische Orientierung eines anisotropen Kristalls ist durch die Lage der Achsen des Fresnelschen oder auch durch die mit jenen parallele Lage der Achsen des Index-Ellipsoides bestimmt. Infolgedessen gehen das Fresnelsche und das Indexellipsoid bei den hexagonalen und bei den tetragonalen Kristallen in Rotationsellipsoide, bei den regulären Kristallen in Kugeln über.

Bezüglich des optischen Verhaltens unterscheidet man daher drei Arten von Kristallen:

1. Die regulären Kristalle sind optisch-isotrop,
2. die hexagonalen und tetragonalen Kristalle sind optisch-einachsig,
3. die rhombischen, monoklinen und triklinen Kristalle sind optisch-zweiachsig.

Kennt man die Orientierung der beiden optischen Achsen eines optisch-zweiachsigen Kristalls, so ist damit auch die Lage der Ellipsoidachsen bestimmt; denn die beiden Mittellinien der optischen Achsen entsprechen der größten und der kleinsten Ellipsoidachse und die Normale zur Ebene der optischen Achsen ist parallel zur mittleren Ellipsoidachse. Die Beobachtung hat ergeben, daß im allgemeinen, d. h. in denjenigen Fällen, in welchen die Orientierung der Achsen des Fresnelschen Ellipsoides nicht schon durch die Symmetrie bestimmt ist, diese Orientierung mit der Farbe, wenn auch meist nur in geringem Grade, veränderlich ist.

Seien gegeben: die fünf kristallographischen Achsenelemente $a:1:c$; α, β, γ eines triklinen Kristalls, ferner die Indizes (pqr) einer Grenzfläche desselben und die Neigungen der Auslöschungsrichtungen gegen eine in (pqr) liegende Kante $[k_1 k_2 k_3]$; dann können die Indizes $[\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3]$ bzw. $[\sigma_1' \sigma_2' \sigma_3']$ der beiden Auslöschungsrichtungen auf (pqr) berechnet werden.[1] Zur Ermittelung der Indizes $[h_1 h_2 h_3]$ und $[h_1' h_2' h_3']$ der beiden optischen Achsenrichtungen, also auch zur Bestimmung des Winkels der optischen Achsen eines triklinen Kristalls gehört im allgemeinen nach Th. Liebisch die Kenntnis der Auslöschungsrichtungen auf fünf verschiedenen Flächen (pqr).[2]

Für die Lage der Auslöschungsrichtung auf den verschiedenen Flächen eines triklinen Kristalls gelten keine allgemeinen Regeln. Die Auslöschung ist auf allen Flächen „schief", d. h. die Auslöschungsrichtung ist weder parallel, noch senkrecht zu gewissen Kanten, noch halbiert sie den Winkel zweier Kanten. Die „Schiefe der Auslöschung", d. h. der Winkel zwischen der Auslöschungsrichtung und einer Kante ist auf den verschiedenen Flächen verschieden.

Bei einem monoklinen Kristall geht eine der drei Ellipsoidachsen mit der kristallographischen Achse b parallel, die beiden anderen liegen in der Ebene (010). Die Lage der drei Ellipsoidachsen ist daher schon durch die Kenntnis der Auslöschungsrichtungen auf einer Platte nach (010) bekannt. Es kann die Richtung

1) Die Indizes einer Geraden sind bestimmt durch die Indizes von irgend zwei sich in dieser schneidenden Flächen, die Gerade kann dann als die betreffende Zonenachse gedacht werden; vgl. erster Teil, S. 43.

2) Vgl. Th. Liebisch, Über die Bestimmung der optischen Achsen durch Beobachtung der Schwingungsrichtungen ebener Wellen. N. Jahrbuch f. Min. usw. 1886, I, S. 135 bis 162.

der Achse b entweder die kleinste oder die größte oder die mittlere Achse des Fresnelschen Ellipsoides sein; in den beiden ersten Fällen ist die Achse b eine Mittellinie und die Ebene der optischen Achsen steht senkrecht zu (010); im letzten Falle liegt die Ebene der optischen Achsen parallel zu (010). Ist die Ebene der optischen Achsen senkrecht zu (010), so genügt die Kenntnis der Auslöschungsrichtung auf drei Platten zur Bestimmung der Lage der optischen Achsen. Ist die Ebene der optischen Achsen parallel (010), so sind nur zwei Platten nötig.

Auf allen Flächen eines monoklinen Kristalls, welche der Achse b parallel gehen, also zu (010) senkrecht stehen, ist die Auslöschungsrichtung parallel zur Achse b (Fig. 121). Zwei Flächen, welche zu (010) spiegelbildlich sind, haben dieselbe Schiefe der Auslöschung (Fig. 122).

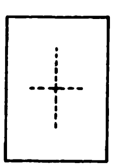


Fig. 121
Parallele Auslöschung. Fläche zur Symmetrieebene (010) senkrecht

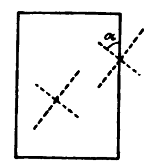


Fig. 122
Schiefe Auslöschung. Fläche zur Symmetrieebene (010) parallel oder schief. Winkel α „Schiefe der Auslöschung"

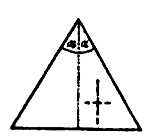


Fig. 123
Diagonale Auslöschung in bezug auf den Winkel 2α. Tetragonale und hexagonale Pyramiden

Bei einem rhombischen Kristall gehen die drei Ellipsoidachsen parallel mit den drei kristallographischen Achsen a, b, c. Die Kenntnis der Auslöschungsrichtung auf einer einzigen Platte, welche keiner der drei kristallographischen Achsen parallel geht, genügt zur Bestimmung der Lage der beiden optischen Achsen.

Auf allen Flächen eines rhombischen Kristalls, welche einer der drei kristallographischen Achsen parallel gehen, ist die Auslöschung parallel zu dieser Achse. Auf Flächen, welche gegen alle drei Achsen geneigt sind, ist die Auslöschung schief, und zwar ist die Schiefe der Auslöschung auf solchen Flächen spiegelbildlich gleich, welche zueinander spiegelbildlich sind in bezug auf eine der drei kristallographischen Achsenebenen.

Bei tetragonalen und hexagonalen Kristallen gehen das Fresnelsche und das Indexellipsoid in Rotationsellipsoide über, und

es liegt dann die (einzige) optische Achse parallel zur kristallographischen Achse *c*. Auf allen Flächen liegen die Auslöschungsrichtungen parallel und senkrecht zum Hauptschnitt der betreffenden Fläche, bei den Prismen also parallel und senkrecht zur Prismenachse, bei den Pyramiden erster und zweiter Art parallel und senkrecht zur horizontalen Kante, also auch „diagonal“ (den Winkel 2α halbierend) in bezug auf die Polkanten (vgl. Fig. 123). Eine Platte parallel zur Basis bleibt zwischen gekreuzten Nicols stets dunkel.

Die Lage der parallelen, senkrechten und diagonalen Auslöschungen ist durch die Symmetrie festgelegt, also unabhängig von der Farbe. Dagegen ist bei schiefer Auslöschung die Schiefe abhängig von der Wellenlänge, schwankt aber erfahrungsgemäß meistens nur in sehr geringen Grenzen.

§ 31

Auslöschungsrichtungen auf den Flächen einer Zone

Häufig sind Kristalle nach einer Richtung gestreckt, und es eignen sich dann nur die Flächen dieser Zone zur Bestimmung der optischen Orientierung.

Die Frage nach den Beziehungen zwischen den Auslöschungsrichtungen auf den Flächen einer und derselben Zone wurde mehrfach behandelt. Die Grundlage dieser Untersuchungen liefert der Fresnelsche Satz: Legt man durch die Normale zu einer Grenzfläche zwei Ebenen, von welchen jede außer dieser Normale noch eine optische Achse enthält, und halbiert die beiden Raumwinkel zwischen diesen beiden Ebenen, so sind die Schnittlinien („Spuren“) dieser Halbierungsebenen mit der Grenzfläche die Auslöschungsrichtungen der Grenzfläche.

A. Michel-Lévy (Prof. Min. Coll. d. Fr., Direktor d. geol. Untersuchungen, Paris, gest. 25. 9. 1911) stellte sich[1]) die Frage: In welcher Beziehung steht bei einer optisch-zweiachsigen Substanz die Schiefe der Auslöschung auf den Flächen einer Zone zu deren Lage innerhalb der Zone? Ausführlicher behandelt er den Fall, wenn zu der Zone auch ein optischer Symmetrieschnitt gehört, welchen er „erste Hauptebene“ nennt; als „zweite Hauptebene“ der Zone bezeichnet er in diesem Falle die Ebene, welche außer der Zonenachse noch die zur ersten Hauptebene senkrechte optische Symmetrieachse enthält. Er fand, daß es nicht genügt, die Aus-

---

1) Ann. des mines 1877. **12**, 392 bis 411.

löschungsschiefe auf den zwei Hauptebenen einer Zone zu kennen, um daraus die Auslöschungsschiefe für eine zwischenliegende Fläche der Zone abzuleiten; denn es gibt zahlreiche Fälle, in denen die Auslöschungsschiefe auf einer zwischenliegenden Fläche ein Maximum erreicht.

G. Cesàro (Prof. der Min., Univ. Lüttich) bestimmte[1]) die Auslöschungsschiefe auf irgendeiner Fläche $F = ICR$ einer Zone gegen deren Achse IC, wenn die Lage dieser Zonenachse zu den optischen Achsen bekannt ist. Im Abstande 1 vom Mittelpunkte I des Kristalls (vgl. Fig. 124) werde eine Ebene P senkrecht zur Zonenachse gelegt. Das Lot IC auf diese Ebene sei also gleich 1. Die durch I gehenden optischen Achsen sollen jene Ebene in den Punkten A und B schneiden. Man verbinde A mit B, fälle auf AB oder die Verlängerung von AB das Lot CO und setze $OA = a$, $OB = b$, $OC = c$.

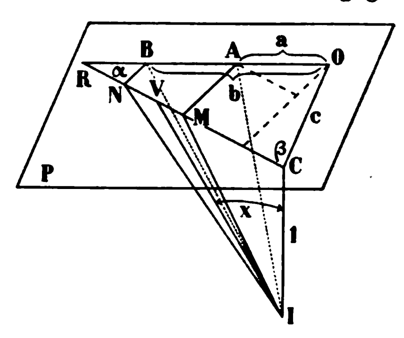


Fig. 124
Nach Cesàro

Bezeichnet man den Winkel zwischen einer Auslöschungsrichtung IV und der Zonenachse mit φ (in Fig. 124 mit x bezeichnet), so ist:

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{(a+b)\sin\beta + 2c\cos\beta}{1-(a\sin\beta + c\cos\beta)\,(b\sin\beta + c\cos\beta)},$$

wenn β den Winkel zwischen der Fläche F und der Fläche ICO bedeutet. Da die Lage der Zonenachse IC gegen die optischen Achsen IA und IB als bekannt vorausgesetzt wird, so kennt man die Größen a, b, c, kann also φ für jeden Wert von β, d. h. für jede Fläche, welche zur Zonenachse IC gehört, berechnen.

Liegt die Zonenachse in der Ebene der optischen Achsen, dann wird $c = 0$ und $\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{(a+b)\cos\alpha}{1-ab\cos^2\alpha}$, wobei $\alpha = 90^\circ - \beta$, der Winkel zwischen F und der Achsenebene ist.

Liegt die Zonenachse in einem der beiden optischen Hauptschnitte, welche die optischen Achsen nicht enthalten, dann wird $b = -a$ und $\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2c\cos\beta}{1+a^2\sin^2\beta - c^2\cos^2\beta}$.

1) Mém. de l'Acad. roy. d. l. soc. des sc. etc. 1895; **54**.

In beiden Fällen hat die Auslöschungsschiefe im allgemeinen einen Maximalwert, wenn die Fläche F mit dem betreffenden Hauptschnitt zusammenfällt, und nimmt bis Null ab, wenn die Fläche bis zu einer Lage senkrecht zu jenem Hauptschnitt geändert wird. Nur wenn die Zonenachse in der Ebene der optischen Achsen in dem von den beiden Kreisschnitten des Indexellipsoides gebildeten spitzen Winkel liegt, gibt es ein Minimum der Auslöschungsschiefe, wenn die Fläche F in der Achsenebene liegt; von hier wächst die Auslöschungsschiefe bis zu einem Maximum, welches dann erreicht wird, wenn die Fläche mit der Achsenebene einen Winkel α macht, für welchen $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{-ab}}$; von da ab fällt der Wert der Auslöschungsschiefe und wird Null, wenn die Fläche senkrecht zur Achsenebene liegt. In diesem Falle haben a und b entgegengesetztes Vorzeichen, $\cos\alpha$ also einen reellen Wert.

Für die beiden wichtigsten Zonen des Pyroxens, dessen Achsenebene (010) ist, folgt hieraus für die Neigung φ der Auslöschungsrichtungen gegen die Zonenachse:

1. Zone (100):(010). Hier ist $a = 0{,}6271$, $b = 2{,}50335$; und es gilt die Beziehung: $\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{(a+b)\cos\alpha}{1 - ab\cos^2\alpha}$, wobei α die Neigung der fraglichen Fläche gegen (010) ist. Daraus folgt:

$\alpha =$	0°	5°	10°	20°	30°	40°	45°	50°
$\varphi =$	38° 44′	38° 41′	38° 31′	37° 50′	36° 38′	34° 47′	33° 33′	32° 3′

$\alpha =$	60°	70°	80°	85°	90°
$\varphi =$	28° 1′	21° 53′	12° 33′	6° 34′	0° 0′.

2. Zone (001):(010). Es wird $a = 0{,}769872$, $b = 8{,}675902$ und es gilt die Beziehung: $\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{(b-a)\cos\alpha}{1 + ab\cos^2\alpha}$, wo α wieder die Neigung von F gegen (010) ist. Daraus folgt:

$\alpha =$	0°	10°	20°	30°	40°	45°	50°	60°
$\varphi =$	22° 55′	23° 5′	23° 34′	24° 22′	25° 27′	26° 5′	26° 45′	27° 59′

$\alpha =$	67° 14′ 11″	70°	75°	80°	82°	84°	86°	88°	90°
$\varphi =$	28° 24′ 43″	28° 19′	27° 22′	24° 24′	22° 8′	18° 48′	14° 3′	9° 39′	0° 0′.

Sind λ, μ, ν die Winkel, welche die Zonenachse mit den drei optischen Symmetrieachsen bildet, und u, v, w deren Kosinus, und ist wieder $2V$ der wahre Winkel der optischen Achsen, so wird für einen triklinen Kristall:

$$a = \frac{1}{\sin\mu} \cdot \frac{u - w \operatorname{tg} V}{w + u \operatorname{tg} V}, \quad b = \frac{1}{\sin\mu} \cdot \frac{u + w \operatorname{tg} V}{w - u \operatorname{tg} V}, \quad c = \operatorname{cotg}\mu.$$

Wird dann β von derjenigen Fläche der Zone aus gerechnet, welche normal zur optischen Achsenebene steht, dann wird:

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{(a - b)\sin\beta + 2c\cos\beta}{1 + (a\sin\beta + c\cos\beta)(b\sin\beta - c\cos\beta)}.$$

Ähnliche Gleichungen leitet A. A. Ferro (Dozent f. Min. in Pavia, jetzt Ceará in Brasilien) ab.[1])

Sei $\overline{F}$ die Ebene der optischen Achsen, F eine beliebige Kristallfläche, δ der spitze Winkel zwischen F und $\overline{F}$, $\overline{\varphi}$ der spitze Winkel der Auslöschungsrichtung auf $\overline{F}$ gegen die Zonenachse $\overline{F}:F$, φ die entsprechende Auslöschungsschiefe auf F, so ist:

$$1)\quad \operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2\cos\delta \operatorname{cotg}\overline{\varphi}\,(1 + \operatorname{cotg}^2 V)}{\operatorname{cotg}^2\overline{\varphi}\operatorname{cotg}^2 V - 1 + (\operatorname{cotg}^2\overline{\varphi} - \operatorname{cotg}^2 V)\cos^2\delta},$$

$$2)\quad \operatorname{tg} V = \sqrt{\frac{\operatorname{tg}^2\varphi\operatorname{cotg}^2\overline{\varphi} - 2\cos\delta\operatorname{cotg}\overline{\varphi} - \operatorname{tg}^2\varphi\cos^2\delta}{\operatorname{tg} 2\varphi + 2\cos\delta\operatorname{cotg}\overline{\varphi} - \operatorname{tg} 2\varphi\cos^2\delta\operatorname{cotg}^2\overline{\varphi}}},$$

Sind bei einem monoklinen Kristall mit geneigter Dispersion (vgl. S. 214) φ_1 und φ_2 auf zwei Flächen F_1 und F_2, welche mit $\overline{F} = (010)$ in derselben Zone liegen, beobachtet, so wird:

$$3)\quad \operatorname{tg} 2\overline{\varphi} = \frac{\operatorname{tg} 2\varphi_1 \operatorname{tg} 2\varphi_2 (\cos^2\delta_2 - \cos^2\delta_1)}{\cos\delta_2 \operatorname{tg} 2\varphi_1 (1 - \cos^2\delta_1) - \cos\delta_1 \operatorname{tg} 2\varphi_2 (1 - \cos^2\delta_2)};$$

setzt man den so berechneten Wert $\overline{\varphi}$ in Gleichung 2 ein, so folgt daraus der Wert des optischen Achsenwinkels V.

Duparc (Claude Louis, Prof. d. Min. u. Petr. in Genf) und F. Pearce stellen[2]) die Auslöschungsschiefe gegen die Projektion der Zonenachse auf den Flächen einer Zone durch eine Kurve dar und diskutieren die Eigenschaften der Auslöschungsschiefe an der Hand dieser Kurve.

V. de Souza-Brandão (Chef d. II. Sect. [Min. u. Petrogr.] d. Comm. de Serv. geol. in Lissabon) nimmt[3]) als Ausgangsfläche („Bezugsebene") $\overline{F}$ einen optischen Symmetrieschnitt, als „Bezugsachse" eine der beiden in dem Symmetrieschnitt liegenden Symmetrieachsen X. Sei $\overline{\varphi}$ die Neigung der Schnittkante (Zonenachse) irgendeiner Fläche F mit der Bezugsebene $\overline{F}$ gegen die Bezugsachse X, δ der Winkel zwischen F und $\overline{F}$, φ die Auslöschungsschiefe auf F gegen die Zonenachse, dann dient zur Bestimmung des Winkels V, des halben optischen Achsenwinkels, die Gleichung:

1) Rivista di Miner 1898; **9**, 143 und 230.

2) Ztschr. f. Krist. 1906; **42**, 34.

3) Communic. d. Serv. Geol. d. Portugal 1907; **6**, 379; Ztschr. f. Krist. 1911; **49**, 293.

$$A^2 = \frac{\cos\delta \sin 2\overline{\varphi} \operatorname{cotg} 2\varphi - (1 + \cos^2\delta)\cos^2\overline{\varphi} + 1}{\sin^2\delta},$$

und A ist dann mit V durch folgende Beziehungen verbunden:

A^2	$\cos^2 V$	Bezugsebene (für δ)	Bezugsachse (für $\overline{\varphi}$)	Bisectrix (von $2V$)
>1	$\frac{A^2-1}{A^2}$	X_3X_2 oder X_1X_2	X_3 oder X_1	X_1 oder X_3
>0 <1	A^2	X_3X_1	X_3 oder X_1	X_3 oder X_1
<0	$\frac{1}{1-A^2}$	X_2X_1 oder X_2X_3	X_2	X_1 oder X_3.

Zur Bestimmung von φ dient die Gleichung:

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{\cos\delta \sin 2\overline{\varphi}}{\cos 2\overline{\varphi} - \sin^2\delta\,(\cos^2\overline{\varphi} - A^2)},$$

wobei A^2 unter Berücksichtigung der vorigen Tabelle aus V zu bestimmen ist.

M. Berek leitet[1]) folgende Beziehungen zwischen den Auslöschungsrichtungen auf den Flächen einer Zone und dem optischen Achsenwinkel $2V$ ab:

Es sei wieder $\overline{F}$ die Bezugsfläche, $\overline{\varphi}$ der Winkel zwischen der Zonenachse und einer Polarisationsebene von $\overline{F}$ für eine bestimmte Wellenlänge, F eine beliebige Fläche der durch $\overline{\varphi}$ bestimmten Zone, δ die Neigung von F gegen $\overline{F}$, und φ diejenige Auslöschungsschiefe auf F, welche der Schiefe $\overline{\varphi}$ auf $\overline{F}$ entspricht.

Die Bezugsebene sei wieder eine optische Symmetrieebene.

I. Die Bezugsebene stehe senkrecht zur Ebene der optischen Achsen und es liege die erste Mittellinie in der Bezugsebene. Der Auslöschungswinkel φ einer beliebigen Fläche aus der durch $\overline{\varphi}$ bestimmten Zone ist dann gegeben durch $\operatorname{cotg} 2\varphi = \frac{\operatorname{cotg} 2\overline{\varphi} + P\sin^2\delta}{\cos\delta}$, wobei $P = \frac{\sin^2\overline{\varphi} + \operatorname{tg}^2 V}{\sin 2\overline{\varphi}}$ eine „Zonenkonstante" darstellt. Ist dagegen V und der Auslöschungswinkel φ einer beliebigen Fläche bekannt, dann ist

$$\operatorname{tg}\overline{\varphi} = \frac{-\cos\delta \operatorname{cotg} 2\varphi + \sqrt{\frac{\cos^2\delta}{\sin^2 2\varphi} - \sin^4\delta \sec^2 V \operatorname{tg}^2 V}}{1 - \sin^2\delta \sec^2 V}.$$

II. Die Ebene der optischen Achsen liege in der Bezugsebene; dann ist:

---

1) N. Jahrb. f. Min. usw. 1911; Beil.-Bd. **35**, 221 bis 240.

$$\operatorname{cotg} 2\varphi = \frac{\operatorname{cotg} 2\overline{\varphi} + P\sin^2\delta}{\cos\delta}; \quad P = \frac{\sin^2\overline{\varphi} - \sin^2 V}{\sin 2\overline{\varphi}};$$

$$\operatorname{tg}\overline{\varphi} = \frac{-\cos\delta\operatorname{cotg} 2\varphi + \sqrt{\dfrac{\cos^2\delta}{\sin^2 2\varphi} + \sin^2\delta\cos^2 V\sin^2 V}}{1 - \sin^2\delta\cos^2 V}.$$

III. Die Ebene der optischen Achsen liege senkrecht zur Bezugsebene, die zweite Mittellinie in der Bezugsebene; dann ist:

$$\operatorname{cotg} 2\varphi = \frac{\operatorname{cotg} 2\overline{\varphi} + P\sin^2\delta}{\cos\delta}; \quad P = \frac{\sin^2\overline{\varphi} - \operatorname{cosec}^2 V}{\sin 2\overline{\varphi}};$$

$$\operatorname{tg}\overline{\varphi} = \frac{-\cos\delta\operatorname{cotg} 2\varphi + \sqrt{\dfrac{\cos^2\delta}{\sin^2 2\varphi} - \sin^4\delta\operatorname{cotg}^2 V\operatorname{cosec}^2 V}}{1 + \sin^2\delta\operatorname{cotg}^2 V}.$$

Für drei in einer Zone liegende Flächen a, b, c setze man

$$\cos\delta_a\operatorname{cotg} 2\varphi_a = a_1, \quad \sin^2\delta_a = a_2,$$
$$\cos\delta_b\operatorname{cotg} 2\varphi_b = b_1, \quad \sin^2\delta_b = b_2,$$
$$\cos\delta_c\operatorname{cotg} 2\varphi_c = c_1, \quad \sin^2\delta_c = c_2,$$

dann ist bei der gemachten Annahme:

$$a_1 b_2 - a_1 c_2 - a_2 b_1 + a_2 c_1 + b_1 c_2 - b_2 c_1 = 0.$$

Der Betrag der Dispersion der Polarisationsrichtungen wächst bei rhombischen Kristallen mit dem Winkel $2V$.

§ 32

Bestimmung der Hauptlichtgeschwindigkeiten

Der Strahlengang und die Polarisationsrichtung innerhalb eines Kristalls sind nach der Huyghens-Fresnelschen Theorie völlig bestimmt, wenn man außer der Richtung des einfallenden Strahles und der Orientierung der Grenzfläche in bezug auf die Symmetrieachsen des Fresnelschen Ellipsoides (oder auch der übrigen früher besprochenen Flächen) noch die Hauptlichtgeschwindigkeiten $\mathfrak{a}_1, \mathfrak{a}_2, \mathfrak{a}_3$, d. h. die Längen der drei Symmetrieachsen des Ellipsoides, oder auch deren reziproke Werte, die Hauptbrechungsquotienten ν_1, ν_2, ν_3 kennt. Die genaue Bestimmung dieser Größen geschieht entweder nach der Prismenmethode oder vermittelst der totalen Reflexion. Für optisch-einachsige Kristalle setzen wir $\mathfrak{a}_o = \mathfrak{a}_2$, und hier ist $\mathfrak{a}_2$ entweder gleich dem größeren Werte $\mathfrak{a}_1$ (bei optisch-positiven) oder gleich dem kleineren Werte $\mathfrak{a}_3$ (bei optisch-negativen Kristallen). Für den von $\mathfrak{a}_2$ verschiedenen Wert schreiben wir $\bar{\mathfrak{a}}_e$.

1. Prismenmethode

Die Hauptlichtgeschwindigkeiten $\mathfrak{a}_o$ und $\bar{\mathfrak{a}}_e$ eines optisch-einachsigen Kristalls können an einem beliebig geschnittenen Prisma, dessen Orientierung in bezug auf die Hauptachse bekannt ist, ermittelt werden;[1]) indessen vereinfacht sich die Berechnung, wenn entweder die Prismenkante zur optischen Achse parallel liegt, oder der durch die Prismenkante gelegte Hauptschnitt den inneren Prismenwinkel halbiert, oder wenn die optische Achse den Prismenwinkel halbiert. In diesen Fällen ist wie bei isotropen Kristallen (S. 32)

$\mathfrak{a}_o = \dfrac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha+\delta_o}{2}}$, $\bar{\mathfrak{a}}_e = \dfrac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha+\delta_e}{2}}$, wenn δ_o bzw. δ_e die beiden minimalen Ablenkungswinkel sind.

Bei optisch-zweiachsigen Kristallen liefert ein beliebig orientiertes Prisma keine praktisch verwertbaren Resultate. Ein Prisma dagegen, dessen brechende Kante einer optischen Symmetrieachse parallel geht, liefert beim Minimum der Ablenkung die Lichtgeschwindigkeit desjenigen Strahles, welcher parallel zur Prismenkante schwingt, nach der gleichen Formel. Dasselbe Prisma ermöglicht auch durch die Bestimmung der Ein- und Austrittsrichtung zweier weiterer Strahlen die Ermittelung der beiden anderen Hauptlichtgeschwindigkeiten.[2]) Stehen jedoch drei verschiedene Prismen zur Verfügung, von welchen jedes eine zu einer anderen Symmetrieachse parallele Kante hat, so erhält man nach der einfachen Methode des Minimums der Ablenkung die drei Hauptlichtgeschwindigkeiten.

Vorteilhafter ist es, wenn ein Prisma nicht nur eine zu einer optischen Symmetrieachse parallele Kante hat, sondern wenn außerdem auch entweder a) die Halbierungsebene des Prismenwinkels oder b) die eine der Prismenflächen eine optische Symmetrieebene ist.

a) Im ersten Falle liegen beide Strahlen und die Wellennormalen im Innern des Kristalls beim Minimum der Ablenkung parallel zu einer und derselben der drei optischen Symmetrieachsen und der eine schwingt parallel zur einen, der andere parallel zur anderen der beiden übrigen Symmetrieachsen. Man erhält also mit

1) Die Lösung dieser allgemeinen Aufgabe gibt Th. Liebisch (Phys. Krist. S. 384).

2) Vgl. Th. Liebisch, Phys. Krist. S. 343.

demselben Prisma zwei Hauptlichtgeschwindigkeiten nach der Methode des Minimums der Ablenkung, und zwar für diejenige Welle, welche parallel zur Prismenkante schwingt, und für diejenige, welche zu dieser Kante und zum Strahl senkrecht (parallel der Halbierenden des Winkels α) schwingt (Fig. 125). Hat man zwei derartige Prismen zur Verfügung, welche von verschiedenen Symmetrieschnitten halbiert werden (oder deren brechende Kanten verschiedenen Symmetrieachsen parallel gehen), so ermöglicht diese Methode die Bestimmung von vier Hauptlichtgeschwindigkeiten, von welchen zwei einander gleich sind, da die zugehörigen Schwingungen parallel sind.

b) Fällt ein Lichtstrahl senkrecht auf eine Grenzfläche, welche einem optischen Symmetrieschnitt parallel ist, so findet für keinen

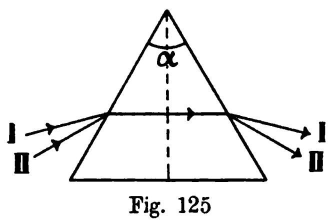


Fig. 125
Bestimmung zweier Brechungsquotienten nach der Methode des Minimums der Ablenkung mit Hilfe eines Prismas, dessen Halbierungsebene ein Symmetrieschnitt ist

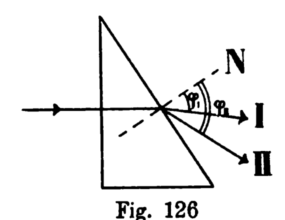


Fig. 126
Bestimmung zweier Brechungsquotienten nach der Methode des Minimums der Ablenkung mit Hilfe eines Prismas, dessen eine Fläche ein Symmetrieschnitt ist

der beiden Strahlen eine Ablenkung statt. Die beiden Strahlen und die beiden Wellennormalen liegen im Kristall senkrecht zur Grenzfläche (Fig. 126). Da aber die beiden senkrecht zueinander schwingenden Wellen sich mit verschiedener Geschwindigkeit fortpflanzen, so trennen sich beide Strahlen beim Austritt aus dem Kristall. Sind die Austrittswinkel φ_{I} und φ_{II}, so ist $\mathfrak{a}_1 = \frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha + \varphi_{\mathrm{I}})}$, $\mathfrak{a}_2 = \frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha + \varphi_{\mathrm{II}})}$. Auch in diesem Falle liefert also ein und dasselbe Prisma nach der gleichen Methode zwei Hauptlichtgeschwindigkeiten.

In allen Fällen geschieht die Unterscheidung der beiden Schwingungsrichtungen mit Hilfe eines Nikols.

§ 33
2. Methode der totalen Reflexion

Sei die Ebene der Zeichnung Einfallsebene und Fig. 127 ein Schnitt durch die Indexfläche eines doppeltbrechenden Kristalls und

durch die Indexfläche des äußeren isotropen Mediums, welches stärker brechend sei als der Kristall. $\nu_{\mathrm{II}\alpha}$ und $\nu_{\mathrm{II}\beta}$ seien demnach die Schnittlinien der Indexfläche des Kristalls, ν_{I} diejenige des isotropen Körpers. Eine Wellennormale $P_{\mathrm{I}}O$, welche bei O die Grenzfläche GG' trifft, wird in dem Kristall nach den Richtungen $OP'_{\mathrm{II}\alpha}$ und $OP'_{\mathrm{II}\beta}$ gebrochen (vgl. S. 97). Eine Wellennormale $P_{\mathrm{I}t}O$ trifft ν_{I} bei $P'_{\mathrm{I}t}$, und das in diesem Punkte auf GG' errichtete Lot schneidet weder $\nu_{\mathrm{II}\alpha}$ noch $\nu_{\mathrm{II}\beta}$; zu $OP'_{\mathrm{I}t}$ gehört also keine gebrochene Welle; der Strahl $P_{\mathrm{I}t}O$ wird total reflektiert. Zieht man die zu GG' senkrechten Tangenten $P'_{\mathrm{II}\alpha g}\,P'_{\mathrm{I}\alpha g}$ und $P'_{\mathrm{II}\beta g}\,P'_{\mathrm{I}\beta g}$, und verbindet $P'_{\mathrm{I}\alpha g}$ und $P'_{\mathrm{I}\beta g}$ mit O, so stellen deren Verlängerungen $P_{\mathrm{I}\alpha g}O$ und $P_{\mathrm{I}\beta g}O$ die Grenzstrahlen der totalen Reflexion im Medium I dar. Die in der Figur nicht gezogenen Richtungen der zugehörigen Wellennormalen $OP'_{\mathrm{II}\alpha g}$ und $OP'_{\mathrm{II}\beta g}$ des Kristalls treten aus dem Medium II heraus. Die betreffenden Grenzstrahlen im Kristall liegen in der Grenzebene GG', im allgemeinen aber nicht in der Einfallsebene. Die Winkel $P_{\mathrm{I}\alpha g}ON$ und $P_{\mathrm{I}\beta g}ON$ sind die Grenzwinkel der totalen Reflexion.

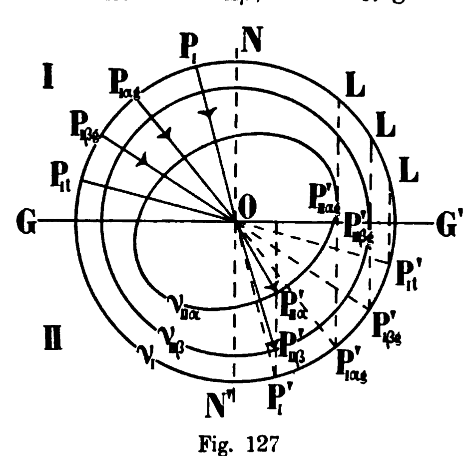


Fig. 127
Konstruktion der beiden Grenzstrahlen $P_{\mathrm{I}\alpha g}$ und $P_{\mathrm{I}\beta g}$ der totalen Reflexion

Während der gebrochene Strahl im Falle des Grenzwinkels der totalen Reflexion stets in der Grenzebene liegt, die zugehörige Wellennormale im allgemeinen aber nicht in die Grenzebene fällt, liegt die Wellennormale stets in der Einfallsebene; der Strahl liegt aber nur dann in dieser Ebene, wenn die Einfallsebene eine optische Symmetrieebene ist, oder ihre Schnittgerade mit der Grenzebene eine optische Symmetrieachse ist. In beiden letzteren Fällen erscheint die Grenzlinie im Gesichtsfelde des Totalreflektometers senkrecht zur Einfallsebene, während sie in allen anderen Fällen unter einem von $\frac{\pi}{2}$ verschiedenen Winkel zur Einfallsebene geneigt ist.

Läßt man die Einfallsebene alle möglichen Lagen, welche durch Rotation um die Normale NN' zur Grenzfläche G entstehen, an-

nehmen, oder dreht man, was damit gleichbedeutend ist, die Grenzfläche um ihre Normale bei gleichbleibender Einfallsebene, so beschreiben die Grenzstrahlen $P_{\mathrm{I}\alpha g}$ und $P_{\mathrm{I}\beta g}$ einen Kegel mit zwei Mantelflächen, deren gemeinsame Spitze in O liegt, und deren gemeinsame Achse ON ist. Der Querschnitt des Kegels ist von $\nu_{\mathrm{II}\alpha}$ und $\nu_{\mathrm{II}\beta}$, aber auch von ν_{I} abhängig. Der Doppelkegel heißt „Grenzkegel der totalen Reflexion".

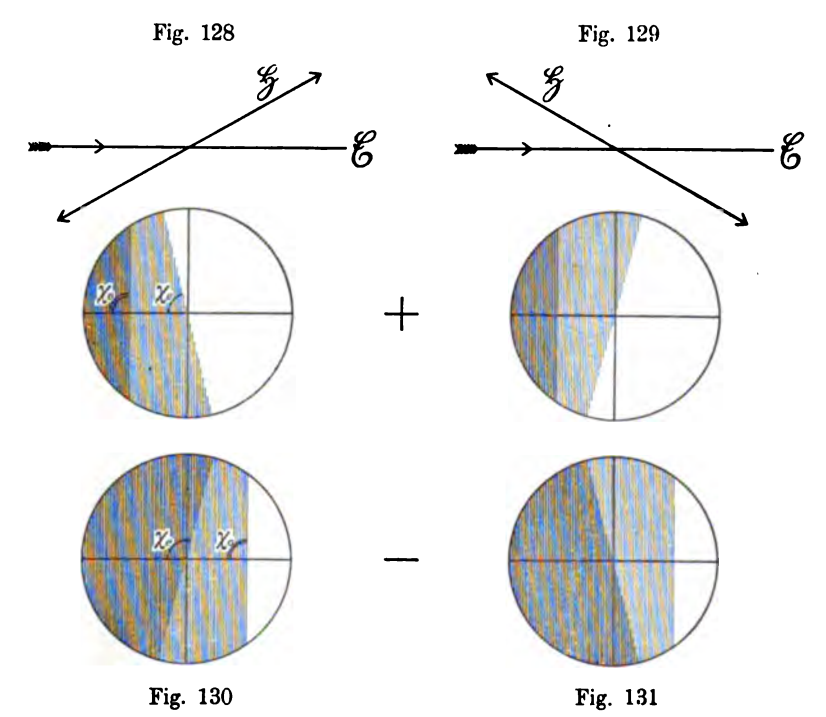


Fig. 128 Fig. 129

Fig. 130 Fig. 131

Schnitt eines kleineren Teiles des Doppelkegels der totalen Reflexion an optisch-einachsigen Kristallen mit der Ebene des Gesichtsfeldes. $\mathfrak{E}$ ist die Einfallsebene, $\mathfrak{H}$ der Hauptschnitt der Grenzfläche. Nach Th. Liebisch

Die Grenzlinien, welche man am Totalreflektometer im Fernrohr erblickt, sind die Durchschnittslinien des Gesichtsfeldes mit kleinen Ausschnitten aus den Mänteln der Kegel der Grenzstrahlen. Geht eine Grenzlinie durch den Mittelpunkt des Fadenkreuzes, so fällt ein Grenzstrahl S mit der optischen Achse des Fernrohres zusammen. Es ist dann die Neigung χ der Grenzlinie gegen die durch die Normale der Grenzebene und den Strahl S gelegte Einfallsebene $\mathfrak{E}$, in welcher auch der horizontale Faden des Fadenkreuzes liegt, in der Nähe von S gleich dem Winkel, welchen die Einfalls-

ebene mit der in S an den Kegel der Grenzstrahlen gelegten Tangentialebene einschließt (vgl. Figg. 128 bis 131). Die Figuren 132 und 133 stellen Schnitte durch den Grenzkegel eines optisch-einachsig-positiven und eines optisch-einachsig-negativen Kristalls dar. Sind die Hauptlichtgeschwindigkeiten $\mathfrak{a}_1$, $\mathfrak{a}_2$, $\mathfrak{a}_3$ eines Kristalls bekannt, und kennt man ferner die Lage der Grenzfläche G und der Einfallsebene $\mathfrak{E}$ gegen die optischen Symmetrieachsen, so kann man den zugehörigen Grenzwinkel i_g der totalen Reflexion und die Neigung χ der Grenzlinie[1]) berechnen.

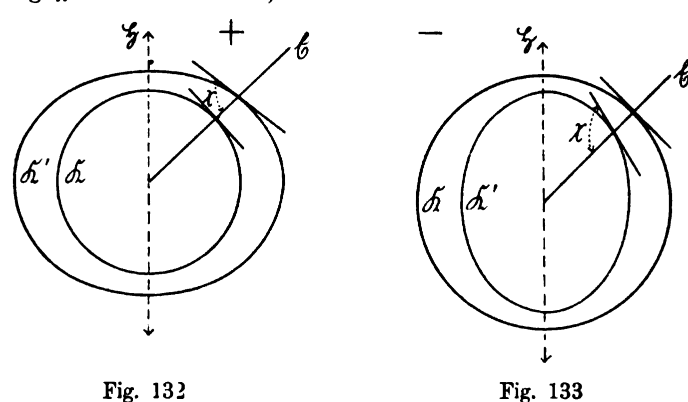


Fig. 132 Fig. 133

Schnitte durch den Grenzkegel der totalen Reflexion mit einer zur Grenzfläche parallelen Ebene bei einem optisch-einachsig-positiven (Fig. 132) und einem optisch-einachsig-negativen (Fig. 133) Kristall

I. Der Kristall sei optisch-einachsig und zwar

a) optisch-positiv;

es sei also $\mathfrak{a}_1 = \mathfrak{a}_2 = \mathfrak{a}_o$, $\mathfrak{a}_3 = \bar{\mathfrak{a}}_e$; der Winkel der Normalen zur Grenzebene mit der optischen Achse sei μ, der Winkel zwischen der Einfallsebene und dem Hauptschnitt der Platte sei ϑ; die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Medium I sei $\mathfrak{v}$. Dann ist der Grenzwinkel i_{og} für jeden beliebigen Wert von μ und ϑ bestimmt durch $\frac{\sin i_{og}}{\mathfrak{v}} = \frac{1}{\mathfrak{a}_o}$. Der Grenzwinkel i_{eg} des außerordentlichen Strahles dagegen ist bestimmt durch $\frac{\sin i_{eg}}{\mathfrak{v}} = \frac{1}{\mathfrak{a}_1 \cos\Theta \cos\eta}$, wobei

$$\operatorname{tg}\Theta = \frac{\sqrt{(\mathfrak{a}_1 + \mathfrak{a}_3)(\mathfrak{a}_1 - \mathfrak{a}_3)}}{\mathfrak{a}_3}\cos\mu, \quad \sin\eta = \frac{\sqrt{(\mathfrak{a}_1 + \mathfrak{a}_3)(\mathfrak{a}_1 - \mathfrak{a}_3)}}{\mathfrak{a}_1}\sin\mu\sin\vartheta,$$

1) Nach Th. Liebisch, N. Jahrb. f. Min. usw. 1885, I, 245; II, 181; 1886, II, 47.

oder $\dfrac{\sin^2 i_{eg}}{\mathfrak{v}^2} = \dfrac{1}{\mathfrak{a}_3^2} \dfrac{\mathfrak{a}_3^2 + (\mathfrak{a}_1^2 - \mathfrak{a}_3^2)\cos^2\mu}{\mathfrak{a}_3^2 + (\mathfrak{a}_1^2 - \mathfrak{a}_3^2)(\cos^2\mu + \sin^2\mu\cos^2\vartheta)}$.

Als spezielle Fälle sind von Wichtigkeit:

1. Ist die Einfallsebene senkrecht zum Hauptschnitt der Grenzebene, so ist $\vartheta = \frac{\pi}{2}$; folglich: $\dfrac{\sin i_{eg}}{\mathfrak{v}} = \dfrac{1}{\mathfrak{a}_3}$.

2. Ist die Einfallsebene parallel zum Hauptschnitt der Grenzebene, so ist $\vartheta = 0$, folglich: $\dfrac{\sin^2 i_{eg}}{\mathfrak{v}^2} = \dfrac{1}{\mathfrak{a}_1^2}\left(\dfrac{1}{\mathfrak{a}_3^2} - \dfrac{1}{\mathfrak{a}_1^2}\right)\cos^2\mu = \dfrac{1}{\mathfrak{s}'^2}$, wenn mit $\mathfrak{s}'$ die Geschwindigkeit desjenigen außerordentlichen Strahles bezeichnet wird, der in die Durchschnittsgerade der Grenzebene und ihres Hauptschnittes fällt.

3. Ist die Grenzebene parallel zur optischen Achse, so ist $\mu = \frac{\pi}{2}$, folglich: $\dfrac{\sin^2 i_{eg}}{\mathfrak{v}^2} = \dfrac{1}{\mathfrak{a}_3^2 + (\mathfrak{a}_1^2 - \mathfrak{a}_3^2)\cos^2\vartheta} = \dfrac{1}{q'^2}$, wenn mit q' die Geschwindigkeit derjenigen außerordentlichen Welle bezeichnet wird, deren Normale in die Schnittgerade von Grenzebene und Einfallsebene fällt.

4. Ist die Grenzebene senkrecht zur optischen Achse, so ist $\mu = 0$, folglich: $\dfrac{\sin i_{eg}}{\mathfrak{v}} = \dfrac{1}{\mathfrak{a}_3}$.

b) Für optisch-negative Kristalle wird $\mathfrak{a}_2 = \mathfrak{a}_3 = \mathfrak{a}_o$; es folgt dann für den Grenzwinkel i_{eg} des außerordentlichen Strahles:

$$\frac{\sin^2 i_{eg}}{\mathfrak{v}^2} = \frac{1}{\mathfrak{a}_1^2} \frac{\mathfrak{a}_1^2 + (\mathfrak{a}_3^2 - \mathfrak{a}_1^2)\cos^2\mu}{\mathfrak{a}_1^2 + (\mathfrak{a}_3^2 - \mathfrak{a}_1^2)(\cos^2\mu + \sin^2\mu\cos^2\vartheta)};$$

ferner:

für 1) $\vartheta = \frac{\pi}{2}$ folgt: $\dfrac{\sin i_{eg}}{\mathfrak{v}} = \dfrac{1}{\mathfrak{a}_1}$,

„ 2) $\vartheta = 0$ „ $\dfrac{\sin^2 i_{eg}}{\mathfrak{v}^2} = \dfrac{1}{\mathfrak{a}_3^2} + \left(\dfrac{1}{\mathfrak{a}_1^2} - \dfrac{1}{\mathfrak{a}_3^2}\right)\cos^2\mu$,

„ 3) $\mu = \frac{\pi}{2}$ „ $\dfrac{\sin^2 i_{eg}}{\mathfrak{v}^2} = \dfrac{1}{\mathfrak{a}_1^2 + (\mathfrak{a}_3^2 - \mathfrak{a}_1^2)\cos^2\vartheta}$,

„ 4) $\mu = 0$ „ $\dfrac{\sin i_{eg}}{\mathfrak{v}} = \dfrac{1}{\mathfrak{a}_1}$.

Für eine zur optischen Achse eines optisch-einachsigen, positiven Kristalls parallele Grenzebene ist

$$\cos\chi = \frac{(\mathfrak{a}_1^2 - \mathfrak{a}_3^2)\sin\vartheta\cos\vartheta}{\sqrt{\mathfrak{a}_1^2(\mathfrak{a}_1^2 - \mathfrak{v}^2)\cos^2\vartheta + \mathfrak{a}_3^2(\mathfrak{a}_3^2 - \mathfrak{v}^2)\sin^2\vartheta}};$$

für optisch-negative Kristalle sind $\mathfrak{a}_1$ und $\mathfrak{a}_3$ zu vertauschen.

Die totale Reflexion kann andererseits auch dazu dienen, die Hauptlichtgeschwindigkeiten zu bestimmen, wenn der Grenzwinkel i_g und die anderen Bestimmungsstücke μ und ϑ meßbar sind. Zur Bestimmung von $\mathfrak{a}_o$ führt jede beliebige Platte und jeder Einfallswinkel mit Hilfe der einfachen Formel $\frac{1}{\mathfrak{a}_o} = \frac{\sin i_{og}}{\mathfrak{v}}$ in gleich einfacher Weise zum Ziel. Zur Bestimmung von $\bar{\mathfrak{a}}_e$ eignet sich dagegen am besten der Fall 4. Hat aber die Grenzebene eine beliebige Lage, so gibt es unter den Einfallsebenen eine, für welche die Differenz von $i_{\alpha g}$ und $i_{\beta g}$ einen maximalen Wert hat; diese Einfallsebene steht senkrecht zum Hauptschnitt der Grenzebene; die betreffende Orientierung entspricht daher dem Falle 1 und es wird hierbei $\bar{\mathfrak{a}}_e = \frac{\mathfrak{v}}{\sin i_{eg}}$.

Liegt die Einfallsebene parallel zum Hauptschnitt, und ist $\mathfrak{s}$ die Geschwindigkeit desjenigen außerordentlichen Strahles, dessen Fortpflanzungsrichtung durch die Schnittgerade von Hauptschnitt und Grenzebene bestimmt wird, so ist $\frac{1}{\mathfrak{s}^2} = \frac{\sin^2 i_{eg}}{\mathfrak{v}^2}$; ist außerdem durch die vorige Stellung der Einfallsebene $\mathfrak{a}_o$ und $\bar{\mathfrak{a}}_e$ bestimmt, so folgt die Neigung μ der Plattennormale nach der Gleichung

$$\sin^2(90^0 - \mu) = \frac{\frac{1}{\mathfrak{a}_o^2} - \frac{1}{\mathfrak{s}^2}}{\frac{1}{\mathfrak{a}_o^2} - \frac{1}{\bar{\mathfrak{a}}_e^2}}.$$

An einer einzigen optisch-einachsigen Platte von unbekannter Orientierung lassen sich also mit Hilfe der totalen Reflexion sowohl die beiden Hauptlichtgeschwindigkeiten, als auch die Orientierung der Platte bestimmen.

Die Figuren 128 bis 131 geben das Gesichtsfeld für einen optisch-positiven und einen optisch-negativen Kristall im Totalreflektometer und zeigen zugleich die Abhängigkeit der Neigung der außerordentlichen Grenzlinie von der Lage der Einfallsebene $\mathfrak{E}$ zum Hauptschnitt $\mathfrak{H}$.

II. Bei optisch-zweiachsigen Kristallen sei X die Achse der größten, Z die der kleinsten optischen Elastizität; Z' die Normale der Grenzebene, Y' die Normale der Einfallsebene, X' die Schnittgerade von Grenzebene und Einfallsebene, $2\,V$ der von der Z-Achse halbierte Winkel der optischen Achsen, $2\,U$ der Winkel der Strahlenachsen, $i_{\alpha g}$ und $i_{\beta g}$ $(i_{\alpha g} < i_{\beta g})$ seien

die beiden Grenzwinkel einer Einfallsebene. Dann sind folgende spezielle Fälle von Wichtigkeit:

1. Die Grenzebene ist eine optische Symmetrieebene.

Grenzebene	Azimut der Einfallsebene	
YZ	$\vartheta = YX'$	$\frac{\sin i_{\alpha g}}{\mathfrak{v}} = \frac{1}{\mathfrak{a}_1}, \; \frac{\sin^2 i_{\beta g}}{\mathfrak{v}^2} = \frac{1}{\mathfrak{a}_2^2 - (\mathfrak{a}_2^2 - \mathfrak{a}_3^2)\cos^2\vartheta};$
ZX	$\vartheta = ZX'$	$\frac{\sin i_{\beta g}}{\mathfrak{v}} = \frac{1}{\mathfrak{a}_2}, \; \frac{\sin^2 i_{\alpha g}}{\mathfrak{v}^2} = \frac{1}{\mathfrak{a}_3^2 + (\mathfrak{a}_1^2 - \mathfrak{a}_3^2)\cos^2\vartheta}; \quad 0 < \vartheta < V;$
		$\frac{\sin i_{\alpha g}}{\mathfrak{v}} = \frac{1}{\mathfrak{a}_2}, \; \frac{\sin^2 i_{\beta g}}{\mathfrak{v}^2} = \frac{1}{\mathfrak{a}_3^2 + (\mathfrak{a}_1^2 - \mathfrak{a}_3^2)\cos^2\vartheta}; \quad V < \vartheta < \frac{\pi}{2};$
XY	$\vartheta = XX'$	$\frac{\sin i_{\beta g}}{\mathfrak{v}} = \frac{1}{\mathfrak{a}_3}, \; \frac{\sin^2 i_{\alpha g}}{\mathfrak{v}^2} = \frac{1}{\mathfrak{a}_1^2 - (\mathfrak{a}_1^2 - \mathfrak{a}_2^2)\cos^2\vartheta}.$

2. Die Schnittgerade X' von Grenzebene und Einfallsebene ist eine optische Symmetrieachse.

X' parallel:	
X	$\frac{\sin i_{\alpha g}}{\mathfrak{v}} = \frac{1}{\mathfrak{a}_2}, \; \frac{\sin i_{\beta g}}{\mathfrak{v}} = \frac{1}{\mathfrak{a}_3};$
Y	$\frac{\sin i_{\alpha g}}{\mathfrak{v}} = \frac{1}{\mathfrak{a}_1}, \; \frac{\sin i_{\beta g}}{\mathfrak{v}} = \frac{1}{\mathfrak{a}_3};$
Z	$\frac{\sin i_{\alpha g}}{\mathfrak{v}} = \frac{1}{\mathfrak{a}_1}, \; \frac{\sin i_{\beta g}}{\mathfrak{v}} = \frac{1}{\mathfrak{a}_2}.$

3. Die Grenzebene ist parallel zu einer optischen Symmetrieachse und die Einfallsebene parallel zu der auf dieser Achse senkrechten Symmetrieebene.

Grenzebene parallel zur Achse	Einfallsebene	μ bedeutet die Neigung der Grenzebene zur Achse	
X	YZ	Z	$\frac{\sin i_{\alpha g}}{\mathfrak{v}} = \frac{1}{\mathfrak{a}_1}, \; \frac{\sin^2 i_{\beta g}}{\mathfrak{v}^2} = \frac{1}{\mathfrak{a}_3^2} + \left(\frac{1}{\mathfrak{a}_2^2} - \frac{1}{\mathfrak{a}_3^2}\right)\cos^2\mu = \frac{1}{\mathfrak{s}^2};$
Y	ZX	X	$\frac{\sin i_{\alpha g}}{\mathfrak{v}} = \frac{1}{\mathfrak{a}_2}, \; \frac{\sin^2 i_{\beta g}}{\mathfrak{v}^2} = \frac{1}{\mathfrak{a}_1^2} + \left(\frac{1}{\mathfrak{a}_3^2} - \frac{1}{\mathfrak{a}_1^2}\right)\cos^2\mu = \frac{1}{\mathfrak{s}^2}; \quad 0 < \mu < U;$
			$\frac{\sin i_{\beta g}}{\mathfrak{v}} = \frac{1}{\mathfrak{a}_2}, \; \frac{\sin^2 i_{\alpha g}}{\mathfrak{v}^2} = \frac{1}{\mathfrak{a}_1^2} + \left(\frac{1}{\mathfrak{a}_3^2} - \frac{1}{\mathfrak{a}_1^2}\right)\cos^2\mu = \frac{1}{\mathfrak{s}^2}; \quad U < \mu < \frac{\pi}{2};$
Z	XY	Y	$\frac{\sin i_{\beta g}}{\mathfrak{v}} = \frac{1}{\mathfrak{a}_3}, \; \frac{\sin^2 i_{\alpha g}}{\mathfrak{v}^2} = \frac{1}{\mathfrak{a}_2^2} + \left(\frac{1}{\mathfrak{a}_1^2} - \frac{1}{\mathfrak{a}_2^2}\right)\cos^2\mu = \frac{1}{\mathfrak{s}^2}.$

$\mathfrak{s}$ ist die Geschwindigkeit jener außerordentlichen Strahlen, welche in den Ebenen YZ, ZX, XY unter dem Winkel μ gegen Z, X oder Y geneigt sind.

Schreibt man $\frac{1}{\mathfrak{a}_1} = \nu_1$, $\frac{1}{\mathfrak{a}_2} = \nu_2$, $\frac{1}{\mathfrak{a}_3} = \nu_3$, $\frac{1}{\mathfrak{s}} = \sigma$, so folgt:

Grenzebene parallel zur Achse	μ bedeutet die Neigung zur Achse	
X	Z	$\cos^2\mu = \frac{\sigma^2 - \nu_3^2}{\nu_2^2 - \nu_3^2}$,
Y	X	$\cos^2\mu = \frac{\sigma^2 - \nu_1^2}{\nu_3^2 - \nu_1^2}$,
Z	Y	$\cos^2\mu = \frac{\sigma^2 - \nu_2^2}{\nu_1^2 - \nu_2^2}$.

Diese Tabellen ermöglichen es, in bestimmten Fällen die Hauptlichtgeschwindigkeiten zu bestimmen, außerdem aber auch die Lage einer Grenzebene, welche einer optischen Symmetrieachse parallel geht.

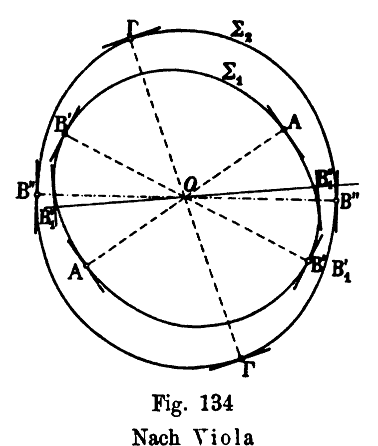


Fig. 134
Nach Viola

Bestimmt man an einer beliebig orientierten Platte eines optisch-zweiachsigen Kristalls diejenigen Einfallsebenen, welche maximale und minimale Werte des Grenzwinkels i_g liefern, so erhält man (Fig. 134) zwei Richtungen $O\Gamma$ und OB' mit maximalen Werten und zwei Richtungen OB'' und OA mit minimalen Werten von i_g. Die Einfallsebenen, in welchen die Maximal- und die Minimalwerte liegen, sind parallel den Schnittgeraden der Grenzebene mit den drei optischen Symmetrieebenen. Ist der zur Richtung $O\Gamma$ gehörende Wert i_{3g} der größte von diesen vier Werten, so ist $\mathfrak{a}_3 = \frac{\mathfrak{v}}{\sin i_{3g}}$; und ist der zur Richtung OA gehörende Wert i_{1g} der kleinste von den vier Werten, dann ist $\mathfrak{a}_1 = \frac{\mathfrak{v}}{\sin i_{1g}}$. Einer von den beiden zu OB' oder OB'' gehörenden Werten gibt auch die noch fehlende Richtung OB, welche für die Geschwindigkeit $\mathfrak{a}_2$ maßgebend ist.

Ch. Soret[1]) schlug vor, zwei verschieden orientierte Platten zu verwenden; die drei Werte i_g, welche den Schwingungen nach

1) Comptes rendus 1885; **106**, 176 und 479.

den drei Hauptrichtungen entsprechen, müssen dann bei beiden Platten gleich sein; die vierten Werte sind bei beiden Platten verschieden.

C. Viola[1]) zeigte, daß bei streifender Inzidenz die Polarisationsebenen derjenigen Strahlen, welche die Geschwindigkeiten $\mathfrak{a}_1$, $\mathfrak{a}_2$, $\mathfrak{a}_3$ besitzen, im Kristall parallel zu den optischen Symmetrieebenen sind, in welchen die Strahlen liegen; daß dagegen die Schwingungsebene des vierten, zur Bestimmung von $\mathfrak{a}_1$, $\mathfrak{a}_2$, $\mathfrak{a}_3$ nicht zu verwendenden Grenzstrahles parallel zur Einfallsebene, also senkrecht zur Grenzebene liegt. Zur Unterscheidung der Frage, welcher der beiden in den Einfallsebenen OB' und OB'' liegenden Grenzstrahlen $\mathfrak{a}_2$ liefere, empfiehlt er

1) die Bestimmung des Schwingungsazimutes mit Hilfe eines Nicols.

Der im Kristall streifend an die Grenzfläche gegen das stärker brechende isotrope Außenmedium einfallende Strahl erleidet bei der Brechung ins Außenmedium eine Änderung der Polarisationsrichtung, welche mit Annäherung der Grenzebene an die Ebene der optischen Achsen zunimmt. Wird diese Änderung vernachlässigt, so kann man durch einen in den Gang der austretenden Strahlen gehaltenen Analysatornicol das Polarisationsazimut bestimmen und denjenigen Grenzstrahl ausscheiden, dessen Schwingungsrichtung parallel zur Einfallsebene gefunden wird.

In den inneren Grenzkegel (d. h. in den in den Figg. 128 bis 131 weiß gelassenen Raum) werden langsamere und schnellere Wellen gebrochen, in den Raum zwischen den beiden Grenzkegeln nur langsamere Wellen; der Intensitätsunterschied an der inneren Grenze muß deshalb am besten hervortreten, wenn die langsamere Welle durch einen Nicol I ausgelöscht wird. Der Nicol I muß so in den Gang der gebrochenen Strahlen eingeschaltet werden, daß das an der inneren Grenze nach außen anstoßende Gebiet verdunkelt wird. Ein zweiter vor das Auge geschalteter Nicol II kann dann nach Fr. Schwietring[2]) mit größerer Genauigkeit auf das Verschwinden der inneren Grenze eingestellt werden, als es Viola mit nur einem Nicol möglich war. Schwietring empfiehlt, die für das Verschwinden der Grenze charakteristischen Nicolazimute genau zu berechnen und nach der genannten Methode zu beobachten. Der Vergleich zwischen Rechnung und Beobachtung soll dann zur Ent-

1) Ztschr. f. Krist. 1899; **31**, 40 und 484. 1900; **32**, 113 und 305. 1902; **36**, 245. N. Jahrb. f. Min. 1912; II, 45. Bull. d. l. s. fr. d. Min. 1912, **35**, 481.

2) N. Jahrb. f. Min. 1912; I, 21.

scheidung dienen, welche der beiden Richtungen B den mittleren Brechungsquotienten liefert. Viola hält indessen diese Methode für praktisch unverwendbar, weil durch die beiden Nicols das Gesichtsfeld so sehr verdunkelt werde, daß ein Einstellen auf die Grenze nicht mehr möglich sei.

Viola empfiehlt 2) Anwendung von konvergentem Licht (vgl. S. 193ff.). Zu beiden Untersuchungsmethoden, der Bestimmung des Grenzwinkels und der Beobachtung im konvergenten Lichte eignet sich am besten der S. 52 abgebildete Kleinsche Apparat. Bei einer Drehung des Präparates ändert sich die Lage der Hyperbelzweige zu den Hauptschnitten der beiden zueinander senkrecht gestellten Nicols. Die punktierten Bogen in Fig. 135 geben für sechs

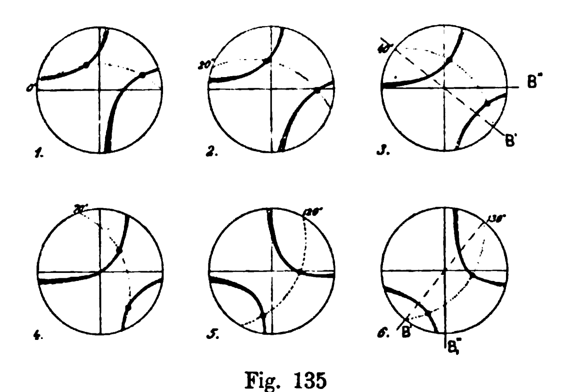


Fig. 135
Verschiedene Lagen der im konvergenten Licht auftretenden Hyperbelzweige bei Drehung der Kristallplatte nach Viola

verschiedene Lagen des Präparates die Ebene der optischen Achsen an. Diese ist in der ersten Lage parallel zum horizontalen Hauptschnitt. Dreht man das Präparat so, daß eine Asymptote der Hyperbel durch den Mittelpunkt des Gesichtsfeldes geht (Fig. 135, 3 u. 6), so fällt die gesuchte Richtung OB mit der in der Figur gestrichelten Spur OB' der optischen Achsenebene zusammen, während die vierte, nicht verwendbare Richtung der genannten Asymptote parallel geht. In der dritten Figur geht die Horizontalasymptote, in der sechsten die Vertikalasymptote durch den Mittelpunkt des Gesichtsfeldes.

Der zu der Richtung OB gehörende Grenzwinkel i_{2g} liefert

$$\mathfrak{a}_2 = \frac{\mathfrak{v}}{\sin i_{2g}}.$$

Sind α, β, γ die Neigungen der Plattennormale zu den drei optischen Symmetrieachsen, dann sind $\operatorname{tg}^2 \alpha = -\frac{\cos \Gamma B}{\cos BA \cdot \cos \Gamma A}$,

$$\operatorname{tg}^2 \beta = -\frac{\cos \Gamma A}{\cos \Gamma B \cdot \cos BA},$$

$$\operatorname{tg}^2 \gamma = \frac{\cos AB}{\cos \Gamma A \cdot \cos B\Gamma}.$$

An einer einzigen, optisch-zweiachsigen Platte von unbekannter Orientierung lassen sich also ebenfalls mit Hilfe der totalen Reflexion sowohl die drei Hauptlichtgeschwindigkeiten, als auch die Orientierung der Platte bestimmen.

Die Bestimmung der Hauptlichtgeschwindigkeiten mit Hilfe einer Platte von unbekannter Orientierung kann bei Gesteinsschliffen praktische Verwendung finden. Im allgemeinen aber benützt man Grenzflächen von bekannter Orientierung, und zwar bei optisch-zweiachsigen Kristallen solche, welche oben als spezielle Fälle besprochen wurden. Ist z. B. die Grenzebene eine optische Symmetrieebene, so wählt man als Einfallsebenen die beiden Ebenen, welche durch je eine Symmetrieachse gehen. Jede dieser beiden Einfallsebenen gibt zwei Grenzwinkel i_g; von den vier gefundenen Werten i_g sind jedoch zwei einander gleich. Die drei verschiedenen Werte i_g stehen mit den drei Hauptlichtgeschwindigkeiten in der dort angegebenen einfachen Beziehung. Die Unterscheidung, zu welcher der drei Hauptschwingungsrichtungen der jedesmalige Wert i_g gehört, geschieht mit Hilfe des Nicols.

W. Kohlrausch[1]) glaubte, daß der an beliebigen Schnitten optisch-einachsiger Kristalle und an Symmetrieschnitten optisch-zweiachsiger Kristalle für den Quotienten $\frac{\mathfrak{v}}{\sin i_g}$ gefundene Wert die Geschwindigkeit der in der Schnittlinie von Grenzebene und Einfallsebene gelegenen Wellennormale darstelle. Hiernach würde z. B. für den außerordentlichen Grenzstrahl bei optisch-einachsigen, negativen Kristallen folgen:

$$\frac{\mathfrak{v}^2}{\sin^2 i_{eg}} = \mathfrak{a}_1{}^2 + (\mathfrak{a}_3{}^2 - \mathfrak{a}_1{}^2) \sin^2 \mu \cos^2 \vartheta = q_e{}^2.$$

Die Beziehung $\frac{\sin i_{eg}}{\mathfrak{v}} = \frac{1}{q}$ zwischen dem Grenzwinkel der totalen Reflexion und der Wellengeschwindigkeit q gilt aber nur dann für die

1) Ann. d. Phys. 1879; 6, 86 und 7, 427.

beiden Grenzebenen, wenn die Schnittgerade von Einfallsebene und Reflexionsebene eine optische Symmetrieachse ist; bei optisch-einachsigen Kristallen stimmt daher die genannte Gleichung für $\frac{\mathfrak{v}^2}{\sin^2 i_{eg}}$ zwar für $\mu = \frac{\pi}{2}$ oder $\mu = 0$ mit den obigen von Liebisch entwickelten Formeln überein, im allgemeinen gilt sie aber nur annähernd.

Eine systematische Prüfung und Bestätigung der von Liebisch aus den Fresnelschen Gesetzen abgeleiteten Formeln, mithin auch dieser Gesetze selbst, zeigte J. Danker[1]) an mehreren optisch-einachsigen und optisch-zweiachsigen Kristallen.

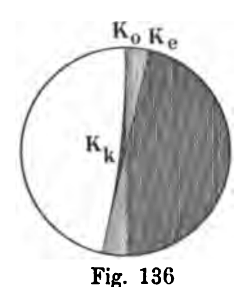


Fig. 136
Schnitt des Doppelkegels der totalen Reflexion mit der Ebene des Gesichtsfeldes bei einem optisch-zweiachsigen Kristall, wenn die Ebene der optischen Achsen Grenzebene ist (nach W. Kohlrausch)

Eine eigentümliche Erscheinung stellt sich dann ein, wenn die Ebene X_1X_3, d. h. die Ebene der optischen Achsen zweiachsiger Kristalle, Grenzebene ist; Fig. 136 gibt das entsprechende Bild. Die vertikale Grenzlinie K_o rührt von dem Grenzkegel mit kreisförmigem Querschnitt her, die schiefe Grenzlinie K_e von dem Kegel mit elliptischem Querschnitt. Dazu tritt in diesem Falle noch ein dritter Grenzkegel K_k, welcher mit der konischen Refraktion zusammenhängt. Diese interessante Erscheinung wurde zuerst von W. Kohlrausch an einem Weinsäurekristall beobachtet.[2])

An einer der Ebene der optischen Achsen parallelen optisch-zweiachsigen Platte kann man mit Hilfe der totalen Reflexion auch den Winkel der optischen Achsen direkt bestimmen. Wenn jedoch die Verschiedenheit zwischen zwei der Hauptlichtgeschwindigkeiten nur gering ist, dann ist diese Bestimmung ungenau.

§ 34
Objektive Darstellung der Kegel der Grenzstrahlen

Zur übersichtlichen objektiven Darstellung der Ausbreitungsverhältnisse des total reflektierten Lichtes eignet sich in vorzüglicher Weise ein von C. Leiß[3]) angegebenes Verfahren, zu dem Sénarmont schon 1856 und C. Pulfrich 1890 Anregung

1) N. Jahrb. f. Min. usw. 1885; Beil.-Bd. **4**, 241.

2) Bzgl. der genaueren theoretischen Ableitung vgl. Liebisch, Physik. Krist. S. 423.

3) Ztschr. f. Krist. 1899; **30**, 357ff.

gegeben haben. Umgibt man die in Fig. 137 mit n bezeichnete Abbesche Halbkugel ($= H$ in Fig. 138) mit einem kegelförmigen Spiegel s, welcher das annähernd parallel zur Achse der Halbkugel einfallende Licht streifend auf die Kristallplatte wirft, und beleuchtet mit etwas diffusem Licht, so treten die Grenzstrahlen als geschlossene Lichtkegel aus der Halbkugel und können durch einen Schirm T aufgefangen werden. Sind ϱ_o und ϱ_e die Winkel zwischen der Achse des Apparates und den Schnittlinien der Zeichnungsebene mit dem

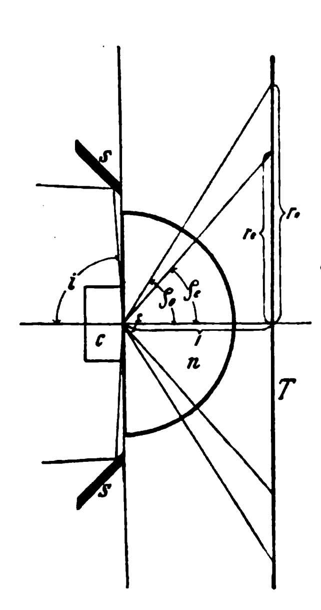


Fig. 137
Schnitt durch die Kegel der Grenzstrahlen nach Leiß

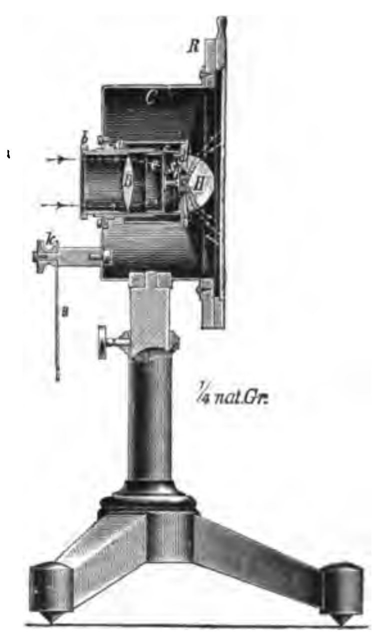


Fig. 138
Apparat zur objektiven Darstellung der Kegel der Grenzstrahlen (Fuеß) nach Leiß

von f ausgehenden Grenzkegel, so verhalten sich die Radiivektoren r_e und r_o auf dem Schirm wie die Tangenten von ϱ_e und ϱ_o. Verhielten sich r_e und r_o wie die Sinus von ϱ_e und ϱ_o, dann würden die auf dem Projektionsschirm abgebildeten Kurven den Schnittkurven mit der Indexfläche entsprechen. Wird der Abstand der Kristallplatte vom Schirm T gleich 1 gesetzt, und ist ν der Brechungsquotient der Halbkugel, so ist die Schnittkurve des ordentlichen Grenzkegels ein Kreis, die des außerordentlichen eine Ellipse, deren Orientierung derjenigen der Schnittkurve zwischen Schirm und

Indexfläche entspricht. Die beiden Achsen der Ellipse des Projektionsbildes sind $\frac{\nu_e}{\sqrt{\nu^2-\nu_e^2}}$ und $\frac{\nu_o}{\sqrt{\nu^2-\nu_o^2}}$. Die Doppelbrechung erscheint daher im Projektionsbild (vgl. Figg. 139 u. 140) viel größer, „überhöht" im Vergleich zur Schnittkurve der Indexfläche. Die in gleicher Richtung längs des Kristalls verlaufenden Grenzstrahlen sollen bei einem scharfen Projektionsbilde sich in einem und demselben Punkte schneiden. Bei dem besprochenen Projektionsbilde liegen aber diese Schnittpunkte bei der Leißschen Anordnung nicht in einer Ebene, sondern auf der Oberfläche einer Kugel. E. A. Wülfing empfiehlt[1]) deshalb, über die Halbkugel eine mattgeschliffene Glasschale zu stülpen, deren Radius so groß ist wie der um den Brennpunktsabstand vermehrte Radius der Halbkugel. Auf dieser Halbkugel erscheint die den außerordentlichen Teil der Grenzkurve bildende Raumkurve viel schärfer als auf dem ebenen Schirme. Die senkrechte Projektion der Raumkurve auf einen zur Achse des Kegels senkrechten Schirm gibt dann den Schnitt der Projektionsebene durch die Indexfläche ohne Überhöhung der Doppel-



Fig. 139
Schnitt durch die Kegel der Grenzstrahlen bei einem Kristall von Weinsäure nach C. Leiß



Fig. 140
Schnitt durch die Kegel der Grenzstrahlen beim Kalkspat nach C. Leiß

1) Sitzungsber. der Heidelberger Akad. der Wiss., math.-naturw. Kl., 1912, 19. Abhdlg.

brechung. Eine photographische Abbildung der Raumkurve auf einem zur Achse des Kegels senkrechten Schirm würde annähernd diese Bedingung erfüllen.

Statt der matten sphärischen Glasschale schlägt C. Leiß[1]) eine aus Crownglas gefertigte Halbkugel K vor, in welche die eigentliche, aus Flintglas gefertigte Refraktoskop-Halbkugel F eingekittet ist, wie es Fig. 141 zeigt. In letzterer bezeichnet ferner C den Kristall in Zylinderform, SS einen Reflektor, welcher den Kristallzylinder C konzentrisch umschließt; o und e deuten die Grenzstrahlen an. Eine derartige, auf der sphärischen Fläche ebenfalls mattierte Crownglashalbkugel K hat gegenüber der Glasschale insofern einige Vorteile, als sie erstens technisch leichter und exakter hergestellt

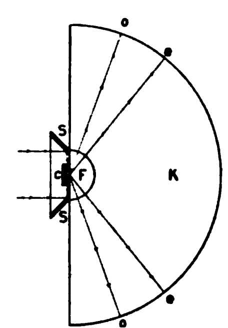


Fig. 141
Neuer Vorschlag von Leiß zur Darstellung der Kegel der Grenzstrahlen mit Hilfe einer doppelten Halbkugel aus Flint- und Crownglas

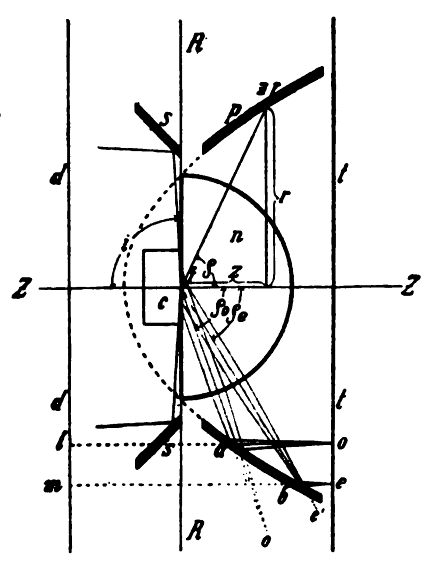


Fig. 142
Strahlengang bei der objektiven Darstellung der Grenzstrahlen mit Hilfe der Abbeschen Halbkugel und eines Parabolspiegels nach Wülfing

werden kann, und daß man zweitens ohne Vergrößerung der eigentlichen Flintglashalbkugel des Refraktoskopes die Schnittkurven durch die Indexflächen noch wesentlich größer erhält, wie bei der sphärischen Glasschale.

Der Krümmungsradius der Crownglashalbkugel berechnet sich nach der Formel: $R = r + \frac{1,5\, r}{\nu - \nu'}$.

---

1) Nach einer brieflichen Mitteilung von Herrn C. Leiß.

r ist der Radius der eigentlichen, aus Flintglas gefertigten Refraktoskop-Halbkugel, ν der Brechungsquotient des Glases der Refraktoskop-Halbkugel und ν' der Brechungsquotient des Crownglases der großen als „Auffangeschirm" dienenden Halbkugel.

Der Krümmungsradius der üblichen Refraktoskop-Halbkugel beträgt 15 mm und der Brechungsquotient 1,80. Nehmen wir den Brechungsquotienten des Glases für die Crownglashalbkugel zu 1,50 an, so erhalten wir eine Crownglashalbkugel mit einem Radius von 90 mm gegenüber einem Radius von 35 mm bei der mattierten sphärischen Glasschale.

Werden die aus der Halbkugel austretenden Strahlen von einem parabolischen Spiegel (Fig. 142), dessen Achse mit der des Apparates zusammenfällt, und dessen Brennpunkt im Mittelpunkt f der Halbkugel liegt, reflektiert, so wird der äußere Kegel zum inneren; denn die Strahlen, welche sich ohne den Parabolspiegel in o' und e' (außerhalb des Parabolspiegels) schneiden würden, werden durch diesen nach o und e (innerhalb des Spiegels) reflektiert; dabei bleibt der Kreisschnitt des Grenzkegels ein Kreis, aber die Ellipse geht mit großer Annäherung in ein Oval über. Längs der Kristallplatte gleich orientierte Strahlen schneiden sich nunmehr in einer Ebene. Die Schnittkurve des außerordentlichen Strahles deutet also in diesem Falle einen Schnitt der Projektionsebene mit der Normalenfläche an, bei welcher aber die Doppelbrechung wieder stark überhöht ist.[1])

§ 35

Brechungsquotienten ν der bekannteren Mineralien und einiger künstlich dargestellter Kristalle[2]) und deren spezifische Gewichte s

I. Optisch-isotrop

a) amorph

		s	ν	
Opal	SiO_2	1,9 bis 2,3	1,4536	Zimanyi[3])
geschmolz. Quarz	SiO_2	2,192 bis 2,202	1,4584	Trommsdorff

1) Vgl. E. A. Wülfing a. a. O. S. 9.

2) Ausführlichere Angaben über die Brechungsquotienten der gesteinsbildenden Mineralien finden sich in Rosenbusch, Mikroskopische Physiographie der petrographisch wichtigen Mineralien, Bd. I, 2. Hälfte; über die der natürlichen und der künstlich dargestellten Kristalle in P. Groth, Chemische Kristallographie. Wenn keine andere Farbe angegeben ist, dann bezieht sich der Brechungsquotient auf Na-Licht.

3) Siehe Fußnote S. 151.

b) regulär

		s	ν	
Diamant . . .	C	3,521	2,4173	B. Walter[1])
Perowskit . .	$CaTiO_3$	3,95 bis 4,1	2,38	Des Cloizeaux
Sphalerit . .	ZnS	3,9 bis 4,2	2,3692	Ramsay
Chromit . . .	$(Fe, Cr)(Cr, Fe)O_4$	4,5 bis 4,8	2,0965	Thoulet
Chlorsilber . .	$AgCl$	5,5 bis 5,6	2,071	Des Cloizeaux
Melanit . . .	$(Fe, Ti, Al)_2 Ca_3 [(Si, Ti)O_4]_3$	3,8 bis 4,1	1,8566	Wülfing
Uwarowit . .	$Cr_2 Ca_3 [SiO_4]_3$	3,42	1,8384	"
Almandin . .	$(Al, Fe)_2 (Fe, Mg, Ca)_3 [SiO_4]_3$	4,1 bis 4,3	1,8109 bis 1,8078	"
Spessartin . .	$(Al, Fe)_2 (Mn, Fe)_3 [SiO_4]_3$	3,77 bis 4,27	1,8105	"
Caesiumjodid .	CsJ	4,538	1,7876	Sprockhoff
Hessonit . . .	$(Al, Fe)_2 Ca_3 [SiO_4]_3$	3,4 bis 3,6	1,7626	Wülfing
Grossular . .	$Al_2 Ca_3 [SiO_4]_3$	3,4 bis 3,6	1,7569 bis 1,7438	"
Pyrop . . .	$(Al, Fe)_2 (Mg, Fe, Ca)_3 [SiO_4]_3$	3,69 bis 3,78	1,7464 bis 1,7412	"
Spinell . . .	$MgAl_2O_4$	3,5 bis 4,1	1,7167	Zimanyi
Caesiumbromid	$CsBr$	4,45	1,6984	Sprockhoff
Kaliumjodid .	KJ	3,131	1,6674	"
Rubidiumjodid .	RbJ	3,567	1,6474	"
Salmiak . . .	NH_4Cl	1,532	1,6422	Grailich
Caesiumchlorid	$CsCl$	3,99	1,6418	Sprockhoff
Kaliumbromid .	KBr	2,756	1,5596	"
Rubidiumbromid	$RbBr$	3,358	1,5528	"
Steinsalz . . .	$NaCl$	2,17 bis 2,19	1,5438	Mülheims
Hauyn . . .	$Al_3 [Al(SO_4 Na)] CaNa_2 [SiO_4]_3$	2,5	1,5038 bis 1,5027	Zambonini Zimanyi
Nosean . . .	$Al_2 [Al(SO_4 Na)] Na_4 [SiO_4]_3$	2,28	1,4950	"
Rubidiumchlorid	$RbCl$	2,807	1,4936	Sprockhoff
Sylvin . . .	KCl	1,990	1,4903	Stefan
Analcim . . .	$Al_2 Na_2 [Si_3 O_8][SiO_4]$	2,2 bis 2,3	1,4861	Zimanyi
Sodalith . . .	$Al_2 [Al Cl] Na_4 [SiO_4]_3$	2,2 bis 2,4	1,4834 bis 1,4827	" Feußner
Fluorit . . .	CaF_2	3,182	1,4344 bis 1,4336	Dudenhausen

1) Die Namen der in dieser Reihe angeführten Autoren beziehen sich auf die links daneben stehenden Brechungsquotienten.

II. Optisch-einachsig

a) hexagonal[1])

		s	ν_o	$\bar{\nu}_e$	ν	
Haematit	Fe_2O_3	5,2 bis 5,3	3,22	2,94	3,13	Wülfing
Pyrargyrit . . .	Ag_3S_3Sb	5,8	3,084	2,881	3,016	Fizeau
Proustit	Ag_3S_3As	5,57	3,0877	2,7924	2,9893	"
Zinnober	HgS	8,1	2,854	3,201	2,970 (rot)	Des Cloizeaux
Pyrophanit . . .	$MnTiO_3$	4,54	2,48	2,21	2,39	Hamberg
Vanadinit	$Pb_4[PbCl][VO_4]_3$	6,88	2,354	2,299	2,336	?
Jodyrit	AgJ	5,67	2,23	?	?	Des Cloizeaux
Pyromorphit . . .	$Pb_4[PbCl][PO_4]_3$	7,0	2,061	2,049	2,057	?
Siderit	$FeCO_3$	3,8	1,9341	1,6219	1,830	Ortloff
Korund	Al_2O_3	4,0	1,7738 bis	1,7655	1,7710	Melczer
			1,7675	1,7594	1,7648	"
Willemit	Zn_2SiO_4	4,1	1,6931	1,7118	1,6993	Gaubert
Dioptas	CuH_2SiO_4	3,3	1,667	1,723	1,686	Miller
Pyrochroit . . .	$Mn[OH]_2$	3,25	1,723	1,681	1,709 (rot)	Hj. Sjögren
Phenakit	Be_2SiO_4	2,9 bis 3,0	1,6542	1,6700	1,6595	Offret
Breunnerit . . .	$(Mg,Fe)CO_3$	3,35	1,7174	1,5285	1,6544	Eisentruth
Magnesit	$MgCO_3$	3,0	1,717	1 515	1,650	Mallard
Apatit	$Ca_4[CaCl][PO_4]_3$	3,2	1,6449 bis	1,6405	1,6434	Zimanyi
			1,6335	1,6316	1,6328	Palache
Turmalin	$[Al-O-B=O]R_3''R_6'[SiO_4]_2$	3,1	1,6397 bis	1,6208	1,6334	Miklucho-Maclay
	$R''=Mg,Fe$; $R'=Na,Li,H,F$		1,6386	1,6202	1,6325	Zimanyi

1) $\nu = \frac{2\nu_o + \bar{\nu}_e}{3}$.

		s	ν_O	$\bar{\nu}_E$	ν	
Dolomit	$CaMg[CO_3]_2$	2,9	1,6817	1,5026	1,6220	Fizeau
Calcit	$CaCO_3$	2,714	1,6585	1,4863	1,6011	Rudberg
Alunit	$[Al \cdot 2\,OH]_3 K[SO_4]_2$	2,65	1,572	1,592	1,579	Michel-Lévy
Beryll	$Al_2Be_3[SiO_3]_6$	2,70	1,5719	1,5674	1,5704	Danker
Brucit	$Mg[OH]_2$	2,4	1,562	1,5827	1,569	Peruzzi
Quarz	SiO_2	2,653	1,5442	1,5533	1,5472	Rudberg
Nephelin	$\left(\begin{matrix}(Al=O)_2SiO_3 + Na_2SiO_3 \\ (Al=O)_2Si_3O_7 + Na_2Si_3O_7\end{matrix}\right)$	2,6	1,5424 bis	1,5375	1,5407	Zimanyi
			1,5416	1,5376	1,5403	Wolff
Natriumnitrat . .	$NaNO_3$	2,15	1,587	1,336	1,503	Schrauf
Glaserit	$K_3Na(SO_4)_2$	2,7	1,4907	1,4993	1,4936	Bücking
Tridymit	SiO_2	2,30	1,477	1,479	1,478	Mallard
Gmelinit	$(Na_2, Ca)Al_2[SiO_3]_4 + 6\,H_2O$	2,1	1,4646	1,4637	1,4642	Pirsson
Eis	H_2O	0,9175	1,3091	1,3104	1,3095	Pulfrich
		b) tetragonal				
Rutil	TiO_2	4,25	2,6158	2,9029	2,7115	Bärwald
Anatas	TiO_2	3,9	2,5618	2,4886	2,5374	Wülfing
Quecksilberhornerz	$HgCl$	6,4	1,9908	2,7129	2,2315	Dufet
Cassiterit	SnO_2	6,9	1,9966	2,0934	2,0289	Grubenmann
Zirkon	$ZrO_2 \cdot SiO_2$	4,7	1,9313	1,9931	1,9519	Sanger
Vesuvian	$HCa_2Al[SiO_4]_2$	3,4	1,7235	1,7226	1,7292	Osann
Melilith	$(Ca, Mg, Na_2)_6(Al, Fe)_2Si_5O_{19}$	2,9	1,6339	1,6291	1,6323	Henniges
Melinophan . . .	$NaCa_2Be_2FSi_3O_{10}$	3,02	1,6126	1,5934	1,6062	Brögger
Mejonit	$3[(Al=O)_2SiO_3 + CaSiO_3] + CaO$	2,764	1,5657	1,5459	1,5591	Kohlrausch
Mizzonit	x Mejonit + y Marialith	2,5 bis 2,8	1,5580	1,5434	1,5583	Wülfing
Marialith	$3[(Al=O)_2Si_3O_7 + Na_2Si_3O_7] + 2\,NaCl$	2,540	1,5545	1,5417	1,5502	Lattermann
Leucit	$AlK[SiO_3]_2$	2,48	1,508	1,509	1,5082	Des Cloizeaux
Sellait	MgF_2	3,0	1,379	1,389	1,384	Mallard

III. Optisch-zweiachsig

a) rhombisch[1])

		s	ν_1 1 : 𝔞	ν_2 1 : 𝔟	ν_3 1 : 𝔠	ν	
Brookit	TiO_2	3,8 bis 4,1	2,5832 b für rot bis gelb c für grün bis violett	2,5856 c b	2,7414 a a	2,6367	Wülfing
Schwefel	S	2,06 bis 2,07	1,9598 a	2,0401 b	2,2483 c	2,0827	Schrauf
Cerussit	$PbCO_3$	6,5	1,8037 c	2,0763 b	2,0780 a	1,9860	"
Anglesit[2])	$PbSO_4$	6,316	1,8771 b	1,8823 c	1,8936 a	1,8843	Arzruni
Fayalit . . . . . von Rockport	Fe_2SiO_4	4,2	1,8236 b	1,8641 c	1,8736 a	1,8538	Penfield und Forbes
Staurolith . . . . vom St. Gotthard	$[Al \cdot OH][Al \cdot O]_4 Fe[SiO_4]_2$	3,65 bis 3,77	1,736 b	1,741 a	1,746 c	1,741	Michel-Lévy und Lacroix
Diaspor	$AlO \cdot OH$	3,3 bis 3,46	1,702 c	1,722 b	1,750 a	1,725	"

1) Die deutschen Buchstaben 𝔞, 𝔟, 𝔠 bedeuten die Richtung der größten, mittleren und kleinsten Achse des **Fresnel**schen Ellipsoids (oder der sog. optischen Elastizität), die lateinischen Buchstaben a, b, c die kristallographische Achse, welcher die in derselben Reihe stehende **Fresnel**sche Achse parallel geht, $\nu = \frac{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3}{3}$.

2) Die Ebene der vollkommensten Spaltbarkeit ist als (001), die Ebene der prismatischen als (110) gestellt.

		s	ν_1 1 : a	ν_2 1 : b	ν_3 1 : c	ν	
[illegible]	[illegible]	3,25 bis 3,30	1,7002 c	1,7025 b	1,7058 a	1,7028	Osann
[illegible]	"		1,6961 b	1,6961 c	1,7034 a	1,6985	Wallérant
[illegible]	[illegible]	3,27 bis 3,37	1,6535 b	1,6703 c	1,6804 a	1,6711	Zimanyi
[illegible]	[illegible]	3,4 bis 3,5	1,6136 b	1,6170 a	1,6360 c	1,6222	v. Lang
[illegible]	[illegible]	3,5	1,699 a	1,702 b	1,705 c	1,700	Michel-Lévy und Lacroix
[illegible]	[illegible]	3,3	1,6607 a	1,6658 b	1,6715 c	1,6660	Johannsen
[illegible]	[illegible]	3,2	1,6603 b	1,6612 a	1,6818 c	1,6678	Wülfing
[illegible]	[illegible]	3,10	1,656 a	1,659 b	1,665 c	1,660	Mallard
[illegible]	[illegible]	3,1	1,6565 b	1,6616 c	1,6679 a	1,6600	Penfield und Forbes
[illegible]	[illegible]	4,482	1,6363 b	1,6375 c	1,6480 a	1,6404	Heusser
[illegible]	[illegible]	3,0	1,632 c	1,638 b	1,643 a	1,638	Des Cloizeaux
[illegible]	[illegible]	3,1	1,6288 a	1,6331 b	1,6404 c	1,6331	Penfield

1) [illegible] 2) Orientierung wie bei Anglesit 3) Für rotes Licht.

		s	ν_1 1 : a	ν_2 1 : b	ν_3 1 : c	ν	
Prehnit von Ratschinges	$Al_2Ca_2H_2[SiO_4]_3$	2,80 bis 2,95	1,616 a	1,626 b	1,649 c	1,630	Des Cloizeaux
Aragonit	$CaCO_3$	2,936	1,5301 c	1,6816 a	1,6859 b	1,6325	Rudberg
Topas von Minas Geraës	$Al[Al\cdot(F, OH)_2]SiO_4$	3,4 bis 3,6	1,6294 a	1,6308 b	1,6375 c	1,6326	Mülheims
Coelestin[1])	$SrSO_4$	3,962	1,6220 b	1,6237 c	1,6309 a	1,6255	Arzruni
Witherit	$BaCO_3$	4,2	1,521 c	1,676 b	1,677 a	1,625	W. Schmidt
Strontianit	$SrCO_3$	4,3	1,515 c	1,664 a	1,666 b	1,615	Buchrucker
Anhydrit[2])	$CaSO_4$	2,963	1,5693 c	1,5752 b	1,6130 a	1,5858	Mülheims
Talk	$H_2Mg_3[SiO_3]_4$	2,69 bis 2,80	1,539 c	1,589 a	1,589 b	1,569	Zimanyi
Cordierit von Bodenmais	$Al_3(Mg, Fe)_4(OH)_2[Si_2O_7]_5$	2,59 bis 2,66	1,5349 c	1,5400 a	1,5440 b	1,5396	"
Thomsonit	$[Al=O]_2SiO_3+(Ca, Na_2)SiO_3+2^1/_2H_2O$	2,34 bis 2,38	1,497 a	1,503 c	1,525 b	1,508	Des Cloizeaux
Natrolith	$Al[Al=O]Na_2[SiO_3]_3+2H_2O$	2,20 bis 2,26	1,4777 a	1,4808 b	1,4901 c	1,4829	Zimanyi
Kaliumnitrat	KNO_3	1,9 bis 2,1	1,3346 c	1,5056 a	1,5064 b	1,4489	Schrauf

1) Orientierung wie bei Anglesit.

2) Die Ebene der vollkommensten Spaltbarkeit ist (001), die der wenigst vollkommenen Spaltbarkeit (100).

b) monoklin [1])

		s	ν_1 1 : a	ν_2 1 : b	ν_3 1 : c	ν	
Titanit . . . . . vom Zillertal	$CaSiTiO_5$	3,4 bis 3,6	1,9133	1,9206 b	2,0536 c : c = +39°17′ [1])	1,9625	Busz
Titanit . . . . . vom St. Gotthard	„	3,4 bis 3,6	1,8874	1,8940	2,0093	1,9302	„
Monazit	$(Ce, La, Di)PO_4$	4,9 bis 5,2	1,7957 b	1,7965	1,8411 c : c = — 2° bis — 6½°	1,8111	Wülfing
Aegirin . . . . . von Langesund	$FeNa[SiO_3]_2$	3,5	1,7630	1,7990 b	1,8126 c : a = — 2° bis — 6°	1,7915	„
Epidot . . . . . vom Sulzbachtal	$(Al, Fe)_2 [Al \cdot OH] Ca_2 [SiO_4]_3$	3,3 bis 3,5	1,7305 a : c = — 2° bis — 3°	1,7540 b	1,7677	1,7507	C. Klein
Hedenbergit . . . von Tunaberg	$FeSiO_3 + CaSiO_3$	3,5	1,7320	1,7366 b	1,7506 c : c = — 38° bis — 47°	1,7397	Wülfing
basalt. Hornblende	$x(Mg, Fe, Ti, Ca, Na_2)SiO_3 + y(Al, Fe)_2O_3$ reich an Fe‴	3,43	1,680	1,725 b	1,752 c : c = 0° bis — 12°	1,7190	Michel-Lévy und Lacroix
Klinozoisit . . . . von Huntington	$Al_2[Al \cdot OH]Ca_2[SiO_4]_3$	3,25 bis 3,36	1,714	1,716 b	1,724 c : c = + 2° bis + 3°	1,718	Forbes

1) Das positive Vorzeichen deutet an, daß die betreffende optische Symmetrieachse im spitzen kristallographischen Achsenwinkel β liegt; das negative Vorzeichen deutet auf den stumpfen Achsenwinkel β.

		s	ν_1 1 : a	ν_2 1 : b	ν_3 1 : c	ν	
Augit . . . . . von Renfrew	$3(Mg,Fe,Ca)SiO_3 + (Al,Fe)_2O_3$	2,88 bis 3,5	1,6975	1,7039 b	1,7227 c : c = — 43° und mehr	1,7080	Wülfing
Diopsid . . . . . von Ala	$MgSiO_3 + CaSiO_3$	3,2 bis 3,6	1,6727	1,6798 b	1,7026 c : c = — 38° bis — 47°	1,6850	Des Cloizeaux
Datolith . . . . von Andreasberg	$Ca[B \cdot OH]SiO_4$	2,9 bis 3,0	1,6260 a : c = + 1° bis + 4°	1,6535 b	1,6700	1,6498	„
gemeine Hornblende von Kragerö	$x(Mg,Fe,Ca,Na_2)SiO_3 + y(Al,Fe)_2O_3$ arm an Na und an (Al, Fe‴).	2,9 bis 3,3	1,630	1,642 b.	1,653 c : c = — 20° ca.	1,642	Michel-Lévy und Lacroix
Glaukophan . . . von der Insel Groix	$AlNa[SiO_3]_2 + 2(Mg,Fe,Ca)SiO_3$	3,1	1,6212	1,6381 b	1,6390 c : c = — 4° bis — 6°	1,6328	Wallérant
Wollastonit . . . von Cziklowa	$CaSiO_3$	2,8 bis 2,9	1,6177 a : c = + 32°	1,6307 b	1,6325	1,6270	Zimanyi
Aktinolith . . . . vom Zillertal	$3(Mg,Fe)SiO_3 + CaSiO_3$	3,026 bis 3,166	1,6116	1,6270 b	1,6387 c : c = — 15° bis — 20°	1,6258	„
Lazulith . . . . von Brasilien	$[Al \cdot OH]_2(Mg,Fe)[PO_4]_2$	3,0 bis 3,1	1,603	1,632 b	1,639 c : a = + 9½°	1,625	Michel-Lévy und Lacroix
Pargasit . . . . von Pargas	$x(Mg,Fe,Ca,Na_2)SiO_3 + y(Al,Fe)_2O_3$ reich an Ca und Al	2,9 bis 3,3	1,613	1,620 b	1,632 c : c = — 18° bis — 21°	1,622	„
Chondrodit . . . von Kafveltorp	$[Mg(F,OH)]_2Mg_3[SiO_4]_2$	3,06 bis 3,23	1,607 a : a = + 25° bis + 30°	1,619	1,639 b	1,622	„

		s	ν_1 1 : a	ν_2 1 : b	ν_3 1 : c	ν	
Tremolit . . . . . von Skutterud	$3\,MgSiO_3 + CaSiO_3$	2,93 bis 3,0	1,6065	1,6233 b	1,6340 c : c — 16°	1,6213	Penfield
Biotit, schwarz . . von der Somma	$(Al,Fe)_2(Mg,Fe)_2(K,H)_2[SiO_4]_3$ reich an Fe	3,2	1,5795 c	1,6380	1,6380	1,6185	Zimanyi
Phlogopit . . . . . von Templeton	$Al_2Mg_3(K,Na,OH,Fl)_2[SiO_4]_3$	2,75 bis 2,97	1,562 a : c 0° bis + 7°	1,606 b	1,606	1,591	Michel-Lévy und Lacroix
Klinochlor . . . . . vom Ural	$x(Si\,Mg\,Mg_2\,H_4SiO_9)$ + $y(Al\,Al\,Mg_2\,H_4SiO_9)$ $x:y$ 1 : 1 bis 2 : 3	2,56 bis 2,78	1,585	1,588 b	1,596 c : c — 2° 30′	1,590	"
Muscovit . . . . . vom Monte Orfano	$Al_3(H,K,Na)_3[SiO_4]_3$	2,76 bis 3,1	1,5619 a : c — 0° bis 3°	1,5947	1,6027 b	1,5864	Viola
Biotit, gelblichbraun vom Vesuv	$(Al\,Fe)_2(Mg,Fe)_2(K,H)_2[SiO_4]_3$ arm an Fe	2,8	1,5412 c	1,5745	1,5745	1,5634	Kohlrausch
Gips	$CaSO_4 + 2\,H_2O$	2,32	1,5208 a:a 14½°	1,5229 b	1,5305	1,5247	v. Lang
Sanidin . . . . . von Wehr	$[Al-O]_2Si_3O_7 + (Na,K)_2Si_3O_7$	2,60	1,5198 a : a — 5° bis — 10°	1,5244 b bei einigen	1,5244 b bei anderen	1,5229	Mülheims
Orthoklas . . . . . von Paola	$[Al-O]_2Si_3O_7 + (K,Na)_2Si_3O_7$	2,5 bis 2,6	1,5185 a : a — 3° bis — 7°	1,5226	1,5240 b	1,5217	Viola
Adular . . . . . . vom St. Gotthard	$[Al-O]_2Si_3O_7 + K_2Si_3O_7$	2,56	1,5165 a : a — 3°	1,5205	1,5257 b	1,5200	Patton

		s	ν_1 1 : a	ν_2 1 : b	ν_3 1 : c	ν	
Laumontit . . . . von Huelgoat	$[Al \cdot 2\,OH]_2 Ca [Si_2 O_5]_2 + 2\,H_2O$	2,25 bis 2,35	1,513 a : c = — 65° bis — 70°	1,524 b	1,525	1,521	Michel-Lévy und Lacroix
Desmin . . . . . von Kilpatrick	$(Ca, Na_2) Al_2 Si_6 O_{16} + 6\,H_2O$	2,1 bis 2,2	1,494 a : a = — 5°	1,498 b	1,500	1,497	„
		c) triklin					
Disthen	$[Al = O]_2 Si O_3$	3,56 bis 3,67	1,7171	1,7222	1,7290	1,7237	Wülfing
		Ebene der optischen Achsen ⊥ : (100), etwa 30° gegen die Kante (100) : (0I0) geneigt. Erste Mittellinie a ⊥ : (100)					
Axinit	$Ca_7 Al_4 B_2 [Si O_4]_8$	3,27 bis 3,3	für rot: 1,6720 für viol.: 1,6850	1,6779 1,6918	1,6810 1,6954	1,6770 1,6907	Des Cloizeaux
		Ebene der opt. Achsen bildet mit der Kante (111) : (1I1) einen Winkel von 25°, mit der Kante (111) : 1I0) von 40°. Erste Mittellinie a ⊥ : (111).					
Anorthit . . . . vom Vesuv	$[Al = O]_2 Si O_3 + Ca Si O_3$	2,76	1,5752	1,5833	1,5884	1,5823	Viola
Labradorit . . . . v. d. Küste Labrador	$Alb_2 An_3$ [1]	2,69 bis 2,71	1,554	1,557	1,562	1,558	F. Fouqué
Albit . . . . . . von Schmirn	$[Al = O]_2 Si_3 O_7 + Na_2 Si_3 O_7$	2,62	1,5291	1,5340	1,5388	1,5340	C. Klein
Mikroklin . . . . von Gasern b. Meißen	$[Al = O]_2 Si_3 O_7 + (K, Na)_2 Si_3 O_7$	2,54 bis 2,57	1,5224	1,5264	1,5295	1,5261	Ussing

1) Vgl. 1. Teil, S. 179.

Zur Definition der Orientierung der optischen Hauptrichtungen trikliner Kristalle eignet sich am besten deren Beziehung zu einem sphärischen Koordinatensystem. Legen wir durch den Mittelpunkt des Kristalls die optischen Symmetrieachsen $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$, $\mathfrak{c}$ des Fresnelschen Ellipsoids und die optischen Achsen A, so sind deren Richtungen durch ihre Schnittpunkte mit der Kugelfläche der stereographischen Projektion bestimmt. In Fig. 143 sind z. B. $\mathfrak{a}_{An}$, $\mathfrak{b}_{An}$, $\mathfrak{c}_{An}$, A_{An}, A'_{An} die betreffenden Punkte für den Anorthit, $\mathfrak{a}_{Alb}$, $\mathfrak{b}_{Alb}$, $\mathfrak{c}_{Alb}$, A_{Alb}, A'_{Alb} für den Albit. Die stärker gezogenen Linien sind die Schnitte der optischen Achsenebenen mit der Kugelfläche in stereographischer Projektion.

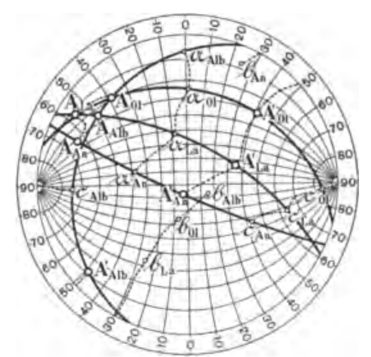


Fig. 143
Optische Orientierung der triklinen Feldspäte

Beim Übergang vom Albit zum Anorthit bleibt die Achse $\mathfrak{c}$ der kleinsten optischen Elastizität annähernd senkrecht zur Ebene (010); für den Albit neigt sie nur wenig gegen diese Ebene nach der einen Seite, für den Anorthit etwas mehr nach der anderen Seite. Die Achse $\mathfrak{a}$ der größten optischen Elastizität bewegt sich hierbei um die Normale zu (010); beim Albit ist die Neigung der Elastizitätsachse $\mathfrak{a}$ zu dieser Normale annähernd 90°, beim Anorthit ist sie etwas mehr geneigt. Die Richtung $\mathfrak{b}$ der mittleren optischen Elastizität steht in allen Fällen senkrecht zur Ebene der kleinsten und größten.

Für die zwischen Albit und Anorthit liegenden Plagioklase [Oligoklas (Ol), Labrador (La) usw.] liegen die entsprechenden Pole auf der Kugel zwar zwischen den Polen des Anorthits und des Albits, aber nicht genau auf demselben größten Kreise. E. v. Fedorow vermutet[1]), „daß die Glieder der Plagioklasreihe nicht eine einheitliche isomorphe Reihe bilden“[2]), „daß vielmehr fünf verschiedene Typen gesondert auftreten“.

§ 36

Abhängigkeit des Brechungsquotienten von der Dichte und der Temperatur

Der Brechungsquotient eines Körpers ist nicht nur veränderlich mit der Wellenlänge λ des angewandten Lichtes, sondern auch

1) Ztschr. f. Krist. 1898; **29**, 638. 2) Vgl. erster Teil, S. 179.

II. Optisch-einachsig

a) hexagonal[1])

		s	ν_o	$\bar{\nu}_e$	ν	
Haematit	Fe_2O_3	5,2 bis 5,3	3,22	2,94	3,13	Wülfing
Pyrargyrit . . .	Ag_3S_3Sb	5,8	3,084	2,881	3,016	Fizeau
Proustit	Ag_3S_3As	5,57	3,0877	2,7924	2,9893	„
Zinnober	HgS	8,1	2,854	3,201	2,970 (rot)	Des Cloizeaux
Pyrophanit . . .	$MnTiO_3$	4,54	2,48	2,21	2,39	Hamberg
Vanadinit	$Pb_4[PbCl][VO_4]_3$	6,88	2,354	2,299	2,336	?
Jodyrit	AgJ	5,67	2,23	?	?	Des Cloizeaux
Pyromorphit . . .	$Pb_4[PbCl][PO_4]_3$	7,0	2,061	2,049	2,057	?
Siderit	$FeCO_3$	3,8	1,9341	1,6219	1,830	Ortloff
Korund	Al_2O_3	4,0	1,7738 bis	1,7655	1,7710	Melczer
			1,7675	1,7594	1,7648	„
Willemit	Zn_2SiO_4	4,1	1,6931	1,7118	1,6993	Gaubert
Dioptas	CuH_2SiO_4	3,3	1,667	1,723	1,686	Miller
Pyrochroit . . .	$Mn[OH]_2$	3,25	1,723	1,681	1,709 (rot)	Hj. Sjögren
Phenakit	Be_2SiO_4	2,9 bis 3,0	1,6542	1,6700	1,6595	Offret
Breunnerit . . .	$(Mg,Fe)CO_3$	3,35	1,7174	1,5285	1,6544	Eisentruth
Magnesit	$MgCO_3$	3,0	1,717	1 515	1,650	Mallard
Apatit	$Ca_4[CaCl][PO_4]_3$	3,2	1,6449 bis	1,6405	1,6434	Zimanyi
			1,6335	1,6316	1,6328	Palache
Turmalin	$[Al-O-B=O]R_3''R_6'[SiO_4]_2$	3,1	1,6397 bis	1,6208	1,6334	Miklucho-Maclay
	$R''=Mg,Fe$; $R'=Na,Li,H,F$		1,6386	1,6202	1,6325	Zimanyi

1) $\nu = \frac{2\nu_o + \bar{\nu}_e}{3}$.

		s	ν_0	$\bar{\nu}_e$	ν	
Dolomit	$CaMg[CO_3]_2$	2,9	1,6817	1,5026	1,6220	Fizeau
Calcit	$CaCO_3$	2,714	1,6585	1,4863	1,6011	Rudberg
Alunit	$[Al \cdot 2\,OH]_3 K[SO_4]_2$	2,65	1,572	1,592	1,579	Michel-Lévy
Beryll	$Al_2Be_3[SiO_3]_6$	2,70	1,5719	1,5674	1,5704	Danker
Brucit	$Mg[OH]_2$	2,4	1,562	1,5827	1,569	Peruzzi
Quarz	SiO_2	2,653	1,5442	1,5533	1,5472	Rudberg
Nephelin	$\begin{pmatrix}(Al=O)_2SiO_3 + Na_2SiO_3 \\ (Al=O)_2Si_3O_7 + Na_2Si_3O_7\end{pmatrix}$	2,6	1,5424 bis 1,5416	1,5375 1,5376	1,5407 1,5403	Zimanyi Wolff
Natriumnitrat . .	$NaNO_3$	2,15	1,587	1,336	1,503	Schrauf
Glaserit	$K_3Na(SO_4)_2$	2,7	1,4907	1,4993	1,4936	Bücking
Tridymit	SiO_2	2,30	1,477	1,479	1,478	Mallard
Gmelinit	$(Na_2, Ca)Al_2[SiO_3]_4 + 6\,H_2O$	2,1	1,4646	1,4637	1,4642	Pirsson
Eis	H_2O	0,9175	1,3091	1,3104	1,3095	Pulfrich
		b) tetragonal				
Rutil	TiO_2	4,25	2,6158	2,9029	2,7115	Bärwald
Anatas	TiO_2	3,9	2,5618	2,4886	2,5374	Wülfing
Quecksilberhornerz	$HgCl$	6,4	1,9908	2,7129	2,2315	Dufet
Cassiterit	SnO_2	6,9	1,9966	2,0934	2,0289	Grubenmann
Zirkon	$ZrO_2 \cdot SiO_2$	4,7	1,9313	1,9931	1,9519	Sanger
Vesuvian	$HCa_2Al[SiO_4]_2$	3,4	1,7235	1,7226	1,7292	Osann
Melilith	$(Ca, Mg, Na_2)_6(Al, Fe)_2Si_5O_{19}$	2,9	1,6339	1,6291	1,6323	Henniges
Melinophan . . .	$NaCa_2Be_2FSi_3O_{10}$	3,02	1,6126	1,5934	1,6062	Brögger
Mejonit	$3\{(Al=O)_2SiO_3 + CaSiO_3\} + CaO$	2,764	1,5657	1,5459	1,5591	Kohlrausch
Mizzonit	x Mejonit + y Marialith	2,5 bis 2,8	1,5580	1,5434	1,5583	Wülfing
Marialith	$3[(Al=O)_2Si_3O_7 + Na_2Si_3O_7] + 2\,NaCl$	2,540	1,5545	1,5417	1,5502	Lattermann
Leucit	$AlK[SiO_3]_2$	2,48	1,508	1,509	1,5082	Des Cloizeaux
Sellait	MgF_2	3,0	1,379	1,389	1,384	Mallard

III. Optisch-zweiachsig

a) rhombisch[1])

		s	ν_1 1 : $\mathfrak{a}$	ν_2 1 : $\mathfrak{b}$	ν_3 1 : $\mathfrak{c}$	ν	
Brookit	TiO_2	3,8 bis 4,1	2,5832 b für rot bis gelb c für grün bis violett	2,5856 c b	2,7414 a a	2,6367	Wülfing
Schwefel	S	2,06 bis 2,07	1,9598 a	2,0401 b	2,2483 c	2,0827	Schrauf
Cerussit	$PbCO_3$	6,5	1,8037 c	2,0763 b	2,0780 a	1,9860	„
Anglesit[2])	$PbSO_4$	6.316	1,8771 b	1,8823 c	1,8936 a	1,8843	Arzruni
Fayalit . . . . . von Rockport	Fe_2SiO_4	4,2	1,8236 b	1,8641 c	1,8736 a	1,8538	Penfield und Forbes
Staurolith . . . . vom St. Gotthard	$[Al \cdot OH][Al \cdot O]_4 Fe[SiO_4]_2$	3,65 bis 3,77	1,736 b	1,741 a	1,746 c	1,741	Michel-Lévy und Lacroix
Diaspor	$AlO \cdot OH$	3,3 bis 3,46	1,702 c	1,722 b	1,750 a	1,725	„

1) Die deutschen Buchstaben $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$, $\mathfrak{c}$ bedeuten die Richtung der größten, mittleren und kleinsten Achse des Fresnelschen Ellipsoids (oder der sog. optischen Elastizität), die lateinischen Buchstaben a, b, c die kristallographische Achse, welcher die in derselben Reihe stehende Fresnelsche Achse parallel geht, $\nu = \frac{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3}{3}$.

2) Die Ebene der vollkommensten Spaltbarkeit ist als (001), die Ebene der prismatischen als (110) gestellt.

		s	ν_1 1 : a	ν_2 1 : b	ν_3 1 : c	ν	
Zoisit α . . . . von Ducktown	$Al_2[Al \cdot OH] Ca_2 [SiO_4]_3$	3,25 bis 3,36	1.7002 c	1,7025 b	1,7058 a	1,7028	Osann
Zoisit β . . . . von Bobbio	"	—	1,6961 b	1,6961 c	1,7034 a	1,6985	Wallérant
Olivin . . . . . von Ostindien	$(Mg, Fe)_2 SiO_4$	3,27 bis 3,37	1,6535 b	1,6703 c	1,6894 a	1,6711	Zimanyi
Kieselzinkerz . . .	$[Zn \cdot OH]_2 SiO_3$	3,4 bis 3,5	1,6136 b	1,6170 a	1,6360 c	1,6222	v. Lang
Hypersthen[1]) . . . von Labrador	$(Mg, Fe) SiO_3$ 10 % FeO	3,5	1,692 a	1,702 b	1,705 c	1,700	Michel-Lévy und Lacroix
Bronzit[1]) . . . . von Almeklovdal	$(Mg, Fe) SiO_3$ 5,2 % FeO	3,3	1,6607 a	1,6658 b	1,6715 c	1,6660	Johannsen
Sillimanit . . . . von Saybrook	$Al[AlO]SiO_4$	3,2	1,6603 b	1,6612 a	1,6818 c	1,6678	Wülfing
Enstatit[1]) . . . . von Mähren	$(Mg, Fe) SiO_3$ 2,76 % FeO	3,10	1,656 a	1,659 b	1,665 c	1,660	Mallard
Monticellit. . . . von Magnet Cove	$CaMgSiO_4$	3,1	1,6505 b	1,6616 c	1,6679 a	1,6600	Penfield und Forbes
Baryt[2])	$BaSO_4$	4,482	1,6363 b	1,6375 c	1,6480 a	1,6404	Heusser
Andalusit[3]) . . .	$Al[AlO] SiO_4$	3,2	1,632 c	1,638 b	1,643 a	1,638	Des Cloizeaux
Anthophyllit . . . von Franklin	$MgFeSi_2O_6$	3,1	1,6288 a	1,6301 b	1,6404 c	1,6331	Penfield

1) Der stumpfe Prismenwinkel nach vorn gestellt. 2) Orientierung wie bei Anglesit. 3) Für rotes Licht.

Kanonnikoff[1]) findet bei Benutzung der Formel $\mathfrak{R}'' = \frac{\nu - 1}{s}$:

für	$\mathfrak{r}_\alpha$	$\mathfrak{r}_A$	für	$\mathfrak{r}_\alpha$	$\mathfrak{r}_A$
Li . . .	3,16	3,00	B	—	—
Na . . .	4,22	4,00	Mg . . .	7,03	6,47
K . . .	7,75	7,40	Ca . . .	9,32	9,05
Cu . . .	—	11,30	Zn . . .	9,80	9,40
Rb . . .	12,04	11,60	Sr . . .	11,61	11,25
Ag . . .	13,05	12,53	Cd . . .	13,03	12,66
Cs . . .	19,55	18,70	Ba . . .	15,84	15,28
Au . . .	—	—	Hg . . .	19,20	17,90

In der organischen Chemie nehmen häufig einzelne Atomgruppen bei einer Reihe von Körpern dieselbe Stellung ein; dementsprechend fand Landolt[2]) für die Gruppe CH_2

	$\mathfrak{M}_\alpha''' =$	$\mathfrak{M}_A''' =$
bei Alkoholen	4,61,	4,52
„ Aldehyden	4,57,	4,48
„ Säuren	4,56,	4,47
„ Estern	4,48,	4,41
Mittel:	4,56	4,47

Die Formel $\mathfrak{R}'' = \frac{\nu - 1}{s}$ zugrunde legend gibt Wülfing[3]) für **SiO_2** beim Quarz $\mathfrak{r} =$ **12,5**, beim Tridymit $\mathfrak{r} =$ **12,5** und beim geschmolzenen SiO_2 $\mathfrak{r} =$ **12,6**, also bei allen drei Formen fast die gleichen Werte an; ähnlich findet er für die Gruppe **TiO_2** beim Rutil $\mathfrak{r} =$ **32,2**, beim Anatas $\mathfrak{r} =$ **31,8** und beim Brookit $\mathfrak{r} =$ **33,8**.

Für **MgO** findet er beim Periklas $\mathfrak{r} =$ **7,3**. Aus der Refraktion des Brucits, $MgO + H_2O$, folgert er für **H_2O** deshalb $\mathfrak{r} =$ **6,0**.

Beim Wollastonit, $CaO \cdot SiO_2$, folgt $\mathfrak{r} =$ **12,7** für **CaO**, beim Grossular, $3\,CaO \cdot Al_2O_3 \cdot 3\,SiO_2$, folgt dann $\mathfrak{r} =$ **20,9** für **Al_2O_3**.

Aus der Refraktion des Albits, $Na_2O \cdot Al_2O_3 \cdot 6\,SiO_2$, folgt $\mathfrak{r} =$ **11,0** für **Na_2O**, aus der des Adulars, $K_2O \cdot Al_2O_3 \cdot 6\,SiO_2$, folgt deshalb $\mathfrak{r} =$ **17,2** für **K_2O**.

Aus der Refraktion des Kalkspates, $CaCO_3$, folgt $\mathfrak{r} =$ **9,5** für **CO_2** und aus der Refraktion des Aragonits, $CaCO_3$, folgt $\mathfrak{r} =$ **9,2** für **CO_2**.

---

1) Journ. f. prakt. Chemie 1885; **31**, 339.

2) Sitzungsber. der Berliner Akad. d. Wiss. 1882, S. 82 und 83.

3) Mikroskopische Physiographie der petrographisch wichtigen Mineralien, Bd. I, 1. Hälfte, S. 282.

Viel weniger findet Wülfing die Übereinstimmung bei Fe_2O_3. Aus der Refraktion des Haematits, Fe_2O_3, folgt $r = 62{,}8$ für Fe_2O_3, dagegen aus der Refraktion des Kalkeisengranats (Demantoid), $3\,CaO \cdot Fe_2O_3 \cdot 3\,SiO_2$, folgt $r = 42{,}3$ für Fe_2O_3.

Auf das molekulare Refraktionsvermögen $\mathfrak{R}P$ hat der Aggregatzustand — fest, flüssig, gelöst, dampfförmig —, wie namentlich J. Kanonnikoff nachgewiesen, höchstens nur einen sehr geringen Einfluß. Von Einfluß auf das spezifische Refraktionsvermögen sind wieder dieselben Faktoren, welche den Wert von ν beeinflussen (vgl. S. 163):

1. die Kristallstruktur, wie sich am einfachsten aus der Abhängigkeit des Brechungsquotienten von der Polarisationsrichtung bei doppeltbrechenden Kristallen ergibt;

2. die Struktur des Moleküls, wie die Abhängigkeit des Refraktionsäquivalents von der Wertigkeit bei mehrwertigen Elementen erkennen läßt;

3. die Struktur des Atoms, da die Tabelle der Atomrefraktionen keine Proportionalität zwischen diesen und den Atomgewichten ergibt. Eine auffallende Stellung nimmt in dieser Hinsicht das Titan durch seine hohe Atomrefraktion ein. Es verhalten sich bei den Elementen:

	Si	Ti	Zr	Sn	Pb
die Atomgewichte wie	28,4 :	48,1 :	90,6 :	119 :	206,9;
dagegen die Atomrefraktionen wie	7,5 :	25,5 :	22,3 :	27 :	24,8.

Das Refraktionsvermögen nimmt aber sonst im allgemeinen mit dem Atomgewichte zu.

§ 38

Beziehung zwischen Doppelbrechung und optischer Isotropie

Bezüglich der Orientierung der drei Achsen des Fresnelschen Ellipsoides (der sog. drei optischen Elastizitätsachsen) der monoklinen Kristalle zur zweizähligen geometrischen Deckachse ergibt die vorausgehende Tabelle der monoklinen Kristalle (S. 157 bis 160) eine anscheinend bisher nicht beachtete Eigentümlichkeit. Diese geometrische Deckachse kann theoretisch ebenso leicht die Richtung der größten, als die der mittleren, als die der kleinsten optischen Elastizität sein. Die Wahrscheinlichkeit, daß sie die Richtung der mittleren Elastizität sei, ist demnach $\frac{1}{3}$. Scheiden wir aus der obigen Tabelle die Biotite, für welche in den meisten Fällen (bei den Meroxenen) die geometrische Deckachse parallel zur Richtung der mittleren, in den selteneren Fällen (bei den Anomiten) parallel zur Richtung der

		s	ν_1 1 : a	ν_2 1 : b	ν_3 1 : c	ν	
Augit . . . . . von Renfrew	$3\,(Mg, Fe, Ca)SiO_3 + (Al, Fe)_2O_3$	2,88 bis 3,5	1,6975	1,7039 b	1,7227 c : c = — 43° und mehr	1,7080	Wülfing
Diopsid . . . . . von Ala	$MgSiO_3 + CaSiO_3$	3,2 bis 3,6	1,6727	1,6798 b	1,7026 c : c = — 38° bis — 47°	1,6850	Des Cloizeaux
Datolith . . . . von Andreasberg	$Ca[B \cdot OH]SiO_4$	2,9 bis 3,0	1,6260 a : c = + 1° bis + 4°	1,6535 b	1,6700	1,6498	"
gemeine Hornblende von Kragerö	$x(Mg, Fe, Ca, Na_2)SiO_3 + y(Al, Fe)_2O_3$ arm an Na und an (Al, Fe‴).	2,9 bis 3,3	1,630	1,642 b	1,653 c : c = — 20° ca.	1,642	Michel-Lévy und Lacroix
Glaukophan . . . von der Insel Groix	$AlNa[SiO_3]_2 + 2\,(Mg, Fe, Ca)SiO_3$	3,1	1,6212	1,6381 b	1,6390 c : c = — 4° bis — 6°	1,6328	Wallérant
Wollastonit . . . von Cziklowa	$CaSiO_3$	2,8 bis 2,9	1,6177 a : c = + 32°	1,6307 b	1,6325	1,6270	Zimanyi
Aktinolith . . . . vom Zillertal	$3\,(Mg, Fe)SiO_3 + CaSiO_3$	3,026 bis 3,166	1,6116	1,6270 b	1,6387 c : c = — 15° bis — 20°	1,6258	"
Lazulith . . . . von Brasilien	$[Al \cdot OH]_2(Mg, Fe)[PO_4]_2$	3,0 bis 3,1	1,603	1,632 b	1,639 c : a = + 9½°	1,625	Michel-Lévy und Lacroix
Pargasit . . . . von Pargas	$x(Mg, Fe, Ca, Na_2)SiO_3 + y(Al, Fe)_2O_3$ reich an Ca und Al	2,9 bis 3,3	1,613	1,620 b	1,632 c : c = — 18° bis — 21°	1,622	"
Chondrodit . . . von Kafveltorp	$[Mg(F, OH)]_2Mg_3[SiO_4]_2$	3,06 bis 3,23	1,607 a : a = + 25° bis + 30°	1,619	1,639 b	1,622	"

		s	ν_1 1 : a	ν_2 1 : b	ν_3 1 : c	ν	
Tremolit . . . . von Skutterud	$3\,MgSiO_3 + CaSiO_3$	2,93 bis 3,0	1,6065	1,6233 b	1,6340 c : c = — 16°	1,6213	Penfield
Biotit, schwarz . . von der Somma	$(Al, Fe)_2 (Mg, Fe)_2 (K, H)_2 [SiO_4]_3$ reich an Fe	3,2	1,5795 c	1,6380	1,6380	1,6185	Zimanyi
Phlogopit . . . . von Templeton	$Al_2 Mg_2 (K, Na, OH, Fl)_2 [SiO_4]_3$	2,75 bis 2,97	1,562 a : c = 0° bis + 7°	1,606 b	1,606	1,591	Michel-Lévy und Lacroix
Klinochlor . . . . vom Ural	$x(SiMgMg_2H_4SiO_9)$ $+ y(AlAlMg_2H_4SiO_9)$ $x : y = 1 : 1$ bis $2 : 3$	2,56 bis 2,78	1,585	1,588 b	1,596 c : c = — 2° 30′	1,590	"
Muscovit . . . . vom Monte Orfano	$Al_3 (H, K, Na)_3 [SiO_4]_3$	2,76 bis 3,1	1,5619 a : c = 0° bis — 3°	1,5947	1,6027 b	1,5864	Viola
Biotit, gelblichbraun vom Vesuv	$(AlFe)_2 (Mg, Fe)_2 (K, H)_2 [SiO_4]_3$ arm an Fe	2,8	1,5412 c	1,5745	1,5745	1,5634	Kohlrausch
Gips	$CaSO_4 + 2\,H_2O$	2,32	1,5208 a : a = — 14½°	1,5229 b	1,5305	1,5247	v. Lang
Sanidin . . . . . von Wehr	$[Al = O]_2 Si_3 O_7 + (Na, K)_2 Si_3 O_7$	2,60	1,5198 a : a = — 5° bis — 10°	1,5244 b bei einigen	1,5244 b bei anderen	1,5229	Mülheims
Orthoklas . . . . von Paola	$[Al = O]_2 Si_3 O_7 + (K, Na)_2 Si_3 O_7$	2,5 bis 2,6	1,5185 a : a = — 3° bis — 7°	1,5226	1,5240 b	1,5217	Viola
Adular . . . . . vom St. Gotthard	$[Al = O]_2 Si_3 O_7 + K_2 Si_3 O_7$	2,56	1,5165 a : a = — 3°	1,5205	1,5257 b	1,5209	Patton

a) Genaue Bestimmung der Stärke der Doppelbrechung für eine bestimmte Farbe mit Hilfe des Babinetschen Kompensators

Nach der obigen Regel erscheint eine planparallele Platte bei Beleuchtung mit einfarbigem Licht

zwischen parallelen Nicols	zwischen gekreuzten Nicols	
hell	dunkel,	wenn $d_k(\nu - \nu') = 2n\frac{\lambda}{2}$,
dunkel	hell,	„ „ $= (2n-1)\frac{\lambda}{2}$,

wobei n eine beliebige ganze Zahl und d_k die Dicke der Kristallplatte bedeuten.

Bei der Interferenz durch eine dünne Luftschicht fanden wir (S. 33 und 67 bis 71) ganz entsprechend, aber ohne Anwendung von Polarisatoren das Gesichtsfeld im

durchgehenden Lichte	reflektierten Lichte	
hell	dunkel,	wenn $2d_l = 2n\frac{\lambda}{2}$,
dunkel	hell,	„ „ $= (2n-1)\frac{\lambda}{2}$,

wobei d_l die Dicke der Luftschicht bedeutet, und n dieselbe Bedeutung hat wie vorhin.

Verwenden wir statt einer Kristallplatte von bestimmter Dicke d einen aus einem doppeltbrechenden Kristall geschnittenen Keil, so erscheint derselbe zwischen parallelen oder senkrechten Nicols bei Beleuchtung mit einfarbigem Licht von hellen und dunklen Streifen durchzogen, welche der Schneide des Keiles parallel gehen, genau so wie eine keilförmige Luftschicht ohne Verwendung von Polarisatoren (vgl. S. 33 und 70). Der Abstand je zweier benachbarter dunkler Streifen entspricht einem Dickenunterschiede beim Kristallkeil von λ, bei der Luftschicht von $\frac{\lambda}{2}$.

Bei zwei Quarzkeilen von genau gleicher geometrischer Form sei die eine Seite parallel zur Hauptachse, aber beide Keile sollen sich dadurch unterscheiden, daß bei dem einen die Hauptachse parallel, bei dem anderen senkrecht zur Schneide liegt. In Fig. 144 sei die erstere Lage bei dem unteren, die zweite bei dem oberen Keil angedeutet. Der Hauptschnitt des oberen Keils liegt also in der Ebene der Zeichnung, der des unteren zu dieser senkrecht. Geht ein Lichtstrahl senkrecht (in Fig. 144 von unten nach oben) durch

den Doppelkeil, so steht die Schwingungsrichtung des ordentlichen Strahles im unteren Keil senkrecht zu der Schwingungsrichtung des ordentlichen Strahles im oberen Keil, und genau so verhalten sich die beiden Schwingungsrichtungen der außerordentlichen Strahlen zueinander. Der im unteren Keil zustande kommende Gangunterschied hat also das entgegengesetzte Vorzeichen als der Gangunterschied des oberen Keils. Ist D_u die Dicke an irgendeiner Stelle des unteren Keils, D_o die Dicke des oberen Keils unmittelbar über der vorigen Stelle, so ist der Gesamtgangunterschied an dieser Stelle $\Gamma = d'\delta$, wo d' gleich der Differenz von D_o und D_u, $\delta = \bar{\nu}_e - \nu_o$. Bei dem Doppelkeil ändert sich somit Γ stetig vom einen Ende zum anderen. Bringt man den Doppelkeil in eine undurchsichtige Fassung, welche nur in der Mitte der oberen und der unteren Seite je einen den Schneiden parallelen Spalt besitzt, so ist hier $\Gamma = 0$, falls für diese Stelle $D_u = D_o$. Hält man die beiden Spalten unbeweglich und verschiebt entweder den ganzen Doppelkeil, oder nur den einen der beiden Keile, so nimmt Γ je nach der Bewegungsrichtung einen positiven oder negativen, der Größe der Verschiebung proportionalen Wert an. Die durch eine Schraube vorzunehmende Verschiebung y kann an einer Trommel abgelesen werden; ist α die gegenseitige Neigung der beiden Flächen des Keils, so ist die Dickenänderung $d' = y \cdot \operatorname{tg} \alpha$, falls nur der eine Keil verschoben wird, dagegen $d' = 2y \cdot \operatorname{tg} \alpha$, falls der ganze Doppelkeil verschoben wird. Diese zuerst von Babinet konstruierte Vorrichtung heißt Kompensator, weil der unbekannte Gangunterschied einer Kristallplatte durch den berechenbaren Gangunterschied des Doppelkeiles aufgehoben werden kann. Zu diesem Zwecke bringt man diesen zunächst in der Nullstellung zwischen zwei zueinander senkrechte Nicols, deren Hauptebenen unter 45° gegen die Schneiden und die Längsrichtung des Kompensators geneigt sind. Sowohl wenn man weißes, als wenn man gefärbtes Licht auf den Polarisator fallen läßt, muß das Gesichtsfeld bei der Nullstellung dunkel sein. Dann legt man die zu untersuchende Platte zwischen den Doppelkeil und einen der beiden Nicols; dadurch wird das Gesichtsfeld aufgehellt und man mache diese Aufhellung durch entsprechende Verschiebung des Keiles wieder rückgängig. Da nun aber das Gesichtsfeld bei Beleuchtung mit monochromatischem Licht nicht nur dunkel wird, wenn $\Gamma = 0$, sondern auch wenn $\Gamma = 2n\frac{\lambda}{2}$,

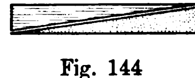


Fig. 144
Babinetscher Kompensator

so verwende man zuerst weißes Licht, da für dieses Dunkelheit nur dann eintritt, wenn $\Gamma = 0$ ist. Das aus der Kristallplatte austretende Licht hat für die verschiedenen Farben einen verschiedenen Wert von $\frac{\Gamma}{\lambda}$, die verschiedenen Farben können also bei einem Werte $\Gamma \gtrless 0$ auch nicht gleichzeitig kompensiert werden, wenn nicht die Platte dieselbe Dispersion besitzt wie der Quarz. Zur definitiven Bestimmung verwendet man daher einfarbiges Licht, und der gefundene Wert von Γ, d. h. also auch der berechnete Wert der Stärke der Doppelbrechung δ, bezieht sich dann auch nur auf die verwendete Farbe. Verwendet man Na-Licht, so ist für Quarz $\delta = \bar{\nu}_e - \nu_o = 1{,}5533 - 1{,}5442 = 0{,}0091$, also $\Gamma = 0{,}0091 \cdot y \cdot \operatorname{tg} \alpha$ bzw. $\Gamma = 0{,}0091 \cdot 2y \cdot \operatorname{tg} \alpha$, je nachdem nur der eine Keil oder beide gleichzeitig verschoben werden. Γ, also auch y, muß in der gleichen Einheit angegeben werden wie λ, also entweder in mm oder in $\mu\mu$. Gibt die Trommel Angaben in einer willkürlichen Einheit, so müssen diese reduziert werden. Rückt ein dunkler Streifen bei der Verschiebung des einen Keils nach der Stelle, welche vorher ein anderer dunkler Streifen innehatte, so ist die Änderung $d'(\bar{\nu}_e - \nu_o) = \lambda$ eingetreten. Es ist also für diesen Fall $d'(\bar{\nu}_e - \nu_o) = y \operatorname{tg} \alpha (\bar{\nu}_e - \nu_o) = \lambda$, also $y = \frac{\lambda}{(\bar{\nu}_e - \nu_o) \operatorname{tg} \alpha}$. Sei die Trommeleinheit e und es werde der eine Keil um x Trommeleinheiten gedreht, bis ein schwarzer Streifen im Kompensator durch einen anderen ersetzt wird, so ist in diesem Falle $xe = y = \frac{\lambda}{(\bar{\nu}_e - \nu_o) \operatorname{tg} \alpha}$; also ist der Wert der Trommeleinheit, in derselben Größe wie λ ausgedrückt, $e = \frac{\lambda}{x(\bar{\nu}_e - \nu_o) \operatorname{tg} \alpha}$.[1])

Bezieht sich x auf die Verschiebung des ganzen Doppelkeils, so ist wieder $2 \operatorname{tg} \alpha$ an die Stelle von $\operatorname{tg} \alpha$ zu setzen.

Zur Bestimmung der Doppelbrechung eines Minerals mit Hilfe des Mikroskops bedient man sich nach dem Vorschlage von E. Mallard eines besonderen Okulars, mit welchem der Kompensator fest verbunden ist.[2])

Eine Abänderung des Babinetschen Kompensators ist der Soleil-Babinetsche Kompensator (Fig. 145). Hier ist mit einer planparallelen Quarzplatte a ein Quarzkeil b in der unter 90^0 ge-

1) Soll noch der Einfluß der Reflexion an den Grenzflächen des Kompensators berücksichtigt werden, so müssen noch entsprechende Korrekturen vorgenommen werden; vgl. K. E. F. Schmidt, Ann. d. Phys. 1888, **35**, 360.

2) Bull. d. l. soc. franç. de min. 1883; **6**, 129. Vgl. auch C. Leiß, Die optischen Instrumente der Firma R. Fueß, 1899, S. 226.

drehten Stellung fest verbunden; ein zweiter Keil c ist in der gleichen Orientierung wie der erste Keil gegen diesen verschiebbar. Das Ganze wirkt wie eine planparallele Platte, deren veränderliche Dicke gleich ist der Differenz von der Dicke a und der veränderlichen Summe der in Betracht kommenden Dicken von b und c. Dieser Kompensator hat gegenüber dem ursprünglichen Babinetschen Kompensator den Vorzug des größeren Gesichtsfeldes mit dem gleichen Gangunterschied.



Fig. 145
Soleil-Babinetscher Kompensator

b) Approximative Bestimmung der Stärke der Doppelbrechung für weißes Licht durch die Anzahl der Interferenzstreifen zwischen zwei bekannten Wellenlängen

Eine planparallele Platte eines doppeltbrechenden Kristalls so zwischen parallele oder gekreuzte Nicols gebracht, daß ihre Auslöschungsrichtungen unter 45° gegen die Nicolhauptschnitte geneigt sind, erscheint bei Beleuchtung mit einfarbigem Licht mit einer von ihrer Dicke abhängigen Intensität erhellt. Bei Beleuchtung mit weißem Licht werden bei gekreuzten Nicols diejenigen Farben ausgelöscht, für welche $\Gamma = \frac{d(\nu - \nu')}{\lambda} = 2n\frac{\lambda}{2}\cdot$ Je dicker die Platte ist, um so größer wird Γ und um so mehr Wellenlängen erfüllen diese Bedingung. Zerlegt man das aus der Kristallplatte bzw. dem Analysator austretende Licht in sein Spektrum, so ist dieses von entsprechenden dunklen Interferenzstreifen durchzogen. Beleuchtet man mit Sonnenlicht, so erscheinen im Spektrum außer den dunklen Interferenzstreifen noch die Fraunhoferschen Linien, welche eine Bestimmung der Wellenlänge der ausgelöschten Strahlen ermöglichen. Die Wellenlänge der Fraunhoferschen Linie B z. B. ist $\lambda_B = 687\ \mu\mu$, die der Linie H ist $\lambda_H = 397\ \mu\mu$. Die zugehörigen Brechungsquotienten für Quarz sind: $\bar{\nu}_{eB} = 1{,}54990$ $\bar{\nu}_{eH} = 1{,}56772$
$\nu_{oB} = 1{,}54090$ $\nu_{oH} = 1{,}55817$,
folglich $\delta_B = \bar{\nu}_{eB} - \nu_{oB} = 0{,}00900$, $\delta_H = \bar{\nu}_{eH} - \nu_{oH} = 0{,}00955$, und für eine Platte von 1 mm Dicke, welche parallel zur Hauptachse geschnitten ist, wird $\frac{d\,\delta_B}{\lambda_B} = 13{,}10$, $\frac{d\,\delta_H}{\lambda_H} = 24{,}06$. Es erscheint deshalb sowohl in unmittelbarer Nähe der Fraunhoferschen Linie B, als auch der Linie H je ein dunkler Interferenzstreifen, weil $\frac{d\,\delta}{\lambda}$ für die betreffenden Linien annähernd eine ganze Zahl ist. Zwischen B und

H erscheinen aber im Spektrum noch so viele andere dunkle Interferenzstreifen, als ganze Zahlen zwischen 13 und 24 liegen, d. h. noch 10 andere Streifen. Der Abstand zwischen B und H wird also bei dieser Versuchsanordnung durch dunkle Interferenzstreifen in $\frac{d\,\delta_H}{\lambda_H} - \frac{d\,\delta_B}{\lambda_B} = 11$ Abschnitte zerlegt.

Beobachtet man dementsprechend bei einer unbekannten Platte von der Dicke d je einen dunklen Interferenzstreifen bei einer Wellenlänge λ_r im Roten und einen anderen bei λ_v im Violetten, und zählt dazwischen noch $n - 1$ dunkle Interferenzstreifen, so setze man $\frac{d\,\delta_v}{\lambda_v} - \frac{d\,\delta_r}{\lambda_r} = n$.

Da d und n meßbar, so hat die Gleichung zwei Unbekannte δ_v und δ_r. Hat man zwei Platten von derselben Substanz und derselben Orientierung, aber von verschiedener Dicke, dann können δ_v und δ_r berechnet werden. Bei der Bestimmung eines Minerals im Dünnschliff genügt in den meisten Fällen eine approximative Bestimmung der Stärke der Doppelbrechung, bei welcher die „Dispersion der Doppelbrechung“ $\delta_v - \delta_r$ vernachlässigt, also gleich Null gesetzt werden kann; dann wird $\frac{d\,\delta}{\lambda_v} - \frac{d\,\delta}{\lambda_r} = n$, oder die approximative Doppelbrechung für weißes Licht wird: $\delta = \frac{n\,\lambda_r\,\lambda_v}{d\,(\lambda_r - \lambda_v)}$.

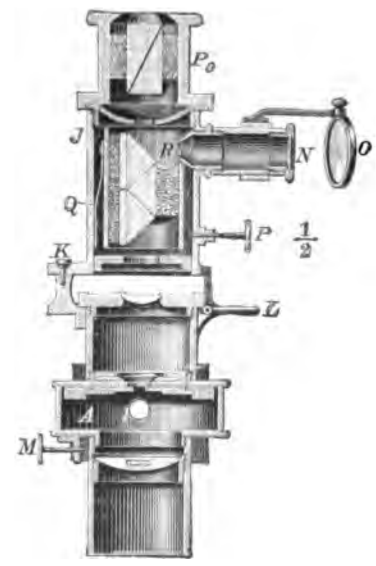


Fig. 146
Spektralokular nach Abbe (Fueß)

Zur Bestimmung von δ nach dieser Methode dient das „Spektralokular“ nach Abbe[1] (Fig. 146). Die aus der Platte austretenden Strahlen gehen durch das links von R gezeichnete dreifache Amicische Prisma. Das seitliche Ansatzrohr besitzt eine Skala N, welche auf das Spektrum projiziert wird und die direkte Ablesung der Wellenlänge ermöglicht.

Vor die Öffnung in der Trommel A kann ein total reflektierendes Prisma geklappt werden; seitlich einfallendes Licht mit

1) Vgl. C. Leiß, Die opt. Instrumente der Firma R. Fueß, 1899, S. 221.

einem bekannten Spektrum, etwa Na-Licht, legt sich dann über die Skala, und diese kann mit Hilfe dieses bekannten Spektrums korrigiert werden.

c) Approximative Bestimmung der Stärke der Doppelbrechung für weißes Licht aus der Interferenzfarbe

Statt der Interferenzstreifen kann auch die diesen Streifen entsprechende Interferenzfarbe zur Ermittlung von $\delta = \nu - \nu'$ dienen. Die Interferenzfarben der Kristalle entsprechen den Newtonschen Farben dünner Blättchen, und zwar ist bei gleichem Gangunterschiede Γ die Farbe bei parallelen Nicols dieselbe wie die der Luftschicht beim durchgehenden Lichte, und die Farbe einer Kristallplatte zwischen gekreuzten Nicols ist dieselbe wie die der Luftschicht bei reflektiertem Lichte. Da beim Kristall $\Gamma = d(\nu - \nu')$, so ist $(\nu - \nu') = \frac{\Gamma}{d}$. Ein geübtes Auge kann den Farbenton (auch bezüglich der Ordnung) ohne weitere Hilfsmittel erkennen, und hiernach läßt sich aus der Tabelle (S. 69 und 70) der Wert Γ entnehmen.

A. Michel-Lévy veröffentlichte[1]) eine farbige Tafel, in welcher zu jedem Gangunterschied Γ die zugehörige Farbe als vertikaler Streifen angegeben ist. Außerdem kann Γ (vgl. Fig. 147) als Funktion der Doppelbrechung $\delta = \nu_{max} - \nu_{min}$ und der Plattendicke d abgelesen werden. Kennt man d (in mm) und δ, so gibt der Schnittpunkt der betreffenden horizontalen Linie d mit der schiefen Linie δ den zu d und δ gehörigen Wert Γ. Die Tabelle S. 69 und 70 gibt zu jedem Γ den zugehörigen Farbenton. Kennt man dagegen umgekehrt den Farbenton, so ergibt die gleiche Tabelle den zugehörigen Wert Γ, und kennt man außer Γ die Dicke d, so bestimmt der Schnittpunkt der zu dem betreffenden d gehörenden horizontalen und der zu Γ gehörenden vertikalen Linie diejenige schiefe Linie, welche die zugehörende Stärke der Doppelbrechung δ angibt.

Farbige Tafeln können die Interferenzfarben nicht genau wiedergeben, und es empfiehlt sich, den Farbenton einer Kristallplatte unter den Farben eines Quarzkeiles zwischen parallelen oder senkrechten Nicols aufzusuchen. Ein zwischen parallelen oder gekreuzten Nicols befindlicher Quarzkeil, dessen Kante parallel oder senkrecht zur Hauptachse liegt, und dessen Längsrichtung zu den beiden Nicolhauptschnitten unter 45° geneigt ist, zeigt dieselbe Farben-

1) Les minéraux des roches, 1888, S. 64.

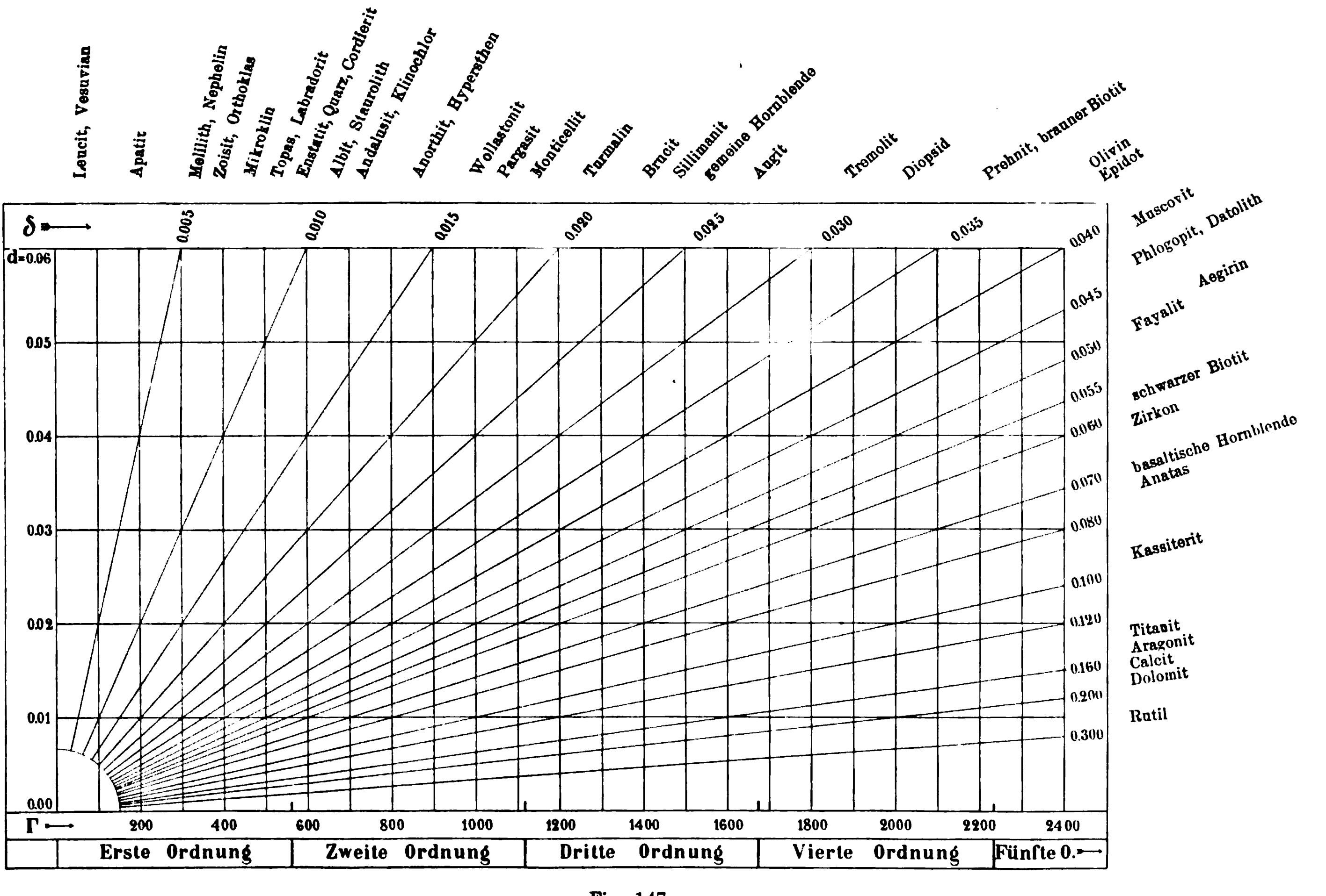

Leucit, Vesuvian
Apatit
Melilith, Nephelin
Zoisit, Orthoklas
Mikroklin
Topas, Labradorit
Enstatit, Quarz, Cordierit
Albit, Staurolith
Andalusit, Klinochlor
Anorthit, Hypersthen
Wollastonit
Pargasit
Monticellit
Turmalin
Brucit
Sillimanit
gemeine Hornblende
Augit
Tremolit
Diopsid
Prehnit, brauner Biotit
Olivin
Epidot
δ =
0.005
0.010
0.015
0.020
0.025
0.030
0.035
0.040
d=0.06
0.05
0.04
0.03
0.02
0.01
0.00
0.045
0.050
0.055
0.060
0.070
0.080
0.100
0.120
0.160
0.200
0.300
Muscovit
Phlogopit, Datolith
Fayalit
Aegirin
schwarzer Biotit
Zirkon
basaltische Hornblende
Anatas
Kassiterit
Titanit
Aragonit
Calcit
Dolomit
Rutil
Γ
200
400
600
800
1000
1200
1400
1600
1800
2000
2200
2400
Erste Ordnung
Zweite Ordnung
Dritte Ordnung
Vierte Ordnung
Fünfte O.

Fig. 147

folge wie der Newtonsche Luftkeil im durchgehenden oder im reflektierten Licht.

Bei dem „Quarzkeilkomparator“ von Michel-Lévy (Fig. 148a u. b) befindet sich in dem seitlichen Ansatze ein Quarzkeil q zwischen zwei Nicols n und n'. Die aus dem seitlichen Ansatze kommenden Strahlen werden durch das total reflektierende

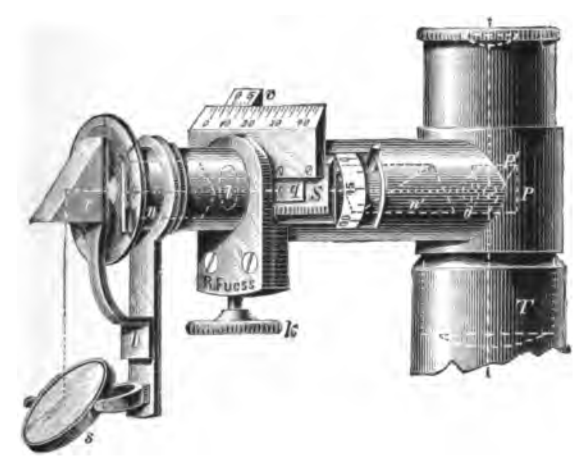


Fig. 148a
Quarzkeilkomparator nach Michel-Lévy (Fueß)

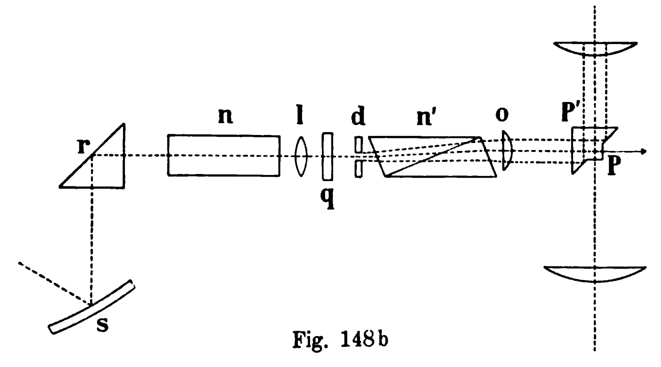


Fig. 148b

Prisma P' in die Achse des Mikroskops reflektiert und decken in dessen Gesichtsfeld sich mit dem Bilde der zu untersuchenden Kristallplatte infolge des rechtwinkligen Ansatzes P derart, daß das Kristallbild innerhalb der Farben des Quarzkeiles erscheint. Durch Verschieben des Quarzkeiles bringt man die Farben der Kristallplatte mit der betreffenden Farbe des Keiles zur Deckung. Die hierzu nötige Stellung des Keiles wird an einer Skala abgelesen und dann der Gangunterschied für die betreffende Stelle des Keiles

ermittelt, welcher mit dem Gangunterschiede der Kristallplatte übereinstimmt.

E. v. Fedorow ersetzte[1]) den Quarzkeilkomparator durch einen „Glimmerkomparator“ (später auch Glimmerkompensator bezeichnet), welcher aus einer Anzahl (16) von rechteckigen Glimmerblättchen besteht, deren Längsrichtung senkrecht oder parallel zur Ebene der optischen Achsen ist. Jedes Blättchen hat eine solche Dicke, daß die beiden Strahlen in demselben einen Gangunterschied $\Gamma = \frac{510}{4} \mu\mu$ erhalten. Jedes folgende der aufeinandergeklebten Blättchen ist 2 mm kürzer als das vorhergehende, und da an der einen Seite alle Enden genau übereinander liegen, so springt am anderen Ende des Komparators jedes Blättchen um 2 mm gegen das darunter liegende zurück. Durch Multiplikation von $\frac{510}{4} \mu\mu$ mit der Anzahl der in Betracht kommenden Glimmerblättchen erhält man also Γ für die betreffende Stelle des Komparators.

§ 40

Tabelle der wichtigeren doppeltbrechenden Mineralien nach der Stärke der Doppelbrechung

Optisch-einachsig

a) hexagonal[2])

	$\bar{\nu}_e - \nu_o$	s	
Zinnober . .	+ 0,347 (rot)	8,1	rh
Proustit . .	— 0,295	5,6	rh
Haematit .	— 0,280	5,2	h
Pyrophanit	— 0,270	4,5	h?
Natriumnitrat	— 0,251	2,1	rh
Siderit. . .	— 0,239	3,8	rh
Pyrargyrit .	— 0,203	5,8	rh
Magnesit . .	— 0,202	3,0	rh
Breunnerit .	— 0,189	3,3	rh

	$\bar{\nu}_e - \nu_o$	s	
Dolomit . .	— 0,180	2,9	rh
Calcit . . .	— 0,172	2,7	rh
Dioptas . .	+ 0,056	3,3	?
Vanadinit .	— 0,055	6,9	h
Pyrochroit .	— 0,042	3,3	?
Brucit . . .	+ 0,021	2,4	?
Alunit . . .	+ 0,020	2,6	?
Willemit . .	+ 0,019	4,1	?

1) Ztschr. f. Krist. 1896; **25**, 349. **26**, 251. 1898; **29**, 611.

2) Der Buchstabe h bedeutet, daß das betreffende Mineral zur hexagonalen Unterabteilung der hexagonalen Syngonie gehört; die Buchstaben rh deuten die rhomboedrische Unterabteilung an.

	$\bar{\nu}_e - \nu_o$	s			$\bar{\nu}_e - \nu_o$	s	
Turmalin . .	— 0,019	3,1	?	Nephelin . .	— 0,005	2,6	h
Phenakit . .	+ 0,015	3,0	?	Beryll . . .	— 0,004	2,7	h
				Apatit . . .	— 0,003	3,2	h
				Tridymit . .	+ 0,002	2,3	h
Pyromorphit.	— 0,012	7,0	h	Eis	+ 0,001	0,9	h
Quarz . . .	+ 0,009	2,7	h	Jodyrit . .	+ ε von ω nur wenig verschieden	5,7	h
Korund . .	— 0,008	4,0	h				
Glaserit . .	— 0,006	2,7	h	Gmelinit . .	± „	2,1	h

b) tetragonal

	$\bar{\nu}_e - \nu_o$	s		$\bar{\nu}_e - \nu_o$	s
Quecksilberhornerz	+ 0,722	6,4	Marialith	— 0,028	2,5
Rutil	+ 0,287	4,2	Mejonit	— 0,020	2,8
			Melinophan . . .	— 0,019	3,0
			Mizzonit	— 0,015	2,7
Cassiterit. . . .	+ 0,096	6,9	Melilith	— 0,005	2,9
Anatas	— 0,073	3,9	Leucit	+ 0,001	2,5
Zirkon	+ 0,062	4,7	Vesuvian	— 0,001	3,4

Optisch-zweiachsig

a) rhombisch

	$\nu_3 - \nu_1$	s		$\nu_3 - \nu_1$	s
Schwefel	0,288	2,1	Sillimanit	0,022	3,2
Cerussit	0,274	6,5	Monticellit . . .	0,017	3,1
Kaliumnitrat . . .	0,172	2,0	Natrolith	0,013	2,2
Brookit	0,158	4,0	Hypersthen . . .	0,013	3,5
Aragonit	0,156	2,9	Baryt	0,012	4,5
Strontianit. . . .	0,151	4,3	Anglesit	0,011	6,3
			Anthophyllit . . .	0,011	3,1
Talk	0,050	2,7	Andalusit	0,011	3,2
Fayalit	0,050	4,2	Bronzit	0,011	3,3
Diaspor.	0,048	3,4	Staurolith	0,010	3,7
Anhydrit	0,044	3,0	Enstatit	0,009	3,1
Olivin	0,036	3,3	Coelestin	0,009	4,0
Prehnit.	0,033	2,8	Cordierit	0,009	2,6
Thomsonit. . . .	0,028	2,4	Topas	0,008	3,5
Kieselzinkerz . . .	0,022	3,4	Zoisit	0,003	3,3

b) monoklin

	$\nu_3 - \nu_1$	s		$\nu_3 - \nu_1$	s
Titanit	0,140	3,5	Tremolit	0,028	3,0
			Aktinolith	0,027	3,1
			Augit	0,025	3,2
basaltische Hornblende	0,072	3,4	gemeine Hornblende	0,023	3,1
schwarzer Biotit .	0,059	3,2	Hedenbergit . . .	0,019	3,5
Aegirin	0,049	3,5	Pargasit	0,019	3,1
Monazit	0,045	5,0	Glaukophan . . .	0,018	3,1
Phlogopit	0,044	2,8	Wollastonit . . .	0,015	2,8
Datolith	0,044	2,9	Laumontit	0,012	2,3
Muscovit	0,041	2,9	Klinochlor	0,011	2,6
Epidot	0,037	3,4	Klinozoisit	0,010	3,3
Lazulith	0,036	3,1	Gips	0,009	2,3
brauner Biotit . .	0,033	2,8	Adular	0,009	2,6
Chondrodit . . .	0,032	3,1	Orthoklas	0,009	2,5
Diopsid	0,030	3,4	Desmin	0,006	2,1
			Sanidin	0,003	2,6

c) triklin

	$\nu_3 - \nu_1$	s		$\nu_3 - \nu_1$	s
Anorthit	0,013	2,8	Mikroklin	0,007	2,5
Albit	0,009	2,6	Disthen	0,007	3,6
Labradorit	0,008	2,7	Axinit	0,005	3,3

§ 41

Faktoren, welche auf die Stärke der Doppelbrechung von Einfluß sind

Bei den in den Tabellen der Brechung und der Doppelbrechung angegebenen triklinen Mineralien haben die Feldspäte im allgemeinen eine schwächere Brechung, aber stärkere Doppelbrechung als Disthen und Axinit; innerhalb der Feldspäte entspricht meist der stärkeren Doppelbrechung auch die stärkere Brechung.

Bei den monoklinen Mineralien bilden Titanit, Aegirin, Monazit und basaltische Hornblende in beiden Tabellen, wenn auch in etwas anderer Reihenfolge, den Anfang, die Feldspäte und Zeolithe den Schluß. Dagegen steht z. B. der schwarze Biotit nach seiner Brechung an 19ter, nach seiner Doppelbrechung an 3ter Stelle.

Bei den rhombischen Mineralien bilden Schwefel und Brookit in beiden Tabellen den Anfang; dagegen nimmt Kaliumnitrat nach seiner Brechung die letzte, nach seiner Doppelbrechung die dritterste

Stelle ein. Das Karbonat und das Sulfat von Blei nehmen nach ihrer Brechung die 3te bzw. 4te Stelle ein; nach ihrer Doppelbrechung das Karbonat die 2te, das Sulfat die 20te Stelle. Auch bei den Ca- und Sr-Salzen stehen die Sulfate in der Reihe der Doppelbrechung hinter den Karbonaten.

Bei den tetragonalen Mineralien stehen in beiden Tabellen Rutil, Anatas, Quecksilberhornerz an der Spitze, Leucit am Ende; doch besteht auch bei dieser Syngonie keine für beide Tabellen genau gleichbleibende Reihenfolge.

Bei den hexagonalen Mineralien bilden Zinnober, Proustit, Haematit in beiden Tabellen den Anfang, Eis, Tridymit und Gmelinit das Ende. Jodyrit steht dagegen nach seiner Brechung an 7ter, nach seiner Doppelbrechung an der vorletzten, der 29ten Stelle. Natriumnitrat verhält sich ähnlich wie Kaliumnitrat: nach seiner Brechung steht es an der 26ten, nach seiner Doppelbrechung an der 5ten Stelle.

Ein gewisser Einfluß der Stärke der Brechung auf die Stärke der Doppelbrechung läßt sich hiernach nicht verkennen, aber außer der Stärke der Brechung müssen noch andere Faktoren die Doppelbrechung beeinflussen.

Gehen wir wieder von der Vorstellung aus, daß die niederen Syngoniearten deformierte Formen der höheren darstellen, dann ist es leicht verständlich, daß die Doppelbrechung, d. h. die Differenz der Brechungsquotienten bei einer gleich großen Deformation und bei dem gleichen Strukturtypus bei stark brechenden Körpern größer sein muß als bei schwach brechenden, daß sie aber auch von den beiden genannten anderen Verhältnissen, der Größe der Deformation und dem Strukturtypus abhängt.

Die Kristalle der hexagonalen Syngonie werden nach ihrem geometrischen Verhalten schon von Weiß[1]) in das sechsgliedrige und das drei-und-dreigliedrige oder rhomboedrische System geteilt, und jedem dieser beiden geometrischen Typen entspricht auch ein besonderer Typus der Raumgitter.[2]) Die Kristalle des ersteren Systems besitzen bezüglich ihrer geometrischen Umgrenzung entweder eine sechszählige Hauptachse oder, infolge der Kombination ($+R$ mit $-R$, $-\frac{1}{2}R$ mit $+\frac{1}{2}R$ usw.) oder Bevorzugung von Formen zweiter Art oder durch entsprechende Zwillingsbildung, eine pseudohexagonale Hauptachse. Die Kristalle der hexagonalen Syngonie sind daher

1) Vgl. erster Teil, S. 68.

2) Vgl. ebenda, S. 139.

besonders geeignet, einen etwaigen Einfluß des Strukturtypus auf die optischen Eigenschaften zum Ausdruck zu bringen. Von den Mineralien der übrigen Syngoniearten wurden deshalb in den beiden Tabellen nur die wichtigsten aufgezählt; von den Mineralien der hexagonalen Syngonie aber alle, deren optische Verhältnisse genügend bekannt sind.

Die Tabelle der Doppelbrechung der Mineralien der hexagonalen Syngonie ergibt das überraschende Resultat, daß mit Ausnahme von Haematit und Pyrophanit die ersten 11 Mineralien zur rhomboedrischen Abteilung (in der Tabelle mit rh bezeichnet), die letzten 11 Mineralien ausnahmslos zur hexagonalen im engeren Sinne (in der Tabelle mit h bezeichnet) gehören. Die stark doppeltbrechenden Mineralien heben sich durch einen großen Sprung in der Stärke der Doppelbrechung von den anderen ab.

Dem Zinnober wird mit Rücksicht auf seine Drehung des Lichtes und seine geometrische Umgrenzung gewöhnlich die gleiche Struktur wie dem Quarz zugeschrieben; es wird aber an einer späteren Stelle gezeigt werden, daß diese Annahme nicht berechtigt ist. Für Haematit, $\mathrm{Fe}\left\langle\begin{matrix}\mathrm{O}\\ -\mathrm{O}-\\ \mathrm{O}\end{matrix}\right\rangle\mathrm{Fe}$, und Pyrophanit, $\mathrm{Mn}\left\langle\begin{matrix}\mathrm{O}\\ \mathrm{O}=\\ \mathrm{O}\end{matrix}\right\rangle\mathrm{Ti}$, zu denen auch der Ilmenit, $\mathrm{Fe}\left\langle\begin{matrix}\mathrm{O}\\ \mathrm{O}=\\ \mathrm{O}\end{matrix}\right\rangle\mathrm{Ti}$ [1]), und der Korund, $\mathrm{Al}\left\langle\begin{matrix}\mathrm{O}\\ -\mathrm{O}-\\ \mathrm{O}\end{matrix}\right\rangle\mathrm{Al}$, zu stellen sind, ist die Reihenfolge der Doppelbrechung dieselbe wie die der Brechung, doch unterscheiden sich die beiden ersteren Mineralien vom Korund durch ihre Doppelbrechung mehr als durch die Stärke ihrer Brechung.

Die stark negativ doppeltbrechenden rhomboedrischen Mineralien sind:

1. die beiden Rotgültigerze $\left.\begin{matrix}\mathrm{Ag-S}\\ \mathrm{Ag-S}\\ \mathrm{Ag-S}\end{matrix}\right\rangle\mathrm{As}$ und $\left.\begin{matrix}\mathrm{Ag-S}\\ \mathrm{Ag-S}\\ \mathrm{Ag-S}\end{matrix}\right\rangle\mathrm{Sb}$;
2. die rhomboedrischen Karbonate $\mathrm{R''}\left\langle\begin{matrix}\mathrm{O}\\ \mathrm{O}=\\ \mathrm{O}\end{matrix}\right\rangle\mathrm{C}$;
3. Natriumnitrat, $\begin{matrix} & \mathrm{O}=\\ \mathrm{Na}- & \mathrm{O}-\\ & \mathrm{O}\end{matrix}\!\!\!\left.\vphantom{\begin{matrix}a\\a\\a\end{matrix}}\right\rangle\mathrm{N}$.

Es läßt sich nicht verkennen, daß sämtlichen stark negativ doppeltbrechenden Mineralien auch eine gewisse Ähnlichkeit des

1) Nach Rammelsberg.

Baues des chemischen Moleküls zukommt; doch läßt der Vergleich mit den Mineralien der Haematitgruppe erkennen, daß die chemische Struktur nicht allein in Betracht kommt.

Zu den Mineralien mit mittlerer Doppelbrechung gehören die optisch-positive Gruppe Phenakit, Willemit, Dioptas, die beiden optisch-positiven, aber sich chemisch nicht näher stehenden Mineralien Brucit und Alunit und die beiden optisch-negativen Mineralien Pyrochroit und Turmalin. Der optisch-negative Vanadinit gehört zur Gruppe des Apatits und Pyromorphits.

Die schwach doppeltbrechenden Mineralien gehören, wie erwähnt, sämtlich zur hexagonalen Abteilung und sind überwiegend negativ; Quarz dagegen ist merklich positiv, Tridymit, Eis und Jodyrit äußerst schwach positiv, Gmelinit bald positiv, bald negativ. Bei dem Gmelinit müssen demnach zwei Faktoren in Betracht kommen, von welchen der eine positive, der andere negative Doppelbrechung zur Folge hat, und deren Wirkung nicht immer gleichmäßig zur Geltung kommt.

In neuerer Zeit wurden die Mineralien der Apatitgruppe genauer auf ihr optisches Verhalten untersucht.

H. Winter[1]) bestimmte für Na-Licht an künstlich dargestellten Kristallen von:

1. Baryumchlorapatit, $BaCl_2 \cdot 3 Ba_3 P_2 O_8$, das spez. Gew. $s = 5{,}949$
   $\nu_o = 1{,}701$, $\bar{\nu}_e = 1{,}699$, $\nu_o - \bar{\nu}_e = 0{,}002$.
2. Baryumfluorapatit, $BaF_2 \cdot 3 Ba_3 P_2 O_8$ . . . . $s =$?
   $\nu_o = 1{,}669$, $\bar{\nu}_e = 1{,}665$, $\nu_o - \bar{\nu}_e = 0{,}004$.
3. Strontiumfluorapatit, $SrF_2 \cdot 3 Sr_3 P_2 O_8$ . . . . $s =$?
   $\nu_o - \bar{\nu}_e = 1{,}621 - 1{,}619 = 0{,}002$.
4. Strontiumchlorapatit, $SrCl_2 \cdot 3 Sr_3 P_2 O_8$ . . . . . . $s = 4{,}868$
   $\nu_o = 1{,}650$, $\bar{\nu}_e = 1{,}655$, $\bar{\nu}_e - \nu_o = 0{,}005$.

Im Gegensatz zu den übrigen Apatiten ist also der Strontiumchlorapatit bei gewöhnlicher Temperatur optisch-positiv; bei $+ 350^0$ C erwies sich aber auch dieser als optisch-negativ.

W. Eißner[2]) untersuchte den Einfluß der Temperatur auf die Brechungsverhältnisse natürlich vorkommender Apatite I. von Jumilla, II. vom St. Gotthard, III. von der Knappenwand im Sulzbachtal; die von ihm für Heliumgelb $= 587{,}6\,\mu\mu$ bei $t = 20^0$ gefundenen Werte sind:

---

1) Inaug.-Diss. Leipzig, 1913. (Mitt. a. d. Inst. f. Min. u. Petr. d. Univ. Leipzig. N. F. Nr. 53.)

2) Inaug.-Diss. Leipzig, 1913. (Ebenda, Nr. 55.)

	ν_o	$\bar{\nu}_e$	δ
I.	$\nu_o = 1{,}63841$,	$\bar{\nu}_e = 1{,}63444$,	$\delta = 0{,}00397$,
II.	1,63489,	1,63244,	0,00245,
III.	1,63867,	1,63565,	0,00302.

Bei sinkender Temperatur wird $\delta = \nu_o - \bar{\nu}_e$ geringer.

Zwischen Zimmertemperatur und -160^0 treten folgende Änderungen ein:

	I.	II.	III.
ν_o	$-0{,}00015$	$-0{,}00120$	$-0{,}00129$
$\bar{\nu}_e$	$+0{,}00015$	$-0{,}00048$	$-0{,}00084$
$\nu_o - \bar{\nu}_e$ . . .	$-0{,}00030$	$-0{,}00072$	$-0{,}00045$.

„Der Verlauf der Kurven (für ν_o und $\bar{\nu}_e$) deutet an, daß sie sich, wenn man nur in der Temperatur tief genug heruntergeht, einmal schneiden müssen, d. h. daß man dann einen positiv doppeltbrechenden Apatit erhielte."

Auch bei der Apatitgruppe kommen offenbar wie beim Gmelinit zwei Faktoren zur Geltung, von welchen der eine negative Doppelbrechung begünstigt und dessen Einfluß bei höherer Temperatur überwiegt, während der andere positive Doppelbrechung begünstigt.

Die Tabelle der Mineralien der hexagonalen Syngonie läßt erkennen, daß die hexagonale Struktur im allgemeinen eine geringere Doppelbrechung zur Folge hat, als die rhomboedrische, daß aber bei hoher Brechung dieser Unterschied geringer oder auch ganz unmerklich wird.

Auch die rhombischen Mineralien Aragonit und Kaliumnitrat verhalten sich bezüglich des Verhältnisses von Doppelbrechung zur Brechung ebenso wie Calcit und Natriumnitrat der hexagonalen Syngonie. Wir dürfen daraus die Vermutung ableiten, daß auch in der rhombischen Syngonie zwei Typen vertreten sind, von welchen der eine dem rhomboedrischen, der andere dem hexagonalen entspricht. Der rhomboedrische Typus muß als ein deformiert kubischer betrachtet werden, bei welchem eine dreizählige Achse des Würfels Deformationsrichtung ist. Aragonit und Kaliumnitrat müssen dann als deformiert kubische Körper betrachtet werden, bei welchen Deformation nach einer zweizähligen Achse oder in verschiedenem Grade nach zwei vierzähligen Achsen stattgefunden hat. Die Grenze zwischen den stark und schwach doppeltbrechenden kommt auch bei den rhombischen und monoklinen Mineralien durch einen Sprung bei etwa $\delta = 150\,\mu\mu$ zum Ausdruck.

Das Verhältnis von Doppelbrechung zur Brechung führt somit zu der Vermutung, daß sämtliche Mineralien auf zwei Typen zurückzuführen sind, von welchen jeder möglicherweise wieder in Unterabteilungen zerfällt.

§ 42

Orthoskop und Konoskop

Zur Beobachtung der Polarisationserscheinungen bei Kristallen läßt man entweder nur ein Bündel paralleler Strahlen auf eine planparallele Kristallplatte (*k*) und zwar senkrecht auffallen (Fig. 149b), oder unzählig viele Bündel paralleler Strahlen, deren Achsen innerhalb eines gewissen Winkels alle möglichen Richtungen haben (Fig. 149a, b u. c). In beiden Fällen haben die aus der planparallelen Platte austretenden Strahlen wieder dieselbe Richtung wie die eintretenden Strahlen, erleiden aber im Innern

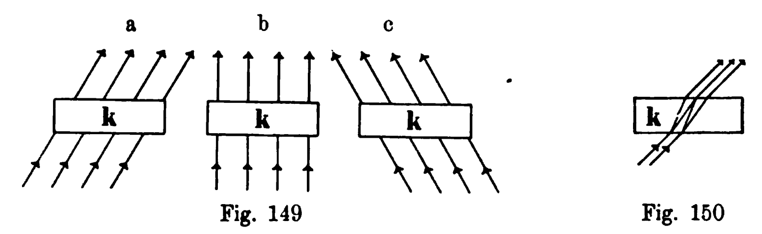


Fig. 149 Fig. 150

der Platte eine doppelte Brechung (vgl. Fig. 150). Der Apparat für die Untersuchung im „parallelen Lichte" heißt „Orthoskop", der Apparat für die Untersuchung im „konvergenten Lichte" heißt „Konoskop".[1])

Das Orthoskop (Fig. 151b) besteht aus dem Objektivrohr und dem Beobachtungsrohr. Ersteres trägt in seinem Innern den Polarisator *p* und ein Linsenpaar *e* und *e'*, welches den Zweck hat, ungefähr parallel in den Tubus eintretendes natürliches Licht so einzuschnüren, daß es ganz durch *p* geht und nachher wieder aus *e'* annähernd parallel austritt. Die Kristallplatte ruht auf dem Kristallträger *γ*. Der Hauptbestandteil des Beobachtungsrohres ist der Nicol *a* und eine darüber aufzusetzende Linse, welche die Kristallplatte in deutliche Sehweite bringt.

Beim Konoskop (Fig. 151a) tritt an die Stelle des Kristallträgers *γ* eine dünne Spiegelglasscheibe *k*, welche die zu unter-

1) Vgl. P. Groth, Über Apparate und Beobachtungsmethoden für kristallogr.-optische Untersuchungen. Ann. d. Phys. 1871; **144**, 34.

suchende Kristallplatte trägt. Außerdem hat das Konoskop gegenüber dem Orthoskop am oberen Ende des Objektivrohres und am unteren Ende des Beobachtungsrohres noch je ein stark brechendes Linsensystem *n* und *o* (vgl. auch Fig. 152). Der Abstand beider ist etwas geringer als die Summe ihrer Brennweiten. In der Mitte zwischen beiden befindet sich der Objektträger. Strahlen, welche (annähernd der Achse parallel) sich in einem Punkte F_1 der vorderen Brennebene FF des Kondensorsystems *n* schneiden, gehen nach dem Austritt aus *n* parallel durch die Platte *k*; Strahlen, welche einander parallel auf das System *o* fallen, schneiden sich in einem Punkte F_1' der hinteren Brennebene $F'F'$ von *o* (in der Fig. 151a bei *r*). An jeder Stelle dieser Ebene

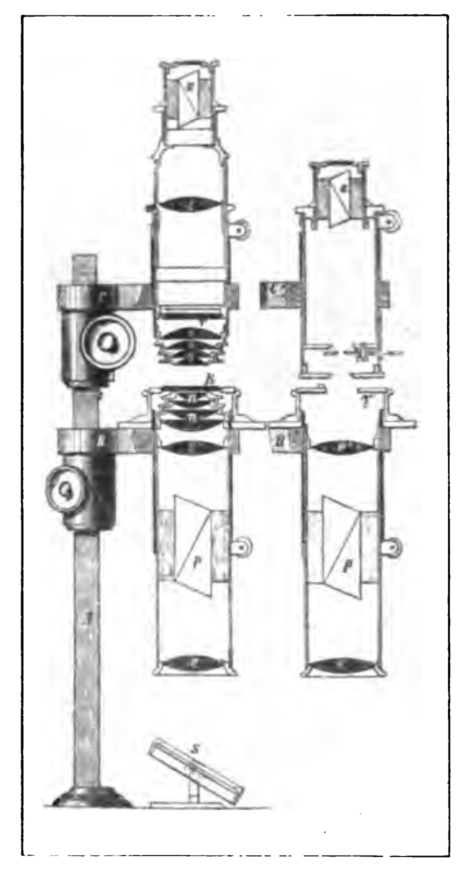


Fig. 151a Konoskop   Fig. 151b Orthoskop

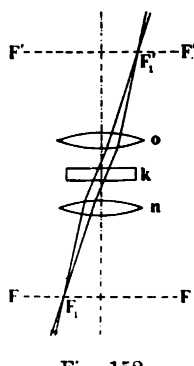


Fig. 152

schneiden sich also alle Strahlen, welche in einer bestimmten Richtung durch die Platte *k* gegangen sind. Durch die als Lupe wirkende Linse *t* des Konoskops wird diese Brennebene $F'F'$ in deutliche Sehweite gebracht.

Werden die Linsensysteme *n* und *o* entfernt, so wird aus dem Konoskop ein Orthoskop.

G. B. Amici[1]) ersetzte die zur Beobachtung des Interferenzbildes in $F'F'$ dienende Lupe durch ein vollständiges Mikroskop.

Auch die zu kristallographischen oder petrographischen Zwecken dienenden Mikroskope sind so eingerichtet, daß sie sowohl zur Untersuchung im parallelen, als auch im konvergenten Lichte verwendet werden können (Fig. 153). Zu diesem Zwecke ist der Objekttisch drehbar, ein Polarisator kann bei H, ein Analysator bei N eingeschoben und um die Achse des Apparates gedreht werden. In dieser Form erfüllt das Mikroskop für mikroskopisch kleine Kristalle oder Kristallkörner die Anforderungen, welche die Untersuchung im parallelen Lichte stellt (vgl. auch S. 76). Um das Mikroskop in ein Konoskop zu verwandeln, wird ein Zusatz-Kondensor mit Hilfe des Hebels b' unter das Objekt und nach dem Vorschlage von Bertrand[2]) eine weitere achromatische Linse B von 3 bis 4 cm Brennweite über dem Objekte eingeschoben (die Bertrandsche Linse tritt hierbei an die Stelle des Objektives des Amicischen Mikroskops), damit das Interferenzbild in deutliche Sehweite kommt, oder man entfernt, nach dem Vorschlage von A. v. Lasaulx[3]), nur das Okular und beobachtet das Interferenzbild mit bloßem Auge.

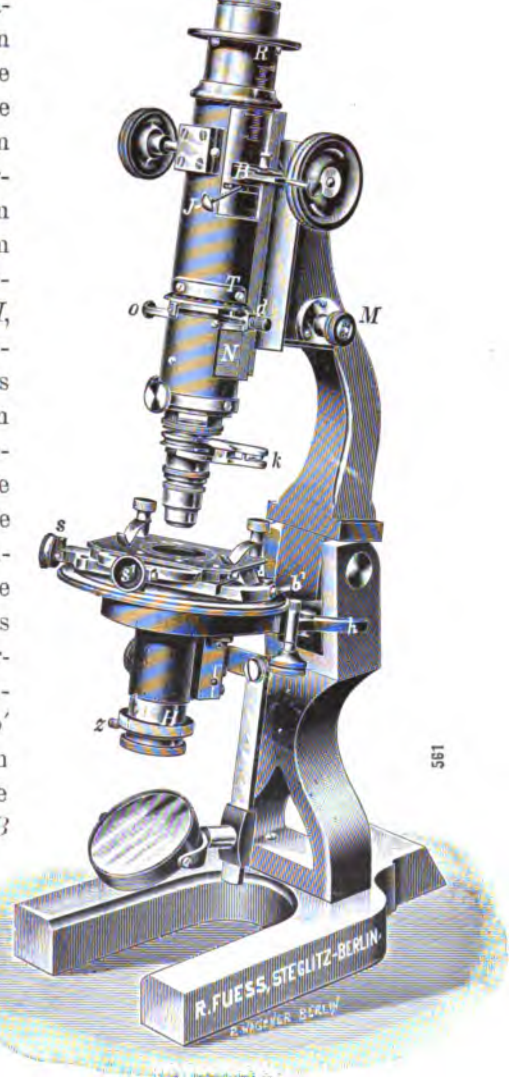


Fig. 153. Mikroskop für kristallographische Untersuchungen (Fueß)

1) Ann. d. Phys. 1845; 64, 472. 2) Bull. d. l. Soc. fr. de min. 1878; 1, 27, 96. 1885; 8, 29, 377. 3) N. Jahrb. f. Min. usw. 1878, 377.

Natürlich muß in beiden Fällen Analysator und Polarisator eingeschaltet werden. C. Klein[1]) machte zuerst darauf aufmerksam, daß man das Interferenzbild über der Frontlinse des Okulars bei einem mit Polarisatoren versehenen Mikroskop direkt, oder besser mit einer Lupe oder einem zweiten Okular[2]) sehen kann. Am vorteilhaftesten verwendet man zu diesem Zwecke ein Ramsdensches Okular, welches nach dem Vorschlage von Czapski[3]) mit einer Irisblende versehen ist, um störendes Seitenlicht abzublenden (vgl. Fig. 66b, S. 75). Die Kleinsche Lupe wird über dieses Okular gestülpt (Fig. 154). Nach dem Vorschlage von Becke[4])

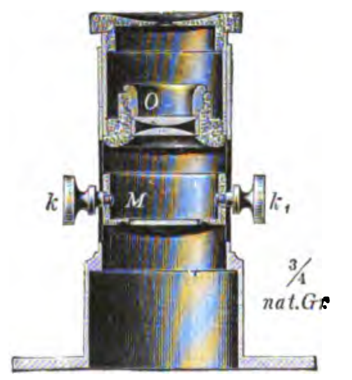


Fig. 154. Kleinsche Lupe mit Mikrometerskala nach Becke

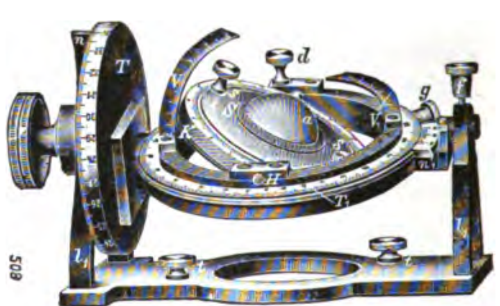


Fig. 155 Universaltisch

befindet sich unterhalb der Lupe *O* noch eine Mikrometerskala *M* zur Messung des Abstandes der Achsenaustritte. Die Kleinsche Lupe kann auch mit der Bertrandschen Linse kombiniert werden.

Um auch mikroskopische Präparate nach der von E. v. Fedorow eingeführten Theodolitmethode untersuchen, die Neigung von Flächen, sowie die Größe und Lage der optischen Achsenwinkel bestimmen zu können, wurde von diesem der „Universaltisch" (Fig. 155) eingeführt. Der eigentliche Objektträger kann um drei Achsen gedreht und jede Drehung an einem zugehörigen Teilkreise abgelesen werden.

Die Einstellung auf dunkel geschieht bei den gewöhnlichen Mikroskopen durch Drehung des Objekttisches. In gewissen Fällen

1) Nachr. von d. Ges. der Wiss. zu Göttingen 1878, S. 461.
2) Sitzungsber. d. Berliner Ak. d. W. 1893, S. 221.
3) Ztschr. f. Krist. 1894; **26**, 158.
4) Tscherm. Min. u. petr. Mitt. 1895; **14**, S. 375.

ist es jedoch vorteilhaft, wenn das Objekt und der Objekttisch unverändert bleiben. In solchen Fällen kann man Analysator und Polarisator entweder in paralleler oder senkrechter Stellung fest miteinander verbinden und beide mit Hilfe einer Verbindungsstange *s* gemeinsam drehen (vgl. Fig. 156). C. Leiß[1]) hat diese beiden Vorrichtungen (Universaltisch und gemeinsame Nicoldrehung) mit einigen Verbesserungen in seinem „petrographischen Mikroskop für die Theodolitmethode" vereinigt.

Zu ähnlichen Zwecken wie der Universaltisch von



Fig. 156
Mikroskop nach F. E. Wright (Fueß)

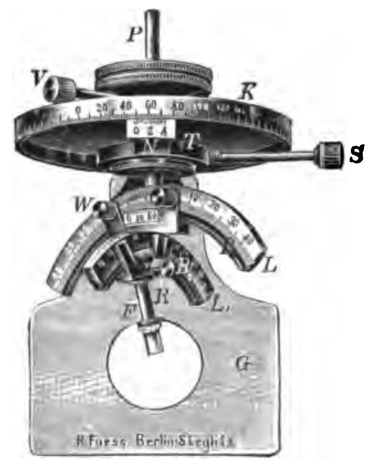


Fig. 157. Universaldrehapparat nach C. Klein

Fedorow, namentlich zur Bestimmung von Auslöschungsschiefen auf den verschiedenen Flächen einer Zone, zur Aufsuchung der Richtungen der optischen Achsen und zur Messung des Winkels der

1) Ztschr. f. Instrumentenkunde 1912; **32**, 377 ff.

letzteren dient der „Universaldrehapparat“ von C. Klein[1]) (Fig. 157). Die Grundplatte G wird mittels zweier kräftiger Klemmen auf dem Tische des Mikroskopes befestigt.

§ 43

Niveau-, Oszillations- und Intensitätslinien des Gesichtsfeldes im konvergenten polarisierten Lichte

Nehmen wir an[2]), in der vorderen Brennebene eines Kollimators befinde sich ein beleuchtetes Diaphragma mit kleiner Öffnung; die aus dem Kollimator austretenden Strahlen fallen auf einen Polarisator und dann auf das Objektiv eines auf Unendlich eingestellten Fernrohrs. Alle Strahlen, welche von einem bestimmten Punkte des Diaphragmas kommen, haben den Polarisator in paralleler Richtung durchlaufen, haben deshalb parallele Polarisationsebenen und vereinigen sich im Fernrohrbilde wieder in einem einzigen Punkte mit der Phasendifferenz Null. Liegen die Achsen des Kollimators und des Fernrohrs parallel, und zwar in einem Nicolhauptschnitt, so haben diejenigen Punkte des Fernrohrbildes, welche in bezug auf den Nicolhauptschnitt symmetrisch liegen, symmetrisch in bezug auf den Hauptschnitt gerichtete Polarisationsrichtungen.

Gehen wir von einem Punkte des Gesichtsfeldes in der Polarisationsrichtung des betreffenden Punktes zu einem benachbarten Punkte, dann in der Polarisationsrichtung dieses Punktes zum nächsten usw., so beschreiben wir eine Kurve, deren Tangenten die Polarisationsrichtungen der betreffenden Kurvenpunkte darstellen. Diese Kurven heißen „Niveaulinien des Gesichtsfeldes“. Ziehen wir bei irgendeinem Punkte des Gesichtsfeldes eine Normale zur Niveaulinie bis zum nächsten Punkte, hier wieder eine Normale zur Niveaulinie usw., so erhalten wir ein System von Kurven, deren Tangenten die Fresnelschen Schwingungsrichtungen andeuten; diese Kurven heißen deshalb „Oszillationslinien des Gesichtsfeldes“. Kommt der außerordentliche Strahl eines Prismas zur Verwendung, so entspricht der Hauptschnitt des Gesichtsfeldes einer Oszillationslinie; wird der ordentliche Strahl verwendet, so liegt im Hauptschnitt eine Niveaulinie.

Bei den gebräuchlichen Nicols bilden die Niveau- und die Oszillationslinien schwach gekrümmte Kurven. Denkt man an diese

1) Sitzungsber. d. Berl. Akad. d. Wiss. 1895, S. 94.

2) Vgl. F. Lippich, „Über polaristrobometrische Methoden.“ Sitzungsber. der math.-naturw. Kl. der Akad. d. W. zu Wien 1882, II, 268ff.

Kurven in jedem Punkte die Berührungskreise gezogen, so liegen die Mittelpunkte aller Berührungskreise auf dem Hauptschnitte, und zwar in großen Entfernungen im Vergleich zu den Dimensionen des Gesichtsfeldes. Liegen die Kreismittelpunkte annähernd in einem und demselben Punkte C des Hauptschnittes, so bilden die Oszillations- oder die Niveaulinien Gerade, die nach dem Zentrum C konvergieren. Ein derartiger Polarisator heißt „Polarisator mit homozentrischem Gesichtsfelde". Diese Bedingung ist erfüllt, wenn die Achse des Strahlenbüschels senkrecht zur Austrittsfläche des Polarisators steht. Der Abstand des in der Bildebene liegenden Zentrums C vom Brennpunkte O des Gesichtsfeldes ist $\nu_o f \operatorname{tg} w$, wenn ν_o den Brechungsquotienten des ordentlichen Strahles, f die Brennweite des Fernrohrobjektivs und w den Winkel zwischen der Fernrohrachse und der optischen Achse des Kalkspates bedeuten.

Stehen diese beiden Achsen aufeinander senkrecht, so wird $\operatorname{tg} w = \infty$; also liegt dann auch das Zentrum C im Unendlichen; die Niveaulinien und die Oszillationslinien bilden dann zwei Scharen von Geraden, die dem Hauptschnitt parallel gehen oder auf ihm senkrecht stehen; ein derartiger Polarisator heißt „Polarisator mit normalem Gesichtsfelde". Solche sind die Glan-Thompsonschen Prismen (vgl. S. 114).

Geht die Achse des Fernrohres dem Nicolhauptschnitte parallel, so besitzt das Gesichtsfeld in bezug auf die Niveau- und Oszillationslinien eine durch den Hauptschnitt gehende Spiegelebene; ein normal polarisiertes Gesichtsfeld besitzt zwei zueinander senkrechte Spiegelebenen, von welchen die eine durch die optische Achse geht, die andere zu dieser senkrecht steht.

Schaltet man zwischen einen Polarisator P und das Fernrohr einen zweiten Polarisator P', so daß die Hauptschnitte von P und P' der Fernrohrachse parallel sind, so ist die Intensität des Lichtes in der hinteren Brennebene des Fernrohrobjektivs im allgemeinen nicht konstant, wenn auch die Intensitätsunterschiede innerhalb eines kleinen Gesichtsfeldes von wenigen Graden nur wenig auffällig sind. Bilden für einen Punkt des Gesichtsfeldes die Polarisations- oder Schwingungsrichtungen, welche jedem der beiden Nicols für sich entsprechen, miteinander den Winkel ψ, so ist die Intensität des betreffenden Punktes $J = k \cos^2 \psi$. Verbindet man alle jene Punkte, in welchen die beiden Oszillations- oder die beiden Polarisationsrichtungen miteinander den gleichen Winkel bilden, so

erhält man die Kurven gleicher Intensität, „die Intensitätslinien des Gesichtsfeldes“.

Ist O der Brennpunkt (Mittelpunkt) des Gesichtsfeldes, und sind P und P' homozentrische Polarisatoren mit den Zentren C und C' und besitzen beide ein kongruentes Gesichtsfeld, so sind die Intensitätslinien symmetrisch gegen die Halbierende des Winkels COC'. Hat P ein normales, P' ein homozentrisches Gesichtsfeld mit dem Zentrum C', so sind die Intensitätslinien Gerade, welche durch C' gehen. Sind P und P' normal polarisierend, so besitzt das Gesichtsfeld in allen Punkten konstante Helligkeit.

Bei einem Polarisator mit homozentrischem Gesichtsfelde bilden die Oszillationslinien entweder konzentrische Kreise um den außerhalb des Gesichtsfeldes liegenden Punkt C oder Strahlen, welche von C ausgehen, je nachdem der Polarisator den ordentlichen oder den außerordentlichen Strahl austreten läßt. Stellt man zwei gleichartige Polarisatoren mit senkrecht zueinander gestellten Hauptschnitten hintereinander, so kann völlige Dunkelheit nur da eintreten, wo sich die Oszillationslinien der Polarisatoren genau senkrecht schneiden. Hierdurch kommt ein dunkler, schwach gekrümmter Streifen zustande, welcher unter 45° gegen die beiden Hauptschnitte geneigt ist und durch die Mitte des Gesichtsfeldes geht. Stellt man zwei ungleichartige Polarisatoren mit parallelen Hauptschnitten hintereinander, so kommt ein dunkler Streifen zustande, welcher parallel zu dem Hauptschnitte der beiden Nicols steht. Hat der eine Polarisator ein homozentrisches, der andere ein normales Gesichtsfeld, so ist der dunkle Streifen für jede gegenseitige Stellung der beiden Hauptschnitte parallel zum Hauptschnitte des homozentrischen Polarisators.

Die Helligkeitsunterschiede des Gesichtsfeldes kann man bei einem größeren Werte der mittleren Intensität wahrnehmen. Von der Kurve mit der Intensität Null aus nimmt die Intensität nach beiden Seiten hin zu. Dreht man den homozentrischen Nicol aus der betreffenden Normallage, so ändert auch der dunkle Streifen seine Orientierung. Dieser kann also als Marke für die Normallage verwendet werden. Er wurde zuerst von Landolt[1]) erwähnt und später von Lippich[2]) erklärt.

1) „Das optische Drehungsvermögen organischer Substanzen“ 1879.
2) Sitzungsber. d. Wiener Akad. d. Wiss. 1882; **85**. 289 u. ff.

§ 44

Interferenzerscheinungen an Kristallplatten im konvergenten polarisierten Lichte

Kurven und Oberflächen gleichen Gangunterschiedes

Nehmen wir an, eine Platte k sei aus einem optisch-einachsigen Kristall senkrecht zur Hauptachse geschnitten und befinde sich zwischen zwei Nicolschen Prismen im konvergenten Licht. In der Mitte der Brennebene $F'F'$ (vgl. Fig. 152), also auch in der Mitte des Gesichtsfeldes eines Konoskops, vereinigen sich dann solche Strahlen, welche parallel zur optischen Achse durch den Kristall gegangen sind. Diese erleiden keine Doppelbrechung, die Mitte des Gesichtsfeldes ist daher hell bei parallelen, dunkel bei gekreuzten Nicols. Strahlen, welche schief durch die Platte gehen, zerfallen in derselben in je zwei zueinander senkrecht polarisierte Strahlen, welche im Kristall verschiedene Wege und diese zudem mit verschiedener Geschwindigkeit durchlaufen (Fig. 158). Beim Austritt aus der Platte fallen deshalb in jede Richtung Strahlen mit einem bestimmten Gangunterschied; und sobald diese durch einen Analysator auf die gleiche Schwingungsrichtung zurückgeführt werden, müssen sie miteinander interferieren. Ist der Gangunterschied $n\lambda$, wobei n irgendeine ganze Zahl bedeutet, so verstärken sich beide Strahlen gegenseitig, falls Analysator und Polarisator parallel stehen, und sie schwächen sich, falls die beiden Nicols zueinander senkrecht stehen; ist der Gangunterschied $(2n+1)\frac{\lambda}{2}$, so ist die Wirkung gerade umgekehrt. Da die optischen Verhältnisse eines optisch-einachsigen Kristalls rings um die Hauptachse für alle Richtungen, welche gegen die Hauptachse gleich geneigt sind, gleich sind, so ist auch der Gangunterschied für alle Strahlen, welche gegen die Hauptachse die gleiche Neigung besitzen, gleich. Alle Strahlen, welche mit gleicher Neigung gegen die Hauptachse durch die Platte k gehen, vereinigen sich in der Brennebene $F'F'$ in einem Kreise, dessen Radius mit jener Neigung wächst. Auf einem Kreise schneiden sich deshalb Strahlen mit dem Gangunterschied $\frac{\lambda}{2}$; dieser Kreis hat bei gekreuzten Nicols ein Maximum der Helligkeit; dann folgt in einem gewissen Abstand ein Kreis mit dem Gangunterschied λ, er hat bei gekreuzten Nicols ein Minimum der Helligkeit; dann folgt ein heller Kreis mit dem Gangunterschied $\frac{3}{2}\lambda$ usw. Die Abstände

k

Fig. 158

zwischen den benachbarten Kreisen werden nach außen geringer; ihre Durchmesser verhalten sich wie die Quadratwurzeln der ganzen Zahlen.

Bei einer Platte senkrecht zu einer Mittellinie eines optisch-zweiachsigen Kristalls findet keine Doppelbrechung der in der Richtung der beiden optischen Achsen sich fortpflanzenden Wellen statt. Die beiden diesen Achsenrichtungen entsprechenden Stellen in der Brennebene $F''F'$ verhalten sich also ebenso wie der eine Achsenpunkt der optisch-einachsigen Platte. Um die Achsen herum verhalten sich aber die optisch-zweiachsigen Platten nicht für alle Richtungen mit gleicher Neigung gegen dieselbe Achse gleich; die Kurven mit den Gangunterschieden $2n\frac{\lambda}{2}$ und $(2n+1)\frac{\lambda}{2}$ können deshalb bei der vorausgesetzten optisch-zweiachsigen Platte keine Kreise sein. Bei Beleuchtung mit monochromatischem Lichte müssen die Kurven, entsprechend der Symmetrie des betreffenden Fresnelschen Ellipsoides, spiegelbildlich in bezug auf die Ebene der optischen Achsen und spiegelbildlich in bezug auf den zur optischen Achsenebene senkrechten optischen Hauptschnitt sein.

Bei gleicher Neigung der Strahlen gegen die optische Achse werden die Gangunterschiede größer:

1. mit der Dicke der Platte,
2. mit der Differenz der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der beiden interferierenden Strahlen, d. h. mit der „Stärke der Doppelbrechung".

Da die Interferenz davon abhängt, ob an einer bestimmten Stelle eine Differenz der Lichtwege von einer ganzen oder einer halben Wellenlänge vorliegt, die Einheit des Maßsystems also die Wellenlänge ist, so nimmt der Abstand der hellen und dunklen Kurven ab:

1. mit der Dicke der Kristallplatte (vgl. Figg. 174 und 175),
2. mit der Stärke der Doppelbrechung,
3. mit abnehmender Wellenlänge,
4. mit der numerischen Apertur der Kondensoren *n* und *o* (vgl. Figg. 159 und 160, welche diese Erscheinung bei optisch-zweiachsigen Kristallen zeigen).

Dreht man den Analysator aus der zum Polarisator senkrechten in die parallele Stellung, so wandeln sich die hellen Kurven in dunkle, die dunklen Kurven in helle um.

Verwendet man an Stelle des monochromatischen weißes Licht, so fallen die hellen und dunklen Kurven für die verschiedenen Farben

nicht zusammen; die Kurven gleichen Gangunterschiedes bilden dann ein System von Kurven, von welchen jede eine bestimmte Farbe besitzt, ein System „isochromatischer“ Kurven, bei einer senkrecht zur Hauptachse eines optisch-



Fig 159

Gips. Platte senkrecht zur ersten Mittellinie zwischen gekreuzten Nicols; Diagonalstellung; numerische Apertur 0,636. Nach Hauswaldt. Die Hauswaldtsche Figur auf die Hälfte der linearen Dimensionen verkleinert



Fig. 160

Gips. Platte senkrecht zur ersten Mittellinie von der gleichen Dicke wie in Fig. 159 zwischen gekreuzten Nicols; Diagonalstellung; numerische Apertur 1,168. Nach Hauswaldt. Die Hauswaldtsche Figur auf die Hälfte der linearen Dimensionen verkleinert

einachsigen Kristalls geschnittenen Platte ein System isochromatischer Kreise; die dem Zentrum am nächsten liegenden sind Farben erster Ordnung, nach außen folgen die immer blasser werdenden und dann verschwindenden Farben höherer Ordnung.

Fällt ein Lichtstrahl AB aus einem Medium mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit $\mathfrak{v}$ auf eine planparallele Kristallplatte k (Fig. 161), so liefert er in dieser zwei Wellen, deren Normalen BC und BD in der Einfallsebene bleiben. Nach dem Austritt aus der Platte gehen die zugehörigen Strahlen wieder parallel.

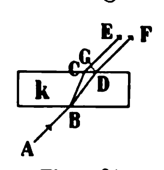


Fig. 161

In der hinteren Brennebene des Linsensystems o des Konoskops kommen alle parallel auf das System o auffallenden Strahlen in einem Punkte zusammen. Die Strahlen CE und DF haben hier denselben Gangunterschied wie in den Punkten D und G, wenn DG auf CE senkrecht steht. Befindet sich die Platte zwischen gekreuzten Nicols, so entspricht die Interferenz in der Brennebene dem Gangunter-

schiede in den Punkten D und G. Dieser Gangunterschied Γ wurde von F. E. Neumann[1]) berechnet. Da BC und BD nur wenig gegeneinander geneigt sind, so wird dieser Richtungsunterschied vernachlässigt, und die Richtung der gebrochenen Wellennormale durch ihre Neigung φ_1 und φ_2 gegen die beiden optischen Achsen bestimmt.

Setzt man $F = \mathfrak{v}\dfrac{\dfrac{\mathfrak{a}_1^2 - \mathfrak{a}_3^2}{2}}{\left(\dfrac{\mathfrak{a}_1^2 + \mathfrak{a}_3^2}{2}\right)^{\frac{3}{2}}}$ und $\varrho = BD$, dann ist $\Gamma = F\varrho \sin\varphi_1 \sin\varphi_2$.

Ist das äußere isotrope Medium Luft oder der leere Raum, so wird $\mathfrak{v} = 1$.

Die Länge $\varrho = \dfrac{\Gamma}{F \sin\varphi_1 \sin\varphi_2}$ stellt also die Strecke dar, welche zwei zueinander senkrecht polarisierte Wellen in einer durch φ_1 und φ_2 bestimmten Richtung durchlaufen müssen, um einen gegebenen Gangunterschied zu erreichen. Sind φ_1 und φ_2 willkürliche Variabeln, so stellt die Gleichung für ϱ die „Oberfläche des gegebenen Gangunterschiedes Γ“ dar, welche von A. Bertin 1861[2]) in der Kristalloptik zuerst verwendet wurde (Fig. 162). Nimmt $\frac{\Gamma}{\lambda}$ der Reihe nach die Werte 1, 2, 3, ... n an, so müssen die einen gemeinsamen Mittelpunkt umgebenden Schnittkurven der Fläche eines Kristalls mit diesen Oberflächen gleichen Gangunterschiedes durch Interferenz maximale oder minimale Intensität erhalten, je nachdem der Kristall sich zwischen parallelen oder gekreuzten Nicols befindet.

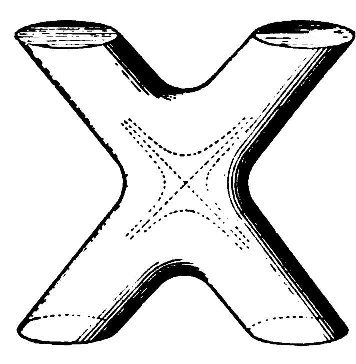


Fig. 162
Oberfläche gleichen Gangunterschiedes eines optisch-zweiachsigen Kristalls. Nach Bertin

Ist $\dfrac{\Gamma}{\lambda} = \dfrac{2n+1}{2}$, wobei λ die Wellenlänge im äußeren Medium ist, so ist das Maximum und Minimum umgekehrt als vorhin. Die Kurven maximaler und minimaler Intensität werden „Hauptkurven gleichen Gangunterschiedes“ genannt; es empfiehlt sich, die ersteren als „Hauptkurven erster Art“, die letzteren als „Hauptkurven zweiter Art“ zu bezeichnen.

1) Ann. d. Phys. 1834; **33**, 281.

2) Mémoire sur la surface isochromatique. Ann. de chimie et de physique 1861; **63**, 57 u. ff.

Bei optisch-zweiachsigen Kristallen sind von besonderem Interesse Schnitte durch die Oberflächen gleichen Gangunterschiedes, welche den drei optischen Symmetrieschnitten parallel gehen, und ferner die beiden Schnitte, welche zu einer der beiden optischen Achsen senkrecht stehen.

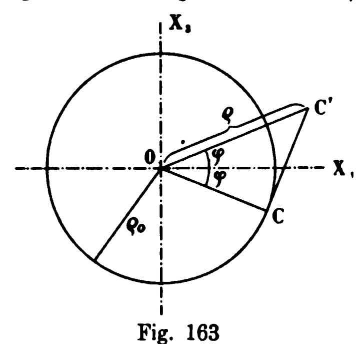


Fig. 163
Schnittkurve der Oberfläche gleichen Gangunterschiedes mit der Ebene $X_1 X_3$

a) Sei der Schnitt parallel zur Ebene der optischen Achsen und seien X_1 und X_3 die in dieser Ebene liegenden optischen Symmetrieachsen (Fig. 163); dann läßt sich die Schnittkurve für den Gangunterschied Γ leicht konstruieren. Man setze $\varrho_0 = \frac{\Gamma}{F}$, ziehe um den Schnittpunkt O der Achsen X_1 und X_3 einen Kreis mit ϱ_0 als Radius. Sei die Richtung OC irgendeines Radiusvektors der gesuchten Schnittkurve unter dem Winkel φ gegen OX_1 geneigt, so lege man an OX_1 nach der anderen Seite eine Gerade unter dem gleichen Winkel φ und lege durch C die Tangente an den Kreis; deren Schnittpunkt C' mit der Gerade bestimmt die Länge ϱ des durch φ bestimmten Radiusvektors. Die so entstehenden Kurven sind gleichseitige Hyperbeln, deren Asymptoten gegen OX_1 bzw. OX_3 unter 45^0 geneigt sind (Fig. 164).



Fig. 164
Euklas. Platte parallel zur Ebene (010) der optischen Achsen (Spaltungsfläche) im konvergenten Na-Licht zwischen gekreuzten Nicols; Diagonalstellung. Nach Hauswaldt

b) Sei der Schnitt senkrecht zu einer Mittellinie. Ist der Abstand der Schnittfläche vom Schnittpunkte der Wellennormale kleiner als $\frac{\varrho_0}{\sin^2 V}$, wobei V, wie früher, den halben Winkel der optischen Achsen bedeutet, so ist die Kurve für $\Gamma =$ Konst. eine geschlossene Kurve um den Austrittspunkt der Mittellinie (vgl. die Kurven 5, 6, 7 der Fig. 165; ferner Fig. 166). Ist dieser Abstand gleich $\frac{\varrho_0}{\sin^2 V}$, dann bildet die Kurve die durch Kurve 4 in

Fig. 165 angedeutete Schleife, ist jener Abstand größer als $\frac{\varrho_0}{\sin^2 V}$, dann erhält man für $\Gamma =$ Konst. zwei die Austrittspunkte der optischen Achsen umgebende geschlossene, in bezug auf die Ebene der optischen Achsen symmetrische Kurven (1, 2, 3 der Fig. 165; vgl. ferner Figg. 167 und 168).

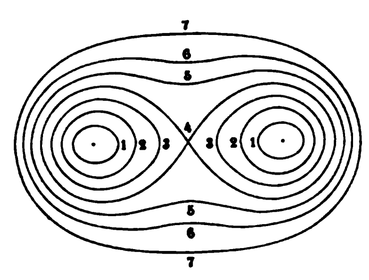


Fig. 165
Schnittkurven der Oberflächen gleichen Gangunterschiedes mit der zur ersten Mittellinie senkrechten Ebene (Cassinische Linien)



Fig. 166
Ammonium-Magnesiumphosphat. Platte senkrecht zur ersten Mittellinie zwischen gekreuzten Nicols; Diagonalstellung. Nach Hauswaldt



Fig. 167
Aragonit. Platte senkrecht zur ersten Mittellinie, $^1/_2$ mm dick, im Na-Licht zwischen gekreuzten Nicols; Normalstellung. Nach Hauswaldt



Fig. 168
Aragonit. Platte senkrecht zur ersten Mittellinie, $^1/_2$ mm dick, im Na-Licht zwischen gekreuzten Nicols; Diagonalstellung. Nach Hauswaldt

Setzen wir für irgendeinen Peripheriepunkt P die Abstände $FP = r$, $F'P = r'$, so heißen Kurven, bei welchen $r \cdot r' =$ Konst., „Cassinische Linien“ (vgl. Fig. 169).

Setzen wir $r \cdot r' = q^2$, $FF' = 2e$, $\frac{e}{q} = \varepsilon$.

1. Wird $\varepsilon = 0$, so stellt die Cassinische Linie einen Kreis dar;

2. wird $\sqrt{\frac{1}{2}} > \varepsilon > 0$, so hat die Cassinische Linie ellipsenähnliche ovale Gestalt;

3. wird $\sqrt{\frac{1}{2}} < \varepsilon < 1$, so hat sie eine eingedrückte Form (Fig. 169);

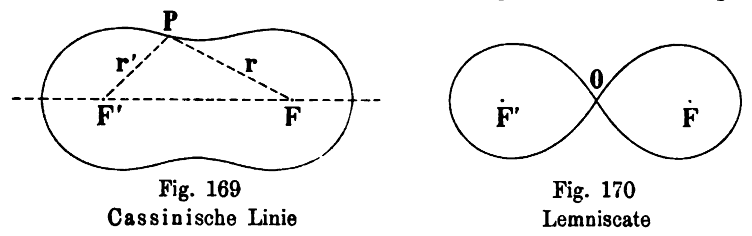


Fig. 169
Cassinische Linie

Fig. 170
Lemniscate

4. wird $\varepsilon = 1$, so heißt die Cassinische Linie „Lemniscate" (Fig. 170);

5. wird $\varepsilon > 1$, so trennt sich die Cassinische Linie in zwei die Punkte F und F' umgebende geschlossene Kurven.

Setzen wir $OF = OF' = a\sqrt{\frac{1}{2}}$, so ist bei der Lemniscate $q^2 = \frac{1}{2}a^2$.

Die Gleichung der Lemniscate ist: $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$, oder in Polarkoordinaten: $\varrho^2 = a^2 \cos 2\varphi$, wenn ϱ der von O ausgehende Radiusvektor ist.



Fig. 171
Topas. Platte senkrecht zu einer optischen Achse im Na-Licht zwischen gekreuzten Nicols; Normalstellung. Nach Hauswaldt



Fig. 172
Topas. Platte senkrecht zu einer optischen Achse im Na-Licht zwischen gekreuzten Nicols; Diagonalstellung. Nach Hauswaldt

Die Schnittkurven der Flächen gleichen Gangunterschiedes mit der zur Mittellinie senkrechten Ebene nähern sich den Cassinischen Linien[1]),

1) Die Kurven gleichen Gangunterschiedes werden mitunter kurzweg „Lemniscaten" genannt; diese Benennung wurde bereits von Bertin (a. a. O. S. 87) beanstandet.

und zwar umsomehr, je kleiner der Achsenwinkel $2V$ ist. Bei genügend dünnen Platten sind die Kurvenabstände groß, und man erhält nur die Formen 7, 6 und 5; bei dickeren Platten werden die Kurven enger, es tritt auch die Form 4 auf und bei noch größerer Dicke er-

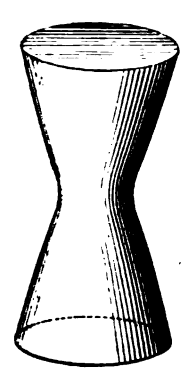


Fig. 173
Oberfläche gleichen Gangunterschiedes eines optisch-einachsigen Kristalls.
Nach Bertin



Fig. 174
Kalkspat. Platte senkrecht zur optischen Achse, $^1/_2$ mm dick, im Na-Licht zwischen gekreuzten Nicols. Nach Hauswaldt

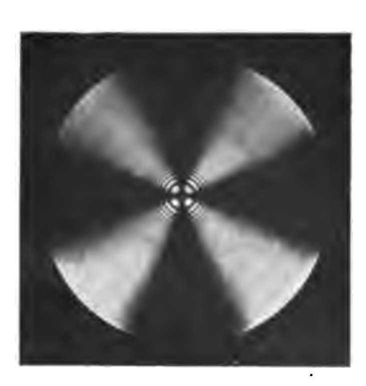


Fig. 175
Kalkspat. Platte senkrecht zur optischen Achse, 3 mm dick, im Na-Licht zwischen gekreuzten Nicols. Nach Hauswaldt



Fig. 176
Kalkspat. Platte senkrecht zur optischen Achse im weißen Licht; Nicols parallel.
Nach Hauswaldt

scheinen auch die Formen 3 und 2 (vgl. Figg. 166, 167 und 168). Dieselbe Stufenfolge wie beim Dickerwerden der Platten aus gleichem Material tritt natürlich auch ein bei gleicher Plattendicke aber Änderung des Materials von schwächerer zu solchem von stärkerer Doppelbrechung.

c) Sei der Schnitt senkrecht zu einer der beiden optischen Achsen. Die Kurven für $\Gamma = $ Konst. sind in der Nähe des Achsenaustrittes nahezu kreisförmig; die Radien der Kreise verhalten sich wie die ganzen Zahlen, wenn Γ nacheinander den Wert 1, 2, 3 . . . λ



Fig. 177.
Kalkspat. Plattennormale unter [illegible]° gegen die optische Achse geneigt, im Na-Licht zwischen gekreuzten Nicols; Diagonalstellung. Nach Hauswaldt.

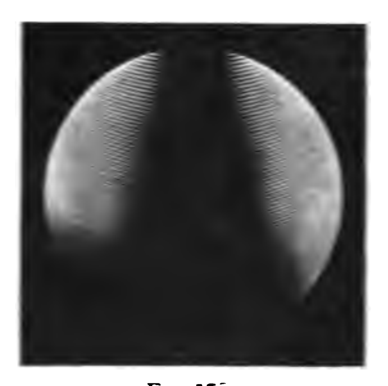


Fig. 178.
Kalkspat. Plattennormale unter 4[illegible]° gegen die optische Achse geneigt, im Na-Licht zwischen gekreuzten Nicols; Normalstellung. Nach Hauswaldt.

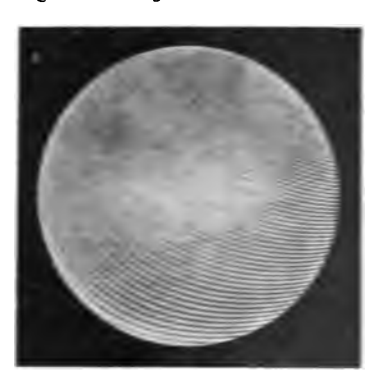


Fig. 179.
Kalkspat. Plattennormale unter 4[illegible]° gegen die optische Achse geneigt, im Na-Licht zwischen gekreuzten Nicols; Diagonalstellung. Nach Hauswaldt.



Fig. 180.
Kalkspat. Platte parallel zur optischen Achse, $d = $ [illegible], im Na-Licht zwischen gekreuzten Nicols; Diagonalstellung. Nach Hauswaldt.

annimmt. Bei größerem Abstande vom Austritte der optischen Achse werden die Kurven in der Richtung der Ebene der optischen Achsen gestreckt (vgl. Figg. 171 und 172).

Bei optisch-einachsigen Kristallen wird $q_1 = q_2$, daher $\Gamma = F\varrho \sin^2 q$, wenn q die Neigung der Wellennormale gegen die

optische Achse ist. Fig. 173 gibt eine Oberfläche gleichen Gangunterschiedes für einen optisch-einachsigen Kristall. Für eine beliebige Schnittfläche eines optisch-einachsigen Kristalls, deren Normale gegen die Hauptachse unter dem Winkel ϑ geneigt ist, mit der Oberfläche gleichen Gangunterschiedes bilden die Schnittkurven im mittleren Teile des Gesichtsfeldes eine Schar konzentrischer Kegelschnitte, deren Zentrum im allgemeinen außerhalb der Mitte des Gesichtsfeldes liegt.

Ist $\vartheta = 0$, also die Platte senkrecht zur Hauptachse, so sind die Kurven Kreise, deren Mittelpunkt im Zentrum des Gesichtsfeldes liegt (Figg. 174, 175 und 176);

ist $0 < \vartheta < 54^\circ 44'$ ca., so sind die Kurven Ellipsen (Figg. 177, 178 und 179);

ist $\vartheta = 54^\circ 44'$ ca, so sind die Kurven Parabeln;

ist $\vartheta > 54^\circ 44'$ ca., so sind die Kurven Hyperbeln (Fig. 180).

Bei stark doppeltbrechenden Kristallen weicht der Grenzwert für ϑ von $54^\circ 44' = \operatorname{arc\,tg} \sqrt{2}$ weiter ab; er ist für Kalkspat $53^\circ 45'$.[1])

§ 45

Isogyren

Die Achsenlinien der in den Figuren 166 bis 178 die Kurven gleichen Gangunterschiedes durchschneidenden Kreuze und Büschel stellen Linien der hinteren Brennebene $F'F'$ (vgl. Fig. 152) des Linsensystems o dar, in welchen Strahlen zusammenkommen, deren Schwingungsrichtungen den beiden Nicolhauptschnitten parallel oder zu diesen senkrecht sind. Linien bzw. Kurven gleicher Schwingungsrichtung heißen „Isogyren“. Auf denjenigen Isogyren, deren Schwingungsrichtungen dem Hauptschnitte des Polarisators parallel gehen oder dazu senkrecht stehen, ist die eine Komponente der beiden zur Interferenz kommenden Strahlen gleich Null. Diese Isogyren werden „Hauptisogyren“ genannt. Die Hauptisogyren erscheinen zwischen parallelen Nicols hell (Fig. 176), zwischen gekreuzten Nicols dunkel (Figg. 174 und 175). In den Schnittlinien der Hauptisogyren mit den Kurven gleichen Gangunterschiedes verschwinden deshalb die Kontraste zwischen den hellen und dunklen Kurven gleichen Gangunterschiedes. In den-

1) Weiteres über die Oberflächen und Kurven gleichen Gangunterschiedes siehe bei A. Bertin, a. a. O.; ferner bei Th. Liebisch, Physikalische Kristallographie, 1891 und F. Pockels, Lehrbuch der Kristalloptik, 1906.

jenigen Durchmessern dagegen, welche unter 45° gegen diese Schnittlinien geneigt sind, haben die Kontraste dieser Kurven ihren maximalen Wert, weil hier die beiden miteinander interferierenden Komponenten einander gleich sind und sich deshalb nach den schon früher angegebenen Bedingungen entweder addieren oder völlig kompensieren.

Die Erscheinung, welche eine Kristallplatte im konvergenten Lichte darbietet, wird also durch zwei Kurvensysteme bestimmt, die Kurven gleichen Gangunterschiedes und die Kurven gleicher Schwingungsrichtung. Die letzteren umfassen nach vorigem alle Punkte des Gesichtsfeldes (der hinteren Brennebene des Linsensystems o), von welchen Strahlen mit gleicher Schwingungsrichtung ausgehen. Ist η der Winkel zwischen der Schwingungsrichtung und einer festen Richtung X in der Plattenebene, so ist $\eta =$ Konst. die Gleichung der Isogyre.

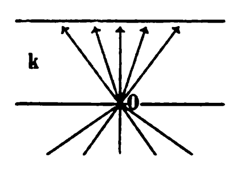


Fig. 181

Von einem Punkte O der Eintrittsfläche einer Platte k aus (Fig. 181) gehen in den Kristall Wellen, deren Normalen nach allen Richtungen verlaufen; zu jeder Normale gehören zwei Schwingungsrichtungen, welche für optisch-zweiachsige Kristalle nach Fresnel folgenderweise bestimmt sind. Man lege durch die Wellennormale zwei Ebenen, von welchen jede außer dieser Normale noch eine der beiden optischen Achsen enthält. Die Halbierungsebene sowohl des spitzen, als des stumpfen Winkels dieser beiden Ebenen enthält dann je eine Schwingungsebene der beiden zur Normale gehörenden Wellen. Bei einem optisch-einachsigen Kristall ist stets die eine Schwingungsrichtung parallel, die andere senkrecht zum betreffenden Hauptschnitt.

Die „Isogyrenfläche“ soll die Bedingung erfüllen, daß ein Schnitt derselben mit einer zur Kristallplatte parallelen Ebene die Kurve gleicher Schwingungsrichtung der aus der Platte k austretenden Strahlen enthält. E. Lommel ersetzt[1]) die Isogyren, welche nach dem Austritt aus dem Kristall entstehen und dem Auge sichtbar gemacht werden können, durch deren Verlauf auf der Innenseite der Kristallfläche, also vor dem Austritte der Strahlen in das äußere isotrope Medium. Nun schreiten aber die beiden Wellen, deren

1) Die Isogyrenfläche der doppeltbrechenden Kristalle. Ann. d. Phys. 1883; **18**, 56ff.

Normalen im Innern des Kristalls zusammenfallen, nach ihrem Austritte aus dem Kristall in zwei verschiedenen Richtungen fort. Lommel vernachlässigt diesen kleinen Winkel zwischen den äußeren Normalen. Ist μ ein geeignet gewählter mittlerer Brechungsquotient, r die Entfernung eines Punktes der inneren Isogyre von der Mitte des Gesichtsfeldes, r' der entsprechende Radiusvektor des betreffenden Punktes der äußeren Isogyre, so ist $r' = \mu \cdot r$, d. h. die äußere, sichtbare Isogyre ist annähernd der inneren Isogyre ähnlich und ihre Dimensionen stehen im Verhältnisse $\mu : 1$. Die Fläche der (inneren) Isogyren ist folgenderweise bestimmt: Sind g_1, g_2, g_3 die Richtungskosinus der Plattennormale, p_1, p_2, p_3 die Richtungskosinus einer in der Austrittsfläche liegenden Gerade p, für welche also die Beziehung gelten muß: $p_1 g_1 + p_2 g_2 + p_3 g_3 = 0$, so müssen die Koordinaten x_1, x_2, x_3 eines Punktes der Isogyrenfläche in bezug auf die drei Achsenrichtungen des Fresnelschen Ellipsoides die Gleichung erfüllen:

$$\frac{\mathfrak{a}_1{}^2 - \mathfrak{a}_3{}^2}{x_2 p_3 - x_3 p_2} x_1 + \frac{\mathfrak{a}_3{}^2 - \mathfrak{a}_1{}^2}{x_3 p_1 - x_1 p_3} x_2 + \frac{\mathfrak{a}_1{}^2 - \mathfrak{a}_2{}^2}{x_1 p_2 - x_2 p_1} x_3 = 0.$$

Von Interesse sind wie bei den Kurven gleichen Gangunterschiedes die Fälle, in welchen die Plattenebene bei optisch-zweiachsigen Kristallen einer optischen Symmetrieebene parallel, oder zu einer der beiden optischen Achsen senkrecht ist. Im ersteren Falle sind die Isogyren gleichseitige Hyperbeln, deren Asymptoten mit den zugehörigen Schwingungsrichtungen parallel gehen, im letzteren Falle ist jede Isogyre annähernd geradlinig und geht durch den Austrittspunkt der betreffenden optischen Achse.

Bei optisch-einachsigen Kristallen bilden die Isogyren ein rechtwinkliges Kreuz, dessen Balken durch den Austrittspunkt der optischen Achse gehen und zur betreffenden Schwingungsrichtung parallel bzw. senkrecht gerichtet sind. Ist die Platte des optisch-einachsigen Kristalls senkrecht zur optischen Achse, so liegt der Austrittspunkt der optischen Achse im Zentrum des Gesichtsfeldes (vgl. Figg. 174, 175 und 176); ist die Platte schief zur optischen Achse, so liegt der Austrittspunkt exzentrisch (Fig. 177).

Bei einer optisch-zweiachsigen Platte senkrecht zur Mittellinie bilden die Hauptisogyren in der „Normalstellung“, d. h. wenn die Nicolhauptschnitte parallel bzw. senkrecht zu den beiden Symmetrieschnitten stehen, ein rechtwinkliges Kreuz, dessen zur Achsenebene senkrechter Balken breiter ist, als der zu dieser parallele Balken (vgl. Fig. 167). In der „Diagonalstellung“,

d. h. wenn der optische Symmetrieschnitt der Platte unter 45° gegen die Nicolhauptschnitte geneigt ist, stellen die Hauptisogyren „zwei hyperbolische Büschel" dar, welche am schärfsten in den beiden Austrittsstellen der optischen Achsen sind (vgl. Fig. 168).

Bei einer optisch-zweiachsigen Platte senkrecht zu einer optischen Achse ist die Hauptisogyre in der Normalstellung geradlinig, in der Diagonalstellung so gekrümmt, daß die konvexe Seite der Isogyre nach der Austrittsstelle der ersten Mittellinie gerichtet ist. In einem kleinen zentralen Teil ist die Isogyre auch in der Diagonalstellung annähernd geradlinig (vgl. Figg. 171 und 172). Dreht man die Platte in ihrer Ebene, so dreht sich der innere Teil des dunklen Balkens mit gleicher Winkelgeschwindigkeit im entgegengesetzten Sinne; dreht man dagegen die beiden Nicols, dann dreht sich die Hauptisogyre mit doppelter Geschwindigkeit im gleichen Sinne.

Bei einer optisch-einachsigen Platte senkrecht zur optischen Achse ändert sich die Hauptisogyre beim Drehen der Platte in ihrer Ebene nicht.

Bei einer optisch-zweiachsigen Platte parallel zur optischen Achsenebene ändert sich die Polarisationsrichtung innerhalb des Gesichtsfeldes nur sehr wenig; die bei gekreuzten Nicols dunkle Hauptisogyre wird deshalb weniger deutlich. Dasselbe gilt für Platten parallel zur Hauptachse bei optisch-einachsigen Kristallen.

In Fig. 182 sind die Schwingungsrichtungen im konvergenten Licht an verschiedenen Stellen einer zur ersten Mittellinie senkrechten Platte eines optisch-zweiachsigen Kristalls mittels kleiner Kreuze eingetragen. Die beiden Punkte mit je acht Strahlen sind die Austrittsstellen der optischen Achsen. Nach dem S. 128 angegebenen Fresnelschen Satze findet man für irgendeine Stelle der Platte die beiden Schwingungsrichtungen, indem man die Stelle mit den beiden Austrittsstellen der optischen Achsen verbindet und die beiden Winkel dieser Verbindungslinien halbiert. Verbindet man diejenigen Kreuze miteinander, deren Balken die gleiche Richtung haben, so gibt diese Verbindungslinie die entsprechende Iso-

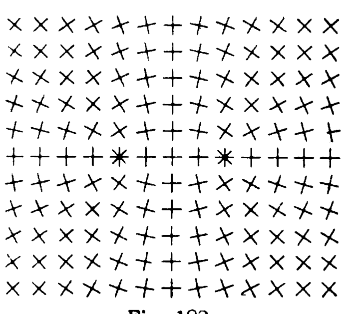


Fig. 182
Schwingungsrichtungen an verschiedenen Stellen einer zur ersten Mittellinie eines optisch-zweiachsigen Kristalls senkrechten Platte im konvergenten Licht

gyre. Mit Hilfe dieser Figur lassen sich leicht die Veränderungen der Gestalt der Hauptisogyren verfolgen, wenn die Platte in ihrer Ebene gedreht wird. Die Kreuze der Reihen, welche unmittelbar rechts und links neben der zur Achsenebene senkrechten, den Abstand zwischen beiden Achsenaustritten halbierenden Linie liegen, sind gegen die der halbierenden Linie angehörigen Kreuze weniger gedreht als die Kreuze in der gleichen Entfernung von der Achsenebene gegen diejenigen, welche der Reihe der Achsenebene angehören. Dies ist die Ursache, weshalb der dunkle Balken senkrecht zur optischen Achsenebene in der Normalstellung breiter erscheint

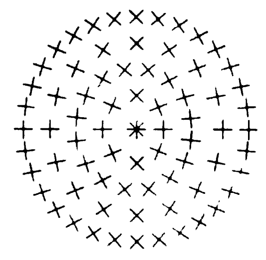


Fig. 183
Schwingungsrichtungen an verschiedenen Stellen einer zu einer optischen Achse eines optisch-zweiachsigen Kristalls senkrechten Platte im konvergenten Licht

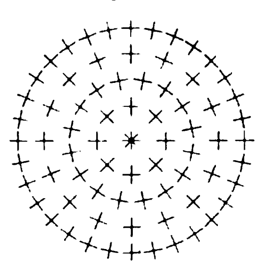


Fig. 184
Schwingungsrichtungen an verschiedenen Stellen einer zur optischen Achse eines optisch-einachsigen Kristalls senkrechten Platte im konvergenten Licht

als der in der Achsenebene liegende Balken. Der Unterschied der Breite nimmt jedoch ab, wenn der Achsenwinkel kleiner wird, und verschwindet bei dem Achsenwinkel 0, d. h. bei optisch-einachsigen Kristallen [1]).

In Fig. 183 sind die Schwingungsrichtungen für eine zu einer optischen Achse eines optisch-zweiachsigen Kristalls senkrechte Platte dargestellt. In der Ebene der optischen Achsen verlaufen die beiden Schwingungsrichtungen parallel und senkrecht zur Verbindungslinie des betreffenden Punktes der Achsenebene mit der Austrittsstelle der Achse. Verbindet man irgendeinen Punkt außerhalb der optischen

1) Für eine zur ersten Mittellinie eines optisch-zweiachsigen Kristalls senkrechte Platte gibt E. G. A. ten' Siethoff eine ähnliche Figur. Centralblatt für Min. usw. 1900, S. 267.

Weiteres über Isogyren vgl. bei E. Lommel, Ann. d. Phys. 1883; **18**, 56ff.; ferner bei H. Pitsch, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wiss. zu Wien 1885; **91**, II, 527ff. und G. Cesàro, Bull. d. l'Acad. roy. d. Belg. 1906, S. 368 und 394; 1907, S. 397. Auszg. Ztschr. f. Krist. **45**, 268 u. 271 sowie **46**, 485.

Achsenebene mit der Austrittsstelle der optischen Achse, so geben die beiden Geraden, welche die Winkel zwischen der Achsenebene und der Verbindungslinie halbieren, die beiden Schwingungsrichtungen des betreffenden Punktes. In Fig. 184 sind die Schwingungsrichtungen einer zur optischen Achse eines optisch-einachsigen Kristalls senkrechten Platte dargestellt. An jeder Stelle liegen die beiden Schwingungsrichtungen parallel und senkrecht zur Verbindungslinie mit dem Achsenaustritt.

§ 46

Kugelellipsen und Skiodromen

Auf einer Kugeloberfläche seien zwei Punkte A_1 und A_2 bestimmt, und deren Verbindungslinien durch den Mittelpunkt der Kugel mit den gegenüberliegenden Punkten A'_1 und A'_2 mögen den optischen Achsen eines optisch-zweiachsigen Kristalls entsprechen. Der geometrische Ort aller Punkte auf der Kugeloberfläche, deren Summe

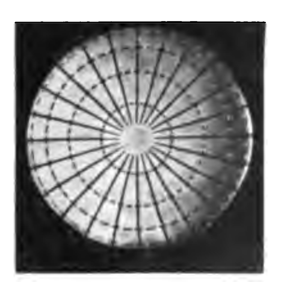


Fig. 185
Kugelkreise eines optisch-positiven einachsigen Kristalls (Zirkon)

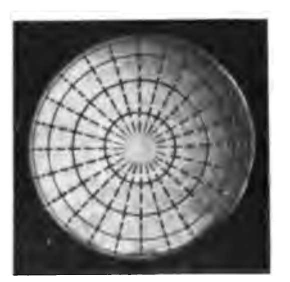


Fig. 186
Kugelkreise eines optisch-negativen einachsigen Kristalls (Kalkspat)

2α der Bogenabstände von A_1 und von A_2 konstant ist, ist eine „Kugelellipse". Der große Durchmesser derselben ist 2α, der kleine Durchmesser 2β, wobei $\cos\alpha = \cos V \cos\beta$, und $2V$ der Winkel der optischen Achsen ist. A. Beer[1]) wies aus den Fresnelschen Gesetzen über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit und die Schwingungsrichtung des Lichtes nach, daß die Kugelellipsen mit diesen beiden Eigenschaften in Beziehung stehen. Die von dem Mittelpunkte

1) Einleitung in die höhere Optik, 2. Aufl., 1882, 373; nach Becke, Min. u. petr. Mitt., 1905; 24, S. 1.

der Kugel zu allen Punkten derselben Kugelellipse gezogenen Geraden entsprechen den Normalen solcher Wellen, welche sich mit gleicher Geschwindigkeit durch den Kristall fortpflanzen. Jeder Punkt der Kugeloberfläche gehört gleichzeitig zwei Kugelellipsen an, von welchen die eine den spitzen, die andere den stumpfen Achsenwinkel umzieht. Die den stumpfen Achsenwinkel umziehenden Kugelellipsen nennt Fr. Becke „Meridianellipsen", die den spitzen Achsenwinkel umziehenden „Äquatorialellipsen". Die am gleichen Punkte an die beiden Ellipsen gezogenen Tangenten geben die Schwingungsrichtungen derjenigen beiden Wellennormalen an, welche sich in der Richtung vom Kugel-

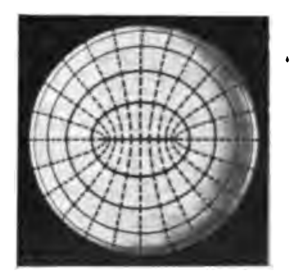


Fig. 187
Kugelellipsen eines optisch-negativen zweiachsigen Kristalls, für welchen $2V = 30^{\circ}$ (Aragonit)

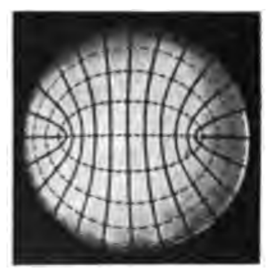


Fig. 188
Kugelellipsen eines optisch-positiven zweiachsigen Kristalls, für welchen $2V = 60^{\circ}$ (Augit)

mittelpunkte zu dem betreffenden Punkte fortpflanzen. Für optisch-einachsige Kristalle gehen die Meridianellipsen in Meridiankreise, die Äquatorialellipsen in Parallelkreise über. Nennt man nach Becke diejenigen Ellipsen, deren Tangenten der Schwingungsrichtung der rascheren Welle entsprechen, α-Ellipsen (in den Figuren 185 bis 189 gestrichelt), und diejenigen, deren Tangenten die Schwingungsrichtung der langsameren Welle angeben, γ-Ellipsen (in den Figuren mit vollen Linien angedeutet), so sind bei den optisch-positiven einachsigen Kristallen (Fig. 185, Zirkon) die Meridiankreise γ-Kreise, die Parallelkreise α-Kreise; dagegen bei den optisch-negativen einachsigen Kristallen (Fig. 186, Kalkspat) die Meridiankreise α-Kreise, die Parallelkreise γ-Kreise.

Fig. 187 stellt die Kugelellipsen eines optisch-negativen zweiachsigen Kristalls (Aragonit) dar, dessen Achsenwinkel $2V = 30^{\circ}$ beträgt und dessen erste Mittellinie dem Beschauer zugewendet ist,

Fig. 188 dasselbe für einen optisch-positiven zweiachsigen Kristall (Augit) mit dem Achsenwinkel $2V = 60^{0}$, Fig. 189 für einen optisch-neutralen zweiachsigen Kristall (Bronzit) mit dem Achsenwinkel $2V = 90^{0}$.

Denkt man sich die Geschwindigkeitsellipsen der Kugel stereographisch (orthogonal) auf eine Ebene projiziert, so entstehen in dieser Kurven, welche Becke „Skiodromen" nennt. Während die Schwingungsellipsen auf der Kugel sich genau rechtwinklig schneiden, gilt dies nicht mehr für die entsprechenden Skiodromen. Streng genommen stehen nur diejenigen senkrecht zueinander, bei welchen die Verbindungslinie des Kugelmittelpunktes mit dem Schnittpunkte der beiden Kugelellipsen senkrecht zur Projektionsfläche steht. Je weiter man sich in dem Projektionsbilde von dem Schnittpunkte der Projektionsebene mit diesem Radius entfernt um so schiefer schneiden sich die Skiodromen. Als Projektionsebene wird die Gesichtsfeldsebene $F'F'$ des Konoskops gewählt, welcher die Plattenebene des zu untersuchenden Kristalls parallel gestellt wird. In der Mitte des Gesichtsfeldes schneiden sich also die Skiodromen senkrecht; je mehr man aus der Mitte nach dem Rande des Gesichtsfeldes sich entfernt, um so größer ist die Abweichung des Winkels der sich kreuzenden Skiodromen von 90^{0}. In der Mitte des Gesichtsfeldes kann man deshalb durch einen Analysatornicol vollständige Dunkelheit erzeugen bei entsprechender Stellung des Polarisators; mehr nach dem Rande zu ist völlige Auslöschung durch einen Analysatornicol nicht möglich; man kann nur ein Minimum der Helligkeit herstellen, und dieses schwankt innerhalb um so größerer Winkelunterschiede, je schiefer sich die Skiodromen an der betreffenden Stelle schneiden.

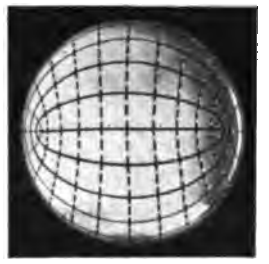


Fig. 189
Kugelellipsen eines optisch-neutralen zweiachsigen Kristalls, für welchen $2V = 90^{0}$ (Bronzit)

Sei H (Fig. 190) die Projektion eines Punktes der Kugeloberfläche und zugleich der Repräsentant der Verbindungslinie dieses Punktes mit dem Kugelmittelpunkte; seien ferner die auf der Kurve EDB, dem Polkreise von H, liegenden Punkte der Kugeloberfläche alle um 90^{0} von H entfernt, so muß jede zu einem Lichtstrahle H gehörige Schwingungsrichtung in der Ebene EDB liegen. Ist $Z'Y'$ die zur Schwingungsebene des Analysators senkrechte Auslöschungsebene des Analysators, so wird der Lichtstrahl H durch den Ana-

lysator nur dann ausgelöscht, wenn seine Schwingungsrichtung durch den Schnittpunkt D der Polebene von H mit der Ebene $Z'Y'$ repräsentiert wird. Zieht man durch H eine Parallele zu $Z'Y'$ und darauf einen größten Kreis, zu welchem diese Parallele die Tangente darstellt, so schneidet dieser Kreis den Polkreis von H im Punkte F, welcher auf der Geraden $H - Y'$ liegt. Wenn man den Abstand DF vernachlässigt, dann stellt diejenige Tangente an irgendeiner Stelle der Skiodromen, welche zu $Z'Y'$ parallel geht, die vom Analysator ausgelöschte Schwingung dar.[1])

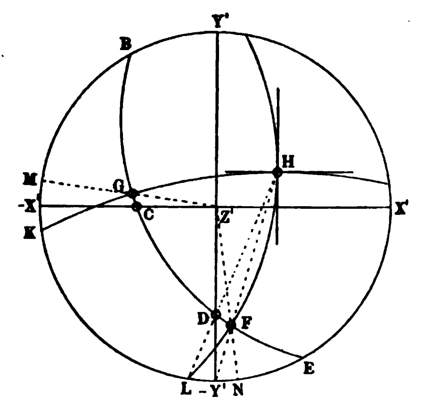
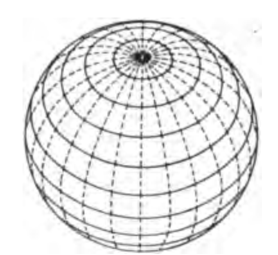


Fig. 190. Nach Wright

Fig. 191 stellt die Skiodromen eines optisch-einachsigen negativen Kristalls dar, wobei die Projektionsebene schief zur optischen Achse steht, Fig. 192 die Skiodromen eines optisch-zweiachsigen negativen Kristalls, wenn der Schnitt annähernd senkrecht zu einer optischen


Fig. 191
Skiodromen eines optisch-einachsigen negativen Kristalls; Projektionsebene schief zur optischen Achse. Nach Becke

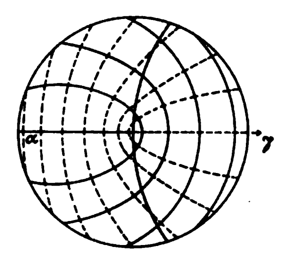


Fig. 192
Skiodromen eines optisch-zweiachsigen negativen Kristalls; Projektionsebene annähernd senkrecht zu einer optischen Achse; Diagonalstellung. Nach Becke

Achse ist. Die in Fig. 192 durch die Mitte des Gesichtsfeldes verlaufende, nach links konvexe, voll ausgezogene Hyperbel, welche die Skiodromen durchschneidet, deutet die dunkle Isogyre der Diagonalstellung an, wobei die erste Mittellinie nach der konvexen Seite

1) Fr. E. Wright, Min. u. petr. Mitt. 1911; **30**, 217 ff.

der Isogyre liegt. Die Tangenten an die Skiodromen stellen in der vorhin angedeuteten Annäherung die Schwingungsrichtungen dar, und zwar geben die Tangenten an die gestrichelten Kurven wieder die Schwingungsrichtungen der rascheren Wellen an. Bei negativen Kristallen geben deshalb die Meridianskiodromen innerhalb der Höhlung der Hyperbel die Schwingungsrichtung der rascheren Welle, bei positiven Kristallen die der langsameren Welle. Hierauf beruht eine Methode zur Erkennung des optischen Charakters eines zweiachsigen Kristalls; am geeignetsten sind Platten, welche annähernd senkrecht zu einer optischen Achse geschnitten sind. Man bringe die Ebene der optischen Achsen des zu untersuchenden Kristalls in diejenige Diagonalstellung, bei welcher die Achsenebene von vorn rechts nach hinten links geht und schiebe das Gipsblättchen in der üblichen Stellung ein (vgl. § 51); dann steigt auf der konkaven Seite des dunklen Büschels die Interferenzfarbe bei negativen Kristallen und fällt dort bei positiven[1]).

§ 47

Dispersion der Kurven gleichen Gangunterschiedes und der Isogyren

Das im Gesichtsfelde wahrnehmbare Interferenzbild der doppeltbrechenden Kristalle im konvergenten polarisierten Lichte wird bedingt durch die Hauptkurven gleichen Gangunterschiedes und die Hauptisogyren. Auf den Hauptisogyren verschwindet die eine der beiden miteinander interferierenden Wellen; auf denjenigen Isogyren, deren zugehörige Schwingungsrichtung unter 45° gegen die der Hauptisogyren geneigt ist, sind die Intensitäten dieser beiden Wellen gleich, die Kontraste zwischen den aufeinander folgenden Hauptkurven erster und zweiter Art (vgl. S. 196) sind deshalb hier am stärksten, die Intensität der einen der beiden Kurven ist hier gleich Null. Von diesen Isogyren bis zu den Hauptisogyren nehmen die Kontraste der Hauptkurven erster und zweiter Art von ihrem Maximalwerte bis Null ab.

Die Lage der Hauptkurven ist von der Stärke der Doppelbrechung, der Plattendicke und der Wellenlänge abhängig (vgl. S. 194); für kürzere Wellenlängen liegen die Hauptkurven dichter nebeneinander. Bei Beleuchtung mit weißem Lichte treten deshalb an die Stelle der abwechselnd hellen und dunklen Kurven die isochromatischen Kurven (vgl. S. 195). Die Farbe einer isochromatischen Kurve ist am lebhaftesten auf ihren Schnittpunkten

1) Vgl. Becke, Min. u. petrogr. Mitt. 1905; 24, 31.

mit den Isogyren, deren Schwingungsrichtung gegen die der Hauptisogyren eine Neigung von 45° besitzt; nach den Hauptisogyren zu werden sie bei parallelen Nicols heller, bei gekreuzten Nicols dunkler. Entfernt man sich radial von dem Austrittspunkte einer optischen Achse, so ist die Farbenfolge genau die der Newtonschen Ringe (S. 70), nach außen kommen die Farben höherer Ordnung.

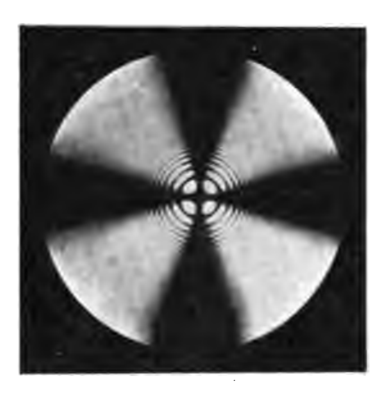


Fig. 193
Kalkspat. Platte senkrecht zur optischen Achse im weißen Licht zwischen gekreuzten Nicols. Nach Hauswaldt

Auch der Verlauf der Hauptisogyren ist nur in solchen Fällen von der Farbe unabhängig, in welchen sie parallel oder senkrecht zu einem Symmetrieschnitt stehen.

Bei den optisch-einachsigen Kristallen decken sich die optischen Symmetrieelemente für alle Farben, da sie durch die geometrische Symmetrie völlig bestimmt sind; die Hauptisogyren haben deshalb für alle Farben die gleiche Lage (Fig. 193). Die Dispersion der Hauptkurven gleichen Gangunterschiedes erzeugt natürlich auch bei diesen Kristallen isochromatische Kurven; ferner besteht die Möglichkeit, daß ein Kristall für gewisse Farben optisch-positiv, für andere optisch-negativ ist. So sind nach C. Klein manche Vesuviankristalle für Strahlen, welche dem violetten Ende des Spektrums angehören, optisch-positiv, für Strahlen mit größeren Wellenlängen optisch-negativ und für eine bestimmte dazwischen liegende Wellenlänge optisch-isotrop.

Bei den rhombischen Kristallen ist ebenfalls die Lage der drei optischen Symmetrieschnitte durch die drei geometrischen Symmetrieschnitte völlig bestimmt; aber die Lage der Hauptisogyren ist hier von der Lage der optischen Achsen, diese von den Hauptlichtgeschwindigkeiten, und diese von den Wellenlängen abhängig. Nur in der Normalstellung fallen die Hauptisogyren für alle Farben zusammen. Die Veränderlichkeit der Lage der optischen Achsen mit der Wellenlänge wird als „Dispersion der optischen Achsen" bezeichnet; man erkennt diese am leichtesten in der Diagonalstellung. Ist der Achsenwinkel für rote Strahlen etwa kleiner als der für blaue Strahlen, so liegt für rote Strahlen bei gekreuzten Nicols der

in der Nähe der Achsenaustritte eng und scharf eingeschnürte dunkle Büschel näher zur Mittellinie als für blaue Strahlen; der Büschel zeigt deshalb nach der Mitte des Gesichtsfeldes einen blauen, auf der von der Mitte des Gesichtsfeldes abgewendeten Seite einen roten Saum. Die Größe des optischen Achsenwinkels für eine bestimmte Farbe ist also umgekehrt als der Abstand der betreffenden Farbensäume des Büschels vom Austrittspunkte der Mittellinie.

Auch die optische Achsenebene kann für verschiedene Farben in einer verschiedenen Symmetrieebene liegen. Zum Beispiel beim

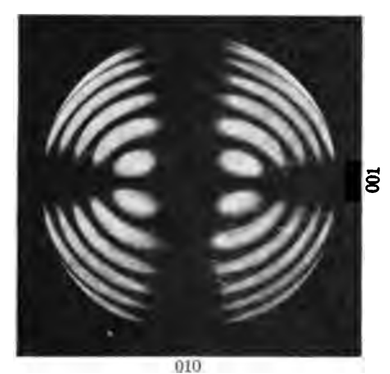


Fig. 194

Brookit. Platte senkrecht zur ersten Mittellinie, parallel (100), zwischen gekreuzten Nicols; Normalstellung; wirksame Wellenlängen der Lichtquelle 560—540 $\mu\mu$; Ebene der optischen Achsen (010), von links nach rechts.
Nach Hauswaldt

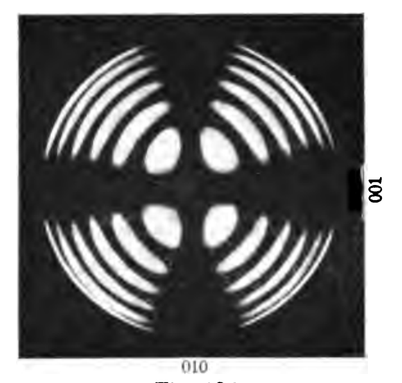


Fig. 195

Brookit. Platte senkrecht zur ersten Mittellinie, parallel (100) in gleicher Orientierung wie bei Fig. 194, zwischen gekreuzten Nicols; Normalstellung; wirksame Wellenlängen der Lichtquelle 585—565 $\mu\mu$; Ebene der optischen Achsen (001), von oben nach unten.
Nach Hauswaldt

Brookit, TiO_2, ist die erste Mittellinie für alle Farben senkrecht zu (100), aber die optische Achsenebene für kleinere Wellenlängen parallel (010), für größere parallel (001) (Figg. 194, 195, 196). In allen Fällen aber ist die Farbenverteilung des Interferenzbildes rhombischer Kristalle, wenn die Platte parallel zu einem optischen Symmetrieschnitt, und zwar senkrecht zur Ebene der optischen Achsen geht, sowohl spiegelbildlich in bezug auf die optische Achsenebene als auch in bezug auf die durch den Mittelpunkt des Gesichtsfeldes gehende zur optischen Achsenebene senkrechte Ebene, und die zur Plattenebene senk-

rechte Achse ist zweizählige Deckachse bezüglich der Interferenzfigur. Diese Symmetrie ist am besten auf Platten senkrecht zur ersten Mittellinie erkennbar.

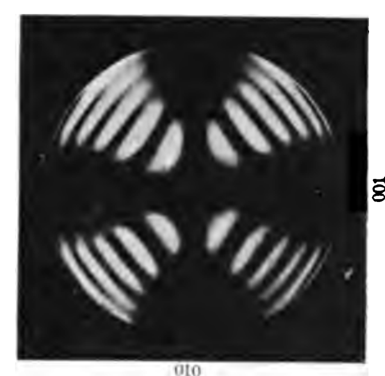


Fig. 196
Brookit. Platte senkrecht zur ersten Mittellinie, parallel (100) in gleicher Orientierung wie bei Figg. 194 u. 195, zwischen gekreuzten Nicols, im weißen Licht; Normalstellung; Kreuzung der Ebenen der optischen Achsen. Nach Hauswaldt

Bei monoklinen Kristallen tritt zur Dispersion der optischen Achsen noch eine Dispersion der beiden in der Symmetrieebene (010) liegenden optischen Symmetrieachsen. Auch diese ist auf Platten, welche zur ersten Mittellinie senkrecht stehen, an der Farbenverteilung zu erkennen.

1. Ist die Plattennormale erste Mittellinie und parallel zur zweizähligen geometrischen Deckachse *b*, so sind die optischen Achsenebenen der verschiedenen Farben zur Ebene (010) senkrecht, aber sie sind gegeneinander um die *b*-Achse gedreht (Fig. 197). Legt man irgendeine gerade Linie durch die Mitte des Gesichtsfeldes, so trifft diese auf beiden Seiten in gleichen Abständen vom Mittelpunkte des Gesichtsfeldes die gleiche Farbe. Die Farbenverteilung besitzt in diesem Falle eine zur Plattenebene senkrechte zweizählige Deckachse. Des Cloizeaux (Alfred, geb. 17. Oktober 1817 zu Beauvais [Oise], Professor der Mineralogie an der Sorbonne, gest. 6. Mai 1897) nannte diese Erscheinung „dispersion croisée ou tournante", „gekreuzte Dispersion".

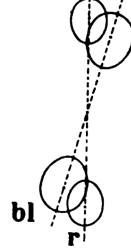


Fig. 197
Gekreuzte Dispersion

Wäre die Dispersion so stark, daß bei Beleuchtung mit weißem Licht verschiedenfarbige Ringsysteme getrennt wahrgenommen würden, dann würde, wie bei den dunklen Isogyren, ein innerster roter Ring andeuten, daß auf diesem die komplementäre Farbe von Rot ausgelöscht wäre; der Mittelpunkt eines rot erscheinenden innersten Ringes (*r*) wäre dann die Austrittsstelle einer optischen Achse für die zu Rot komplementäre Farbe. Ebenso wäre der Mittelpunkt eines innersten blauen Ringes (*bl*) die Austrittsstelle einer optischen Achse für die zu Blau komplementäre Farbe, während

bei Beleuchtung mit monochromatischem Lichte die Ringweite mit der Wellenlänge zunimmt (vgl. S. 194).

2. Liegt die Plattennormale in der Ebene (010), so kann sie, streng genommen, parallel zur ersten Mittellinie nur für eine einzige Wellenlänge sein.

a) Sind die Ebenen der optischen Achsen senkrecht zur Ebene (010), so erscheinen die Achsenebenen der Interferenzbilder für die verschiedenen Farben im Gesichtsfelde in einer zur Achsenebene senkrechten Richtung einander parallel bleibend verschoben. Die Farbenverteilung besitzt dann eine zur optischen Achsenebene senkrechte Spiegelebene: „Dispersion horizontale", „horizontale Dispersion" (Fig. 198).

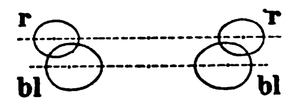


Fig. 198
Horizontale Dispersion

b) Sind die Ebenen der optischen Achsen parallel zur Ebene (010), so liegen die Interferenzbilder für die verschiedenen Farben parallel zur optischen Achsenebene verschoben; die Farbenverteilung ist daher spiegelbildlich in bezug auf die optische Achsenebene: „Dispersion inclinée", „geneigte Dispersion" (Fig. 199).

Bei monoklinen Kristallen ist demnach die Interferenzfigur bei Beobachtung im weißen Lichte entweder spiegelbildlich in bezug auf die Achsenebene (geneigte Dispersion), oder spiegelbildlich in bezug auf eine zur Achsenebene senkrechte Ebene (horizontale Dispersion), oder sie besitzt eine zur Plattenebene senkrechte zweizählige Deckachse (gekreuzte Dispersion).

Fig. 199
Geneigte Dispersion

Bei triklinen Kristallen sind die drei optischen Symmetrieschnitte an keine geometrische Bedingung gebunden, weil im triklinen System keine ausgezeichneten Ebenen und keine ausgezeichneten Achsen vorhanden sind. Daher ist hier auch die Farbenverteilung des Interferenzbildes unsymmetrisch.

Die Dispersion der optischen Achsen rhombischer Kristalle wurde von J. F. W. Herschel[1]) für Topas und Aragonit beschrieben; bei beiden Mineralien ist der nach der ersten Mittellinie hin liegende Saum der Isogyren blau gefärbt; also ist hier der blaue (oder auch der violette) Achsenwinkel größer als der rote. Man bezeichnet dies durch $\varrho < v$; beim Baryt z. B. ist umgekehrt $\varrho > v$.

1) Philos. Transact. 1820.

Die geneigte Dispersion des Gipses bei gewöhnlicher Temperatur wurde zuerst 1832 von J. G. Chr. Nörrenberg beobachtet. Die gekreuzte Dispersion wurde von Nörrenberg und Herschel am Borax [1]) nachgewiesen, und die horizontale Dispersion von Brewster am Glauberit [2]), von Poggendorff am Gips bei höherer Temperatur, von F. E. Neumann am Adular [3]); Mangel jeder Symmetrie beobachtete F. E. Neumann bei der triklinen Traubensäure. [4]) F. E. Neumann führte [5]) die Erscheinung der monoklinen Kristalle auf die Dispersion der in der Ebene (010) liegenden optischen Elastizitätsachsen zurück. Die jetzt übliche Benennung stammt von Des Cloizeaux.



Fig. 200

Kalkspat. Platte senkrecht zur optischen Achse zwischen gekreuzten Nicols; Grenzkurven der vollständigen Interferenzfigur im konvergenten Licht. Nach Hauswaldt



Fig. 201

Natriumnitrat. Platte senkrecht zur optischen Achse zwischen gekreuzten Nicols; Grenzkurven der vollständigen Interferenzfigur im konvergenten Licht. Nach Hauswaldt

Wie die Auslöschungsrichtungen bei parallelem Lichte, so dienen die Interferenzerscheinungen bei konvergentem Lichte zur Ermittelung der Syngonie eines Kristalles.

Bei genügend großer Apertur wird das Achsenbild begrenzt von den Randstrahlen der totalen Reflexion; infolge der Verschiedenheit des Grenzwinkels der totalen Reflexion der ordentlichen und der außerordentlichen Strahlen hat das Bild einen doppelten Rand (vgl. Figg. 200 und 201).

---

1) Ann. d. Phys. 1832; **26**, 309.
2) Ebenda 1833; **27**, 480.
3) Ebenda 1835; **35**, 205.
4) Ebenda S. 381.
5) Ebenda 1835; **35**, 84.

§ 48

Bestimmung des Winkels der optischen Achsen

Ist das äußere Medium Luft, so heißen die im konvergenten Lichte von den Mittelpunkten der Ringsysteme aus ins Fernrohr F eintretenden Strahlen QR bzw. $Q'R'$ (Fig. 202) die „scheinbaren optischen Achsen in Luft“. Der Winkel $2V_l$ dieser Achsen ist der direkten Messung zugänglich. Der dazu dienende Apparat heißt Achsenwinkelapparat (vgl. Fig. 203).[1] F ist das Beobachtungsfernrohr, D das Fernrohr des Spektroskopes, P der Polarisator, C das Kollimatorrohr; F und D entsprechen den beiden Tuben des Konoskops. B ist ein zur spektralen Zerlegung des einfallenden Lichtes dienendes Flintglasprisma, welches jetzt vorteilhafter durch einen Monochromator ersetzt wird. E ist ein zweiter Kollimator, welcher bei der Justierung der Kristallplatte verwendet wird. Die Platte wird erst so eingestellt, daß der Achsenstrahl QR in der Mitte des Gesichtsfeldes von F erscheint, dann wird die Platte k um die zur Zeichnungsebene der Fig. 202 senkrechte Richtung so lange gedreht, bis der Achsenstrahl $Q'R'$ dieselbe Richtung hat wie vorher QR; die Differenz der beiden Ablesungen gibt den Winkel $2V_l$.

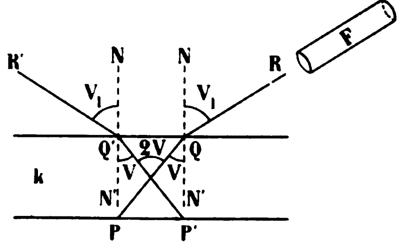


Fig. 202. „Wahrer“ Achsenwinkel $2V$ und „scheinbarer“ Achsenwinkel $2V_l$ in Luft

Ist der Winkel V größer als der Grenzwinkel i_g der totalen Reflexion; so tritt kein Achsenstrahl mehr in Luft aus. Taucht man in diesem Falle die Kristallplatte k in eine starkbrechende, durchsichtige Flüssigkeit, so wird der Winkel $V_{fl} < V_l$, und wenn der Brechungsquotient ν_{fl} der Flüssigkeit größer ist als ν_2 des Kristalls, dann ist sogar $V_{fl} < V$. Die Flüssigkeit befindet sich in einem mit planparallelen Wänden versehenen Glasgefäße Gl, welches in einer der Fig. 204 entsprechenden Weise auf einem Tische aufgestellt wird, dessen Träger in H (Fig. 203) einsteckbar ist. Das Fernrohr steht senkrecht zur Gefäßwand, so daß der Achsenstrahl bei der Beobachtung durch das Fernrohr an den Grenzen zwischen Flüssigkeit, Glas und Luft keine weitere Ablenkung erfährt. Die Differenz

1) Vgl. Th. Liebisch, N. Jahrb. f. Min. usw. 1885; I, S. 180.

der beiden Ablesungen gibt also unmittelbar den Wert $2\,V_{fl}$ des scheinbaren optischen Achsenwinkels in der betreffenden Flüssigkeit.

Hat man zwei Platten zur Verfügung, von welchen die eine senkrecht zur ersten, die andere senkrecht zur zweiten Mittellinie

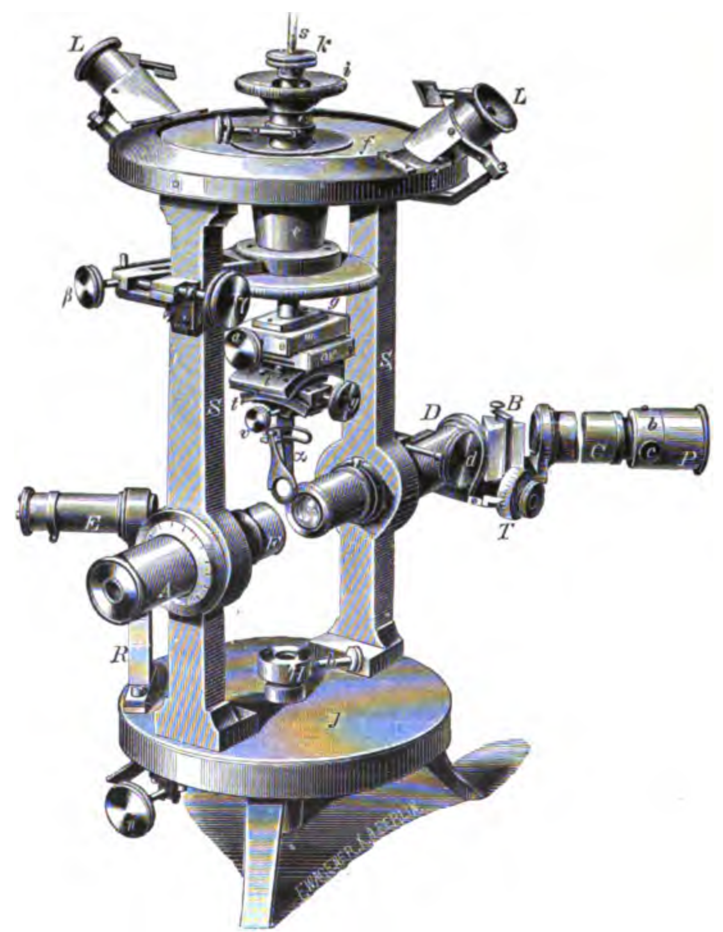


Fig. 203. Achsenwinkelapparat mit spektroskopischer Einrichtung. Nach Liebisch (Fueß)

geschliffen ist, so ergibt die erstere den Wert V_{fl}, die andere den Wert V'_{fl}.[1]) Zwischen den Werten V, V_l, V_{fl}, V', V'_l und V''_{fl} (vgl. Figg. 202, 204, 205) und den Lichtgeschwindigkeiten $\mathfrak{v}_l = 1$, $\mathfrak{v}_{fl}$ und $\mathfrak{a}_2$ in Luft, Flüssigkeit und Kristall, bzw. den Brechungsquotienten 1,

1) Nach dem Vorgange von Des Cloizeaux ist es vielfach üblich, die Winkel V_{fl} und V_l mit H und E zu bezeichnen.

$\nu_{fl} = \frac{1}{\mathfrak{v}_{fl}}$ und $\nu_2 = \frac{1}{\mathfrak{a}_2}$ bestehen nach den Brechungsgesetzen folgende Beziehungen: $\frac{\sin V}{\sin V_l} = \frac{\mathfrak{a}_2}{\mathfrak{v}_l}$, daher $\sin V = \mathfrak{a}_2 \cdot \sin V_l$ . . . . 1)

$\frac{\sin V}{\sin V_{fl}} = \frac{\mathfrak{a}_2}{\mathfrak{v}_{fl}}$, daher $\sin V = \mathfrak{a}_2 \cdot \nu_{fl} \cdot \sin V_{fl}$ . . . 2)

Die Winkel V, also auch die Richtungen PQ und $P'Q'$, sind von dem äußeren Medium unabhängig, $P'Q$ und $P'Q'$ in Fig. 205 sind die „wahren optischen Achsen“.

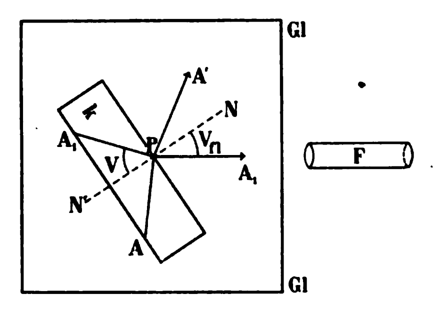


Fig. 204
Messung des Winkels der optischen Achsen in einer Flüssigkeit

Zur Bestimmung des wahren optischen Achsenwinkels aus dem scheinbaren ist also noch die Kenntnis von $\mathfrak{a}_2$ oder von $\mathfrak{a}_2$ und ν_{fl} nötig, so lange man nur eine senkrecht zur ersten Mittellinie geschliffene Platte zur Verfügung hat. Durch Division von 2) durch 1) folgt $\nu_{fl} = \frac{\sin V_l}{\sin V_{fl}}$; wenn man also die Beobachtung sowohl in Luft als auch in einer Flüssigkeit ausführt, so kann man den Brechungsquotienten der Flüssigkeit hieraus berechnen.

Beobachtet man sowohl V_{fl} an der senkrecht zur ersten Mittellinie geschliffenen Platte, als auch V'_{fl} an der senkrecht zur zweiten Mittellinie geschliffenen Platte, so ergibt die erste Beobachtung

Fig. 205

$$\sin V = \mathfrak{a}_2 \cdot \nu_{fl} \cdot \sin V_{fl} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 2)$$

die zweite ergibt $\sin V' = \mathfrak{a}_2 \cdot \nu_{fl} \cdot \sin V'_{fl}$ . . . . 2')

wobei $V' = 90^0 - V$, also $\sin V' = \cos V$ (vgl. Fig. 205).

Durch Division von 2) durch 2') ergibt sich:

$$\operatorname{tg} V = \frac{\sin V}{\cos V} = \frac{\sin V_{fl}}{\sin V'_{fl}}.$$

Man erhält somit in diesem Falle den halben wahren Achsenwinkel V auch ohne Kenntnis von $\mathfrak{a}_2$ und ν_{fl}.

Bei der Beobachtung der Achsenwinkel erhält man die genauesten Resultate, wenn man die Platte in die Diagonalstellung bringt, weil dann die Büschel in den Achsenaustrittspunkten sehr scharf eingeschnürt sind, vgl. Fig. 168.

Ein anderer Apparat zur Messung des Winkels der optischen Achsen ist der Polarisations- und Achsenwinkelapparat von W. G. Adams.[1]) Nach dem Vorschlage von Adams[2]) werden die zentralen Linsen der Systeme n und o in einer Fassung (m in Fig. 206) vereinigt und für sich um drei Achsen drehbar gemacht, von welchen eine senkrecht zur Achse des Mikroskopes und zum Teilkreise T steht. Die Kristallplatte wird zwischen die beiden zentralen Linsen eingeschlossen. Es gelingt hierdurch, eine Kristallplatte in solchen Richtungen zu betrachten, in welchen bei dem gewöhnlichen Konoskop totale Reflexion eintritt. Die Grenzen für den Durchgang des Lichtes bilden die Fassungsränder der zentralen Linsen; der Apparat hat also ein möglichst großes Gesichtsfeld. Der am Teilkreise abgelesene scheinbare Achsenwinkel nähert sich dem wahren Achsenwinkel um so mehr, je näher der Brechungsquotient ν des Glases der zentralen Linsen dem Brechungsquotienten ν_2 des Kristalls ist. Die nach diesem Prinzip hergestellte Vorrichtung kann mit dem Objekttische des Mikroskops verbunden werden (vgl. Fig. 206).

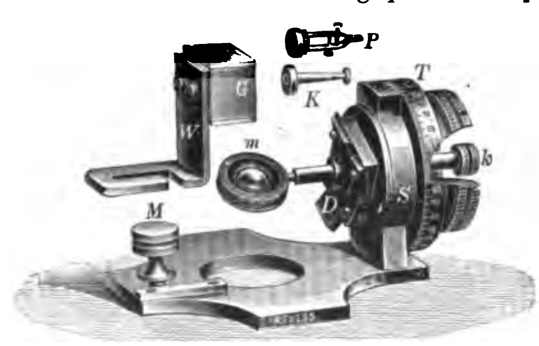


Fig. 206
Achsenwinkelapparat zur Messung an sehr kleinen Platten nach dem Adamsschen Prinzip. Die Pinzette P oder der Kristallträger K finden Verwendung, wenn nach der gewöhnlichen Methode die Platte in das Flüssigkeitsgefäß G getaucht werden soll

Eine weitere Methode der Bestimmung des optischen Achsenwinkels beruht auf der mikrometrischen Messung des Abstandes der beiden Achsenaustritte im Konoskop, wobei man sich der S. 187 u. ff. erwähnten Hilfsvorrichtungen bedient. Ist dieser halbe Abstand in der hinteren Brennebene von o (vgl. Fig. 152) gleich d, so ist $\sin V_{fl} = \frac{1}{\nu_{fl}} \cdot \frac{d}{f}$[3]), wobei f die Brennweite des Objektivsystems bedeutet. Befindet sich die Kristallplatte nicht in einer Flüssigkeit, sondern in Luft, so ist statt ν_{fl} der Wert 1

1) Bezüglich der diesem Apparate auf Vorschlag von Th. Liebisch durch R. Fueß gegebenen Form vgl. N. Jahrbuch f. Min. usw. 1885; I, S. 175.

2) Philos. Mag. 1875; **50**, 13. Ann. d. Phys. 1876; **157**, 247.

3) Vgl. Th. Liebisch, Grundriß der physik. Kristallographie 1896, S. 392.

einzusetzen. Der scheinbare Achsenwinkel ist also proportional mit dem Abstande d. Hat man an einer Platte den Achsenwinkel V_{fl} etwa nach der zuerst beschriebenen genauesten Methode ermittelt, und bestimmt dann für dieselbe Platte den Abstand $2d$ im Konoskop bei Verwendung derselben Flüssigkeit, dann kann man daraus den Proportionalitätsfaktor $q = \frac{1}{\nu_{fl}} \cdot \frac{1}{f}$ für das betreffende Konoskop und die betreffende Flüssigkeit berechnen, und für jede andere Platte wird $\sin V_{fl} = q \cdot d$. Der Abstand $2d$ wird mit Hilfe eines Mikrometers gemessen, welches in die hintere Brennebene des Systems o eingeschoben wird oder auf einer dort angebrachten Glasplatte eingeätzt ist. Aus V_{fl} bestimmt man V wie früher. Der Faktor q wird zuweilen als Mallardsche Konoskopkonstante bezeichnet.

Endlich kann man den wahren Winkel V der optischen Achsen berechnen, wenn man die drei Hauptlichtgeschwindigkeiten $\mathfrak{a}_1$, $\mathfrak{a}_2$, $\mathfrak{a}_3$ bzw. deren reziproke Werte, die drei Hauptbrechungsquotienten $\nu_1 = \frac{1}{\mathfrak{a}_1}$, $\nu_2 = \frac{1}{\mathfrak{a}_2}$, $\nu_3 = \frac{1}{\mathfrak{a}_3}$ kennt; denn es ist $\sin V = \sqrt{\frac{\mathfrak{a}_1^2 - \mathfrak{a}_2^2}{\mathfrak{a}_1^2 - \mathfrak{a}_3^2}}$ der Winkel, welchen eine optische Achse mit der Richtung X_3 der geringsten Fortpflanzungsgeschwindigkeit bildet. Allerdings ist die Genauigkeit des mit Hilfe des Achsenwinkelapparates direkt beobachteten Wertes V unter sonst gleichen Verhältnissen größer als die Genauigkeit des aus den Brechungsquotienten berechneten Wertes.

In einer Platte senkrecht oder annähernd senkrecht zu einer optischen Achse eines zweiachsigen Kristalls kehrt in der Diagonalstellung die dunkle Isogyre ihre konvexe Seite nach der Austrittsstelle der ersten Mittellinie (vgl. S. 205). Ist der optische Achsenwinkel $2V = 90^\circ$, dann ist die Isogyre geradlinig. Die Krümmung der Isogyre in der Diagonalstellung ist um so flacher, je mehr der Wert $2V$ sich dem Werte 90° nähert. Fr. Becke[1]) benutzte diese Erscheinung, um auf Grund der Hyperbelkrümmung den optischen Achsenwinkel zu bestimmen. Sei A_1 (Fig. 207) der sichtbare Achsenaustritt und A_1H ein Stück der in der Diagonalstellung dunklen Hyperbel. Man lege durch den beliebig gewählten Punkt H der dunklen Hyperbel und den Achsenaustritt A_1 den größten Kreis HA_1E an eine Kugel mit beliebigem Radius. BA_1C gebe die Lage der optischen Achsenebene an, welche in der Normalstellung durch die dunkle Isogyre an-

---

1) Min. u. petr. Mitt. 1905; **24**, 35. Vgl. auch Fr. E. Wright, ebenda 1911; **30**, 217.

gedeutet wird. Dann lege man an den Bogen HA_1E einen zweiten größten Kreis HF an, so daß die Neigung der Ebene HF gegen BA_1C gleich dem Schwingungsazimut des dunklen Hyperbelpunktes H gegen die Achsenebene, also für die Diagonalstellung gleich 45° ist. Der Abstand HE sei gleich HF gleich 90°; man mache $FG = FE$ und ziehe durch G und H den größten Kreis; dieser schneidet den Kreis BA_1C in dem zweiten Achsenpunkt A_2 entsprechend der Fresnelschen Regel, daß die Schwingungsrichtung bei H den Winkel zwischen den von H nach A_1 und nach A_2 gezogenen größten Kreisen halbieren muß. Der so konstruierte Bogen $A_1A_2 = 2V$ läßt sich nach den hier gegebenen Angaben berechnen. Das Verfahren gibt aber nur annähernd richtige Werte.

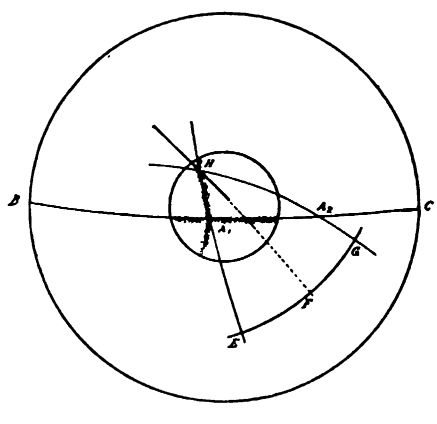


Fig. 207
Bestimmung des Winkels der optischen Achsen. Nach Becke

Der Winkel der optischen Achsen ist, wie schon früher erwähnt, von der Wellenlänge abhängig, und zwar gilt im allgemeinen eine der Cauchyschen Dispersionsformel ähnliche Regel, daß ungefähr $V = A \pm \frac{B}{\lambda^2}$. Manche Kristalle, z. B. die des Gipses, haben jedoch eine „anomale Dispersion der optischen Achsen". V. v. Lang fand[1]), daß bei diesem Mineral der Winkel der optischen Achsen für die gelbe Na-Linie einen maximalen Wert hat.

Da $\mathfrak{a}_1$, $\mathfrak{a}_2$, $\mathfrak{a}_3$ von der Temperatur abhängig sind, so ändert sich der optische Achsenwinkel auch mit der Temperatur. Besonders groß ist diese Änderung z. B. beim Gips, dessen optische Achsenebene bei gewöhnlicher Temperatur parallel (010) geht und geneigte Dispersion zeigt. Mitscherlich beobachtete[2]), daß der optische Achsenwinkel des Gipses mit steigender Temperatur abnimmt und bei 91,9° gleich Null wird. H. Dufet[3]) bestimmte die Veränderung der Brechungsquotienten des Gipses zwischen 5° und

1) Sitzungsber. d. Wiener Akad. d. Wiss. 1877; **76**, 193.
2) Ann. d. Phys. 1826; 8, 519.
3) Bull. d. l. soc. min. d. Fr. 1881; 4, 113 und 191. Ebenda 1888; **11**, 123.

45°. E. H. Kraus und L. J. Youngs fanden[1]) den Achsenwinkel Null, d. h. die optische Einachsigkeit für Na-Licht in einem Ölbad bei 89,67°, in einem Luftbad bei 91,6°. Bei weiterem Erhitzen steht die optische Achsenebene senkrecht zu (010) und der Achsenwinkel nimmt mit steigender Temperatur zu; dementsprechend zeigt der Gips oberhalb 90° horizontale Dispersion.

A. Hutchinson und A. E. H. Tutton[2]) fanden optische Einachsigkeit beim Gips für die Linie F bei 90,1°, für Na-Licht bei 90,2°, den Maximalwert 91° für Licht von der Wellenlänge 573 $\mu\mu$.

F. E. Neumann[3]) wies nach, daß die beiden optischen Achsen bei der Erwärmung sich mit ungleicher Geschwindigkeit einander nähern, daß also auch eine Verschiebung der Mittellinie eintritt.

Des Cloizeaux[4]) zeigte, daß diese Verschiebung bei allen monoklinen Kristallen bezüglich der in der Ebene (010) liegenden Mittellinie stattfindet.

Auch beim Glauberit, $Na_2SO_4 + CaSO_4$, fand Brewster[5]), daß der optische Achsenwinkel sich mit der Temperatur ändert, daß dieser Körper außerdem sehr große Dispersion besitzt und für verschiedene Farben bei verschiedenen Temperaturen optisch-einachsig wird. Ferner beschäftigten sich mit der Veränderlichkeit des optischen Achsenwinkels des Glauberits Des Cloizeaux[6]), Laspeyres[7]) und neuerdings E. H. Kraus[8]). Letzterer fand den Glauberit für Natriumlicht optisch-einachsig in der Nähe von 43°, für Lithiumlicht in der Nähe von 52° C. Unterhalb dieser Temperaturen besitzt auch der Glauberit für die betreffende Farbe geneigte, oberhalb derselben horizontale Dispersion.

§ 49

Historische Entwicklung der Begriffe „Wahre optische Achsen“, „Strahlenachsen“ und „scheinbare optische Achsen“

Brewster beobachtete zuerst neben Kristallen, welche im konvergenten Lichte nur ein geschlossenes Ringsystem zeigen, auch

1) N. Jahrb. f. Min. usw. 1912; I, 123ff.

2) Mineral. Magazine 1912; XVI, 257.

3) Ann. d. Phys. 1835; **35**, 85.

4) C. R. **62**, 987. Ann. d. Phys. 1866; **129**, 349.

5) Transact. of the Roy. Soc. of Edinburgh 1831; **11**, 273. Ann. d. Phys. 1831; **21**, 607 und 1833; **27**, 480.

6) Ann. des mines 1857; **11**, 333. 1858; **14**, 406.

7) Ztschr. f. Krist. 1877; **1**, 529.

8) Ebenda 1913; **52**, 321.

solche mit zwei getrennten Ringsystemen. Bei den optisch-einachsigen Kristallen steht die optische Achse senkrecht sowohl zum Kreisschnitte des Fresnelschen Ellipsoids als auch zum Kreisschnitte des Ovaloids. „Fresnel mußte in seiner scharfsinnigen Theorie der doppelten Strahlenbrechung eine theoretische Definition geben von denjenigen Richtungen, welche man die optischen Achsen" bei den optisch-zweiachsigen Kristallen „nennt".[1]) Er schreibt: „Wenn man einen Kristall parallel einem Kreisschnitte der Elastizitätsfläche ("des dreiachsigen Ovaloids„) anschleift und auf die erhaltene Fläche senkrecht Strahlen, die nach irgend einem Azimute polarisiert sein mögen, einfallen läßt, so erleiden dieselben in dem Kristall weder eine Doppelbrechung noch eine Drehung der Polarisationsebene. Diese beiden Richtungen, welche man wegen ihrer Eigenschaften uneigentlich Achsen des Kristalls genannt hat, werde ich optische Achsen nennen."[2]) Fresnel definierte also hiernach diejenigen beiden Richtungen als optische Achsen, nach welchen die beiden Wellennormalen die gleiche Geschwindigkeit haben. Mit dieser Definition stimmt seine spätere[3]) Bemerkung nicht überein; hier „nennt" er „optische Achsen diejenigen Richtungen in einem lichtbrechenden Mittel, nach welchen die durchgehenden Strahlen nur eine einzige Geschwindigkeit haben." An einer späteren Stelle derselben Abhandlung[4]) schreibt Fresnel: Es sind „die beiden auf den Kreisschnitten senkrecht stehenden Durchmesser des Ellipsoids, welche Durchmesser wir optische Achsen genannt haben, in der Annahme, daß man diesen Namen denjenigen zwei Richtungen geben müsse, nach welchen die Strahlen den Kristall durchdringen, ohne Doppelbrechung zu erleiden." Fresnel, welcher in dieser Abhandlung im allgemeinen zwischen Fortpflanzung von Strahlen und von Wellennormalen sehr scharf unterscheidet, hat, wie F. E. Neumann[5]) hervorhob, für die optischen Achsen zwei verschiedene Definitionen gegeben und damit zwei verschiedene Richtungen charakterisiert. Neumann zeigte, „daß die scheinbaren optischen Achsen von Strahlen erzeugt werden, deren Wellenebenen parallel mit den Kreisschnitten der Elastizitätsfläche ("des dreiachsigen Ovaloids„) sind, und daß man die Normalen dieser Schnitte die wahren optischen Achsen nennen muß." In der Folge wurden diese wahren optischen Achsen auch als „Binormalen", „optische Achsen erster

1) F. E. Neumann, Ann. d. Phys. 1834; **33**, 257.
2) Ann. d. Phys. 1831; **23**, 502 und 503. 3) Ebenda S. 533.
4) Ebenda S. 538. 5) Ebenda 1834; **33**, 257.

Art“ oder auch als „optische Achsen“ im engeren Sinne bezeichnet; im Gegensatze dazu heißen die Normalen zu den Kreisschnitten des Fresnelschen Ellipsoides „Strahlenachsen“ oder auch „optische Achsen zweiter Art“ (vgl. auch S. 88). Diejenigen von den Mittelpunkten der beiden Ringsysteme ausgehenden und im äußeren Medium liegenden Strahlen, in welchen der Gangunterschied Null ist, sind die „scheinbaren optischen Achsen.“

§ 50

Vorrichtungen zur Erzeugung einer empfindlichen Nullstellung der Polarisatoren

I. Beobachtungen im parallelen Licht

a) Maximale Helligkeit oder Dunkelheit

Stehen zwei Nicolsche Prismen einander parallel, und befindet sich zwischen ihnen eine doppeltbrechende Platte, so erscheint diese im Maximum ihrer Helligkeit, und zwar für alle Farben, wenn eine der beiden Schwingungsrichtungen der Platte mit dem Nicolhauptschnitte zusammenfällt, da dann das gesamte aus dem Polarisator kommende Licht keine Komponente für den ordentlichen Strahl des Analysators liefert; in allen anderen Fällen wird ein Teil des Lichtes als Komponente des ordentlichen Strahles vom Analysator beseitigt, und dieser Teil bildet einen Lichtverlust. Für geringe, stetig nacheinander folgende Unterschiede in der Intensität ist aber unser Auge nur wenig empfindlich, und deshalb bestimmt man die Lage der Schwingungsrichtungen einer Platte im allgemeinen nicht zwischen parallelen, sondern zwischen gekreuzten Nicols. Eine doppeltbrechende Platte erscheint in diesem Falle dunkel, wenn ihre Schwingungsrichtungen mit den beiden Nicolhauptschnitten parallel sind; das aus dem Polarisator austretende Licht geht dann unzerlegt durch die Platte wie im vorigen Falle, wird aber jetzt im Analysator als ordentlicher Strahl vollständig beseitigt. Bei den zu diesen Bestimmungen dienenden Orthoskopen oder Mikroskopen ist ein Fadenkreuz angebracht, mit dessen Balken der Nicolhauptschnitt parallel geht, wenn das Nicolsche Prisma auf 0° oder auf 90° eingestellt ist. Dreht man also die doppeltbrechende Platte zwischen gekreuzten Nicols so lange, bis sie das Maximum der Dunkelheit zeigt, dann geben die Balken des Fadenkreuzes zugleich die Schwingungsrichtungen der Platte an. Da der Nicolhauptschnitt von der Wellenlänge unabhängig ist, so kann diese Methode sowohl für beliebig gefärbtes, als auch für weißes Licht dienen. Die Ge-

nauigkeit der Methode hängt sowohl von der genauen Erkennung des Maximums der Dunkelheit als auch von der genauen Übereinstimmung des Fadenkreuzes mit den Nicolhauptschnitten ab. Zur Kontrolle der letzteren empfiehlt E. Bertrand[1]) ein dünnes Spaltungsblättchen von Anhydrit zu verwenden. Dieses Mineral kristallisiert rhombisch und spaltet nach den drei Pinakoiden. Geht das Blättchen der wenigst vollkommenen Spaltfläche parallel, so werden die beiden anderen Spaltrichtungen durch zueinander und zum Blättchen senkrechte Risse angedeutet. Diesen Rissen liegen nun aber auch die Schwingungsrichtungen parallel. Etwaige geringe Abweichungen zwischen diesen Rissen und dem Fadenkreuz bei der Nullstellung, in diesem Falle bei der Dunkelstellung, müssen ermittelt und bei Beobachtungen an anderem Material in Rechnung gebracht werden; etwaige größere Abweichungen erfordern eine Änderung der Lage des Fadenkreuzes oder der Teilung.

b) Einheitliche „empfindliche Farbe"

Die Farbenskala (S. 69) läßt erkennen, daß eine Kristallplatte von solcher Dicke, daß die beiden sie durchsetzenden Strahlen einen Gangunterschied $\Gamma = 575\ \mu\mu$ erhalten, zwischen gekreuzten Nicols in einem violetten Farbenton zweiter Ordnung erscheint. Die Farbe erscheint am intensivsten, wenn die Schwingungsrichtungen der Platte unter 45^0 gegen die Nicolhauptschnitte liegen. Wird Γ um $10\,\mu\mu$ geringer, so wird die Farbe der Kristallplatte purpur, wird Γ um $8\,\mu\mu$ größer, so wird die Farbe indigoblau. Ein derartiger großer Kontrast in der physiologischen Wirkung auf unser Sehvermögen bei einer so geringen Änderung des Gangunterschiedes findet sich an keiner anderen Stelle der Skala. Man nennt daher dieses Violett „die empfindliche Farbe", „la teinte sensible" im engeren Sinne oder „das empfindliche Violett" oder auch die „Übergangsfarbe", „teinte de passage."

Eine andere ebenfalls häufig verwendete Farbe ist das „Rot erster Ordnung", welches bei $\Gamma = 551\ \mu\mu$ zwischen gekreuzten Nicols auftritt. Dieses geht bei Verringerung von Γ in verschiedene gelbe Töne erster Ordnung, bei Vergrößerung von Γ in verschiedene violette und blaue Töne zweiter Ordnung über. Dieses Rot erster Ordnung ist zwar weniger empfindlich als das sensible Violett, weil erst bei etwas größeren Veränderungen von Γ die Farbenänderung

1) Ztschr. f. Krist. 1877; **1**, 69.

wahrnehmbar wird. Damit hängt dann aber auch zusammen, daß die gelben und blauen Töne auch bei größeren Änderungen von Γ bleiben, das Gelb bis $\Gamma = 275\,\mu\mu$, das Blau bis $\Gamma = 728\,\mu\mu$; dies hat den Vorteil, daß man den Sinn der Änderung, Vermehrung oder Verminderung von Γ, bei bestimmten Versuchsanordnungen leichter beurteilen kann. Handelt es sich aber um möglichst große Empfindlichkeit für eine Änderung von Γ, so verwendet man das erwähnte Violett.

Die beiden Arten von farbenempfindlichen Blättchen werden den Orthoskopen oder Mikroskopen für mineralogische Zwecke beigegeben in Form von Rechtecken aus Gips, Glimmer oder Quarz; ein unter 45° gegen die Nicolschnitte gelegter Schlitz zwischen Analysator und Objekttisch dient zum Einschieben derselben. Bei Benutzung derselben erscheint das Gesichtsfeld einheitlich in der betreffenden Farbe. Bringt man dann auf den Objekttisch eine farblose isotrope Platte, so ändert diese nichts an der Farbe des Gesichtsfeldes; eine, wenn auch nur schwach doppeltbrechende Platte dagegen erscheint auf dem Objekttisch im allgemeinen anders gefärbt als das übrige Gesichtsfeld, weil sie das aus dem Polarisator kommende Licht zerlegt und zu dem Gangunterschied des empfindlichen Blättchens einen neuen Gangunterschied im positiven oder im negativen Sinne hinzufügt. Dreht man aber die doppeltbrechende Platte so, daß eine ihrer beiden Schwingungsrichtungen mit dem Hauptschnitte des Polarisators parallel geht, so findet in der Platte keine Zerlegung statt, sondern das aus dem Polarisator kommende Licht geht dann durch die Kristallplatte wie durch eine optischisotrope Platte, und die doppeltbrechende Platte erscheint in dieser Stellung in derselben Farbe wie das übrige Gesichtsfeld. Für derartige gleichzeitig nebeneinander liegende Farbenunterschiede ist unser Auge empfindlicher als für nacheinander folgende Eindrücke größerer oder geringerer Dunkelheit. Die Kontrolle und etwaige Korrektur des Fadenkreuzes muß bei dieser Versuchsanordnung ebenso geschehen wie bei der unter a) genannten. Diese Methode findet nur Anwendung bei Bestimmungen mit weißem Licht.

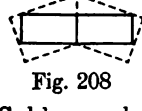
c) Doppelplatten, sog. künstliche Zwillinge

α) Für Beleuchtung mit einfarbigem Licht. Halbschattenvorrichtungen

Durchschneidet man eine doppeltbrechende Kristallplatte und fügt die beiden Teile in veränderter Orientierung wieder so an-

einander, daß die Schwingungsrichtungen in beiden Teilen nicht mehr parallel, sondern spiegelbildlich in bezug auf die Schnittfläche liegen, so bilden die beiden Teile einen „künstlichen Zwilling“. Bringt man diesen zwischen gekreuzte Nicolsche Prismen, so erscheint das Gesichtsfeld bei Verwendung von einfarbigem Licht nur dann gleichmäßig hell, wenn einer der beiden Nicolhauptschnitte der Trennungsebene der beiden Hälften parallel geht. Eine zwischen Polarisator und Analysator eingeschaltete doppeltbrechende Kristallplatte bewirkt keine Störung der gleichmäßigen Helligkeit, wenn eine ihrer beiden Schwingungsrichtungen der Zwillingsnaht parallel geht. Diese Grenzlinie ersetzt das Fadenkreuz. Liegt die Schwingungsrichtung der Platte nur wenig gegen die Zwillingsnaht geneigt, so erscheint die eine Hälfte heller, die andere dunkler. Derartige Vorrichtungen heißen Halbschattenapparate, weil die Nullstellung weder durch das Maximum noch durch das Minimum der Helligkeit, sondern durch eine gleichmäßige mittlere Helligkeit charakterisiert ist.

Hierher gehört unter anderen der künstliche Zwilling von Kalkspat nach Calderon.[1]) Ein Spaltungsrhomboeder dieses Minerals wird nach der kurzen Diagonale durchschnitten und von jeder Hälfte eine keilförmige Partie abgeschliffen; beide Hälften werden dann mit den Schliffflächen aneinander gekittet (Fig. 208). Schleift man nunmehr den ein- und den ausspringenden Winkel dieses Zwillings ab, so erhält man eine planparallele Platte (in der Figur ausgezogen), welche durch die Trennungsebene der beiden Stücke halbiert wird. Von oben (parallel zur Ebene der Zeichnung) gesehen erscheint die Trennungsebene als feine Linie. Man stellt nun zuerst Analysator und Polarisator zueinander senkrecht mit Hilfe des Maximums der Dunkelheit, schaltet dann die Doppelplatte ein und dreht dieselbe bis zur gleichmäßigen Helligkeit der beiden Teile. Alsdann legt man die zu untersuchende Kristallplatte auf den Objekttisch und dreht diesen, bis die hierdurch gestörte gleiche Helligkeit wieder hergestellt ist. Calderon fand, daß die Empfindlichkeit der Einstellung vermindert wird, wenn über eine gewisse Grenze hinaus die Dicke vergrößert und die Neigung der beiden Hälften gegeneinander verringert wird. Die von Calderon benutzte Doppelplatte gestattete nach dessen Angabe eine Genauigkeit der Einstellung auf etwa 2′.


Fig. 208
Calderonsche Doppelplatte

1) Ztschr. f. Krist. 1878; **2**, 70.

Einige andere Halbschattenapparate für paralleles einfarbiges Licht können erst an einer späteren Stelle besprochen werden.

β) Für Beleuchtung mit weißem Licht

hat A. Bravais[1]) eine Doppelplatte von Glimmer vorgeschlagen. Die Dicke des Spaltungsblättchens soll etwa so bemessen sein, daß die beiden Strahlen einen Gangunterschied $\Gamma = 575\ \mu\mu$ erhalten, das Blättchen also zwischen gekreuzten Nicols in der Farbe des Violett zweiter Ordnung erscheint. Das Blättchen wird dann unter 45^0 gegen seine Schwingungsrichtung durchschnitten, und beide Hälften werden in symmetrischer Stellung aneinander gelegt. F. Stöber[2]) empfiehlt statt dessen eine dünne Quarzdoppelplatte. Dieselbe besteht aus den der Hauptachse des Kristalls parallel geschnittenen Quarzplatten q und q' (Fig. 209), welche sich so in einer unter 45^0 gegen die Hauptachsen geneigten Ebene berühren, daß die in der Figur durch die Streifung angedeuteten Hauptachsen einen rechten Winkel miteinander bilden. Die Dicke der Platten hängt von der Interferenzfarbe ab, welche dieselben bei gekreuzten Nicols zeigen sollen. Am geeignetsten ist eine Dicke von ungefähr 0,064 mm, bei welcher die Doppelplatte zwischen gekreuzten Nicols das Violett zweiter Ordnung liefert. Die Intensität des Lichts ist nur dann in den beiden Hälften gleich, wenn die Trennungslinie genau parallel zu einem der beiden Nicolhauptschnitte ist. Wird außer der Doppelplatte eine doppeltbrechende Kristallplatte zwischen Analysator und Polarisator geschaltet, dann zeigt das Gesichtsfeld nur dann in beiden Hälften die gleiche Farbe, wenn die Schwingungsrichtung der Platte genau parallel der Trennungsnaht 1 oder der dazu senkrechten Richtung 2 geht; bei geringer Abweichung von dieser Nullstellung ist die eine Hälfte purpurrot, die andere indigoblau. Die Richtung der Zwillingsnaht gibt also bei Gleichheit der Interferenzfarbe die Schwingungsrichtung der doppeltbrechenden Platte.

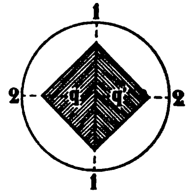


Fig. 209
Stöbersche Quarzdoppelplatte

Diese nur für weißes Licht sehr empfindlichen Doppelplatten verlieren ihre hohe Empfindlichkeit, wenn die zu untersuchende Kristallplatte schon an sich gefärbt ist.

1) Ann. d. chim. et d. phys. 1855; **43**, 131.

2) Ztschr. f. Krist. 1898; **29**, 22.

II. Beobachtungen im konvergenten Licht

Nur noch historisches Interesse besitzen die sog. Stauroskope. Fr. v. Kobell[1]) schaltete zwischen Polarisator und Analysator eines mit schwach konvergentem Lichte beleuchteten Polarisationsapparates eine zur Hauptachse senkrecht geschliffene Kalkspatplatte ein. Dieselbe gibt bei parallelen Nicols das helle, bei senkrechten das dunkle Kreuz umgeben von den kreisförmigen Ringen. Wird zwischen Analysator und Kalkspatplatte etwa bei gekreuzten Nicols eine doppeltbrechende Platte so eingeschoben, daß eine ihrer beiden Schwingungsrichtungen genau parallel zum Hauptschnitt des Polarisators steht, so hat die eingeschobene Platte keinen Einfluß auf das dunkle Kreuz; weicht die Schwingungsrichtung der Platte etwas von dieser Stellung ab, so zerfällt das aus dem Polarisator kommende Licht in der Platte in zwei zueinander senkrecht schwingende Komponenten; die Schwingungsrichtung der einen steht annähernd senkrecht, die der anderen annähernd parallel zu der des Analysators. Die erstere würde für sich ein dunkles, die letztere ein helles Kreuz hervorbringen. Das letztere vermindert also den Grad der Dunkelheit des ersteren. Am dunkelsten erscheint das Kreuz bei genauer Übereinstimmung einer der beiden Schwingungsrichtungen der doppeltbrechenden Platte mit der des Polarisators, und diejenige Stellung, bei welcher das Kreuz am dunkelsten ist, ist die Nullstellung. Kobell nannte deshalb diese Vorrichtung „Stauroskop". Die mit diesem zu erreichende Genauigkeit beträgt nur $\frac{1}{2}^0$ bis 1^0.

A. Březina ersetzte die einfache Kalkspatplatte durch zwei übereinanderliegende, welche ein wenig schief gegen die optische Achse geschliffen sind und so übereinander gelegt werden, daß die Ebenen der Plattennormale und der optischen Achse für beide Platten zusammenfallen, und die optischen Achsen innerhalb dieser Ebenen nach entgegengesetzten Seiten gegen die Plattennormale geneigt sind. Zwischen gekreuzten Nicols wird das Achsenbild von einem der gemeinsamen Ebene entsprechenden geradlinigen dunklen Streifen durchzogen. Wird zwischen den Polarisator und die Kalkspatdoppelplatte eine doppeltbrechende Platte so eingeschaltet, daß keine ihrer beiden Schwingungsrichtungen mit dieser gemeinsamen Ebene übereinstimmt, so erscheint der dunkle Streifen gebrochen. Der ungebrochene Streifen deutet die Nullstellung an.

---

1) Ann. d. Phys. 1855; **95**, 320.

Eine dritte Methode ist auf die Kurven gleichen Gangunterschiedes zwischen gekreuzten Nicols begründet. Aus einem optisch-einachsigen Kristall werden unter 45° gegen die Hauptachse geneigt zwei gleiche Platten geschnitten und darauf gekreuzt übereinander gelegt. Wird diese Doppelplatte im konvergenten Lichte zwischen gekreuzten Nicols beobachtet, so gibt sie das durch Fig. 210 dargestellte Streifensystem, wenn die Schwingungsrichtungen der Doppelplatte mit den Schwingungsrichtungen der Nicols parallel sind (in der „Normalstellung"). Stellt man die beiden Nicols nicht zueinander senkrecht, sondern parallel, so werden die Lagen der dunklen und hellen Streifen vertauscht. Stehen die beiden Nicols zueinander um 45° gedreht, so verschwindet das Streifensystem. Dies gibt die Nullstellung.

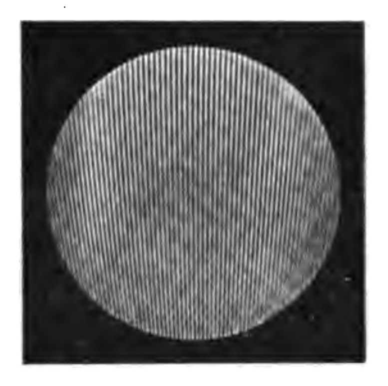


Fig. 210
Zwei gleiche Kalkspatplatten unter 45° gegen die Hauptachse geschnitten und in gekreuzter Stellung übereinander gelegt im konvergenten Licht zwischen gekreuzten Nicols in der Normalstellung. Nach Hauswaldt

Savart hat diese Vorrichtung benutzt, um polarisiertes Licht von gewöhnlichem Licht zu unterscheiden. Läßt man den Polarisator weg, so ist das ankommende Licht gewöhnliches, wenn es bei keiner Stellung des Apparates die Streifen erkennen läßt. Enthält das ankommende Licht nur Spuren einer linearen Polarisation, so beobachtet man die Streifen („Savarts Polariskop"). Dreht man das Polariskop bis zum Verschwinden der Streifen, dann steht die Schwingungsrichtung des ankommenden Lichtes unter 45° gegen die des Analysators. Die unter II genannten Methoden für konvergentes Licht können sowohl bei monochromatischem als bei weißem Licht verwendet werden. Im ersteren Falle liefern sie helle und dunkle, im letzteren verschieden gefärbte Linien.

§ 51

Bestimmung des Charakters der Doppelbrechung

Wie (S. 85) erwähnt wurde, fand Biot[1]) am Quarz und Beryll, daß dieselben einander entgegengesetzt polarisierende Wirkungen

1) Mém. d. l. Classe des sc. math. et phys. de l'Institut imp. de Fr. 1814, p. 19.

ausüben, die er zuerst als „polarisation quartzeuse“ und „polarisation béryllée“ bezeichnete; später unterschied er diese Kristalle als „attractiv-“ und „repulsiv-doppeltbrechende“, während D. Brewster[1]) dafür die Namen „positive“ und „negative“ Kristalle einführte. Ein optisch-einachsiger Kristall heißt positiv, wenn die Hauptachse die Richtung der kleinsten, negativ, wenn die Hauptachse die Richtung der größten optischen Elastizität ist. Bei den optisch-zweiachsigen Kristallen gilt dasselbe, wenn die erste Mittellinie an die Stelle der Hauptachse gesetzt wird. Die Bestimmung des positiven oder negativen Charakters der Doppelbrechung besteht demnach in der Bestimmung der Lage der größten und der kleinsten optischen Elastizität einer gegebenen Platte, wenn die Orientierung der Platte in bezug auf die optischen Achsen bekannt ist. Die im Laufe der Zeit aufgestellten Methoden kann man einteilen in solche, die sich des parallelen, und solche, die sich des konvergenten Lichtes bedienen.

I. Beobachtungen im parallelen Licht

Man bestimmt zunächst die Auslöschungsrichtungen der zu untersuchenden Platte x und legt darauf eine optisch bekannte Platte p so, daß die Schwingungsrichtungen von x und p paarweise übereinander liegen. Fallen die Richtungen der größten optischen Elastizität von p und x, also auch die Richtungen der kleinsten Elastizität von p und x übereinander, so ist der resultierende Gangunterschied $\Gamma = \Gamma_p + \Gamma_x$, wenn Γ_p der Gangunterschied für p und Γ_x jener für x ist (Additionslage). Liegen dagegen die Richtungen der größten Elastizität von p und der kleinsten Elastizität von x übereinander, dann liegen auch die kleinste Elastizität von p und die größte Elastizität von x übereinander, und es ist Γ gleich der Differenz von Γ_p und Γ_x (Subtraktionslage). Die Subtraktionslage unterscheidet sich von der Additionslage durch den geringeren Wert von Γ, also bei Beleuchtung mit weißem Licht durch den niedrigeren Farbenton. Die zu derartigen Bestimmungen dienenden Polarisationsapparate (Orthoskope, Konoskope und Mikroskope) besitzen entweder unter dem oberen Nicol oder über dem Objektiv einen verschließbaren Schlitz, durch welchen eine dünne rechteckige Platte p mit ihrer Längsrichtung von vorn rechts nach hinten links (vom Beobachter

1) Philos. Trans. of the R. Soc. of London 1818; I, p. 219.

aus gerechnet) eingeschoben werden kann (Fig. 211). Die Platte p kann eine planparallele Platte oder einen Keil darstellen und besteht in der Regel aus Quarz, Glimmer oder Gips, und eine Fläche der Platte geht parallel zu einer optischen Symmetrieebene. AA' stellt die Richtung des Hauptschnittes des Analysators, PP' dieselbe Richtung des Polarisators dar. Die Längsrichtung von p ist gegen AA' und PP' unter 45° geneigt. Die Platte x liegt auf dem Objekttisch und kann durch Drehen desselben sowohl in die Additions- als auch in die Subtraktionslage gebracht werden.

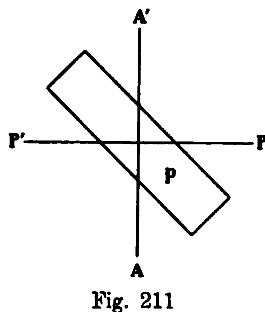
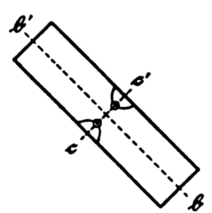


Fig. 211

Beim Quarz ist die Hauptachse die Richtung der kleinsten optischen Elastizität und die kürzere Dimension des Rechteckes, die Schneide des Keils, soll der Hauptachse parallel sein.

Der Glimmer, Muscovit, ist monoklin, also optisch-zweiachsig, und zwar negativ, die erste Mittellinie ist demnach die Richtung $\mathfrak{a}$ der größten optischen Elastizität; sie steht beim Muscovit annähernd senkrecht zur Spaltfläche (001) $0P$; in dieser liegen also annähernd die Richtung $\mathfrak{c}$ der kleinsten und die Richtung $\mathfrak{b}$ der mittleren optischen Elastizität. Im konvergenten Licht kann man $\mathfrak{b}$ und $\mathfrak{c}$ leicht voneinander unterscheiden, weil $\mathfrak{b}\mathfrak{b}'$ zur optischen Achsenebene senkrecht steht, während $\mathfrak{c}\mathfrak{c}'$ in der optischen Achsenebene liegt; beim Glimmerkeil (wie bei allen derartigen Präparaten) soll wieder die Richtung der kleinsten optischen Elastizität, also $\mathfrak{c}$, der Schneide des Keiles, $\mathfrak{b}$ der Längsrichtung desselben parallel gehen[1]), ebenso auch bei dem planparallelen Glimmerblättchen (Fig. 212).


Fig. 212
Glimmerblättchen, $\mathfrak{c}\mathfrak{c}'$ Ebene der optischen Achsen

Der Gips ist ebenfalls monoklin, spaltet sehr vollkommen nach der Spiegelebene (010) $\infty \mathrm{P} \infty$, gibt den sog. Muschelbruch nach (100) $\infty \mathrm{P} \infty$ und den Faserbruch nach (11$\bar{1}$) P. Auf den Spaltstücken nach (010) treten die beiden anderen Brüche meist als

1) Ältere Keile besitzen häufig die umgekehrte Orientierung; vor dem Gebrauch muß man deshalb prüfen, ob der Keil oder das Blättchen die gewünschte Orientierung besitzen; bei dem Glimmerblättchen ist diese Prüfung sehr einfach; hier soll im konvergenten Lichte die Ebene der optischen Achsen zur Längsrichtung senkrecht stehen (Fig. 212).

feine Risse in die Erscheinung. Die Risse nach (100) geben hier die Richtung der vertikalen kristallographischen Achse c (vgl. Fig. 213).

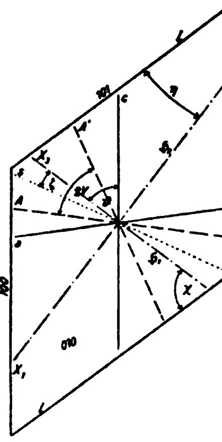


Fig. 213
Optische Orientierung eines Spaltungsblättchens von Gips

Der spitze Winkel dieser Achse c mit der Richtung s der Risse des Faserbruches ist nach Berek[1]) für den Gips von Reinhardtsbrunn $65^{0}55'$, der Winkel der Richtung s mit der Kante $l\,(101) = 61^{0}30'$. Die Ebene der optischen Achsen A und A' liegt beim Gips bei gewöhnlicher Temperatur in der Ebene (010); senkrecht zu (010) liegt deshalb die mittlere optische Elastizitätsachse $\mathfrak{b}$. In einem Wellenpaare, das sich in der Richtung der Normale X_3 eines Spaltungsblättchens nach (010) fortpflanzt, liegt die Polarisationsebene $\mathfrak{H}_1$ der schnelleren Welle parallel X_3, die Polarisationsebene $\mathfrak{H}_2$ der langsameren Welle parallel X_1. Die Richtung $X_1 = \mathfrak{a}$ liegt im spitzen Achsenwinkel β und bildet mit der Kante l den Winkel η (für die Na-Linie bei 20^{0} C) $= 14^{0}24'$. Der Winkel ζ zwischen s und der optischen Elastizitätsachse $\mathfrak{c}$ (in der Figur X_3) beträgt $14^{0}6'$ und der Winkel $\vartheta = c : X_3 = c : \mathfrak{c}$ ist $51^{0}49'$. Daß diese Winkel mit der Wellenlänge und der Temperatur veränderlich sind, wurde schon erwähnt. Die Längsrichtung des Gipskeils soll also parallel der optischen Elastizitätsachse $\mathfrak{a} = X_1$ sein. Die Kontrolle, ob der Gipskeil oder der Quarzkeil die vorgeschriebene Orientierung besitzen, geschieht nach den hier in Frage stehenden Methoden, wobei der Glimmerkeil als bekannte Platte p betrachtet werden kann.

Die unbekannte Platte x wird auf dem Objekttisch nacheinander in die Additions- und in die Subtraktionslage gedreht. In der Subtraktionslage gibt die Längsrichtung des Keiles p die Richtung der kleinsten optischen Elastizität von x. C. Klein empfiehlt, sich vorrätig zu halten:

1. einen Gipskeil mit den Farben erster Ordnung;

2., 3. zwei fernere Gipskeile mit den Farben zweiter und dritter Ordnung;

4. einen Gips- oder Quarzkeil, der von der ersten in die höheren Ordnungen hineinführt.

---

1) N. Jahrb. f. Min. usw. 1912; Beil.-Bd. **33**, S. 645.

Schiebt man in der Subtraktionslage den hierzu passenden Keil so weit ein, bis der Gangunterschied $\Gamma = 0$ (für alle Farben) erreicht ist, so erhält man nicht nur Aufschluß über den Charakter, sondern auch über den Betrag von Γ_x. Für genauere Untersuchungen ersetzt man den einfachen Keil besser durch den Babinetschen Kompensator (vgl. S. 171). Ist Γ_x nur gering, so empfiehlt sich die Verwendung eines Gips- oder Glimmerblättchens mit der Farbe des Rot erster Ordnung, am besten ebenfalls in der Form eines Rechteckes mit der angegebenen Orientierung. Man kann aber auch Blättchen mit der Farbe des Violett zweiter Ordnung verwenden, doch sind die ersteren aus dem schon früher (S. 227) angegebenen Grunde in gewissen Fällen vorzuziehen. In der Additionslage geben die Blättchen mit Rot erster Ordnung die blauen Töne zweiter Ordnung, in der Subtraktionsstellung die gelben Töne erster Ordnung.

II. Beobachtungen im konvergenten Licht

Von der zu bestimmenden Platte x liege ein Schliff senkrecht zur Hauptachse oder senkrecht zur ersten Mittellinie vor, je nachdem der betreffende Kristall optisch-einachsig oder optisch-zweiachsig ist.

1. Man habe eine zweite in gleicher Weise geschliffene Platte p zur Verfügung, deren optischer Charakter bekannt ist. Legt man p und x aufeinander, und zwar bei optisch-zweiachsigen Platten so, daß die optischen Achsenebenen parallel liegen, so wirkt die Kombination wie eine Verdickung der Platte, hat also eine Verengerung der Ringsysteme zur Folge, wenn der optische Charakter von p und x derselbe ist. Haben die Platten entgegengesetzten Charakter, so wirkt die Kombination wie eine Verdünnung, hat also Erweiterung der Ringe zur Folge. Ist demnach das Ringsystem der Kombination enger als das derjenigen von den beiden Platten p und x, welche für sich das engste Ringsystem gibt, so haben p und x gleichen optischen Charakter; ist das Ringsystem der Kombination weiter als das der Platte mit dem engsten Ringsystem, so haben p und x entgegengesetzten Charakter. Dieses Verfahren wurde von Brewster vorgeschlagen.[1]

2. Nach dem Vorschlage von Airy[2] werden die sog. „Viertelundulationsglimmerblättchen" hergestellt, deren Gangunterschied

1) Philos. Trans. of the R. Soc. London 1818; I, p. 215.

2) Ann. d. Phys. 1832; **26**, 140.

für mittleres Gelb $\Gamma = \frac{1}{4}\lambda$ ist, und welche zwischen gekreuzten Nicols das „Graublau“ der ersten Ordnung zeigen (vgl. S. 69). Dieselben werden jetzt ebenso wie die vorhin genannten Platten und Keile in Form von langgestreckten Rechtecken geliefert, deren Längs-

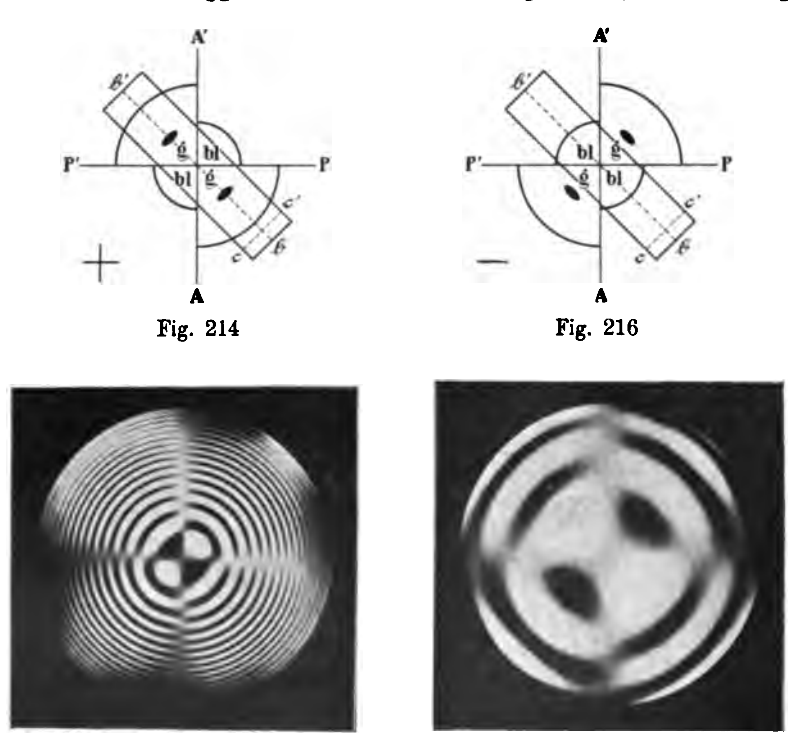


Fig. 214

Fig. 216

Fig. 215

Fig. 217

Figg. 214 und 215: Optisch-einachsige positive Platte senkrecht zur optischen Achse im konvergenten Na-Lichte zwischen gekreuzten Nicols und eingeschobenem Viertelundulationsglimmerblättchen. Fig. 214 schematisch. Fig. 215 Zirkon. Nach Hauswaldt

Figg. 216 und 217: Optisch-einachsige negative Platte senkrecht zur optischen Achse im konvergenten Na-Lichte zwischen gekreuzten Nicols und eingeschobenem Viertelundulationsglimmerblättchen. Fig. 216 schematisch. Fig. 217 Apatit. Nach Hauswaldt

richtung die Richtung der mittleren optischen Elastizität $\mathfrak{b}$ ist. H. W. Dove zeigte[1]) auf Grund der Angaben Airys, wie man das Viertelundulationsglimmerblättchen als ein Unterscheidungsmittel positiver und negativer ein- und zweiachsiger Kristalle ver-

1) Ann. d. Phys. 1837; **40**, 457.

wenden könne. Wird ein solches Glimmerblättchen bei gekreuzten Nicols in den erwähnten Schlitz des Apparates eingeschoben, so beobachtet man bei konvergentem Lichte und bei einem optisch-einachsigen Kristall vorstehende Bilder (Figg. 214 bis 217), je nachdem der Kristall optisch-positiv oder optisch-negativ ist.

Bei optisch-einachsigen positiven Kristallen sind in den beiden Quadranten, durch welche die Richtung bb' des Glimmers geht, die ersten Ringe weiter, in den beiden Quadranten, durch welche cc' des Glimmers geht, enger geworden. Zwischen den beiden erweiterten Ringen und dem Zentrum liegt je ein dunkler Fleck (vgl. Figg. 214 und 215). Bei optisch-einachsigen negativen Kristallen

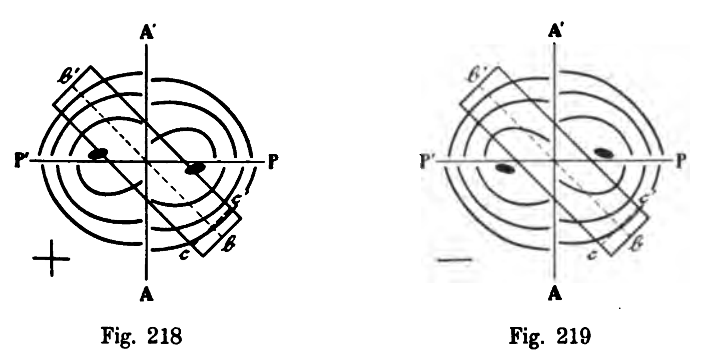


Fig. 218 Fig. 219

Bestimmung des optischen Charakters der Doppelbrechung eines optisch-zweiachsigen Kristalls mit Hilfe des Viertelundulationsglimmerblättchens, schematisch

treten Ringerweiterung und dunkler Fleck in den beiden Quadranten auf, durch welche die Richtung cc' des Glimmers geht (vgl. Figg. 216 und 217). Der erste dunkle Ring tritt jedesmal da auf, wo der gesamte Gangunterschied von Platte x und Glimmer p den Betrag λ hat; da für das Glimmerblättchen überall $\Gamma_p = \frac{1}{4}\lambda$, so ist an der betreffenden Stelle für die Platte x der Gangunterschied $\Gamma_x = \frac{3}{4}\lambda$ oder $\frac{5}{4}\lambda$, je nachdem sich in dem betreffenden Quadranten Γ_x und Γ_p addieren oder subtrahieren. Bei dem dunklen Fleck ist $\Gamma = 0$, also $\Gamma_x = -\Gamma_p = -\frac{1}{4}\lambda$.

In ähnlicher Weise tritt Erweiterung und Verengerung der Ringe auch bei den optisch-zweiachsigen Kristallen ein, vgl. Figg. 218 bis 223. Die dem Gedächtnisse leicht einzuprägende Regel, daß die Mittellinie derjenigen Quadranten, welche die beiden dunklen Flecke und die Erweiterung der Ringe enthalten, mit der Spur der optischen Achsenebene des Glimmers, also mit der Richtung cc' desselben, je

nach dem positiven oder negativen Charakter der zu untersuchenden Patte ein + oder ein — Zeichen bildet, rührt von Nörrenberg her.



Fig. 220
Optisch-zweiachsige Platte senkrecht zur ersten Mittellinie; Ebene der optischen Achsen in der Platte in der Normalstellung, d. h. von links nach rechts gerichtet; Ebene der optischen Achsen des Glimmers nach rechts oben. Charakter der Doppelbrechung positiv. Nach Hauswaldt



Fig. 221
Optisch-zweiachsige Platte senkrecht zur ersten Mittellinie; Ebene der optischen Achsen in der Platte in der Diagonalstellung, d. h. nach links oben gerichtet; Ebene der optischen Achsen des Glimmers nach rechts oben. Charakter der Doppelbrechung positiv. Nach Hauswaldt



Fig. 222
Optisch-zweiachsige Platte senkrecht zur ersten Mittellinie; Ebene der optischen Achsen in der Platte in der Normalstellung, d. h. von links nach rechts gerichtet; Ebene der optischen Achsen des Glimmers nach rechts oben. Charakter der Doppelbrechung negativ. Nach Hauswaldt



Fig. 223
Optisch-zweiachsige Platte senkrecht zur ersten Mittellinie; Ebene der optischen Achsen in der Platte in der Diagonalstellung, d. h. nach links oben gerichtet; Ebene der optischen Achsen des Glimmers nach rechts oben. Charakter der Doppelbrechung negativ. Nach Hauswaldt

In der Nähe des Austritts der optischen Achsen verhalten sich die optisch-einachsigen und optisch-zweiachsigen Kristalle bezüglich der Interferenzfarben im konvergenten Licht ähnlich wie im parallelen Licht.

Bei Verwendung eines Gipsblättchens mit Rot erster Ordnung beobachtet man Erweiterung und Verengerung der Ringe wie bei Verwendung des Viertelundulationsglimmerblättchens. Das Gipsblättchen ist aber auch dann noch zu verwenden, wenn die Doppelbrechung so schwach ist, daß die Ringe nicht mehr im Gesichtsfelde erscheinen, und ebenso auch dann, wenn der Schliff so schief gegen die optische Achse geführt ist, daß die letztere am Rande des Gesichtsfeldes austritt.

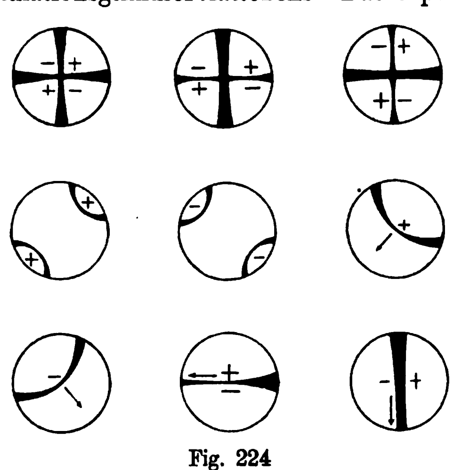


Fig. 224
Positive und negative Quadranten der optischen Achsenbilder. Der Pfeil zeigt nach der Austrittsstelle der ersten Mittellinie. Nach Rinne

Die Kurven gleichen Gangunterschiedes erscheinen bei der Verwendung des Gipsblättchens verschieden gefärbt; die enger gewordenen sind schwarz, die weiter gewordenen gefärbt. Die Quadranten werden häufig nach der Orientierung der Landkarte als NO, SW und NW, SO bezeichnet. Die beiden ersteren werden positiv, die beiden letzteren negativ genannt (vgl. Fig. 224). Mag man nun den Achsenaustritt einer optisch-einachsigen Platte im Zentrum oder am Rande des Gesichtsfeldes beobachten, oder die beiden Achsen einer optisch-zweiachsigen Platte, oder auch nur eine Achse der letzteren, so läßt sich aus der Färbung nach dem richtigen Einschieben des Gipsblättchens (vgl. S. 233 und 234) der Charakter der Doppelbrechung nach einer und derselben Regel erkennen. Berücksichtigt man stets das Blau, welches an Stelle des Grau beim Achsenpunkte nach dem Einschieben des Gipsblättchens entsteht, so gilt in allen Fällen folgende von Rinne formulierte[1]) Regel: Blau im positiven Isogyrenwinkel zeigt positive Doppel-

1) Min. u. petr. Mitt. 1911, **30**, 322.

brechung, Blau im negativen Isogyrenwinkel zeigt negative Doppelbrechung.

Ist die Kristallplatte dünn, wie bei Dünnschliffen, so wird man immer am besten das empfindliche Gipsblättchen mit dem Rot erster Ordnung anwenden, bei dicken Platten dagegen nach dem Vorgange von Biot (1829) die erwähnten Keile. Findet man, daß man in einer der beiden Hauptlagen, von der dünnsten Stelle des Keiles anfangend, allmählich Farben niedrigerer Ordnung erhält, so ist dies die Subtraktionslage (vgl. auch die Beckesche Regel S. 211).

Weitere Methoden zur Bestimmung des Charakters der Doppelbrechung wurden von G. Cesàro vorgeschlagen.[1]

§ 52

Reflexion und Brechung an der Grenze zweier anisotroper Medien

Fig. 225 stellt die Schnittkurven der Indexflächen der beiden Medien I und II dar. Eine im Medium I einfallende Wellennormale $OP_{I\alpha}$ treffe die Indexkurve $\nu_{I\alpha}$ bei $P_{I\alpha}$; man errichte das Lot Φ auf der Grenzebene GG' und erhalte die Schnittpunkte: $P_{I\beta}$, $P_{II\alpha}$, $P_{II\beta}$, $Q_{II\beta}$, $Q_{II\alpha}$, $Q_{I\beta}$, $Q_{I\alpha}$. Die Geraden $OP_{II\alpha}$ und $OP_{II\beta}$ stellen die beiden gebrochenen, $OQ_{I\alpha}$ und $OQ_{I\beta}$ die beiden reflektierten Wellennormalen dar. Eine parallel $OP_{I\beta}$ im Medium I einfallende Wellennormale würde dieselben reflektierten und dieselben gebrochenen Wellennormalen, aber mit anderer Amplitude erzeugen. $OP_{I\alpha}$ und $OP_{I\beta}$ werden deshalb zuweilen als gegenseitige „Hilfswellen“ bezeichnet. Die Geraden $OQ_{II\alpha}$ und $OQ_{II\beta}$ (Fig. 225) stellen die Richtungen und die reziproken

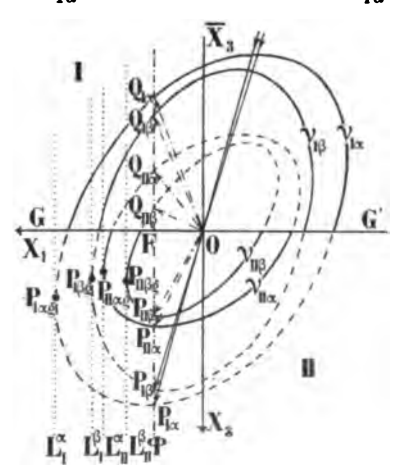


Fig. 225
Reflexion und Brechung an der Grenze zweier doppeltbrechender Medien. Nach Osthoff[2])

1) Bull. de l'Acad. roy. d. Belg. 1906, 290 und 1907, 404. Ausz. Ztschr. f. Kr. **45**, 206 und **46**, 486.

2) A. Osthoff, Über die Reflexion und Brechung des Lichtes an Zwillingsebenen vollkommen durchsichtiger, inaktiver, einachsiger Kristalle. N. Jahrb. f. Min. usw. 1905; Beil.-Bd. **20**, 1 bis 122.

Geschwindigkeiten von Wellennormalen dar, welche an der zweiten Grenzfläche $G_1 G_1'$ reflektiert würden, wenn das zweite Medium als planparallele Platte in dem ersten eingebettet läge (vgl. auch Fig. 226). Die zu den Wellennormalen gehörenden Strahlenrichtungen erhält man, wenn man in den Schnittpunkten P und Q die Tangentialebenen an die Indexfläche legt und von O aus auf diese Ebene Lote fällt. Diese Lote geben die Richtungen und ihre reziproken Längen die Geschwindigkeiten der Strahlen. Während die Normalen der einfallenden, reflektierten und gebrochenen Wellen stets in der gleichen Ebene liegen, gilt dies nicht bezüglich der entsprechenden Strahlen. (Vgl. auch S. 93.)

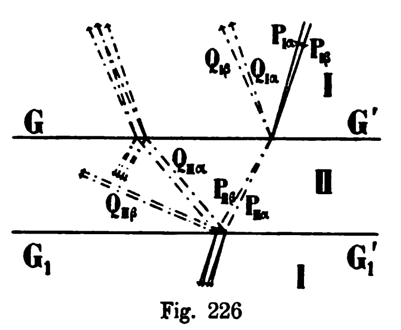


Fig. 226
Reflexion an einer planparallelen Platte eines doppeltbrechenden Mediums innerhalb eines anderen doppeltbrechenden Mediums

Verschiebt man Φ parallel mit sich selbst, so bildet diese Gerade in vier Lagen die Tangente an eine Indexkurve. Fällt der Punkt $P_{I\beta}$ mit dem Schnittpunkte von $\nu_{I\beta}$ mit L_{II}^{β} und der Punkt $P_{I\alpha}$ mit dem Schnittpunkte von $\nu_{I\alpha}$ mit L_{II}^{α} zusammen, so stellen die Geraden $OP_{I\alpha}$ und $OP_{I\beta}$ die Normalen der Grenzwellen der totalen Reflexion dar. Liegt Φ links von L_{II}^{β}, so besteht für die raschere Welle im Medium *II* kein gebrochener Strahl; liegt Φ links von L_{II}^{α}, so besteht dort überhaupt kein gebrochener Strahl mehr.

Liegt $P_{I\beta}$ in $P_{I\beta g}$, dann fällt die Normale der in GG' reflektierten rascheren Welle mit der zugehörigen Normale der einfallenden Welle zusammen; der entsprechende Strahl liegt dann in der Grenzebene. — Verschiebt man Φ noch weiter nach links, so würde der zugehörige Strahl die Grenze nicht mehr schneiden; dagegen würde die langsamere Welle zunächst noch reflektiert. — Verschiebt man Φ so weit nach links, daß $P_{I\alpha}$ mit $P_{I\alpha g}$ zusammenfällt, dann fällt die Normale der in GG' reflektierten langsameren Welle mit der zugehörigen Normale der einfallenden Welle zusammen; der zur langsameren Welle gehörende, einfallende und reflektierte Strahl liegt dann in der Grenzebene. — Verschiebt man Φ noch weiter vom Lote X_3 weg, dann gehören zu den entsprechenden Normalenrichtungen keine Strahlen mehr, welche die Grenzebene schneiden. Dann gibt es auch keine reflektierte langsamere Welle mehr.

Ist F der Schnittpunkt von Φ mit GG', so ist $\frac{OF}{OQ_{II\beta}} = \sin\varphi_1$, $\frac{OF}{OQ_{II\alpha}} = \sin\varphi_2$ usw., wenn $\varphi_1, \varphi_2 \ldots . \varphi_8$ die acht Neigungen der betreffenden vier Hypotenusen OQ des Mediums I und der vier Hypotenusen OP des Mediums II (vgl. Fig. 225) mit dem Einfallslote $X_3 \overline{X}_3$ bezeichnen. Da diese Hypotenusen die reziproken Wellengeschwindigkeiten darstellen, so ist $OF = \frac{\sin\varphi_1}{q_1} = \frac{\sin\varphi_2}{q_2} \ldots . = \frac{\sin\varphi_8}{q_8}$, wobei q die Wellengeschwindigkeiten bedeutet. Die Gleichheit der Quotienten aus dem Sinus der Neigung der Wellennormale gegen die Normale zur Grenzebene durch die Wellengeschwindigkeit ist der Inhalt des Sinusgesetzes für die Reflexion und Brechung an der Grenze zweier anisotroper Medien.

Werden beide Medien isotrop, so fallen alle P_α mit den entsprechenden P_β und alle Q_α mit den Q_β zusammen; q_1 und q_2 erhalten von der Richtung unabhängige Werte. Das gewöhnliche Gesetz der Brechung und der Reflexion ist also in dem vorstehenden allgemeinen Gesetze als spezieller Fall enthalten.

Reflexion und Brechung an Zwillingsgrenzen

Die Reflexion und Brechung an der Grenze zweier anisotroper Medien gewinnt eine besondere Bedeutung, wenn die beiden Medien dem gleichen Kristall, aber in verschiedener Orientierung angehören;

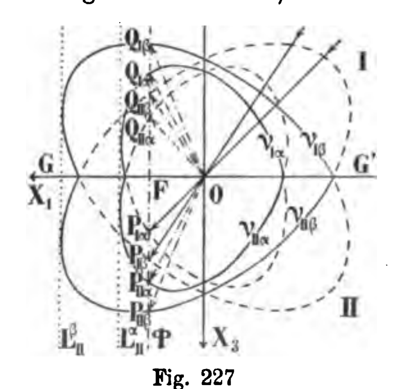


Fig. 227
Reflexion und Brechung an einer Zwillingsgrenze

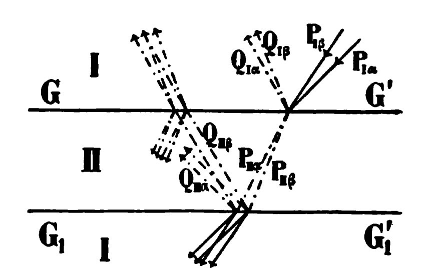


Fig. 228
Reflexion und Brechung an einer Zwillingslamelle

hierhin sind in erster Linie die Zwillinge zu stellen. Nehmen wir an, die Zwillingsgrenze sei zugleich Zwillingsebene. Fig. 225 nimmt dann die Form der Fig. 227 an, welche nach dem früher Erwähnten ohne

weiteres verständlich ist. Aus der Figur läßt sich direkt der Satz entnehmen:[1]) Eine ebene Welle, welche auf eine Zwillingsebene einfällt, kann im allgemeinen zwei reflektierte und zwei gebrochene Wellen erzeugen. Die Normalen der beiden ersteren liegen zu den Normalen der beiden letzteren spiegelbildlich in bezug auf die Zwillingsebene (vgl. auch Fig. 228). Die reflektierte schnellere Welle hat die gleiche Fortpflanzungsgeschwindigkeit wie die gebrochene schnellere Welle, und dasselbe gilt bezüglich der beiden langsameren Wellen. Auch für die reflektierten und die gebrochenen Strahlen gilt dasselbe wie für die betreffenden Wellennormalen.

Totale Reflexion kann an einer Zwillingsebene nicht eintreten, weil die Tangenten L_{II}^{α} bzw. L_{II}^{β} zugleich Tangenten an $\nu_{\text{II}\alpha}$ und $\nu_{\text{I}\alpha}$ bzw. an $\nu_{\text{II}\beta}$ und $\nu_{\text{I}\beta}$ sind.

Die Reflexion uud Brechung an Zwillingsgrenzen

optisch-einachsiger Kristalle

hat zuerst Grailich[2]) (W. Jos., geb. 16. 2. 1829, Privatdozent a. d. Univ. Wien, gest. 13. 9. 1859) behandelt.

Die Verbindungsebene der optischen Achsen der beiden Zwillingsindividuen ist der gemeinsame Hauptschnitt des Zwillings. Die zum Hauptschnitt und zur Zwillingsebene senkrechte Ebene nennt Grailich den Querschnitt des Zwillings.

Ist die auf die Zwillingsgrenze einfallende Welle eine ordentliche, so hat die gebrochene ordentliche Welle die gleiche Fortpflanzungsrichtung wie die einfallende. Eine Ebene, welche den einfallenden und den gebrochenen außerordentlichen Strahl enthält, geht im allgemeinen nicht durch das Einfallslot, aber stets durch die Projektion der optischen Achsen auf die Zwillingsebene.

Liegt die Einfallsebene im Hauptschnitt, so sind die Amplituden der beiden reflektierten und der einen gebrochenen Welle gleich Null. Eine ordentliche Welle pflanzt sich im Hauptschnitt ohne Änderung ihrer Normalenrichtung und ohne Änderung ihrer Intensität durch die Zwillingsgrenze hindurch fort, gerade so, als ob die Zwillingsgrenze gar nicht vorhanden wäre. Eine außerordentliche Welle erleidet an der Zwillingsebene eine Brechung, ohne dabei ihre Intensität zu ändern.

1) Nach Osthoff, a. a. O.

2) Sitzungsber. d. Wiener Akad. d. Wiss. 1853; **11**, 817. 1854; **12**, 230. 1855; **15**, 311. 1856; **19**, 226. Ann. d. Phys. 1856; **98**, 203.

Die Polarisationsrichtungen[1]) (und die Polarisationsebenen) der ordentlichen reflektierten und der ordentlichen gebrochenen Wellen sowie die der außerordentlichen reflektierten und der außerordentlichen gebrochenen Wellen liegen spiegelbildlich in bezug auf die Zwillingsebene.

Auch wenn die Einfallsebene im Querschnitt liegt, sind die Amplituden der beiden reflektierten sowie die der beiden gebrochenen Wellen im allgemeinen von Null verschieden.

Einige spezielle Fälle für

optisch-zweiachsige Kristalle

hat Lord Rayleigh[2]) untersucht. Es wird angenommen[3]), daß die Zwillingsebene, welche wieder zugleich die Grenzebene sein soll, zu einer den beiden Individuen gemeinsamen optischen Symmetrieebene senkrecht stehe. In Fig. 229 gehört der Kreis sowohl zum Individuum *I* als zum Individuum *II*.

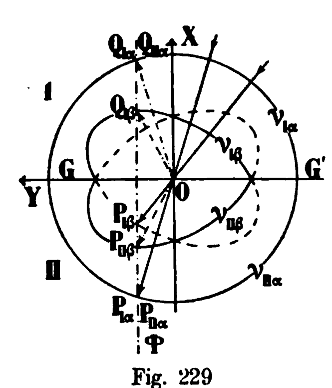


Fig. 229
Reflexion und Brechung an der Zwillingsgrenze eines optisch-zweiachsigen Kristalls. Die Zwillingsebene sei parallel der Grenzebene und senkrecht zu einem optischen Symmetrieschnitt

a) Es falle die Einfallsebene in die gemeinsame optische Symmetrieebene, und zwar sei

α) der Strahl parallel zur Einfallsebene polarisiert; zu einem solchen Strahle gehört die kreisförmige Indexkurve $\nu_{I\alpha}$. Die einfallende Wellennormale schneidet die Kurve in $P_{I\alpha}$; das in $P_{I\alpha}$ errichtete Lot Φ schneidet auch den mit $\nu_{I\alpha}$ identischen Kreis $\nu_{II\alpha}$ in einem mit $P_{I\alpha}$ identischen Punkte $P_{II\alpha}$, d. h. die gebrochene Wellennormale hat dieselbe Richtung wie die einfallende. Zu der gleichen Einfallsrichtung gehören die beiden Reflexionsrichtungen $OQ_{I\alpha}$ und $OQ_{I\beta}$, aber deren Amplituden sind im vorliegenden Falle Null, und die Welle $OP_{II\alpha}$ behält die ganze einfallende Intensität.

Eine parallel zur Einfallsebene polarisierte Welle durchdringt die Zwillingsgrenze ohne Änderung ihrer Normalenrichtung und ohne Änderung ihrer Intensität;

1) Vgl. Osthoff, a. a. O. S. 39.
2) Phil. Mag. 1888; **26**, 241.
3) Vgl. Osthoff, a. a. O. S. 6.

sie verhält sich also genau so wie die ordentliche Welle optisch-einachsiger Kristalle.

β) Der einfallende Strahl sei senkrecht zur Einfallsebene polarisiert und $OP_{I\beta}$ sei die Richtung der einfallenden Wellennormale. Das Lot Φ trifft die zugehörigen Indexkurven in $P_{II\alpha}$ und $P_{II\beta}$, aber die zu $OP_{II\alpha}$ gehörende Amplitude ist Null, ebenso die zu der reflektierten Normale $OQ_{I\alpha}$ und $OQ_{I\beta}$ gehörenden Amplituden.

Eine senkrecht zur Einfallsebene polarisierte Welle erleidet beim Durchgang durch die Zwillingsgrenze eine Brechung, ändert aber dabei nicht ihre Intensität; sie verhält sich also hierbei genau so wie die außerordentliche Welle optisch-einachsiger Kristalle.

b) Es stehe die Einfallsebene senkrecht zur gemeinsamen optischen Symmetrieebene.

Die Amplituden der beiden reflektierten Wellen sind in diesem Falle im allgemeinen von Null verschieden; eine der beiden gebrochenen Wellen schreitet in derselben Richtung fort, wie die einfallende.

§ 53

Linear, zirkular und elliptisch polarisiertes Licht, dessen Erzeugung und qualitative Untersuchung

Fällt ein linear polarisierter Lichtstrahl senkrecht auf eine planparallele optisch-anisotrope Kristallplatte, so wird er in zwei Strahlen zerlegt, deren Schwingungsrichtungen zueinander senkrecht stehen, und welche sich mit verschiedener Geschwindigkeit im Kristall fortpflanzen. Ist die Plattenebene parallel zu einem der drei optischen Symmetrieschnitte eines optisch-zweiachsigen Kristalls oder parallel zur Hauptachse eines optisch-einachsigen Kristalls, so bleibt die Strahlenrichtung im Inneren und zu beiden Seiten außerhalb der Platte unverändert, aber die beiden Strahlen haben beim Austritt aus der Platte einen Gangunterschied Γ. Ein Ätherteilchen, welches außerhalb der Platte liegend gleichzeitig von den beiden Wellen beeinflußt wird, nimmt eine Bewegung an, welche der Resultierenden aus den beiden einzelnen Impulsen entspricht.

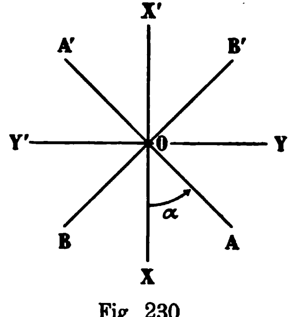


Fig. 230

Die Amplitude der beiden einzelnen Komponenten dieser Bewegung ist dann, aber auch nur dann gleich, wenn die Schwingungsrichtung AA' (Fig. 230) des auf die Platte fallenden Lichtes unter einem Winkel von $\alpha = 45^0$ gegen die beiden Schwingungsrichtungen X und Y der Platte geneigt ist. An der Eintrittsfläche erfolgt in diesem Falle jedesmal ein gleicher Impuls in der Richtung OY, wenn auch ein solcher in der Richtung OX erfolgt. An der Austrittsfläche erfolgt aber der Impuls in der Richtung OY später als in der Richtung OX, wenn der parallel OY schwingende Strahl sich langsamer fortpflanzt als der parallel OX schwingende Strahl. Je nach der Zeitdifferenz, welche zwischen dem Impulse nach OX und dem

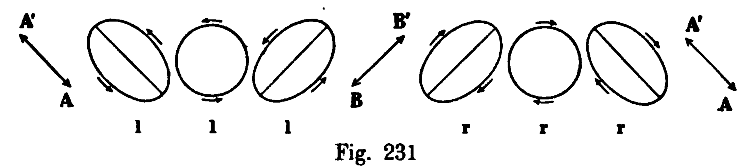


Fig. 231
Lineare, elliptische und zirkulare Polarisation, erzeugt durch einen veränderlichen Wert Γ und einen konstanten Wert $\alpha = 45^0$

nach OY besteht, d. h. je nach dem Werte des Gangunterschiedes Γ, ändert sich die Schwingungsbahn. Sie ist (vgl. Fig. 231):

linear, ... parallel AA', wenn $\Gamma = 8n\frac{\lambda}{8}$

links-elliptisch, mit der großen Achse „ AA', „ $\Gamma = (8n+1)\frac{\lambda}{8}$

„ -zirkular, ... „ $\Gamma = (8n+2)\frac{\lambda}{8}$

„ -elliptisch, mit der großen Achse „ BB', „ $\Gamma = (8n+3)\frac{\lambda}{8}$

linear, ... „ BB', „ $\Gamma = (8n+4)\frac{\lambda}{8}$

rechts-elliptisch, mit der großen Achse „ BB', „ $\Gamma = (8n+5)\frac{\lambda}{8}$

„ -zirkular, ... „ $\Gamma = (8n+6)\frac{\lambda}{8}$

„ -elliptisch, mit der großen Achse „ AA', „ $\Gamma = (8n+7)\frac{\lambda}{8}$

wobei n Null oder irgendeine ganze Zahl bedeutet.

Zirkulare und elliptische Schwingungen heißen rechte oder linke, je nachdem ein Beobachter, welcher mit der Schwingung schwimmend gedacht wird, das Gesicht nach dem Mittelpunkte

richtend, die Fortpflanzungsrichtung des Strahles mit dem ausgestreckten rechten oder linken Arm andeutet. Die den Figuren beigefügten Zeichen r und l gelten demnach für den Fall, daß das Licht von der Zeichnung aus auf den Beobachter zukommt; oder, was damit gleichbedeutend ist: für einen dem ankommenden Strahl entgegensehenden Beobachter verläuft eine rechte Drehung im Uhrzeigersinne, eine linke umgekehrt.

Man kann diese verschiedenen Schwingungsarten erzeugen mit Hilfe eines Polarisators (Nicols) und eines **Babinet**schen Kompensators, dessen Gangunterschied Γ allmählich geändert wird, während die Neigung α der Polarisatorschwingung gegen die Schwingungsrichtung X des Kompensators konstant gleich 45^0 bleibt.

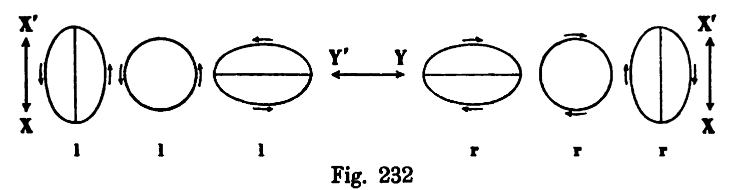


Fig. 232

Lineare, elliptische und zirkulare Polarisation, erzeugt durch einen veränderlichen Wert α und einen konstanten Wert $\Gamma = \frac{1}{4}\lambda$

Man kann aber auch umgekehrt Γ konstant halten und α stetig ändern. Sei etwa der Gangunterschied des Kompensators konstant $\Gamma = \frac{1}{4}\lambda$ und werde α von der positiven Richtung O_X des Kompensators aus im umgekehrten Sinne des Uhrzeigers gemessen, dann ändert sich die Schwingungsart wieder entsprechend. Sie ist (vgl. Figg. 230 und 232):

linear, ...	parallel XX',	wenn $\frac{\alpha}{\pi}$ =	0
links-elliptisch, mit der großen Achse	„ XX',	„ „	$\frac{1}{8}$
„ -zirkular, ...		„ „	$\frac{2}{8}$
„ -elliptisch, mit der großen Achse	„ YY',	„ „	$\frac{3}{8}$
linear, ...	„ YY',	„ „	$\frac{4}{8}$
rechts-elliptisch, mit der großen Achse	„ YY',	„ „	$\frac{5}{8}$
„ -zirkular, ...		„ „	$\frac{6}{8}$
„ -elliptisch, mit der großen Achse	„ XX',	„ „	$\frac{7}{8}$

Als Kompensator mit festem Gangunterschied $\Gamma = \frac{1}{4}\lambda$ kann entweder wieder der **Babinet**sche mit dieser Einstellung dienen, oder auch der **Sénarmont**sche Kompensator, dessen wesentlicher Bestandteil ein $\frac{1}{4}\lambda$-Glimmerblättchen ist, auf welches das aus einem Polarisatornicol kommende Licht fällt.

Wechseln sowohl Γ als α, dann erhält man im allgemeinen eine elliptische Schwingung; die Lage der großen Achse, der Drehungssinn und das Verhältnis der großen zur kleinen Achse hängen von den Werten Γ und α ab.

Die qualitative Prüfung, ob ein ankommendes Lichtbündel natürliches, linear, zirkular, oder elliptisch polarisiertes Licht enthält, kann mit Hilfe eines Nicols und eines $\frac{1}{4}\lambda$-Glimmerblättchens in folgender Weise geschehen.

Erhält man bei alleiniger Verwendung des Nicols beim Drehen des letzteren um die Strahlesrichtung ein Intensitätsmaximum und nach weiterer Drehung um 90° die Intensität Null, so ist das ankommende Licht linear polarisiert. Gibt der Analysatornicol zwar ein Intensitätsmaximum, aber in der um 90° gedrehten Stellung nicht die Intensität Null, so ist das ankommende Licht, gleiche Schwingungsart aller Strahlen vorausgesetzt, elliptisch polarisiert, und die Schwingungsrichtung des Analysatornicols bei der maximalen Intensität gibt die Richtung der großen Achse der Ellipse. Gibt der Analysatornicol beim Drehen keine Intensitätsunterschiede, so ist das ankommende Licht entweder natürliches oder zirkular polarisiertes. Zur Entscheidung dieser Frage wird vor den Analysatornicol ein $\frac{1}{4}\lambda$-Glimmerblättchen geschaltet. Bleibt dann das Gesichtsfeld beim Drehen des Nicols gleichmäßig hell, so ist das ankommende Licht natürliches; hat aber nach Einschaltung des Glimmerblättchens das Gesichtsfeld beim Drehen des Nicols ein Intensitätsmaximum und in einer um 90° gedrehten Stellung die Intensität Null, dann ist das auf den Glimmer fallende Licht zirkular polarisiert; durch dên Glimmer wird es wieder in linear polarisiertes Licht zurückverwandelt und kann dann durch geeignete Stellung des Analysatornicols ausgelöscht werden.

Das Nicolsche Prisma sowie der polarisierende Spiegel und der polarisierende Glasplattensatz heißen „lineare Polarisatoren"; die Verbindung eines linearen Polarisators mit einer doppeltbrechenden planparallelen Platte bildet im allgemeinen einen „elliptischen Polarisator"; solche sind speziell der Babinetsche und der Sénarmontsche Kompensator. Sind diese so gestellt, daß die beiden Hauptachsen der Schwingungsellipse gleich groß sind, so heißen sie „zirkulare Polarisatoren". Beim elliptischen und beim zirkularen Analysator fällt das zu untersuchende Licht zuerst auf die doppeltbrechende Platte, dann auf den linearen Analysator (Nicol); beim elliptischen und beim zirkularen Polarisator im

engeren Sinne fällt gewöhnliches Licht zuerst auf den linearen Polarisator, dann auf die doppeltbrechende Platte.

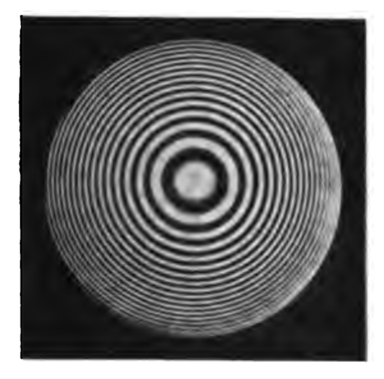


Fig. 233
Kalkspat. Platte senkrecht zur optischen Achse im konvergenten polarisierten Hg-Licht mit zirkularem Polarisator und zirkularem Analysator; Glimmerblättchen parallel. Nach Hauswaldt

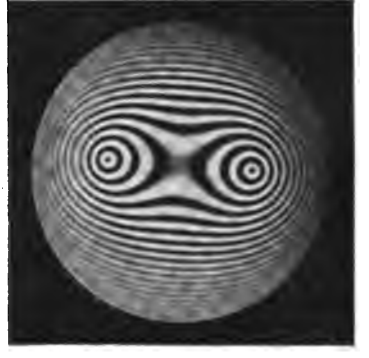


Fig. 234
Aragonit. Platte senkrecht zur ersten Mittellinie im konvergenten polarisierten Hg-Licht mit zirkularem Polarisator und zirkularem Analysator; Glimmerblättchen gekreuzt. Nach Hauswaldt

So wie jede linear polarisierte Schwingung in zwei anders orientierte lineare Schwingungen zerlegt werden kann, so kann auch eine elliptisch polarisierte Welle in zwei beliebig orientierte andere elliptische Komponenten zerlegt werden. Haben diese beiden Komponenten das gleiche Verhältnis der Achsen der Schwingungsellipse, aber entgegengesetzten Drehungssinn und zueinander senkrechte Lage der großen Achsen, so heißen sie „entgegengesetzt". Zwei entgegengesetzt elliptische Schwingungen können auch dann nicht miteinander interferieren, wenn sie kohärent (vgl. S. 27) sind.[1]) Beim Zusammentreffen zweier entgegengesetzt elliptisch polarisierter Strahlen geben diese stets eine Helligkeit, welche gleich der Summe der Hellig-

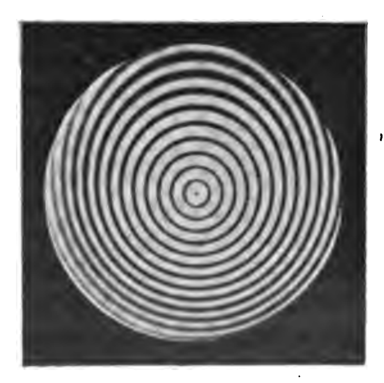


Fig. 235
Topas. Platte senkrecht zu einer optischen Achse im konvergenten polarisierten Hg-Licht mit zirkularem Polarisator und zirkularem Analysator; Glimmerblättchen gekreuzt. Nach Hauswaldt

1) G. G. Stokes, Trans. Cambr. Phil. Soc. 1856; **9**, 399.

keiten der beiden einzelnen Strahlen ist. Ein spezieller Fall dieses Gesetzes ist das Verhalten zweier zueinander senkrecht linear polarisierter Strahlen (vgl. S. 123).

Die Verwendung des Zirkularanalysators zur Bestimmung des Charakters der Doppelbrechung wurde bereits erwähnt. Die Figuren 233, 234 und 235 zeigen die Erscheinung bei optisch-einachsigen und optisch-zweiachsigen Kristallplatten zwischen zirkularem Polarisator und zirkularem Analysator im konvergenten Licht. Die Kurven gleichen Gangunterschiedes haben hier konstante Helligkeit, es fehlen die Isogyren. Beim Übergang von der parallelen Stellung der Glimmerblättchen zur gekreuzten Stellung derselben verwandeln sich die hellen Kurven in dunkle und umgekehrt.

§ 54

Quantitative Analyse einer ankommenden Lichtschwingung mit Hilfe des Babinetschen und des Sénarmontschen Kompensators[1])

Mit Hilfe eines Analysatornicols bestimmt man nach Seite 248 die Lage der beiden Hauptachsen der Schwingungsellipse. Die quantitative Bestimmung der Richtung und des Verhältnisses der großen und kleinen Achse sowie des Drehungssinnes der Schwingungsellipse geschieht nach denselben beiden Methoden, welche vorhin als Mittel zur Erzeugung und zur qualitativen Prüfung des elliptisch polarisierten Lichtes angegeben wurden.

Diese Bestimmungen waren die ursprüngliche Aufgabe des Babinetschen Kompensators (S. 171). Man läßt das ankommende, elliptisch polarisierte Licht zuerst auf den Babinetschen Kompensator und dann auf einen Nicol fallen. Die in Betracht kommende Dicke des Kompensators wird nun solange geändert und der Analysatornicol solange gedreht, bis die Intensität des aus letzterem austretenden Lichtes Null ist. In diesem Falle verwandelt der Kompensator das ankommende elliptisch polarisierte Licht in geradlinig polarisiertes, und dieses wird durch den Nicol ausgelöscht. Dreht man von dieser Nullstellung aus den Nicol um 90° nach rechts oder links, so erhält man ein Helligkeitsmaximum. Die diesem entsprechende Schwingungsrichtung des Nicols ist zugleich die Schwingungsrichtung der aus dem Kompensator kommenden linear polarisierten Strahlen. Ist α die

1) Ann. d. chim. et d. phys. 1840; **73**, 337.

Neigung dieser Richtung gegen die Schwingungsrichtung X des Kompensators, so ist $\frac{X}{Y} = \operatorname{cotg} \alpha$ das Verhältnis der Amplituden der beiden ohne Gangunterschied aus dem Kompensator austretenden Strahlen, welche sich zu einer einzigen resultierenden linearen Schwingung vereinigen. Der Kompensator selbst gibt den in ihm erzeugten Gangunterschied an, welcher nötig war, um die ankommende elliptische Schwingung in eine geradlinige zu verwandeln, also auch denjenigen Gangunterschied, welcher nötig ist, um aus der aus dem Kompensator austretenden linearen Schwingung eine entsprechende elliptische Schwingung zu erzeugen. Das Amplitudenverhältnis $\frac{X}{Y}$ und der Gangunterschied genügen zur Bestimmung der Lage und des Verhältnisses der beiden Achsen wie des Drehungssinnes der Schwingungsellipse des ankommenden Lichtes.

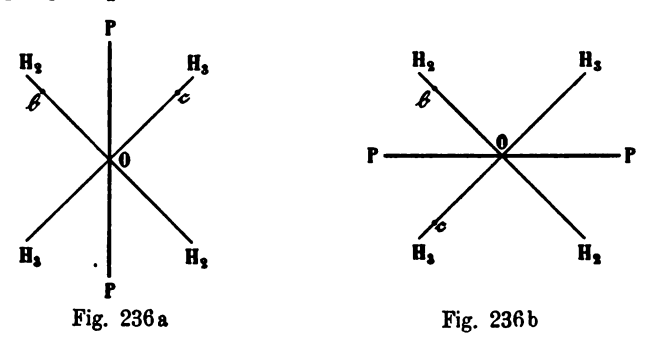


Fig. 236a

Fig. 236b

Das $\frac{1}{4}\lambda$-Glimmerblättchen, der wesentliche Bestandteil des Sénarmontschen Kompensators, wird in Verbindung mit einem Nicolschen Prisma, wie schon früher (S. 235 u. ff.) bemerkt, zur Bestimmung des Charakters der Doppelbrechung verwendet; dieselbe Kombination dient auch zur Erzeugung und zur Analyse von zirkular und von elliptisch polarisiertem Licht.

Es falle ein paralleles Lichtbündel auf ein Nicolsches Prisma, dessen Schwingungsrichtung (nach Fresnel, vgl. S. 90) durch P gegeben ist, dann auf ein $\frac{1}{4}\lambda$-Glimmerblättchen (vgl. Figg. 236a und 236b). Es sei H_2 die Schwingungsrichtung (nach Fresnel) desjenigen Strahles, welcher sich im Glimmer mit der mittleren Geschwindigkeit fortpflanzt, H_3 die Schwingungsrichtung des Strahles, welcher im Glimmer die geringste Geschwindigkeit hat (oder, was dasselbe bedeutet, H_2 sei die Richtung der mittleren optischen Elastizität $\mathfrak{b}$, H_3

die der kleinsten optischen Elastizität c). Ist das Glimmerblättchen, wie jetzt üblich, mit seiner Längsrichtung parallel b, so ist die optische Achsenebene senkrecht zur Längsrichtung[1]) (vgl. Fig. 237).

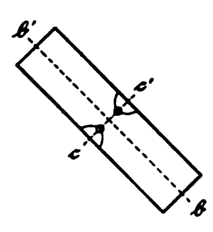


Fig. 237
Optische Elastizitätsachsen, optische Achsenebene und Orientierung des $\frac{1}{4}\lambda$-Glimmerblättchens

a) Beim Austritt der beiden Strahlen aus dem Glimmerblättchen hat der parallel H_2 schwingende Strahl gegenüber dem nach H_3 schwingenden bei der Stellung der Fig. 236a einen Vorsprung von $\frac{1}{4}\lambda$; wenn also die Komponente nach H_3 ihre Oszillation von O nach c beginnt, dann beginnt die Komponente nach H_2 schon ihre Oszillation von b nach O; die resultierende Bewegung dieser beiden Komponenten gibt in der Luft eine rechtszirkulare Schwingung.

b) Bei der gegenseitigen Lage von Glimmerblättchen und Nicol (wie in Fig. 236b) beginnt die Komponente nach H_3 beim Austritt aus dem Glimmer ihre Oszillation von O nach c, wenn die Komponente nach H_2 schon ihre Oszillation von b nach O beginnt; die resultierende Schwingung in der Luft ist hier links-zirkular polarisiert.

Die Regel lautet also:

Bei derjenigen Stellung des Nicols, bei welcher seine Schwingungsrichtung durch eine linke Drehung auf dem kürzesten Wege in die Schwingungsrichtung der rascheren Welle des $\frac{1}{4}\lambda$-Glimmerblättchens gelangt, erzeugt die Kombination von Nicol und Glimmer rechts-zirkular polarisiertes Licht.

Bei derjenigen Stellung des Nicols, bei welcher seine Schwingungsrichtung durch eine rechte Drehung auf dem kürzesten Wege in die Schwingungsrichtung der rascheren Welle des $\frac{1}{4}\lambda$-Glimmerblättchens gelangt, erzeugt die Kombination von Nicol und Glimmer links-zirkular polarisiertes Licht.

Der Zirkularanalysator ist (nach S. 248) das Spiegelbild des Zirkularpolarisators insofern, als bei ihm das Licht zuerst auf das $\frac{1}{4}\lambda$-Glimmerblättchen und dann auf den Nicol kommt, dessen Schwingungsrichtung unter 45° gegen die beiden Schwingungsrichtungen des Glimmerblättchens gedreht ist. Beobachtet man, daß

1) Zuweilen wird aber auch die Richtung c zur Längsrichtung gewählt; darum muß das Blättchen vor der Verwendung bezüglich der Lage seiner optischen Achsenebene untersucht werden.

das aus dem Glimmerblättchen des Analysators kommende Licht bei einer der beiden unter 45° zum Glimmer geneigten Stellungen des Nicols ausgelöscht wird, und daß diese Auslöschung bei beliebiger Drehung der fest gedachten Kombination von Glimmer und Nicol bestehen bleibt, so ist das auf den Glimmer auffallende Licht zirkular polarisiert. Das Glimmerblättchen der Analysatorkombination erzeugt aus der auffallenden zirkularen Schwingung eine lineare Schwingung, ebenso wie aus der auffallenden linearen Schwingung des Polarisatornicols die zirkulare Polarisation mit Hilfe des Glimmer-

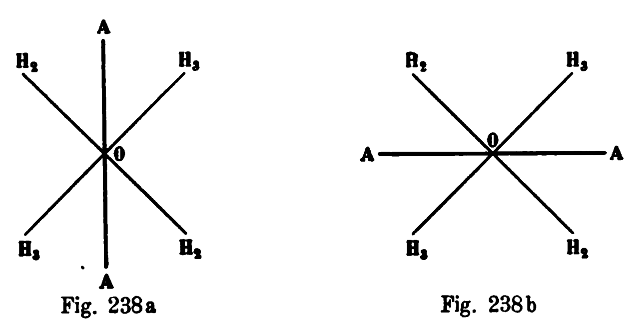


Fig. 238a Fig. 238b

blättchens der Polarisatorkombination erzeugt wird. Bewirkt die Stellung des Analysatornicols Dunkelheit, dann ist die Schwingungsrichtung des Analysatornicols gegen die Schwingungsrichtung der aus dem Glimmerblättchen des Analysators austretenden Welle senkrecht. Der Drehungssinn des zirkular polarisiert auf den Glimmer auffallenden Lichtes ist nach S. 252 aus der Stellung des Analysatornicols zu bestimmen.

Dunkelheit bei der Stellung der Fig. 238a des Analysatornicols deutet also auf links-zirkular polarisiertes Licht; Dunkelheit bei der Stellung der Fig. 238b auf rechts-zirkular polarisiertes Licht.

Sei K_1 die große, K_2 die kleine Achse einer Schwingungsellipse (Fig. 239). Das Achsenverhältnis $\frac{K_2}{K_1}$ sei $\operatorname{tg} J$. Man kann die elliptische Schwingung in Komponenten nach beliebig orientierten, zueinander senkrechten Achsen H_1 und H_2 zerlegen.[1] Der Winkel zwischen H_1 und K_1 sei ζ; damit

Fig. 239

1) H_1 ist in den Figuren 239 bis 241 die Polarisationsrichtung der rascheren Welle, H_2 die Polarisationsrichtung der langsameren Welle.

aber diese Komponenten sich zu einer elliptischen Schwingung zusammensetzen, müssen sie einen Gangunterschied Γ haben. Wäre $\Gamma = 0$, dann wäre die resultierende Schwingung linear nach P (Figg. 240 und 241). Sind M_1 und M_2 die Amplituden dieser Komponenten, und setzt man $\frac{M_1}{M_2} = \operatorname{tg} \eta$, so ist $\cos 2\eta = \cos 2\zeta \cdot \cos 2J$. Der Gangunterschied Γ der beiden Komponenten ist bestimmt durch die „Phasendifferenz" $\Delta = 2\pi \frac{\Gamma}{\lambda} = \operatorname{arc\,tg}\left(\pm \frac{\operatorname{tg} 2J}{\sin 2\zeta}\right)$, also ist $\operatorname{tg} 2\pi \frac{\Gamma}{\lambda} = \pm \frac{\operatorname{tg} 2J}{\sin 2\zeta}$[1]; das + Zeichen gilt für eine Links-, das — Zeichen für eine Rechtsellipse. Um die Schwingungsellipse läßt sich für

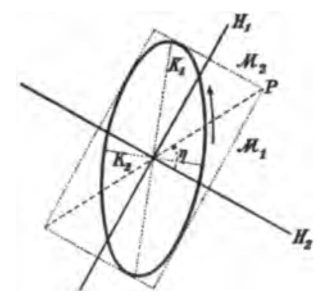


Fig. 240
Zerlegung einer links-elliptisch polarisierten Schwingung in zwei lineare Komponenten M_1 und M_2 nach zwei zueinander senkrechten, aber beliebig orientierten Richtungen H_1 und H_2. Nach G. Horn

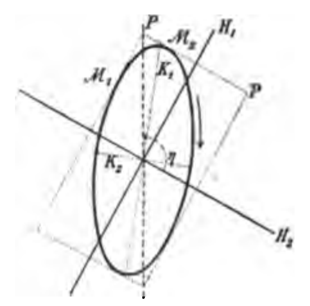


Fig. 241
Zerlegung einer rechts-elliptisch polarisierten Schwingung in zwei lineare Komponenten M_1 und M_2 nach zwei zueinander senkrechten, aber beliebig orientierten Richtungen H_1 und H_2. Nach G. Horn

jede Lage von H_1 und H_2 ein Rechteck legen, dessen Seiten $2M_1$ und $2M_2$ sind. Setzen wir M_1 stets positiv, so wird die Schwingung eine linke (Fig. 240), oder eine rechte (Fig. 241), je nachdem M_2 positiv oder negativ ist.

Fig. 242 stellt nach der obigen Gleichung die Abhängigkeit der Phasendifferenz Δ von der Neigung ζ der großen Ellipsenachse gegen die Seiten des Rechtecks, d. h. gegen die Schwingungsrichtungen der beiden Komponenten, für drei verschiedene Werte des Amplitudenverhältnisses $\operatorname{tg} J$ der Schwingungsellipse dar; die ausgezogenen Linien gelten für eine Linksellipse, die gestrichelten für eine Rechtsellipse; Δ bewegt sich

1) Den Beweis für diese Beziehungen siehe bei G. Horn, Theorie des Glimmerkompensators. N. Jahrb. f. Min. usw. 1899; Beil.-Bd. 12, 273 u. ff. (speziell 277).

zwischen den Werten $2J$ und $\pi - 2J$. Ein gegebener Wert Δ kann sowohl bei der Rechts- als bei der Linksellipse immer durch zwei verschiedene Werte ζ_1 und ζ_2 von ζ erfüllt werden. Die diesen Werten entsprechenden Orientierungen $H_2{}^1$ und $H_2{}^2$ der Richtung H_2 des Glimmers liegen symmetrisch gegen eine Gerade X, welche gegen K_1 unter 45^0 geneigt ist, welche also den Winkel zwischen K_1 und K_2 halbiert (Fig. 243). Die Summe $\zeta_1 + \zeta_2$ ist entweder 90^0 oder 270^0, je nach dem Werte von Δ und dem Drehungssinn der Ellipse. Aus der Fig. 242 läßt sich leicht folgendes Schema für diese Summe erkennen:

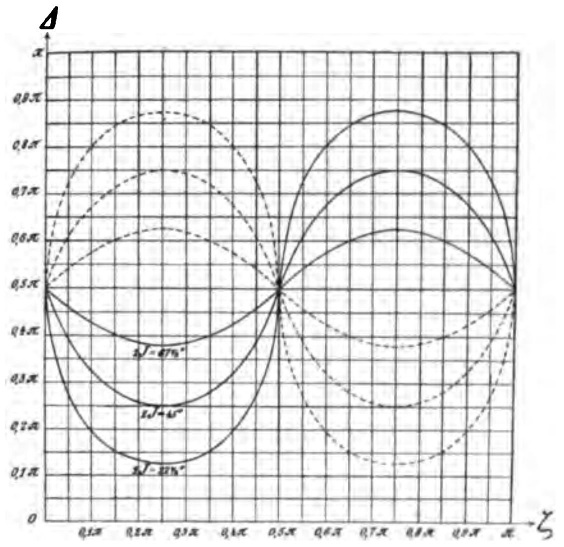


Fig. 242
Abhängigkeit der Phasendifferenz Δ zweier Komponenten einer elliptischen Schwingung von der Neigung ζ der Hauptachse der Schwingungsellipse gegen die Schwingungsrichtungen der Komponenten M [1])

	$\Delta < \frac{\pi}{2}$	$\Delta > \frac{\pi}{2}$
Linksellipse	$\zeta_1 + \zeta_2 = 90^0$	270^0
Rechtsellipse	$\zeta_1 + \zeta_2 = 270^0$	90^0

Die den Werten ζ_1 und ζ_2 entsprechende Summe der η ist

für eine Linksellipse $\eta_1 + \eta_2 = \frac{\pi}{2}$

„ „ Rechtsellipse $\eta_1 + \eta_2 = 3\frac{\pi}{2}$.

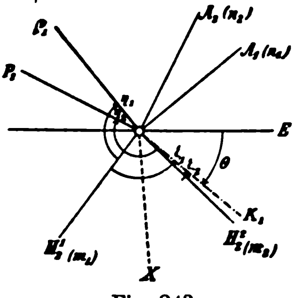


Fig. 243.
Die zusammengehörigen Glimmer- und Analysatorlagen. Nach G. Horn

Läßt man elliptisch polarisiertes Licht auf ein Glimmerblättchen von gegebener Dicke, also auch von gegebenem Gangunterschied G seiner beiden optischen Hauptrichtungen H_1 und H_2 fallen, und

1) Nach E. C. Müller, N. Jahrb. f. Min. usw. 1903; Beil.-Bd. 17, 199.

dreht man das Glimmerblättchen so, daß die Polarisationsebene H_1 der vorauseilenden Welle des Glimmers parallel sei mit der verzögerten Komponente der elliptischen Schwingung des ankommenden Lichtes, so wird der Gangunterschied der beiden aus dem Glimmer austretenden Wellen gleich der Differenz von Γ und G. Für Richtungen, welche mit den beiden Hauptrichtungen des Glimmers nicht zusammenfallen, nimmt Δ andere Werte an; durch die Wahl von ζ ist die Phasendifferenz Δ innerhalb der erwähnten Grenzen veränderlich, also auch der Gangunterschied $\Gamma = \frac{\Delta\lambda}{2\pi}$ zwischen den entsprechenden Grenzen. Liegt also G zwischen diesen Grenzwerten von Γ, so kann durch geeignete Wahl von ζ die Differenz zwischen dem Gangunterschied Γ der ankommenden Schwingung und dem Gangunterschied G des Kompensators gleich Null werden. Dieser Bedingung genügen aber dann nicht ein, sondern zwei Werte von ζ, nämlich ζ_1 und ζ_2. Für diese Werte von ζ haben also die beiden aus dem Glimmer austretenden Wellen keinen Gangunterschied mehr; ihr Amplitudenverhältnis ist $\frac{M_1}{M_2} = \operatorname{tg} \eta$ (wenn wir voraussetzen, daß der verwendete Glimmer nicht pleochroitisch sei). Beim Austritt der beiden Komponenten aus dem Glimmer in die Luft setzen sich dieselben, da sie keine Phasendifferenz mehr haben, zu einer einzigen linear polarisierten Welle zusammen, deren Polarisationsrichtung die eine der beiden Diagonalen des Rechteckes ist (Figg. 240 und 241). Die austretende geradlinig polarisierte Schwingung kann durch einen Analysatornicol ausgelöscht werden, und aus der Orientierung des Analysators in der Dunkelstellung kann man die Polarisationsrichtung der linear polarisierten Welle bestimmen. In der Dunkelstellung bildet die Polarisationsebene H_2 des Glimmers mit P einen Winkel, welcher kleiner oder größer ist als $\frac{\pi}{2}$, je nachdem die auf den Glimmer auffallende elliptische Schwingung eine linke oder rechte ist. Für die beiden Kompensationsstellungen ζ_1 und ζ_2 ist $\operatorname{tg} \eta_1$ das Amplitudenverhältnis der nach H_2 und H_1 genommenen Komponenten der elliptischen Schwingung in der ersten Stellung, $\operatorname{tg} \eta_2$ dasselbe Amplitudenverhältnis in der zweiten Stellung; η_1 bzw. η_2 sind auch die Winkel der Polarisationsebene P der aus dem Glimmer geradlinig polarisiert austretenden Welle gegen H_2 in der ersten bzw. zweiten Kompensationslage. Ist diese Welle durch den Analysator ausgelöscht, so steht die Polarisationsebene A des Polarisators senkrecht zu P.

Ist die elliptische Polarisation etwa durch Reflexion an einer Fläche eines absorbierenden Mediums entstanden, so macht man die Einfallsebene zur Bezugsebene; die elliptische Polarisation wird zurückgeführt auf zwei Schwingungen, die eine parallel, die andere senkrecht zur Einfallsebene, deren Amplituden verschieden sind, und welche eine Phasendifferenz Δ haben. Der Winkel zwischen der großen Ellipsenachse und der Einfallsebene E sei Θ (Fig. 243). Die relative Phasendifferenz Δ der parallel und senkrecht zur Einfallsebene genommenen Komponenten der elliptischen Schwingung ist in diesem Falle gegeben durch $\operatorname{tg} \Delta = \pm \frac{\operatorname{tg} 2J}{\sin 2\Theta}$, wobei + für eine Links-, — für eine Rechtsellipse gilt.

Das Amplitudenverhältnis dieser beiden Komponenten der elliptischen Schwingung, in diesem Falle gewöhnlich mit $\operatorname{tg} \psi$ bezeichnet, oder auch das Azimut ψ der durch einen Kompensator „wiederhergestellten linearen Polarisation“ gegen die Einfallsebene ist gegeben durch $\cos 2\psi = \cos 2J \cos 2\Theta$.

Der Gang der Analyse einer elliptischen Schwingung mit Hilfe des Glimmerkompensators ist folgender:[1]

Als feste Richtung gelte die Einfallsebene. Man stelle die Polarisationsebene H_2 der langsameren Welle des Glimmers und die Polarisationsebene A des Analysators parallel zur Einfallsebene E; es seien bei dieser Stellung m_0 und n_0 die Ablesungen am Glimmerteilkreise und am Analysatorteilkreise.

Dann drehe man den Glimmer und den Analysator, jeden für sich, so lange, bis das Gesichtsfeld (bei Verwendung von monochromatischem Licht) dunkel erscheint; es geschieht dies bei zwei verschiedenen Einstellungen; die Ablesungen seien m_1 und n_1 bei der ersten kompensierenden Lage, m_2 und n_2 bei der zweiten.

Ist der Winkel, um welchen man den Glimmer im entgegengesetzten Sinne des Uhrzeigers drehen muß, damit seine Richtung H_2 mit der Polarisationsebene A zusammenfalle, größer als 90°, so liegt eine Linksellipse vor, im anderen Falle eine Rechtsellipse.

Der Gangunterschied Γ der Komponenten der elliptischen Schwingung nach H_2 und H_1 ist in den beiden Kompensationslagen des Glimmers gleich dem festen Gangunterschiede G des Glimmers. Gewöhnlich verwendet man hierzu das schon S. 235 u. ff. erwähnte Viertelundulationsglimmerblättchen, welches für mittleres Gelb, etwa

1) Nach E. C. Müller, a. a. O. S. 201.

für die Linie D, einen Gangunterschied $G = \frac{1}{4}\lambda$, folglich die Phasendifferenz $2\pi\frac{\frac{\lambda}{4}}{\lambda} = \frac{\pi}{2}$ erzeugt; für rotes Licht ist diese dann kleiner, für blaues Licht größer als 90°.

Der Winkel Θ ist davon abhängig, ob λ des verwendeten Lichtes größer oder kleiner als die Wellenlänge ist, für welche der Kompensator $\frac{1}{4}\lambda$ Phasendifferenz erzeugt, für den gewöhnlichen Kompensator also davon, ob λ größer oder kleiner als λ_D ist, und hängt außerdem vom Drehungssinn der Ellipse ab nach folgendem Schema:

	Linksellipse	Rechtsellipse
$\lambda > \lambda_D$	$\Theta = \frac{m_1 + m_2}{2} - m_0 - \frac{\pi}{4}$	$\Theta = \frac{m_1 + m_2}{2} - m_0 + \frac{\pi}{4}$
$\lambda < \lambda_D$	$\Theta = \frac{m_1 + m_2}{2} - m_0 + \frac{\pi}{4}$	$\Theta = \frac{m_1 + m_2}{2} - m_0 - \frac{\pi}{4}$

Das Azimut der Polarisationsebene P der aus dem Glimmer geradlinig polarisiert austretenden Welle gegen H_2 der verzögerten Welle im Glimmer ist für die beiden Kompensationsstellungen:

$$\eta_1 = (n_1 - n_0) + \frac{\pi}{2} - (m_1 - m_0)$$

$$\eta_2 = (n_2 - n_0) + \frac{\pi}{2} - (m_2 - m_0).$$

Die Winkel ζ_1 und ζ_2 der großen Ellipsenachse K_1 gegen H_2 in den beiden Kompensationslagen sind:

$$\zeta_1 = \Theta - (m_1 - m_0), \qquad \zeta_2 = \Theta - (m_2 - m_0).$$

Es muß sowohl $\zeta_1 + \zeta_2 = \frac{\pi}{2}$, als auch $\eta_1 + \eta_2 = \frac{\pi}{2}$ sein.

Das Achsenverhältnis $\operatorname{tg} J$ der Ellipse ist bestimmt durch

$$\cos 2J = \frac{\sin(\eta_2 - \eta_1)}{\sin(\zeta_2 - \zeta_1)} = \frac{\sin[(n_2 - n_1) - (m_2 - m_1)]}{\sin(m_2 - m_1)}.$$

Den Gangunterschied G des Glimmers kann man prüfen nach der Gleichung: $\operatorname{tg} 2\pi\frac{G}{\lambda} = \pm\frac{\operatorname{tg} 2J}{\cos(m_2 - m_1)}$.

Die relative Phasendifferenz Δ der parallel und senkrecht zur Einfallsebene genommenen Komponenten der elliptischen Schwingung ist nach S. 257 bestimmt durch $\operatorname{tg}\Delta = \pm\frac{\operatorname{tg} 2J}{\sin 2\Theta}$, wo + für eine Links-, — für eine Rechtsellipse gilt; endlich erfolgt die Bestimmung des

Amplitudenverhältnisses $\operatorname{tg}\psi$ derselben Komponenten mit Hilfe der Gleichung: $\cos 2\psi = \cos 2J \cos 2\Theta$.

Sollen die Elemente der elliptischen Polarisation für verschiedene Wellenlängen bestimmt werden, so kann man entweder das die elliptische Polarisation erzeugende Objekt (etwa die Fläche eines absorbierenden Körpers) mit Licht von den gewünschten Wellenlängen beleuchten (indem man entweder glühende Dämpfe als Lichtquelle verwendet oder aus spektral zerlegtem weißen Licht mit Hilfe eines Monochromators die betreffende Wellenlänge auswählt), oder man schaltet den Spektralapparat hinter den Analysator und beleuchtet mit weißem Licht. Durch entsprechende Drehungen des Glimmers und des Analysators löscht man dann aus dem Spektrum diejenige Welle aus, für welche die elliptische Polarisation bestimmt werden soll.[1])

§ 55

Fresnel-Neumannsches (physikalisches) Problem der Reflexion und Brechung vollkommen durchsichtiger Medien an der Grenze zweier isotroper Medien

Mit Hilfe der Huyghens-Fresnelschen geometrischen Konstruktionen kann man die Richtung, die Geschwindigkeit und den Polarisationszustand der in einen Kristall eindringenden und in diesem reflektierten Welle und auch die Richtung der in ein isotropes Medium gebrochenen oder reflektierten Welle bestimmen. Die Huyghens-Fresnelschen Konstruktionen bilden daher die Grundlage der geometrischen Optik. Die Huyghens-Fresnelschen Strahlenflächen (oder die Hamiltonschen Regeln mit Hilfe der Indexfläche) bieten jedoch kein Mittel zur Berechnung der Intensitätsverhältnisse zwischen den einfallenden, reflektierten und gebrochenen Wellen und zur Bestimmung des Polarisationszustandes der in ein isotropes Medium gebrochenen oder reflektierten Wellen. Die Frage nach den Intensitäten, mit welchen das Licht reflektiert und gebrochen wird, hat zuerst Lambert[2]) (Joh. Heinr., geb. 26. August 1728 zu Mülhausen i. Els., erst Buchhalter auf einem Eisenwerk bei Mömpelgard, dann Hauslehrer in Chur, seit 1765 Mitglied der Akademie der Wissensch. und Ober-

1) Ausführlichere Angaben über den Sénarmontschen Glimmerkompensator und seine Verwendung vgl. bei G. Horn und E. C. Müller a. a. O.

2) Photometria, s. de mensura et gradibus luminis, colorum et umbrae. Aug. Vind. 1760.

baurat in Berlin, gest. daselbst 25. September 1777) zu lösen versucht, aber es fehlte ihm noch die Kenntnis der von Malus entdeckten Polarisation, welche durch Reflexion erzeugt wird. Erst Fresnel hat dieselbe Frage mit Erfolg in Angriff genommen, „und das was er hier[1]) leistete, ist nicht das geringste Dokument des hohen und scharfsinnigen Talentes, womit er die Epoche der neueren Optik begründete".[2]) Während Fresnel sich bei diesen Untersuchungen auf isotrope Medien beschränkte, hat dann Neumann 1835 diese Frage allgemein für isotrope und kristallinische Medien gelöst. J. Mac Cullagh (1835 und 1837) und A. Cornu (1863—1867) gaben einfachere Darstellungen des Problems; namentlich A. Seebeck (1831—1837) bestätigte experimentell die Neumannschen Gesetze.

Fresnel und Neumann gehen von folgenden Voraussetzungen aus:

1. Die Verschiedenheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit in verschiedenen Medien, also auch die Reflexion und Brechung rühren bei vollkommen durchsichtigen Medien allein her von der Verschiedenheit des Äthers in diesen Medien. In der Theorie von Fresnel ist es eine wesentliche Voraussetzung, daß die Elastizität in allen durchsichtigen isotropen Medien gleich sei, und ihr verschiedenes Brechungsvermögen allein von der Verschiedenheit der Dichtigkeit des Äthers hervorgebracht werde. Neumann dagegen geht von der Voraussetzung aus, daß die Dichte des Äthers in allen vollkommen durchsichtigen Medien gleich sei, und die Verschiedenheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit allein von der Verschiedenheit der Elastizität des Äthers herrühre. Er ist der Ansicht, daß man in den kristallinischen Medien wohl verschiedene Elastizität nach den verschiedenen Richtungen annehmen könne, wie es Fresnel ja auch tatsächlich tue, aber nicht verschiedene Dichtigkeit.

Fresnel und Neumann nehmen ferner an, daß:

2. das einfallende Licht aus Transversalschwingungen des Äthers bestehe und bei der Reflexion und Refraktion auch nur Transversalschwingungen erzeuge.

3. Die Richtung der Schwingungen soll nach Fresnel in optisch-isotropen und in optisch-anisotropen Medien in der Wellen-

1) Ann. de chim. et de phys. 1821; **17**, 179 und 312; deutsch in Pogg. Ann. d. Phys. 1831; **22**, 68 und 90.

2) F. E. Neumann, Theoretische Untersuchung der Gesetze, nach welchen das Licht an der Grenze zweier vollkommen durchsichtiger Medien reflektiert und gebrochen wird. Abh. d. Berliner Akad. d. Wiss. 1835, math. Kl., S. 1 bis 158, speziell S. 2.

ebene liegen, nach Neumann macht sie im allgemeinen jedoch einen kleinen Winkel mit derselben.

In Fig. 244 sei GG' die Grenzebene zweier vollkommen durchsichtiger Medien I und II mit verschiedener Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Im Medium I bewege sich eine einfallende Wellenebene AB und eine an GG' reflektierte Wellenebene BD in der Richtung der Pfeile; im Medium II bewege sich eine gebrochene Wellenebene BC ebenfalls in der Richtung des Pfeiles. Diese drei Ebenen schneiden die Grenzebene GG' in derselben durch B gehenden, auf der Einfallsebene senkrechten Geraden $\mathfrak{X}_2$; die Normale zur Grenzebene GG' sei die Achse $\mathfrak{X}_3$ (parallel zu N bzw. N'), die Achse $\mathfrak{X}_1$ bilde die Schnittgerade zwischen der Einfallsebene und der Grenzebene. Jede der drei Wellenebenen AB, BD, BC schreitet mit der ihr eigentümlichen, von der Richtung ihrer Polarisationsebene und ihrer Lage in bezug auf die optischen Achsen abhängigen Geschwindigkeit parallel mit sich fort, so daß nach Verlauf einiger Zeit sie die mit ihnen parallelen Lagen, welche durch B' gehen, annehmen; sie sind so miteinander verbunden, daß sie zu gleicher Zeit in B' ankommen. Alle Teilchen derselben Wellenebene haben dieselbe Bewegung, sowohl nach ihrer Richtung als nach ihrer Geschwindigkeit. Diese Gleichheit erstreckt sich bis zur gemeinschaftlichen Durchschnittslinie sämtlicher Wellenebenen in B. Die Bewegung der Teilchen, welche in der durch B gehenden Durchschnittslinie $\mathfrak{X}_2$ liegen, ist die Summe der Bewegungen, welche ihnen von den Wellenebenen des ersten Mediums, also von der einfallenden Wellenebene und der reflektierten Wellenebene mitgeteilt wird, oder die Summe der Bewegungen, welche ihnen von den Wellenebenen des zweiten Mediums, den gebrochenen Wellenebenen mitgeteilt wird. Beide Summen sind also gleich. Die Komponenten der Bewegung nach den drei Achsen, welche den Teilchen von den einfallenden und den reflektierten Wellenebenen erteilt werden, sind gleich den Komponenten der Bewegung, welche ihnen von den gebrochenen Wellenebenen erteilt werden. Aus der

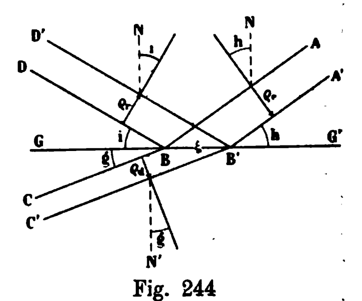


Fig. 244
Reflexion und Brechung ebener Wellen an der Grenze zweier isotroper Medien.[1]) Nach F. E. Neumann

1) In der Figur sind die Buchstaben der (einander gleichen) Winkel i und h zu vertauschen.

Gleichheit der Geschwindigkeit der Teilchen in der durch B gehenden gemeinsamen Linie folgt auch die Gleichheit der Verschiebungen, der Amplituden.

4. Die lebendige Kraft in der einfallenden Wellenebene ist gleich der Summe der lebendigen Kräfte in den reflektierten und in den gebrochenen Wellenebenen.

Neumann bemerkt[1]) in bezug auf dieses Prinzip: „Dieses Prinzip hat die („Neumannsche") Theorie der reflektierten und gebrochenen Lichtintensitäten gemeinschaftlich mit der Fresnelschen Theorie. Ich gestehe aber, daß es dasjenige ist, welches von der theoretischen Seite am meisten Zweifel in Beziehung auf seine Zulässigkeit erregen muß; denn man begreift nicht, wie nicht ein Teil der lebendigen Kraft der einfallenden Wellenebene zu longitudinalschwingenden Wellen, die nicht als Lichtwellen wahrgenommen werden, sollte verwandt werden; es müßte ein Teil des Lichtes immer verschwinden, weil seine Intensität eben durch die lebendige Kraft der transversalschwingenden Wellenebenen gemessen wird, und es existierten eigentlich keine vollkommen durchsichtigen Körper. Dieses Prinzip kann also nur auf Grund der Erfahrung angenommen werden, daß es wirklich Körper gibt, bei welchen die Intensität des einfallenden Lichtes gleich ist der Summe der Intensitäten, mit welchen das Licht reflektiert und gebrochen wird."

Zu jeder einfallenden Welle gehört im vorliegenden Falle, bei welchem beide Medien als isotrop angenommen werden, nur eine gebrochene und eine reflektierte Welle. Man kann die Amplituden der drei Wellen in je zwei Komponenten zerlegen, von welchen die eine senkrecht, die andere parallel zur Einfallsebene liegt, und dann jeden der beiden Fälle getrennt untersuchen.

a) Es sei die im Medium I einfallende Schwingung senkrecht zur Einfallsebene; dann sind auch die Schwingungen der reflektierten und gebrochenen Wellen senkrecht zur Einfallsebene, also parallel zur Achse $\mathfrak{X}_2$. Die Amplituden der einfallenden, der reflektierten und der gebrochenen Wellen seien mit den (römischen) Buchstaben E_s, R_s, D_s bezeichnet. Die Normalen (Pfeile) der drei Wellen bilden mit dem Einfallslote die Winkel i, h, g (vgl. Fig. 244); die Linien ϱ_e, ϱ_r, ϱ_d deuten die relativen Geschwindigkeiten der entsprechenden Wellenebenen an. Die Bewegung in den Ebenen $A'B'$, $B'D'$, $B'C'$ wird dann (vgl. S. 4) dargestellt durch:

---

1) A. a. O. S. 11.

$$E_s \cos 2\pi\left(\frac{t}{\tau}-\frac{\varrho_e}{\lambda_e}\right),\quad R_s \cos 2\pi\left(\frac{t}{\tau}-\frac{\varrho_r}{\lambda_r}\right),\quad D_s \cos 2\pi\left(\frac{t}{\tau}-\frac{\varrho_d}{\lambda_d}\right).$$

Soll nun ein beliebiger Punkt B' der Grenze durch die einfallende und reflektierte Welle dieselbe Verrückung erleiden wie durch die gebrochene, dann muß sein:

$$E_s \cos 2\pi\left(\frac{t}{\tau}-\frac{\varrho_e}{\lambda_e}\right)+R_s \cos 2\pi\left(\frac{t}{\tau}-\frac{\varrho_r}{\lambda_r}\right)=D_s \cos 2\pi\left(\frac{t}{\tau}-\frac{\varrho_d}{\lambda_d}\right).$$

Setzen wir $BB'=\xi$, so ist $\varrho_e=\xi \sin i$, $\varrho_r=\xi \sin h$, $\varrho_d=\xi \sin g$.

Dann wird: $$E_s \cos 2\pi\left(\frac{t}{\tau}-\frac{\xi \sin i}{\lambda_e}\right)+R_s \cos 2\pi\left(\frac{t}{\tau}-\frac{\xi \sin h}{\lambda_r}\right)$$
$$=D_s \cos 2\pi\left(\frac{t}{\tau}-\frac{\xi \sin g}{\lambda_d}\right).$$

Da diese Grenzbedingung für jeden beliebigen Wert von t und ξ erfüllt sein soll, so folgt:

$$1.\quad E_s+R_s=D_s;$$

weil ferner ϱ proportional mit λ des betreffenden Mediums ist, so folgt:

$$2.\quad \frac{\sin i}{\lambda_e}=\frac{\sin h}{\lambda_r}=\frac{\sin g}{\lambda_d}.$$

Im vorliegenden Falle ist $\lambda_e=\lambda_r$; die Gleichung 2 enthält daher das Reflexions- und das Brechungsgesetz.[1])

Das Gesetz der Erhaltung der Energie, welches verlangt, daß kein Licht bei der Reflexion und Brechung an vollkommen durchsichtigen Medien verloren gehe, wird in folgender Weise verwendet. Legen wir ein rechtwinkliges Parallelepipedon in den Raum der parallel einfallenden Strahlen (Fig. 245), so daß die eine Fläche senkrecht zu den Strahlen, die andere der Einfallsebene parallel geht, die dritte auf beiden senkrecht steht. Die Dimension βB in der Strahlenrichtung sei λ_e. Die in diesem Parallelepiped vorhandene gesamte Energie muß gleich sein der Summe der Energiemengen, welche in den beiden entsprechenden Parallelepipeden des reflektierten und des gebrochenen Strahlenraumes vorhanden ist. Das entsprechende Parallelepipedon im gebrochenen Strahlenraum hat in der Richtung der ge-

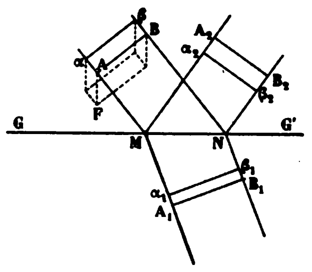


Fig. 245
Bestimmung der Intensität der reflektierten und gebrochenen Wellen. Nach F. E. Neumann

1) Vgl. Neumanns Vorlesungen über theoretische Optik. Herausgegeben von E. Dorn 1885, S. 133.

brochenen Strahlen die Länge $\beta_1 B_1 = \lambda_d$, das Parallelepipedon im reflektierten Strahlenraum die Länge $\beta_2 B_2 = \lambda_r$. Im übrigen ergibt sich die Umgrenzung der beiden Parallelepipede aus der Fortsetzung derjenigen gebrochenen bzw. reflektierten Strahlen, welche im einfallenden Bündel die Umgrenzung des ersten Parallelepipedons bildeten.

Die in den drei Parallelepipeden enthaltene Energie ist proportional dem Produkt aus Volumen, Dichte und Amplitudenquadrat. Neumann nimmt die Dichte in allen Medien gleich an; die Gleichheit der lebendigen Kraft der einfallenden Welle mit der Summe der lebendigen Kräfte der reflektierten und der gebrochenen Wellen hat dann zur Folge, daß:

$$R_s = E_s \frac{\operatorname{tg}(i-g)}{\operatorname{tg}(i+g)}, \qquad D_s = -E_s \frac{\sin 2i}{\sin(i+g)\cos(i-g)}.$$

b) Es sei die im Medium I einfallende Schwingung parallel zur Einfallsebene, und es seien E_p, D_p, R_p die Amplituden der einfallenden, gebrochenen und reflektierten Wellen. Unter der gleichen Voraussetzung wie bei a) folgt dann:

$$R_p = -E_p \frac{\sin(i-g)}{\sin(i+g)}, \qquad D_p = E_p \frac{\sin 2i}{\sin(i+g)}.$$

§ 56

Intensität der beiden Komponenten des reflektierten oder des gebrochenen Lichtes bei Reflexion oder Brechung an der Grenze zweier isotroper Medien. Umwandlung natürlichen Lichtes in linear polarisiertes durch Reflexion oder Brechung

Aus den Amplituden erhalten wir die Intensitäten, wenn wir die Quadrate der Amplituden mit den in Bewegung gesetzten Äthermassen multiplizieren. Die letzteren verhalten sich bei der einfallenden, reflektierten und gebrochenen Welle wie $\lambda_e \cos i : \lambda_e \cos i : \lambda_d \cos g$; bezeichnen wir somit die Intensitäten mit den (griechischen) Buchstaben E^2, P^2, Δ^2, so verhalten sich:

$$\mathsf{E}_p^2 : \mathsf{P}_p^2 : \Delta_p^2 = E_p^2 : R_p^2 : D_p^2 \frac{\sin g \cos g}{\sin i \cos i},$$

ferner

$$\mathsf{E}_s^2 : \mathsf{P}_s^2 : \Delta_s^2 = E_s^2 : R_s^2 : D_s^2 \frac{\sin g \cos g}{\sin i \cos i}$$

und es wird: $\mathsf{E}_s^2 = E_s^2$, $\mathsf{P}_s^2 = R_s^2$, $\mathsf{E}_p^2 = E_p^2$, $\mathsf{P}_p^2 = R_p^2$,

$$\Delta_s^2 = E_s^2 \frac{\sin 2i \sin 2g}{\sin^2(i+g)\cos^2(i+g)}, \qquad \Delta_p^2 = E_p^2 \frac{\sin 2i \sin 2g}{\sin^2(i+g)}.$$

Malus fand, daß der reflektierte Strahl verschwindet, wenn der unter dem Polarisationswinkel einfallende Strahl senkrecht zur

Einfallsebene polarisiert ist (vgl. auch S. 80). Soll R_p verschwinden, so muß $i = g$ sein, also auch $\lambda_e = \lambda_d$; die letztere Gleichheit ist aber nur bei Gleichheit der beiden Medien erfüllt, wobei natürlich überhaupt weder Reflexion noch Brechung eintritt. — Soll R_s verschwinden, so kann dies ebenfalls geschehen, wenn man $i = g$ setzt, aber auch dadurch, daß man $\operatorname{tg}(i + g) = \infty$, also $i + g = 90^0$ setzt, d. h. wenn der reflektierte und der gebrochene Strahl aufeinander senkrecht stehen. Aus $i + g = 90^0$ folgt $\cos i = \sin g$, und da nach dem Brechungsgesetz $\sin i = \nu \sin g$, so folgt für den Fall des Verschwindens $\operatorname{tg} i = \nu$. R_s verschwindet demnach dann, wenn i dem Brewsterschen Gesetze des Polarisationswinkels genügt. Da nach der Malusschen Beobachtung der senkrecht zur Einfallsebene polarisierte und, nach der vorigen Entwicklung, der senkrecht zur Einfallsebene schwingende Strahl beim Einfall unter dem Polarisationswinkel verschwindet, so müssen Schwingungsrichtung und Polarisationsrichtung einander parallel sein, wenn man mit Neumann annimmt, die Dichte des Äthers sei in allen Medien gleich.

Fresnel setzte die optische Elastizität in allen isotropen Medien gleich und fand unter dieser Annahme:

$$D_p = -E_p \frac{\sin 2i}{\sin(i+g)\cos(i-g)}, \qquad D_s = E_s \frac{\sin 2i}{\sin(i+g)},$$

$$R_p = E_p \frac{\operatorname{tg}(i-g)}{\operatorname{tg}(i+g)}, \qquad R_s = -E_s \frac{\sin(i-g)}{\sin(i+g)},$$

$$\Delta_p^2 = E_p^2 \frac{\sin 2i \sin 2g}{\sin^2(i+g)\cos^2(i+g)}, \qquad \Delta_s^2 = E_s^2 \frac{\sin 2i \sin 2g}{\sin^2(i+g)}.$$

Es kann also bei dieser Annahme nur R_p, und zwar wenn $i + g = 90^0$, d. h. beim Einfall unter dem Polarisationswinkel verschwinden; Schwingungsrichtung und Polarisationsrichtung stehen also aufeinander senkrecht, wenn man mit Fresnel annimmt, daß die Elastizität des Äthers bei allen Medien die gleiche sei.

Eine Entscheidung, ob die eine oder die andere Annahme berechtigt ist, läßt sich durch Reflexions- oder Brechungsbeobachtungen nicht durchführen. In der elektromagnetischen Lichttheorie verliert jedoch diese ganze Frage in der vorliegenden Form ihre Bedeutung; im nachstehenden mögen die Neumannschen Gleichungen Verwendung finden.

Aus obigen Gleichungen ergeben sich noch eine Reihe von praktisch wichtigen Gesetzen:

Bei senkrechter Inzidenz wird $R_p^2 = E_p^2 \left(\frac{\nu - 1}{\nu + 1}\right)^2$. Beim Glas ist ν annähernd $^3/_2$, bei senkrechter Inzidenz wird also vom Glase etwa $^1/_{25}$ reflektiert, $^{24}/_{25}$ der Intensität dringt ein.

Ist das einfallende Licht unter dem Azimut α polarisiert, d. h. ist α der Winkel zwischen der Einfallsebene und der Polarisationsebene des linear polarisierten Lichtes, so wird $E_p = J \cos \alpha$, $E_s = J \sin \alpha$, die beiden reflektierten Strahlen R_p und R_s setzen sich wieder zu einem geradlinig polarisierten Strahl zusammen, dessen Polarisationsebene mit der Einfallsebene einen Winkel β macht, wobei $\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \alpha \frac{\cos (i + g)}{\cos (i - g)}$, während die Polarisationsrichtung des eindringenden Strahles unter dem Winkel γ gegen die Einfallsebene geneigt ist, wobei $\operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} \alpha \frac{1}{\cos (i - g)}$.

Die Intensitäten sind in diesem Falle:

$$R_s^2 = E_s^2 \left(\frac{\operatorname{tg} (i - g)}{\operatorname{tg} (i + g)}\right)^2, \qquad R_p^2 = E_p^2 \left(\frac{\sin (i - g)}{\sin (i + g)}\right)^2.$$

Ist das einfallende Licht natürliches, mit der Amplitude A, so wird:

$$R^2 = \frac{A^2}{2} \left[\left(\frac{\operatorname{tg} (i - g)}{\operatorname{tg} (i + g)}\right)^2 + \left(\frac{\sin (i - g)}{\sin (i + g)}\right)^2\right].$$

Wenn $i + g = 90^0$, d. h. beim Einfall des natürlichen Lichtes unter dem Polarisationswinkel wird die Intensität des reflektierten Lichtes $R^2 = \frac{A^2}{2} \cos^2 2\, i_p$, wenn i_p der Polarisationswinkel ist, oder $R^2 = \frac{A^2}{2}\left(\frac{\nu^2 - 1}{\nu^2 + 1}\right)^2$.

Von der Gesamtintensität des reflektierten Lichtes ist der Betrag $\frac{A^2}{2} \frac{\sin^2 (i - g) \sin 2i \sin 2g}{\sin^2 (i + g) \cos^2 (i - g)}$ der Überschuß des nach der Einfallsebene polarisierten Lichtes über den senkrecht hierzu polarisierten Anteil.

Nach n-maliger Reflexion an parallelen Platten wird:

$$R_{s(n)} = \frac{A}{2} \left(\frac{\operatorname{tg} (i - g)}{\operatorname{tg} (i + g)}\right)^n, \qquad R_{p(n)} = \frac{A}{2} \left(\frac{\sin (i - g)}{\sin (i + g)}\right)^n$$

und das Verhältnis

$$\frac{R^2_{p(n)} - R^2_{s(n)}}{R^2_{p(n)} + R^2_{s(n)}} = \frac{1 - \left(\frac{\cos (i + g)}{\cos (i - g)}\right)^{2n}}{1 + \left(\frac{\cos (i + g)}{\cos (i - g)}\right)^{2n}}$$

nähert sich mit wachsendem n rasch der Einheit, d. h. nach wiederholter Reflexion an parallelen Platten nähert sich

das Verhältnis des polarisierten Anteils der Reflexion zur gesamten Reflexion rasch der Einheit, auch wenn die Reflexion nicht unter dem Polarisationswinkel stattfindet.

§ 57

Umwandlung von linear polarisiert einfallendem Licht in elliptisch und in zirkular polarisiertes durch Reflexion an der Grenze zweier isotroper Medien

Bei der Brechung und bei der partiellen Reflexion tritt an der Grenzfläche selbst kein Gangunterschied zwischen den beiden Strahlen R_s und R_p oder zwischen D_s und D_p auf; bei der Reflexion in einem isotropen Medium, wo die reflektierten Wellen R_p und R_s gleiche Geschwindigkeiten haben, müssen sich die reflektierten Wellen deshalb wieder zu einer einzigen linear polarisierten Welle zusammensetzen, wenn die einfallende Welle linear polarisiert war.

Dies gilt jedoch nicht mehr bei der totalen Reflexion. Fällt polarisiertes Licht ein, dessen Polarisationsebene in der Einfallsebene oder senkrecht gegen dieselbe liegt, so ist auch der total reflektierte Strahl vollständig und in der gleichen Weise polarisiert wie der einfallende Strahl. Fresnel fand zuerst, daß das total reflektierte Licht in allen anderen Fällen im allgemeinen elliptisch, in speziellen Fällen zirkular polarisiert ist. Sowohl die elliptische als die zirkulare Polarisation bedingen eine Phasendifferenz der beiden sich zusammensetzenden Komponenten.

Die Ausdrücke für den reflektierten Strahl sind:

$$R_s = E_s \frac{\operatorname{tg}(i-g)}{\operatorname{tg}(i+g)} = E_s \frac{\sin i \cos i - \sin g \cos g}{\sin i \cos i + \sin g \cos g},$$

$$R_p = -E_p \frac{\sin(i-g)}{\sin(i+g)} = E_p \frac{\sin i \cos g - \sin g \cos i}{\sin i \cos g + \sin g \cos i}.$$

Jenseits des Grenzwinkels der totalen Reflexion wird $\cos g$ imaginär, die Ausdrücke R_s und R_p werden somit komplex. Fresnel schloß daraus, daß bei der totalen Reflexion die Strahlen teils mehr, teils weniger tief in das schwächer brechende Medium eindringen und dann aus verschiedener Tiefe reflektiert werden, infolgedessen einen Gangunterschied erhalten.

Zirkulare Polarisation tritt dann ein, wenn die beiden Komponenten R_p und R_s einander gleich sind, also für ein Einfallsazimut von 45° gegen die Einfallsebene, und wenn der Gangunter-

schied $\frac{1}{4}\lambda$ ist. Nach Drude wird für den Fall der totalen Reflexion der Gangunterschied Γ bestimmt durch

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2} \Gamma = \frac{\cos i \sqrt{\sin^2 i - \nu^2}}{\sin^2 i}.$$

Γ erreicht seinen maximalen Wert Γ_m für einen Einfallswinkel i, welcher bestimmt ist durch $\sin^2 i = \frac{2\nu^2}{1+\nu^2}$, und zwar ist dann $\operatorname{tg} \frac{1}{2} \Gamma_m = \frac{1-\nu^2}{2\nu}$. Dagegen wird $\Gamma = 0$ für $i = \frac{\pi}{2}$ und für $\sin i = \nu$, d. h. für streifende Inzidenz und für den Grenzwinkel der totalen Reflexion. Für Glas vom Brechungsquotienten $\nu = 1{,}51$ wird der Gangunterschied $\Gamma = \frac{1}{8}\lambda$ sowohl für $i = 48^0 37'$ als für $i = 54^0 37'$. Fresnel hat bereits diesen Fall verwirklicht in dem nach ihm benannten Parallelepiped (vgl. Fig. 246, in welcher $i = 54^0 37'$). Ist also das senkrecht auf die Schmalseite des Fresnelschen Parallelepipeds einfallende Licht unter 45^0 gegen die Ebene des Symmetrieschnittes (der Zeichnungsebene) polarisiert, so erleiden R_s und R_p bei jeder der beiden totalen Reflexionen eine gegenseitige Verzögerung von $\frac{1}{8}\lambda$, im ganzen also eine Verzögerung von $\frac{1}{4}\lambda$, und der austretende Strahl ist zirkular polarisiert.

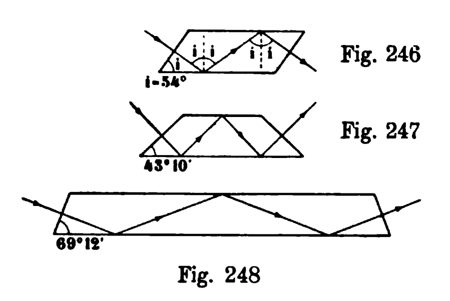


Fig. 246. Fresnelsches Parallelepiped zur Erzeugung von zirkular polarisiertem Licht aus linear polarisiertem

Fig. 247 und Fig. 248. Parallelepipede zur Erzeugung von zirkular polarisiertem Licht aus linear polarisiertem

Bei derselben Glassorte ergibt sich eine Verzögerung von $\frac{1}{12}\lambda$ bei einer Reflexion unter dem Einfallswinkel $i = 43^0 10'$ und $i = 69^0 12'$ (Figg. 247 und 248). Unter dem Azimut 45^0 gegen den Symmetrieschnitt linear polarisiertes, senkrecht auf die Grenzfläche einfallendes Licht ist also bei einem Winkel $i = 43^0 10'$ oder $i = 69^0 12'$ nach dreimaliger totaler Reflexion zirkular polarisiert.

Bei $i = 74^0 12'$ erfolgt Zirkularpolarisation nach viermaliger totaler Reflexion usw.

Es falle auf eine planparallele optisch-isotrope Platte linear polarisiertes Licht ein; seien der Einfallswinkel i, der gebrochene Winkel g, ε das Polarisationsazimut der einfallenden, δ das der gebrochenen, δ' das Azimut der aus der Platte austretenden Welle,

so wird $\operatorname{tg}\delta' = \frac{\operatorname{tg}\varepsilon}{\cos^2(i-g)}$; die Differenz $\varepsilon - \delta'$ ist die Drehung, welche das Polarisationsazimut bei dem Durchgang durch die Platte erleidet. Bei senkrechter Inzidenz wird $i = g$, also $\delta' = \varepsilon$, d. h. die genannte Drehung wird Null. Dagegen wirkt bei allen schief auffallenden Lichtstrahlen die Drehung der Polarisationsrichtung durch die Glasflächen der Linsen usw. so, daß bei gekreuzten Nicols der Rand des Gesichtsfeldes auch dann nur unvollständig ausgelöscht wird, wenn keine Kristallplatte eingeschaltet ist. Der Grad der Drehung beim Durchgang durch isotrope Platten ist am größten für Strahlen, deren Einfallsebene einen Winkel von 45° mit den Nicolhauptschnitten bildet. Im konvergenten polarisierten Lichte sind also alle Lichtstrahlen mit Ausnahme derer im Zentrum des Feldes und längs der Nicolhauptschnitte der drehenden (depolarisierenden) Wirkung der Glasoberflächen des Apparates auf die Polarisationsrichtung unterworfen.[1])

§ 58

Fresnel-Neumannsches Problem der Reflexion und Brechung an der Grenze eines optisch-isotropen gegen ein optisch-anisotropes Medium

Kommt eine Welle in einem isotropen Medium an die Grenze gegen einen Kristall, so treten zwei Wellen in den Kristall ein und eine Welle wird in das isotrope Medium reflektiert. Seien A_e, A_r, A_{d_1}, A_{d_2} die Amplituden der einfallenden, der reflektierten und der beiden gebrochenen Wellen, ψ_e, ψ_r, ψ_{d_1} und ψ_{d_2} die entsprechenden Polarisationsazimute (Winkel der Polarisationsrichtungen) gegen die Einfallsebene. Die Normale zur Grenzebene sei wieder die Achse $\mathfrak{X}_3$, die Normale zur Einfallsebene die Achse $\mathfrak{X}_2$, und die Schnittlinie zwischen Einfallsebene und Grenzebene die Achse $\mathfrak{X}_1$; i sei die Neigung der einfallenden Wellennormale gegen $\mathfrak{X}_3$, d_1 und d_2 die Neigung der beiden gebrochenen Wellennormalen gegen dieselbe Richtung. Die Cosinus der Neigungen der Verschiebungsrichtung (der vier Amplituden) gegen die drei Achsen sind dann gegeben durch das Schema:

	A_e	A_r	A_{d_1}	A_{d_2}
$\mathfrak{X}_1$	$\cos\psi_e \cos i$	$-\cos\psi_r \cos i$	$\cos\psi_{d_1} \cos d_1$	$\cos\psi_{d_2} \cos d_2$
$\mathfrak{X}_2$	$\sin\psi_e$	$\sin\psi_r$	$\sin\psi_{d_1}$	$\sin\psi_{d_2}$
$\mathfrak{X}_3$	$-\cos\psi_e \sin i$	$-\cos\psi_r \sin i$	$-\cos\psi_{d_1} \sin d_1$	$-\cos\psi_{d_2} \sin d_2$

1) Vgl. Fr. E. Wright, Min. u. petrogr. Mitt. 1911; **30**, 204.

Die Annahme, daß die von der einfallenden und reflektierten Welle hervorgerufene Gesamtverschiebung mit der durch die beiden gebrochenen Wellen erzeugten Gesamtverschiebung nach Größe und Richtung gleich sein soll, liefert dann folgende drei Grenzbedingungen:[1]

$$\text{I.}\quad (A_e \cos \psi'_e - A_r \cos \psi'_r) \cos i = A_{d_1} \cos \psi'_{d_1} \cos d_1 + A_{d_2} \cos \psi_{d_2} \cos d_2,$$

$$\text{II.}\quad A_e \sin \psi_e + A_r \sin \psi_r = A_{d_1} \sin \psi'_{d_1} + A_{d_2} \sin \psi'_{d_2},$$

$$\text{III.}\quad (A_e \cos \psi'_e + A_r \cos \psi_r) \sin i = A_{d_1} \cos \psi'_{d_1} \sin d_1 + A_{d_2} \cos \psi_2 \sin d_2.$$

Aus diesen drei Beziehungen und aus dem Prinzip der Erhaltung der lebendigen Kraft leitet F. E. Neumann noch eine vierte Grenzbedingung ab:

$$\text{IV.}\quad (A_e \sin \psi_e - A_r \sin \psi_r) \sin i \cos i = A_{d_1} \sin d_1 (\cos d_1 \sin \psi_{d_1} + \sin d_1 \operatorname{tg} s_1) + A_{d_2} \sin d_2 (\cos d_2 \sin \psi'_{d_2} + \sin d_2 \operatorname{tg} s_2),$$

wobei s_1 und s_2 die Winkel zwischen den gebrochenen Wellennormalen und den zugehörigen gebrochenen Strahlen bedeuten.

Sind die Richtung des einfallenden Strahles und die Lage der Grenzebene bekannt, so können mit Hilfe der Huyghens-Fresnelschen Gesetze d_1 und d_2 sowie ψ'_{d_1} und ψ_{d_2} ermittelt werden. Ist die Normale $\mathfrak{X}_3$ der Grenzebene gegen die beiden optischen Achsen A und A' unter den Winkeln μ und μ' geneigt, und bezeichnet man den von den Verbindungsebenen $\mathfrak{X}_3 A$ und $\mathfrak{X}_3 A'$ gebildeten Winkel mit $2k$, so ist

$$\cos 2k = \frac{\cos 2V \cos \mu \cos \mu'}{\sin \mu \sin \mu'}.$$

Bezeichnet man die Neigung der einen gebrochenen Wellennormale zu den optischen Achsen mit u_1 und u_1' und die der anderen Normale zu denselben Achsen mit u_2 und u_2', sei ferner ϑ das Azimut der Einfallsebene gegen die Halbierungsebene von $2k$, dann ist:

$$\begin{aligned}
\cos u_1 &= \cos \mu \cos d_1 + \sin \mu \sin d_1 \cos (\vartheta - k),\\
\cos u_1' &= \cos \mu' \cos d_1 + \sin \mu' \sin d_1 \cos (\vartheta + k),\\
\cos u_2 &= \cos \mu \cos d_2 + \sin \mu \sin d_2 \cos (\vartheta - k),\\
\cos u_2' &= \cos \mu' \cos d_2 + \sin \mu' \sin d_2 \cos (\vartheta + k).
\end{aligned}$$

Die Geschwindigkeiten q_1 und q_2 der beiden gebrochenen Wellen sind gegeben durch:

$$q_1^2 = \frac{\mathfrak{a}_1^2 + \mathfrak{a}_3^2}{2} + \frac{\mathfrak{a}_1^2 - \mathfrak{a}_3^2}{2} \cos (u_1' - u_1)$$

$$q_2^2 = \frac{\mathfrak{a}_1^2 + \mathfrak{a}_3^2}{2} + \frac{\mathfrak{a}_1^2 - \mathfrak{a}_3^2}{2} \cos (u_2' + u_2).$$

---

1) Vgl. Fußnote 2, S. 260.

Setzt man

$$\cos 2 h_1 = \frac{\cos 2 V - \cos u_1 \cos u_1'}{\sin u_1 \sin u_1'}, \quad \cos 2 h_2 = \frac{\cos 2 V - \cos u_2 \cos u_2'}{\sin u_2 \sin u_2'},$$

so wird
$$\operatorname{tg} s_1 = \frac{\mathfrak{a}_1^2 - \mathfrak{a}_3^2}{2 q_1^2} \sin h_1 \sin (u_1' - u_1)$$

$$\operatorname{tg} s_2 = \frac{\mathfrak{a}_1^2 - \mathfrak{a}_3^2}{2 q_2^2} \cos h_2 \sin (u_2' + u_2).$$

Sind demnach die drei Hauptlichtgeschwindigkeiten $\mathfrak{a}$ bekannt, so kann man V (vgl. S. 89), die vier Größen u und somit auch s_1 und s_2 berechnen. Von den in den vier Grenzbedingungen vorkommenden Größen sind also nur A_r, ψ_r, A_{d_1}, A_{d_2} mit Hilfe der Huyghens-Fresnelschen Gesetze nicht zu bestimmen; zur Berechnung derselben genügen die vier Grenzbedingungen I bis IV.[1])

§ 59

Uniradiale Azimute der einfallenden und der reflektierten Wellen, Polarebenen und Polarisationswinkel

Ändert man bei gegebenem A_e das Azimut ψ_e, so ändern sich auch A_{d_1} und A_{d_2}; bei einem gewissen Werte ψ_{e_1} von ψ_e wird A_{d_2} gleich Null und bei einem anderen Werte ψ_{e_2} von ψ_e wird A_{d_1} gleich Null. Es ist:

$$\operatorname{tg} \psi_{e_1} = \cos (i - d_1) \operatorname{tg} \psi_{d_1} + \frac{\sin^2 d_1 \operatorname{tg} s_1}{\sin (i + d_1) \cos \psi_{d_1}}, \text{ (wobei also } A_{d_2} = 0),$$

$$\operatorname{tg} \psi_{e_2} = \cos (i - d_2) \operatorname{tg} \psi_{d_2} - \frac{\sin^2 d_2 \operatorname{tg} s_2}{\sin (i + d_2) \cos \psi_{d_2}}, \text{ (wobei } A_{d_1} = 0).$$

Die zugehörigen Werte der Azimute ψ_r der reflektierten Strahlen sind:

$$\operatorname{tg} \psi_{r_1} = -\cos (i + d_1) \operatorname{tg} \psi_{d_1} + \frac{\sin^2 d_1 \operatorname{tg} s_1}{\sin (i - d_1) \cos \psi_{d_1}},$$

$$\operatorname{tg} \psi_{r_2} = -\cos (i + d_2) \operatorname{tg} \psi_{d_2} - \frac{\sin^2 d_2 \operatorname{tg} s_2}{\sin (i - d_2) \cos \psi_2}.$$

ψ_{e_1} und ψ_{e_2} heißen nach Mac Cullagh „uniradiale Azimute“ der einfallenden Welle, ψ_{r_1} und ψ_{r_2} heißen uniradiale Azimute der reflektierten Welle. Fällt ein Lichtstrahl unter einem uniradialen Azimute ψ_{e_1} oder ψ_{e_2} ein oder wird er unter einem uniradialen Azimute ψ_{r_1} oder ψ_{r_2} reflektiert, so existiert nur **eine** gebrochene Welle.

Mac Cullagh bediente sich der uniradialen Azimute zur geometrischen Ableitung mehrerer Sätze:

---

1) Statt der von Neumann angewendeten Formulierung der von diesem aufgestellten Gesetze verwendet Verfasser im allgemeinen die von Th. Liebisch, in einzelnen Fällen auch die von F. Pockels gewählte Form.

Ist die einfallende Welle in einem uniradialen Azimute polarisiert, so liegen die Polarisationsrichtungen der einfallenden, der reflektierten und der gebrochenen Wellen in einer Ebene; die Amplitude der gebrochenen Welle ist in diesem Falle die Resultierende aus den Amplituden der einfallenden und der reflektierten Wellen.

Die Ebene, welche durch den Endpunkt S (vgl. Fig. 249) eines Strahles und den Endpunkt N des zugehörigen Radiusvektors der Indexfläche geht und dabei senkrecht zur Ebene SOQ von Strahl und Wellennormale steht, wird von Mac Cullagh „Polarebene des Strahles" genannt. Da die Neigung zwischen Strahl

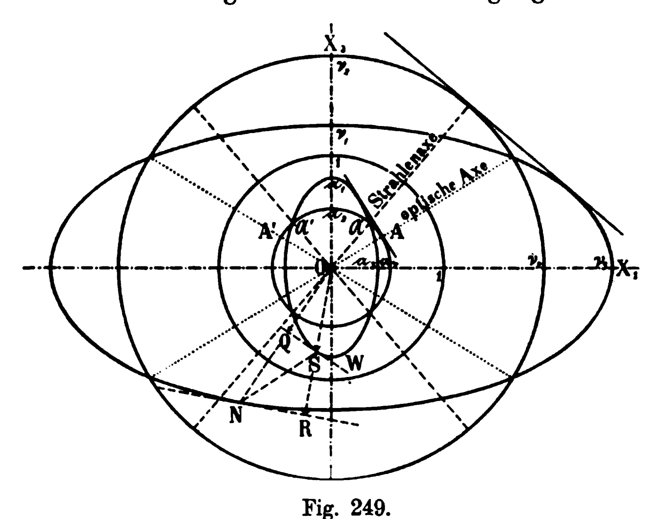


Fig. 249.
Schnitt senkrecht zur Achse a_2 durch die Strahlenfläche und die Indexfläche.
Nach Th. Liebisch (mit einigen Änderungen)

und Wellennormale im allgemeinen nur gering ist, so ist auch die Neigung der Polarebene gegen den Strahl im allgemeinen gering. Nur wenn der Brechungsquotient des isotropen Mediums sich den Quotienten des Kristalls nähert, wird die Neigung zwischen Strahl und Polarebene beträchtlich.

Die uniradialen Polarisationsrichtungen der einfallenden und der reflektierten Welle liegen in der Polarebene des gebrochenen Strahles, sind also die Schnittlinien dieser Ebene mit der einfallenden und mit der reflektierten Wellenebene. Sind beide Medien isotrop, so fallen Strahl und Wellennormale zusammen, s_1 und s_2 werden dann gleich Null und die Polarebene wird identisch mit der Polarisationsebene des gebrochenen Strahles.

Zwischen den Polarisationsazimuten ψ_e einer einfallenden und ψ_r der zugehörigen reflektierten Welle bestehen im allgemeinen die Beziehungen:

$$A \operatorname{tg} \psi_e \operatorname{tg} \psi_r + B \operatorname{tg} \psi_e + C \operatorname{tg} \psi_r + D = 0,$$

$$\text{worin } A = M - N, \quad M = \frac{\sin(i + d_1)}{\sin(i + d_2)}, \quad N = \frac{\sin(i - d_1)}{\sin(i - d_2)},$$

$$B = -M \operatorname{tg} \psi_{r_2} + N \operatorname{tg} \psi_{r_1}, \quad C = -M \operatorname{tg} \psi_{e_1} + N \operatorname{tg} \psi_{r_2},$$

$$D = M \operatorname{tg} \psi_{e_1} \operatorname{tg} \psi_{r_2} - N \operatorname{tg} \psi_{e_2} \operatorname{tg} \psi_{r_1}.$$

Da die senkrecht und die parallel zur Einfallsebene polarisierten Komponenten des reflektierten Lichtes bei vollkommen durchsichtigen Medien bei der Reflexion keine gegenseitige Phasendifferenz erleiden, so ist der linear polarisiert gegen die Grenze eines durchsichtigen Mediums einfallende Strahl auch nach der Reflexion wieder linear polarisiert, aber auch selbst bei senkrechter Inzidenz ist im allgemeinen ψ_r nicht gleich ψ_e. Mißt man bei senkrechter Inzidenz das Azimut der Polarisation von einer der Polarisationsrichtungen der beiden gebrochenen Wellen aus, so wird

$$\operatorname{tg} \psi_r = \frac{\nu_1 - \nu_0}{\nu_1 + \nu_0} \cdot \frac{\nu_2 + \nu_0}{\nu_2 - \nu_0} \operatorname{tg} \psi_e = k \operatorname{tg} \psi_e,$$

wobei ν_1 und ν_2 die Brechungsquotienten der beiden zugehörigen gebrochenen Wellen, ν_0 der Brechungsquotient des isotropen Mediums ist. Ist $\operatorname{tg} \psi_e = \frac{1}{\sqrt{k}}$, so hat die Drehung $\psi_r - \psi_e$ ihren maximalen Wert $\frac{1-k}{2\sqrt{k}}$.

Sind die beiden uniradialen Azimute ψ_{r_1} und ψ_{r_2} des reflektierten Strahles einander gleich, so erhält ψ_r einen von ψ_e unabhängigen Wert $\overline{\psi}_r$; in diesem Falle wird also auch natürliches Licht durch die Reflexion linear polarisiert. Derjenige Einfallswinkel $\bar{i}$, für welchen $\psi_{r_1} = \psi_{r_2} = \overline{\psi}_r$ wird, heißt der „Polarisationswinkel."

Aus den vorstehenden Gleichungen für $\operatorname{tg} \psi_{r_1}$ und $\operatorname{tg} \psi_{r_2}$ folgt für den Polarisationswinkel $\bar{i}$:

$$\cos(\bar{i} + d_1) \operatorname{tg} \psi_{d_1} - \frac{\sin^2 d_1 \operatorname{tg} s_1}{\sin(\bar{i} - d_1) \cos \psi_{d_1}} = \cos(\bar{i} + d_2) \operatorname{tg} \psi_{d_2} + \frac{\sin^2 d_2 \operatorname{tg} s_2}{\sin(\bar{i} - d_2) \cos \psi_{d_2}}.$$

Hieraus ergibt sich, daß bei Kristallen der Polarisationswinkel $\bar{i}$ abhängig ist von der Orientierung sowohl der Grenzebene als der Einfallsebene. $\overline{\psi}_r$ ist der Winkel zwischen der Polarisationsrichtung des vollständig polarisierten Strahles und der Einfallsebene und ist gleich der Neigung der Schnittlinie der beiden Polarebenen gegen die Einfallsebene. Im allgemeinen ist

deshalb $\overline{\psi}_r$ klein, wenn Luft das isotrope Medium ist, und nähert sich mit abnehmender Stärke der Doppelbrechung dem Werte Null; $\overline{\psi}_r$ wächst aber mit zunehmender Stärke der Brechung des isotropen Mediums.

Die vorstehende Definition des Polarisationswinkels $\bar{i}$ für Kristalle wurde von Mac Cullagh aufgestellt und ist die am meisten übliche. F. Schwietring[1]) weist darauf hin, daß ein Polarisationswinkel im Sinne von Mac Cullagh aber dann nicht existieren kann, wenn die Einfallsebene eine optische Spiegelebene ist, weil dann aus Symmetriegründen ψ_{r_1} und ψ_{r_2} aufeinander senkrecht stehen.

F. E. Neumann bezeichnet den Polarisationswinkel $\bar{i}$ einer bestimmten Einfallsebene als denjenigen Winkel, unter welchem natürliches Licht einfallen muß, damit es nach der Reflexion an dem Kristall vollständig polarisiert ist. In speziellen Fällen erhält Mac Cullagh dieselben Formeln für $\bar{i}$ wie Neumann.

Fällt eine ebene Welle, deren Polarisationsazimut ψ_e sei, in einer gegebenen Einfallsebene an eine bestimmte Grenzfläche unter dem konstanten Winkel i ein, so entspricht jedem Werte ψ_e ein bestimmtes Polarisationsazimut ψ_r der reflektierten Welle. Läßt man ψ_e beliebige Werte annehmen, so gibt es zwei um 90^0 verschiedene Polarisationsazimute ψ_r' und ψ_r'' von der Beschaffenheit, daß sich die entsprechenden Azimute ψ_e' und ψ_e'' der einfallenden Welle ebenfalls um 90^0 voneinander unterscheiden. Diese Azimute nannte Cornu „Hauptrichtungen."

Bezeichnet man die Amplitudenverhältnisse für die beiden uniradialen Polarisationsrichtungen mit $\beta_1 = \frac{R_1}{E_1}$ und $\beta_2 = \frac{R_2}{E_2}$, so schlägt Schwietring[2]) als „transformierte Neumannsche" Bedingung für den Polarisationswinkel $\bar{i}$ vor, daß

$$\beta_1 \beta_2 \sin(\psi_{r_1} - \psi_{r_2}) = 0$$

sei, daß also das Produkt aus den Amplitudenverhältnissen β_1 und β_2 der beiden uniradialen Wellen und dem Sinus der Differenz der beiden uniradialen Polarisationsazimute ψ_{r_1} und ψ_{r_2} in der reflektierten Wellenebene gleich Null werde.

Diese Bedingung hat die allgemeine geometrische Bedeutung, daß das Amplitudenverhältnis für die eine der beiden Cornu-

---

1) N. Jahrbuch f. Min. usw. 1908; Beil.-Bd. **26**, 340.

2) Sitzungsber. d. Berl. Akad. d. Wiss. 1911; I, 423ff.

schen Hauptrichtungen in der einfallenden Wellenebene gleich Null wird. Die der anderen Hauptrichtung zugehörige Richtung ψ_r in der reflektierten Wellenebene ist die Polarisationsebene für das aus einfallendem natürlichem Licht durch Reflexion hervorgegangene Licht.

Den Übergang vom doppeltbrechenden Medium zum einfachbrechenden leitet man dadurch her, daß zunächst als Einfallsebene eine Symmetrieebene gewählt wird und darauf die beiden gebrochenen Wellen zum Zusammenfallen gebracht werden. Dieser Übergang läßt sich bei der Mac Cullaghschen Definition nicht ausführen. Dagegen ergibt in diesem Falle die transformierte Neumannsche Bedingung die Beziehung $\bar{i} + \varphi = 90^0$, wenn φ den Normalenwinkel der gebrochenen Welle bezeichnet; d. h. es folgt daraus das Brewstersche Gesetz.

Mac Cullagh hat (1841—1845) seine geometrischen Betrachtungen auch auf die Gesetze der totalen Reflexion ausgedehnt.

Wird natürliches Licht an einem einfachbrechenden Medium unter dem Grenzwinkel der totalen Reflexion oder einem noch größeren Reflexionswinkel zurückgeworfen, so besteht es nach der Reflexion genau wie vorher aus rein natürlichem Licht ohne jede polarisierte Beimengung.

Fällt natürliches Licht in einem starkbrechenden Außenmedium unter einem Einfallswinkel, der gleich dem äußeren Grenzwinkel oder noch größer als dieser ist, auf die Grenzebene eines Kristalls, und ist die Einfallsebene eine optische Symmetrieebene des Kristalls, so ist das reflektierte Licht ebenfalls rein natürliches ohne jede Beimengung. Dagegen enthält das außerhalb des inneren Grenzkegels an einem Kristall reflektierte natürliche Licht im allgemeinen eine elliptisch polarisierte Beimengung.[1])

Fällt geradlinig polarisiertes Licht in einer stark brechenden Flüssigkeit auf einen Kristall innerhalb des inneren Grenzkegels ein, so ist die Polarisationsrichtung des reflektierten Strahles gegen die des auffallenden Strahles gedreht, wie F. E. Neumann und Mac Cullagh nachgewiesen haben. Im allgemeinen enthält in diesem Falle natürliches Licht einen geradlinig polarisierten Anteil; dasselbe gilt auch für Strahlen, welche dem inneren Grenzkegel selbst angehören.

1) Vgl. Fr. Schwietring, N. Jahrb. f. Min. usw. 1910; Beil.-Bd. **30**, 495 ff. (speziell S. 500, 502, 508).

Die Polarisationserscheinungen bei streifender Inzidenz und bei Totalreflexion natürlichen Lichtes sowohl an der ersten wie an der zweiten Grenze sind im allgemeinen verschieden. Eine Übereinstimmung findet aber dann statt, wenn die Einfallsebene eine optische Symmetrieebene des Kristalls ist.

Fällt eine geradlinig polarisierte Welle mit dem Polarisationsazimut ψ_e unter dem Winkel $+i$ der partiellen Reflexion auf die Grenzebene eines Kristalls, und hat die unter dem Winkel $-i$ reflektierte Welle das Polarisationsazimut ψ_r, so wird eine unter dem Winkel $-i$ in derselben Einfallsebene einfallende Welle, deren Polarisationsazimut $\psi_e' = 90^0 + \psi_r$ ist, nach der Reflexion unter dem Winkel $+i$ das Polarisationsazimut $\psi_r' = 90^0 + \psi_e$ besitzen.[1])

Fr. E. Wright kommt[2]) von der elektromagnetischen Lichttheorie ausgehend zu denselben Grenzbedingungen wie Neumann, Mac Cullagh und Kirchhoff und gibt eine ausführliche Angabe der Literatur des vorliegenden Problems[3]). Er untersucht namentlich das Azimut der aus einem doppeltbrechenden Kristall austretenden Strahlen. A. Potier[4]) hat folgende Beziehung gefunden: Fällt ein Strahl linear polarisiert auf einen Kristall, so erzeugt er in demselben im allgemeinen zwei Wellen W_1 und W_2; betrachten wir nur eine der beiden zugehörigen austretenden Wellen, etwa W_1', so lautet die Potiersche Beziehung: Eine aus einem Kristall austretende Welle W_1' ist rechtwinklig zu jener polarisiert, welche entgegengesetzt in den Kristall eintretend die sog. Hilfswelle W_2 (vgl. S. 240) in dem Kristall erzeugen würde. Die von Wright gefundene Beziehung ist der vorigen analog und lautet: Das Azimut der Polarisationsebene der austretenden Welle W_1' bildet einen rechten Winkel mit dem uniradialen Azimut der Welle W_2; um also die Polarisationsazimute der austretenden Wellen W_1' und W_2' zu bestimmen, muß man die beiden uniradialen Azimute der einfallenden Wellen berechnen, welche die Wellen W_1 bzw. W_2 hervorrufen.

Da die beiden uniradialen Azimute der einfallenden Strahlen im allgemeinen weder parallel noch um 90^0 voneinander verschieden sind, so gilt dasselbe auch bezüglich der Polarisations-

---

1) Vgl. Fr. Schwietring, N. Jahrb. f. Min. usw. 1908; Beil.-Bd. **26**, 296 ff. (speziell S. 296, 297, 376, 379). — Weitere Angaben siehe ferner bei P. Kaemmerer, N. Jahrb. f. Min. usw. 1905; Beil.-Bd. **20**, 159 ff.

2) Min. u. petrogr. Mitt. 1911; **30**, 171.

3) Ebenda, S. 172 und 173.

4) Journ. de phys. 1891; (2), **10**, 354.

azimute der beiden austretenden Strahlen. Infolgedessen gibt es für schief auffallende Strahlen im allgemeinen keine Lage der vollständigen Auslöschung für beide Strahlen. Theorie und Beobachtung ergeben zwar, daß im allgemeinen ein unter dem uniradialen Azimut linear polarisiert einfallender Strahl nach dem Durchgange durch eine Kristallplatte noch immer linear polarisiert ist; doch hat seine Polarisationsebene eine leichte Drehung erlitten, welche von dem Einfallswinkel abhängig ist, so daß der Strahl bei Beobachtung zwischen gekreuzten Nicols nicht vollkommen ausgelöscht wird. Im allgemeinen werden von einem linear polarisiert in einen doppeltbrechenden Kristall einfallenden Strahl bei schiefer Inzidenz zwei Strahlen gebildet, welche nach ihrem Austritt aus der Platte noch linear polarisiert sind, deren Polarisationsebenen aber keinen Winkel von genau 90° miteinander bilden. Das in diesem Falle resultierende Licht ist infolgedessen elliptisch polarisiert, und eine vollkommene Auslöschung der Platte durch einen Analysatornicol kann bei keiner Lage erreicht werden. Dagegen ist eine Region der geringsten Aufhellung vorhanden, die sich über mehrere Grade erstrecken kann[1]. (Vgl. auch S. 209.)

§ 60

Anwendung des Problems auf optisch-einachsige Kristalle

Bei optisch-einachsigen Kristallen erleiden die vorstehenden Gesetze gewisse Vereinfachungen. Man setze d_o statt d_1 und d_e statt d_2; statt der Bezeichnungen ψ_{e_1} und ψ_{e_2} für die uniradialen Azimute setze man ψ_{eo} und ψ_{ee}. Für den Fall, daß $A_e = 0$, wird dann:

$$\operatorname{tg} \psi_{eo} = \cos(i - d_o) \operatorname{tg} \psi_{do}, \qquad \operatorname{tg} \psi_{ro} = -\cos(i + d_o) \operatorname{tg} \psi_{do}$$

und für den Fall, daß $A_o = 0$, wird:

$$\operatorname{tg} \psi_{ee} = \cos(i - d_e) \operatorname{tg} \psi_{de} + \frac{\sin^2 d_e \operatorname{tg} s_e}{\sin(i + d_e) \cos \psi_{de}},$$

$$\operatorname{tg} \psi_{re} = -\cos(i + d_e) \operatorname{tg} \psi_{de} + \frac{\sin^2 d_e \operatorname{tg} s_e}{\sin(i - d_e) \cos \psi_{de}}.$$

Ist μ die Neigung der Normalen der Grenzfläche gegen die Hauptachse, ϑ die Neigung der Einfallsebene gegen den Hauptschnitt der Grenzfläche, dann gelten statt der obigen die Beziehungen:

---

1) Vgl. Fr. E. Wright, a. a. O. S. 231.

$$\operatorname{tg}\psi'_{eo} = \cos(i - d_o)\frac{\sin\vartheta}{\sin d_o \operatorname{cotg}\mu - \cos d_o \cos\vartheta},$$

$$\operatorname{tg}\psi'_{ro} = -\cos(i + d_o)\frac{\sin\vartheta}{\sin d_o \operatorname{cotg}\mu - \cos d_o \cos\vartheta},$$

$$-\operatorname{tg}\psi'_{ee} = \cos(i - d_e)\frac{\sin d_e \operatorname{cotg}\mu - \cos d_e \cos\vartheta}{\sin\vartheta}$$
$$+\frac{\sin(d_o - d_e)\sin(d_o + d_e)}{\sin\mu\sin\vartheta\sin(i + d_e)}[\cos\mu\cos d_e + \sin\mu\sin d_e\cos\vartheta],$$

$$-\operatorname{tg}\psi'_{re} = -\cos(i + d_e)\frac{\sin d_e \operatorname{cotg}\mu - \cos d_e \cos\vartheta}{\sin\vartheta}$$
$$+\frac{\sin(d_o - d_e)\sin(d_o + d_e)}{\sin\mu\sin\vartheta\sin(i - d_e)}[\cos\mu\cos d_e + \sin\mu\sin d_e\cos\vartheta].$$

Für den Polarisationswinkel $\bar{i}$ eines optisch-einachsigen Kristalls gilt[1]):

$$\sin^2\bar{i} = \frac{1}{1+\mathfrak{o}^2} + \frac{\mathfrak{e}^2 - \mathfrak{o}^2}{1 - \mathfrak{o}^4}\,\frac{\mathfrak{o}^2\cos^2\mu - \sin^2\mu\cos^2\vartheta}{1+\mathfrak{o}^2},$$

wenn man höhere Potenzen von $(\mathfrak{e}^2 - \mathfrak{o}^2)$ als die erste vernachlässigt; $\mathfrak{e}$ und $\mathfrak{o}$ sind die beiden Hauptlichtgeschwindigkeiten. Bei jedem gegebenen μ ist der Polarisationswinkel der gleiche für je vier Azimute ϑ, welche zum Hauptschnitt und zu einer zum Hauptschnitt senkrechten Ebene spiegelbildlich liegen, also, da der Hauptschnitt als Anfangsazimut gewählt wurde, für die Azimute $\pm\vartheta$ und $\pi\pm\vartheta$.

Liegt die Einfallsebene im Hauptschnitt, so wird $\vartheta = 0$, und

$$\sin^2\bar{i} = \frac{(1 - \mathfrak{o}^2)\cos^2\mu + (1 - \mathfrak{e}^2)\sin^2\mu}{1 - \mathfrak{o}^2\mathfrak{e}^2};$$

liegt die Einfallsebene senkrecht zum Hauptschnitt, so wird:

$$\sin^2\bar{i} = \frac{1}{1+\mathfrak{o}^2}\left(1 + \mathfrak{o}^2\cos^2\mu\,\frac{\mathfrak{e}^2 - \mathfrak{o}^2}{1 - \mathfrak{o}^4}\right).$$

Die Ablenkung $\bar{\psi}_r$ der Polarisationsebene des vollständig polarisiert reflektierten Strahles aus der Einfallsebene ist bestimmt durch:

$$\operatorname{tg}\bar{\psi}_r = -\cos(\bar{i} + d_o)\operatorname{tg}\psi'_{do} = -\cos(\bar{i} + d_o)\frac{\sin\vartheta}{\sin d_o \operatorname{cotg}\mu - \cos d_o\cos\vartheta}.$$

$\bar{\psi}_r$ wird Null, d. h. die Polarisationsebene des vollständig polarisiert reflektierten Strahles fällt in die Einfallsebene, wenn:

1. $\mu = 0$, d. h. wenn die Grenzfläche zur optischen Achse senkrecht steht;
2. $\vartheta = 0$, d. h. wenn die Einfallsebene parallel zum Hauptschnitt steht;
3. $\cos\vartheta = -\operatorname{cotg}\mu\operatorname{tg}d_o$, oder, da in diesem Falle $\operatorname{tg}d_o = \mathfrak{o}$ (ordentliche Hauptlichtgeschwindigkeit), wenn $\cos\vartheta = -\mathfrak{o}\operatorname{cotg}\mu$.

---

1) Vgl. F. Pockels, Lehrbuch der Kristalloptik, S. 193 ff.

Wird der Brechungsquotient des isotropen Mediums gleich dem Brechungsquotienten des ordentlichen Strahles, wie es bei Kalkspat und Monobromnaphtalin für Na-Licht der Fall ist, so geht der ordentliche Strahl für jeden Wert von μ und ϑ ungebrochen und ohne reflektiert zu werden durch den Kristall, während nach Neumann der reflektierte Strahl auch bei einfallendem natürlichem Lichte dann für jeden Einfallswinkel stets linear polarisiert ist.[1])

§ 61

Experimentelle Bestätigung der Fresnel-Neumannschen Gesetze und abweichendes Verhalten beim Vorhandensein einer Oberflächenschicht

Experimentell waren die Gesetze der Reflexion und der Polarisation schon vor Neumann untersucht worden. Brewster fand bereits 1819, daß der Polarisationswinkel $\bar{i}$ beim Kalkspat abhängig sei von μ und ϑ, und daß $\overline{\psi}_r$ nicht Null sei, wenn die Einfallsebene als Ausgangsebene genommen wird.

A. Seebeck[2]) (L. Fr. W. August Seebeck, geb. 1805 zu Jena, Lehrer der Physik in Berlin, dann Direktor der technischen Bildungsanstalt in Dresden, gest. 1849 in Dresden) bestimmte den Polarisationswinkel am Kalkspat auf Flächen parallel zur Achse, auf der Spaltfläche, auf Flächen der Rhomboeder $-2R$ und $-\frac{1}{2}R$ und auf einer Reihe künstlich hergestellter Flächen. Seine Beobachtungen führten zu der im vorigen Paragraphen angegebenen Formel für $\bar{i}$ unter der Annahme, daß $\vartheta = 0$.

Auf den zur Achse parallelen Flächen fand Seebeck für $\vartheta = 0$ den Polarisationswinkel $\bar{i} = 54^0\,3'$, für $\vartheta = 90^0$ wird $\bar{i} = 58^0\,55'$, auf den Spaltflächen fand er $\bar{i} = 57^0\,20'$ für $\vartheta = 0$ und $\bar{i} = 59^0\,51'$ für $\vartheta = 90^0$, auf der Basis wird $\bar{i} = 60^0\,47'$.

Seine Beobachtungen stimmten gut überein mit der erwähnten, von ihm experimentell gefundenen Formel für $\bar{i}$, wenn $\vartheta = 0$. Ferner bestimmte Seebeck[3]) das Polarisationsazimut $\overline{\psi}_r$ des vollständig polarisiert reflektierten Strahles. Schwierigkeit fand Seebeck bei den künstlich hergestellten Flächen, welche je nach dem benutzten Poliermittel verschiedene Werte für $\bar{i}$ lieferten. Die Oberfläche muß also durch die Politur eine Änderung der Struktur erleiden.

F. E. Neumann stellte[4]) Beobachtungen an natürlichen Flächen des Kalkspates über die uniradialen Azimute und über die Be-

1) Ausführliche Angaben vgl. bei Th. Liebisch, Phys. Krist., S. 428ff.

2) Ann. d. Phys. 1831; 21, 290ff.; 22, 126.

3) Ebenda 1836; 38, 281. 4) Ebenda 1837; 42, 1.

ziehungen zwischen den Polarisationsazimuten des einfallenden und des reflektierten Strahles an und verglich die von Seebeck beobachteten Werte des Polarisationswinkels mit den von ihm theoretisch abgeleiteten Formeln. Das Resultat ergibt sich aus der nachstehenden Tabelle:

a) $\overline{\psi}_r$ auf der natürlichen Spaltfläche des Kalkspates:				b) $\overline{\psi}_r$ auf einer zur Achse parallelen Fläche:			
ϑ	beobachtet von Seebeck	berechnet von Neumann	Differenz	ϑ	beobachtet von Seebeck	berechnet von Neumann	Differenz
0°	0° 0′	0° 0′	0′	0°	0° 0′	0° 0′	0′
22¹/₂	−2 9	−2 16	+ 7	22¹/₂	−2 43	−2 45,5	+ 2,5
45	−3 38	−3 38,3	+ 0,3	45	−3 57	−4 7,5	+10,5
67¹/₂	−3 34	−3 42,3	+ 8,3	67¹/₂	−2 46	−3 2,5	+16,5
90	−2 30	−2 26,3	− 3,7	90	0 0	0 0	0
112¹/₂	−0 48	−0 52	+ 4				
135	+0 23	+0 16,3	+ 6,7				
157¹/₂	+0 18	+0 28,7	−10,7				
180	0 0	0 0	0				

Brewster fand denselben Winkel $\overline{\psi}_r$ annähernd gleich 90°, wenn das isotrope Medium nicht Luft, sondern das stark brechende Cassiaöl war.

Die schon von Seebeck erkannte Abweichung der Beobachtung von dem theoretisch berechneten Werte bei Verwendung von künstlich hergestellten Flächen wurde namentlich von P. Drude[1]) genauer untersucht. Drude nimmt an, daß sich auf der reflektierenden Oberfläche eine „Übergangsschicht" von sehr geringer Dicke l bilde, und daß infolgedessen die Komponenten R_p und R_s der reflektierten Welle eine relative Phasenverzögerung $\varDelta$ erhalten; infolgedessen muß dann das reflektierte Licht tatsächlich auch in dem Falle elliptisch polarisiert sein, wenn das einfallende Licht linear polarisiert ist. Ist $\overline{\varrho}$ das Verhältnis der beiden parallel und senkrecht zur Einfallsebene stehenden Achsen der Schwingungsellipse, d. h. der „Elliptizitätskoeffizient" beim Einfall unter dem Polarisationswinkel $\overline{i}$, und geht die einfallende lineare Schwingung (nach Fresnel) unter 45° gegen die Einfallsebene von links oben nach rechts unten, dann ist die reflektierte Schwingungsellipse bei einem positiven Werte $\overline{\varrho}$ eine linke und es wechselt der Drehungssinn auf der elliptischen Bahn mit dem Vorzeichen von $\overline{\varrho}$. Nach Drude ist die relative Verzögerung $\varDelta$ für einen beliebigen Wert i bestimmt durch

$$\operatorname{tg} \varDelta = 4\,\overline{\varrho}\,\frac{\nu^2}{\sqrt{1+\nu^2}}\,\frac{\sin i \operatorname{tg} i}{\operatorname{tg}^2 i - \nu^2}.$$

1) Ann. d. Phys. 1888; **36**, 532 u. 1889; **38**, 265 sowie Drude, Lehrbuch der Optik, S. 266 ff.

Der Wert von $\bar{\varrho}$ ist im allgemeinen nur sehr gering, deshalb kann auch Δ nur in der Nähe des Polarisationswinkels, für welchen $\operatorname{tg} i = \nu$ wird, bedeutend sein. Die Beobachtung ergibt, daß $\bar{\varrho}$ um so geringer ist, je weniger die reflektierende Fläche durch Berührung mit fremden Stoffen verunreinigt ist. So ist z. B. $\bar{\varrho}$ sehr gering an frischen Spaltflächen von Kristallen. Bei polierten Flächen dagegen ist $\bar{\varrho}$ beträchtlicher, und zwar im allgemeinen positiv. Nur bei schwach brechenden Körpern (Flußspat und Hyalith) wurde $\bar{\varrho}$ negativ gefunden. Bei gut polierten Glasflächen liegt bei Reflexion in Luft $\bar{\varrho}$ zwischen 0,03 und 0,007. Es genügt die Annahme einer Übergangsschicht von der Dicke $l = 0{,}0175\ \lambda$, um die starke elliptische Reflexionspolarisation des polierten Glases zu erklären.

§ 62

Physikalisches Problem der Reflexion und Brechung an der Grenze zweier anisotroper Medien

Sei[1]) wieder die Schnittlinie zwischen der Grenzebene G und der Einfallsebene die Achse $\mathfrak{X}_1$, die zur Einfallsebene senkrechte, in der Grenzebene G liegende Gerade die Achse $\mathfrak{X}_2$, die Normale zu G die Achse $\mathfrak{X}_3$; und zwar sei die vom Achsenschnittpunkte nach links gehende Richtung die positive $\mathfrak{X}_1$-Richtung, nach hinten liege die positive $\mathfrak{X}_2$-Richtung, nach unten die positive $\mathfrak{X}_3$-Richtung. Dasjenige Medium, welches den negativen Teil der $\mathfrak{X}_3$-Richtung enthält, werde als erstes, das andere als zweites bezeichnet. Die Polarisationsachsen des ersten Mediums seien X_1, X_2, X_3 und es seien beide Achsensysteme durch die Richtungskosinus p, q, r nach folgendem Schema verknüpft:

$$\begin{array}{cccc} & X_1 & X_2 & X_3 \\ \mathfrak{X}_1 & p_1 & p_2 & p_3 \\ \mathfrak{X}_2 & q_1 & q_2 & q_3 \\ \mathfrak{X}_3 & r_1 & r_2 & r_3. \end{array}$$

Ferner seien $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$, $\mathfrak{c}$ die Hauptlichtgeschwindigkeiten, und es werden gesetzt:

$$\begin{aligned} \mathfrak{a}^2 p_1^2 + \mathfrak{b}^2 p_2^2 + \mathfrak{c}^2 p_3^2 &= \mathfrak{a}_{11}, \\ \mathfrak{a}^2 q_1^2 + \mathfrak{b}^2 q_2^2 + \mathfrak{c}^2 q_3^2 &= \mathfrak{a}_{22}, \\ \mathfrak{a}^2 p_1 q_1 + \mathfrak{b}^2 p_2 q_2 + \mathfrak{c}^2 p_3 q_3 &= \mathfrak{a}_{12}, \\ \mathfrak{a}^2 q_1 r_1 + \mathfrak{b}^2 q_2 r_2 + \mathfrak{c}^2 q_3 r_3 &= \mathfrak{a}_{23}, \\ \mathfrak{a}^2 p_1 r_1 + \mathfrak{b}^2 p_2 r_2 + \mathfrak{c}^2 p_3 r_3 &= \mathfrak{a}_{13}; \end{aligned}$$

seien ferner A die Amplitude, $\mathfrak{q}$ die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Welle, φ die Neigung der Wellennormale gegen die Achse $\mathfrak{X}_3$,

1) Nach A. Osthoff, a. a. O.

dann ist das Polarisationsazimut ψ der Welle bestimmt durch:
$\operatorname{tg}\psi = \frac{\mathfrak{a}_{22} - \mathfrak{q}^2}{\mathfrak{a}_{12}\cos\varphi - \mathfrak{a}_{23}\sin\varphi}$, und die Grenzbedingungen lauten:

$$\sum_k A_k \cos\psi_k \sin\varphi_k = \sum_k A_k' \cos\psi_k' \sin\varphi_k',$$

$$\sum_k A_k \sin\psi_k = \sum_k A_k' \sin\psi_k',$$

$$\sum_k A_k \cos\psi_k \cos\varphi_k = \sum_k A_k' \cos\psi_k' \cos\varphi_k',$$

$$\sum_k \frac{A_k}{\sin\varphi_k}[(\mathfrak{a}_{11}\cos\varphi_k - \mathfrak{a}_{13}\sin\varphi_k)\sin\psi_k - \mathfrak{a}_{12}\cos\psi_k]$$

$$= \sum_k \frac{A_k'}{\sin\varphi_k'}[(\mathfrak{a}_{11}'\cos\varphi_k' - \mathfrak{a}_{13}'\sin\varphi_k')\sin\psi_k' - \mathfrak{a}_{12}'\cos\psi_k'],$$

wenn die mit einem $'$ versehenen Buchstaben sich auf das zweite, die nicht mit diesem Zeichen versehenen Buchstaben auf das erste Medium beziehen. Die Summen links sind also über sämtliche im ersten Medium fortschreitenden Wellen, die Summen rechts über sämtliche im zweiten Medium fortschreitenden Wellen zu erstrecken. Diese vier Gleichungen genügen zur Bestimmung der unbekannten Amplituden zweier reflektierter und zweier gebrochener Wellen.[1])

C. Das optische Verhalten absorbierender Medien

§ 63

Definitionen und Beziehungen zwischen einigen Begriffen der Absorptionslehre

Die bisherigen Betrachtungen gelten nur für vollständig durchsichtige Medien, bei welchen die Intensität der Lichtbewegung keinen Verlust erleidet. Unter der Intensität des Lichtes versteht man die Summe der lebendigen Kräfte $\Sigma \frac{1}{2} m v^2$, worin m die Masse und v die Geschwindigkeit der Primitivbewegung der einzelnen Ätherteilchen bedeuten. Da die Amplitude proportional ist mit der Geschwindigkeit, mit welcher die Teilchen die Gleichgewichtslage passieren, so ist die Intensität des Lichtes auch proportional mit dem Quadrate der Amplitude.

Die Intensität J einer Lichtquelle ist diejenige Lichtmenge, welche die Flächeneinheit dieser Quelle senkrecht auf die in der Entfernung 1 befindliche, zur Strahlenrichtung senkrechte Flächeneinheit eines anderen Körpers ausstrahlt. Befindet sich eine leuchtende Fläche (glühendes Platinblech) von der Größe f mit der Inten-

---

1) Weitere Folgerungen aus diesen allgemeinen Gleichungen vgl. bei Osthoff, a. a. O.

sität J im Abstande r von einer anderen Fläche, deren Größe f' ist, und bildet die Flächennormale von f mit der Verbindungslinie r der Mittelpunkte von f und f' einen Winkel α, die Normale von f' mit r einen Winkel α', so ist die auf f' auffallende Lichtmenge $m = J\frac{f f' \cos\alpha \cos\alpha'}{r^2}$, die von f' aufgenommene Lichtmenge ist $m' = J'\frac{f f' \cos\alpha \cos\alpha'}{r^2}$.

J' ist die Intensität von f'. (Lambert 1760).

J ist abhängig von der Temperatur und dem Ausstrahlungsvermögen des leuchtenden Körpers; J' ist in ähnlicher Weise abhängig von der Natur des beleuchteten Körpers. Besteht die Oberfläche eines Körpers aus q verschieden großen Flächenelementen f_q, deren Wert J_q verschieden ist, so ist $L = \Sigma J_q f_q \cos\alpha_q$, worin α_q die Neigung der einzelnen Flächennormalen gegen eine gleiche Richtung r bedeutet, die „Leuchtkraft" oder die „Lichtstärke des Körpers für die Richtung r". Die von diesem Körper auf einem Flächenelement hervorgerufene „Erleuchtungsstärke" ist $L\frac{\cos\alpha'}{r^2}$. Nach Abbe versteht man dementsprechend unter Erleuchtungsstärke die Größe $e' = J\frac{f \cos\alpha \cos\alpha'}{r^2}$.

Apparate, welche dazu dienen festzustellen, wann die durch zwei Lichtquellen an demselben Orte erzeugten Erleuchtungsstärken einander gleich sind, heißen „Photometer". Es rufe eine Lichtquelle Q_1 auf einem Flächenelement f', welches in der Entfernung r_1 von Q_1 liegt, und dessen Normale unter dem Winkel α_1' gegen die Verbindungslinie r_1 der Mittelpunkte von Q_1 und f' geneigt ist, die Erleuchtungsstärke $e_1' = L_1 \frac{\cos\alpha_1'}{r_1^2}$ hervor, und eine Lichtquelle Q_2, deren Entfernung von f' gleich r_2 ist, und deren Verbindungslinie r_2 mit der Normalen von f' den Winkel α_2' bildet, die Erleuchtungsstärke $e_2' = L_2 \frac{\cos\alpha_2'}{r_2^2}$; dann ist für $e_1' = e_2'$ das Verhältnis $\frac{L_1}{L_2} = \frac{r_1^2 \cos\alpha_2'}{r_2^2 \cos\alpha_1'}$ [1]).

Unter der „Helligkeit" versteht man die Stärke der Lichtempfindung, als deren Maß die der Flächeneinheit des Netzhautbildes zugeführte Lichtmenge zu betrachten ist.

Ein Lichtbündel falle auf eine Fläche eines Mediums mit der Intensität J_0 und habe nach dem Durchgange durch eine Strecke d

---

1) Ausführlichere Angaben über die auf dieser Beziehung beruhende Photometrie siehe bei O. Lummer in Müller-Pouillet, Lehrb. d. Phys., 9. Aufl., II, S. 26.

dieses Mediums die Intensität J_d, so ist $\frac{J_0}{J_d} = c$ der „Schwächungskoeffizient" des Mediums. Ist die durchstrahlte Strecke gleich $2d$, und nehmen wir an, von dem Lichtverlust bei der Reflexion an der Ein- und Austrittsfläche könne abgesehen werden, so ist auch $\frac{J_d}{J_{2d}} = c$, also $\frac{J_0}{J_{2d}} = c^2$. Ist die durchlaufene Strecke nd, so ist $\frac{J_0}{J_{nd}} = c^n$. Die Intensität nimmt daher nach einer geometrischen Reihe ab, wenn die Wegstrecke in einer arithmetischen Reihe zunimmt. Ist c der Schwächungskoeffizient $\frac{J_0}{J_1}$ für die Wegstrecke 1, und ist die Wegstrecke d, so ist $\frac{J_0}{J_d} = c^d$. Die Größe c ist ein echter Bruch; bezeichnen wir die „Durchlässigkeit" des Mediums mit $c' = \frac{1}{c}$, so ist $\frac{J_d}{J_0} = \frac{1}{c'^d} = c'^{-d}$, und setzen wir $\log_{\text{nat}} c' = p$, so wird $c' = e^p$, also $\frac{J_d}{J_0} = e^{-pd}$, $J_d = J_0\, e^{-pd}$, wobei $e = 2{,}71\,828$ die Basis des natürlichen Logarithmensystems ist. Setzt man den „Absorptionsmodul" $p = \frac{4\pi\varkappa}{\lambda_{kr}}$, wobei λ_{kr} die Wellenlänge des Lichtes in dem zu untersuchenden Medium (Kristall) ist, so heißt $\varkappa = \frac{p\,\lambda_{kr}}{4\pi}$ der „Absorptionsindex". Da $\lambda_{kr} = \tau v$, wobei τ die Schwingungsdauer, v die Fortpflanzungsgeschwindigkeit bedeuten, so ist auch $p = \frac{4\pi\varkappa}{\tau v}$ oder, da $\nu\lambda_{kr} = \lambda_{\text{vac}}$, auch $p = \frac{4\pi\nu\varkappa}{\lambda_{\text{vac}}}$[1]), wo λ_{vac} die Wellenlänge im leeren Raum ist. Es wird also $J_d = J_0 e^{-\frac{4\pi\nu\varkappa d}{\lambda_{\text{vac}}}}$. Die Größe $k = \nu\varkappa$ wurde von Cauchy als „Absorptionskoeffizient" bezeichnet; es ist somit $J_d = J_0 e^{-\frac{4\pi k d}{\lambda_{\text{vac}}}}$. Ist d' diejenige Schichtdicke, für welche $J_{d'} = \frac{J_0}{10}$ wird, so bezeichnete Bunsen[2]) die Größe $\alpha = \frac{1}{d'}$ als „Extinktionskoeffizienten". Aus obiger Gleichung $\frac{J_d}{J_0} = c'^{-d}$ folgt: $-d \lg c' = \lg J_d - \lg J_0$ oder $\lg c' = \frac{\lg J_0 - \lg J_d}{d}$. Für die von Bunsen definierte Dicke d' gilt $\frac{J_{d'}}{J_0} = \frac{1}{10}$, also $c'^{-d'} = \frac{1}{10}$, also $-d' \lg c' = -1$, $d' = \frac{1}{\lg c'}$, $\frac{1}{\alpha} = d' = \frac{1}{\lg c'}$, d. h. es ist der

1) Auch die Größe $\frac{\nu\varkappa}{\lambda}$ wird zuweilen als Absorptionsmodul bezeichnet. Vgl. hierzu J. Ehlers, Die Absorption des Lichtes in einigen pleochroitischen Kristallen. N. Jahrb. f. Min. usw. 1897, 1898; Beil.-Bd. **11**, 259, spez. 278 u. 290 ff.

2) Vgl. R. Bunsen und H. Roscoe, Photochemische Untersuchungen. Ann. d. Phys., speziell 1857; **101**, 235 ff.

Bunsensche Extinktionskoeffizient $\alpha = \lg c' = \frac{\lg J_0 - \lg J_d}{d}$, wobei d die beliebige Größe der Plattendicke ist. Setzt man $J_0 = 1$, dann wird $\alpha = \frac{-\lg J_d}{d}$. Wird $d = 1$, dann ist $\alpha = -\lg J_d$. Sinkt also z. B. die Intensität beim Durchgange durch eine 1 cm dicke Platte auf $\frac{2}{3}$ der auffallenden Intensität, dann ist $\alpha = -\lg\frac{2}{3} = \lg 3 - \lg 2$.

Das durch eine Platte hindurchgehende Licht erleidet nicht nur, wie im Vorstehenden angenommen wurde, eine Schwächung im Innern des Mediums, eine Absorption, sondern auch, wie schon S. 284 angedeutet, noch eine weitere Schwächung durch Reflexion an der Eintritts- und an der Austrittsfläche. Das an der letzteren ins Innere des Mediums reflektierte Licht erleidet eine nochmalige teilweise Reflexion an der Eintrittsfläche usw. Fällt ein Lichtbündel senkrecht auf eine Kristallfläche und ist ν der Brechungsquotient des Kristalls für diejenige Lichtwelle, deren Schwächung bestimmt werden soll, und $J_0 = 1$, so ist der an der vorderen Grenzfläche reflektierte Anteil des Lichtes $\varrho = \left(\frac{\nu - 1}{\nu + 1}\right)^2$, der durchgelassene Anteil $\delta = \frac{4\nu}{(\nu + 1)^2}$. An der Austrittsfläche tritt der gleiche Intensitätsverlust ein. Unter Berücksichtigung der Reflexion an der äußeren Grenze und auch der mehrfachen Reflexionen im Innern des Mediums berechnet J. Ehlers[1]) für den Absorptionsindex die Formel:

$$\varkappa = \frac{1}{\nu d} \cdot \frac{\lambda}{2\pi \lg e} \cdot \lg\left(\frac{4\nu}{(\nu+1)^2 \sqrt{c'}}\right),$$

wobei ν, d, e, c' die im vorigen angegebenen Bedeutungen haben.

§ 64

Apparate zur Messung der Absorption

Zur Ermittelung des Extinktionskoeffizienten α oder auch des Absorptionsindex $\varkappa$ ist, abgesehen vom Brechungsquotienten ν und von der Plattendicke d, welche mit Hilfe des Sphärometers bestimmt werden kann, die Kenntnis des durch Absorption und Reflexion bedingten Schwächungskoeffizienten $c = \frac{J_0}{J_d}$ nötig.

Die Ermittelung dieses Koeffizienten c geschieht am einfachsten mit Hilfe des Vierordtschen Doppelspaltes[2]), bei welchem zwei gleiche Spalten sich unmittelbar übereinander be-

1) A. a. O.

2) Ztschr. f. analyt. Chemie 1882, S. 182; ferner C. Leiß, Ztschr. f. Instrumentenkunde 1898; 18, 116.

finden; durch je eine Mikrometerschraube kann jede Spaltöffnung für sich vergrößert und verkleinert und die Spaltweite bestimmt werden (Fig. 250). Die Platte, deren Absorption bestimmt werden soll, wird vor die eine der beiden Spaltöffnungen gehalten und darauf die andere Spaltöffnung so weit verengert, daß beide Spaltbilder gleich hell erscheinen. Das aus den Ablesungen an den Mikrometerschrauben sich ergebende Verhältnis der Spaltbreiten ist das umgekehrte Verhältnis der Intensitäten. Die Beobachtungsresultate können aber nur dann miteinander verglichen werden, wenn sie sich auf Licht von der gleichen Wellenlänge beziehen. Man muß deshalb entweder mit monochromatischem Lichte beleuchten oder bei der Beleuchtung mit weißem (Auer-) Licht dasselbe spektral zerlegen.

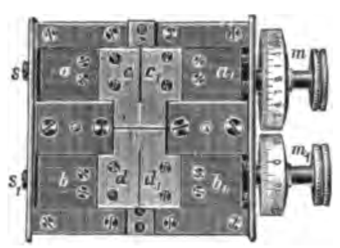


Fig. 250.
Vierordtscher Doppelspalt

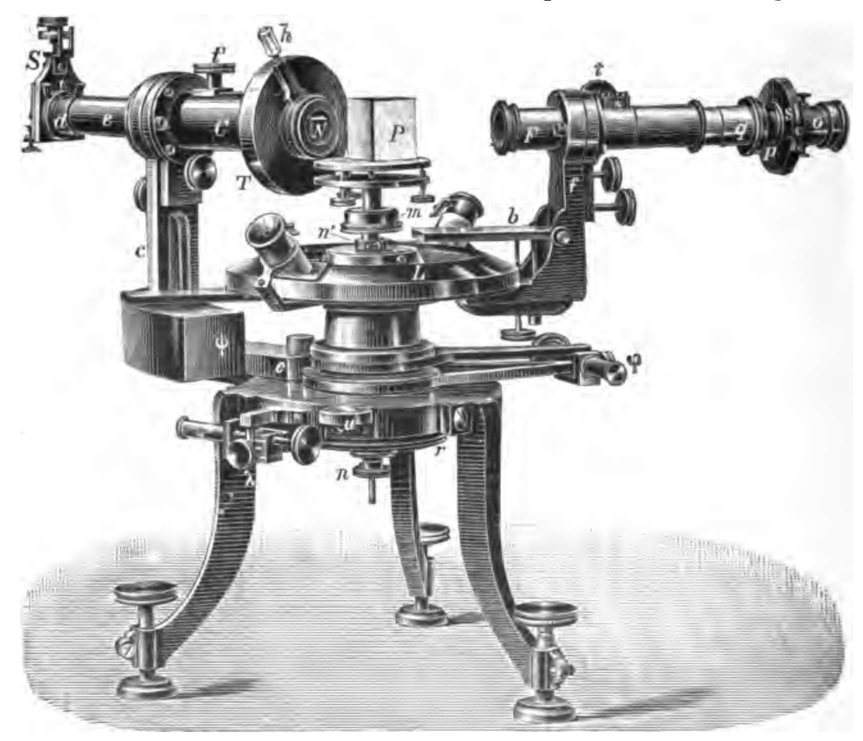


Fig. 251. Spektrophotometer (Fueß)

Zur leichteren Einstellung auf gleiche Helligkeit bedient man sich eines Okulars, in dessen Bildebene ein verschiebbarer und sich symmetrisch öffnender Spalt eingesetzt ist. Mit Hilfe des Spaltes werden die beiden übereinanderliegenden Spektren bis auf jenes Gebiet abgeblendet, für welches man die Untersuchung vornehmen will.

Genauer ist die Bestimmung des Intensitätsverhältnisses mit Hilfe des Spektrophotometers[1]) (Fig. 251). Das Kollimatorrohr C trägt an seinem äußeren Ende einen vertikalen Spalt S, welcher wie der Vierordtsche durch einen schmalen horizontalen Metallstreifen in zwei Hälften geteilt ist. Vom Doppelspalt aus gelangt das Licht zuerst auf eine Objektivlinse und dann in ein Rochonsches Prisma (vgl. S. 105), dessen Hauptschnitt mit dem Spalt parallel liegt; jede der beiden Spalthälften liefert auf diese Weise ein ordentliches (o) und ein außerordentliches (e) Bild, welche vertikal übereinanderliegen, und zwar so, daß das ordentliche Bild der einen Hälfte sich mit dem außerordentlichen der anderen Hälfte annähernd berührt (Fig. 252). Aus dem Rochonschen Prisma gelangt das Licht in das Nicolsche Prisma N, welches mit dem Hebel h gedreht werden kann, und darauf in das Prisma P, welches das weiße Licht spektral zerlegt, so daß statt der vier Spaltbilder vier übereinanderliegende Spektren durch das Okularrohr beobachtet werden. Im letzteren befindet sich wieder ein Vierordtscher Spalt, welcher alle anderen Farben, außer der gewünschten, abblendet. Zuerst beobachtet man ohne Vorschiebung der absorbierenden Platte die beiden einander berührenden Bilder e und o. Steht das Nicolsche Prisma so, daß sein Hauptschnitt parallel oder senkrecht zum Hauptschnitt des Rochonschen Prismas steht, so ist das eine oder das andere der beiden Bilder dunkel; man dreht dann von der Dunkelstellung aus so lange, bis beide Bilder gleich hell sind. Sind J_{0_1} und J_{0_2} die (annähernd gleichen) Intensitäten der beiden aus dem Rochonschen Prisma austretenden Strahlenbündel und b_1 und b_2 zwei durch Brechung und Absorption von seiten des Apparates bedingte Schwächungskoeffizienten, und beträgt die Drehung aus der Nullstellung (für $J_1 = 0$) β (annähernd 45°), so ist bei der gleichen

o

e

o

e

Fig. 252.

1) P. Glan, Ann. d. Phys. 1877; 1, 351. Vgl. ferner Th. Liebisch, Phys. Krist. 1891, 520.

Helligkeit der beiden Spaltbilder $J_{0_1} b_1 \cos^2\beta = J_{0_2} b_2 \sin^2\beta$. Darauf wird J_{0_1} dadurch geändert, daß die Platte von der Dicke d vor den betreffenden Spalt gehalten wird. Um nunmehr gleiche Helligkeit zu erzielen, muß nicht um den Winkel β sondern um den Winkel β' gedreht werden. Es wird dann bei gleicher Helligkeit $J_{d_1} b_1 \cos^2\beta' = J_{0_2} b_2 \sin^2\beta'$. Aus beiden Gleichungen folgt $\frac{J_{0_1}}{J_{d_1}} \frac{\cos^2\beta}{\cos^2\beta'} = \frac{\sin^2\beta}{\sin^2\beta'}$, oder $\frac{J_{0_1}}{J_{d_1}} = \operatorname{tg}^2\beta \operatorname{cotg}^2\beta'$. Ist die Platte doppeltbrechend, so ist das Verhältnis $\frac{J_0}{J_d}$ verschieden je nach der Schwingungsrichtung. Man muß dann die Platte in entsprechender Weise gegen das Rochonsche Prisma orientieren, so daß deren Schwingungsrichtungen parallel gehen. Hat man dann für die eine Richtung der Platte in der vorigen Weise $\frac{J_0}{J_d}$ bestimmt, so dreht man die Platte um 90° und erhält nach dem gleichen Verfahren dasselbe Verhältnis für die andere Schwingungsrichtung.

J. Königsberger[1]) trennt den Spektralapparat vom Photometer, beleuchtet also entweder mit monochromatischen Flammen oder mit Licht, welches durch ein Lichtfilter oder einen Monochromator einfarbig gemacht wurde. Zur Erkennung der gleichen Helligkeit beider Bilder schaltet er vor den analysierenden („Innen"-) Nicol ein Savartsches Polariskop (vgl. S. 231). Das Verschwinden der Interferenzstreifen deutet die gleiche Helligkeit der beiden Spaltbilder an. Die gleiche Helligkeit wird nach Einschaltung der zu prüfenden Platte durch Drehung des Polarisatornicols wieder hergestellt.

§ 65

Idiochromatische und allochromatische Färbung

Nach dem Kirchhoffschen Gesetze (S. 64) ergibt sich für Gase und Dämpfe das Absorptionsspektrum, die „selektive Absorption", unmittelbar aus dem Emissionsspektrum, und zwar treten die Absorptionslinien um so deutlicher hervor, je größer die Temperaturdifferenz zwischen dem emittierenden heißen Körper und dem absorbierenden kalten Dampf ist. Das wichtigste Beispiel eines durch Dämpfe erzeugten Absorptionsspektrums ist das Sonnenspektrum. J. v. Fraunhofer[2]) hat zuerst eine Zeichnung desselben bekanntgegeben und die von ihm beobachteten dunklen Linien mit Buchstaben bezeichnet, welche heute noch für dieselben verwendet

1) Über die Absorption des Lichtes in festen Körpern. Habilitationsschrift der Universität Freiburg i. B 1900.

2) Denkschr. d. Akad. d. Wiss. zu München f. d. J. 1814 u. 1815; V, 193 bis 226.

werden (vgl. S. 162). Er schloß aus dem Umstande, daß die dunklen Spektrallinien bei verschiedenen Sternen verschieden sind, daß die Ursache derselben in der Lichtquelle zu suchen sei. Kirchhoff stellte dann die Hypothese auf, die Sonne sei eine feurige Masse von hoher Dichte und sende deshalb ein kontinuierliches Spektrum aus; aber die Sonne sei von einer kälteren Dampfhülle, der Photosphäre, umgeben, welche die Absorptionsstreifen verursache. Durch den Vergleich mit den Spektren der Elemente wies er in der Photosphäre eine Reihe von Metalldämpfen nach. Die späteren Untersuchungen zeigten, daß in der Tat die meisten Metalle in der Sonnenphotosphäre enthalten sind, daß aber auffallenderweise die meisten Metalloide fehlen. Die Fraunhoferschen dunklen Linien entsprechen demnach genau den hellen (positiven) Emissionslinien von glühenden Metalldämpfen und können ebenso wie diese als monochromatische (aber negative) Linien verwendet werden.

Bei den festen Körpern kann in vielen Fällen die Absorption auf sehr geringe Mengen einer fremden Beimischung zurückgeführt werden, welche chemisch oft gar nicht nachweisbar und häufig so fein und gleichmäßig verteilt ist, daß man eine Heterogenität nicht erkennen kann. Ist der Hauptkörper doppeltbrechend, so ist auch die infolge der selektiven Absorption zustandekommende Färbung in entsprechender Weise von der Struktur des „Wirtes“ abhängig. Die auf fremde Beimischung zurückzuführende Färbung nennt man „allochromatisch“, und ist dieselbe gleichmäßig verteilt, so heißt sie „dilut“, während man eine Färbung, die ein Körper stets an und für sich zeigt, „idiochromatisch“ nennt.

α) Die idiochromatische Färbung haftet meist an einem bestimmten Atom oder auch an einer bestimmten Atomgruppe eines Moleküls. So sind die Eisenoxydverbindungen meist gelb bis rot gefärbt, die wasserhaltigen Nickelsalze grün, die wasserhaltigen Kobaltsalze rosa, Kupfersalze blau. Das Kohlenstoffatom besitzt im Ultravioletten eine Absorptionsfähigkeit, und zwar beim Benzol bei $\lambda = 245\ \mu\mu$ und bei $\lambda = 200\ \mu\mu$, bei den gesättigten Kohlenwasserstoffen unterhalb $\lambda = 200\ \mu\mu$. J. Stark[1]) schließt daraus, daß die Fähigkeit, Licht zu absorbieren, zwar eine spezifische Eigenschaft des Atoms ist, daß aber die spektrale Lage der von ihm hervorgebrachten Absorptionsbanden durch die Art der Bindung des Atoms an ein anderes Atom innerhalb eines Moleküls beeinflußt wird.

1) Jahrb. f. Radioaktivität und Elektronik 1913; **10**, 141.

J. Königsberger fand[1]) beim Rutil von Graubünden und beim Rutil von der Auvergne die gleiche Stärke der Absorption, welche zwischen $\lambda = 700\ \mu\mu$ und $\lambda = 435\ \mu\mu$ mit abnehmender Wellenlänge bedeutend wächst, und welche bei den niedrigsten Werten von λ für den ordentlichen und den außerordentlichen Strahl fast gleich ist, im allgemeinen aber doch für den außerordentlichen Strahl größer ist als für den ordentlichen. Die Gleichheit der Absorption für die Mineralien von verschiedener Herkunft spricht für idiochromatische Färbung. Die hohen Brechungsquotienten des Rutils, $\nu_{oD} = 2{,}616$ und $\bar{\nu}_{eD} = 2{,}903$, sind die Folge dieser selektiven Eigenabsorption, deren Maximum im Ultravioletten, und zwar in der Nähe des sichtbaren Spektrums liegt.

Für die selektive Eigenabsorption des Rutils gilt die Regel, daß die stärker gebrochene Welle auch stärker absorbiert wird. J. Babinet hatte[2]) den Satz, daß der stärker gebrochene Strahl auch stärker absorbiert werde, allgemeiner (mit Einschluß der allochromatischen Färbung) ausgesprochen; daß diese Regel aber keine allgemeine Geltung hat, wurde von H. Becquerel[3]), E. Merritt[4]) und auch von P. Ites[5]) gerade beim Rutil für gelbe und rote Strahlen nachgewiesen. In der vorigen Fassung von Königsberger scheint indessen die Babinetsche Regel bis jetzt einwandfrei.

Königsberger untersuchte außer Rutil auch die beiden anderen kristallisierten Formen von TiO_2, den Brookit und den Anatas, auf ihr Absorptionsvermögen und fand fast die gleichen Absorptionskurven für die Abhängigkeit von λ wie beim Rutil. Beim Anatas fand er das Absorptionsmaximum auf photographischem Wege im Ultravioletten bei $380\ \mu\mu$, also in der Nähe des sichtbaren Gebietes; er schließt daraus, „daß dieselbe chemische Verbindung in ihren verschiedenen Modifikationen nur eine geringe Verschiebung, aber keine völlige Veränderung der Absorptionskurve zeigt".

Ist die Färbung eines optisch-einachsigen Kristalls infolge ungleicher Absorption des ordentlichen und des außerordentlichen

1) a. a. O. S. 21.

2) Ann. d. Phys. 1831; **23**, 447.

3) Ann. d. chim. et d. phys. 1888; **14**, 170.

4) Ann. d. Phys. 1895; **55**, 49.

5) Über die Abhängigkeit der Absorption des Lichtes von der Farbe in kristallisierten Körpern. Inaug.-Diss. u. Preisschrift, Göttingen 1903.

Strahles verschieden, je nachdem der eine oder der andere der beiden Strahlen allein oder doch vorwiegend die Färbung bedingt, so nennt man den Kristall dichroitisch; bei den optisch-zweiachsigen Kristallen tritt an die Stelle des „Dichroismus" der „Trichroismus". Allgemein nennt man die Erscheinung auch „Polychroismus" oder häufiger „Pleochroismus".

β) Künstlich hat zuerst H. de Sénarmont[1]) allochromatische Färbung erzeugt. „Eine Auflösung von salpetersaurem Strontian in einem Aufguß von Campecheholz, der durch einige Tropfen Ammoniakflüssigkeit purpurrot gefärbt wurde, gab große Kristalle, welche einigermaßen die Farbe des Chromalauns besaßen und einen deutlichen Polychroismus zeigten"; sie zeigten auch „die für den Polychroismus optisch-zweiachsiger Kristalle ganz charakteristischen Erscheinungen, welche den von Brewster und Cordier (Pierre Louis Antoine Cordier, geb. 31. März 1777 zu Abbeville, gest. 30. März 1861 zu Paris; zuletzt Professor der Geologie am Jardin des plantes und am Musée d'histoire nat. zu Paris) (1809) zuerst beim Cordierit gefundenen, später von Haidinger beim Andalusit beobachteten und auch an gewissen Epidoten erkennbaren durchaus ähnlich sind, in viel größerer Pracht".

H. Rosenbusch (Karl Harry Ferdinand, geb. 24. Juni 1836 zu Einbeck in Hannover, studierte zuerst Theologie und Philologie in Göttingen, nahm 1857 eine Hauslehrerstelle in Bahia in Brasilien an und studierte von 1862 an in Freiburg und Heidelberg Naturwissenschaften; habilitierte sich am 7. Dezember 1868 als Privatdozent in Freiburg, wurde 1873 Prof. extraord. in Straßburg und am 1. April 1878 Prof. ord. der Mineralogie und Geologie in Heidelberg, starb daselbst am 20. Januar 1914) verwendete[2]) in ähnlicher Weise mit sehr gutem Erfolge als Färbemittel Fuchsin.

O. Lehmann (Professor der Physik in Karlsruhe, früher in Aachen und Mülhausen i. Els.) ließ[3]) Bernsteinsäure, Protokatechusäure, Paraoxybenzoësäure, Metaoxybenzoësäure, Phtalsäure, Zimtsäure und Oxalsäure mit verschiedenen Farbstoffen zusammen kristallisieren; er fand, daß verschiedene Flächen zuweilen verschiedene Anziehungskraft für den Farbstoff haben, so daß die Kristalle oft aus gefärbten und nichtgefärbten Sektoren bestehen. Fast immer ist Neigung zur Trichitenbildung vorhanden.

---

1) C. R. 1854; **38**, 101. Ausz. Ann. d. Phys. 1854; **91**, 491.
2) Mikrosk. Physiogr. der petrogr. wichtigen Mineralien, 1. Aufl., 1873, S. 106.
3) Ztschr. f. phys. Chemie 1891; **8**, 543ff.

J. W. Retgers (gest. 9. Aug. 1896 im Haag) ließ[1]) mit 26 verschiedenen Farbstoffen eine größere Anzahl anorganischer Salze auskristallisieren und fand, daß viele derselben, z. B. NH_4Cl, KCl, $NaCl$, NH_4Br, KBr, $NaBr$, $NaNO_3$, $Ba(NO_3)_2$, $Pb(NO_3)_2$, $KClO_3$, $NaClO_3$, $KBrO_3$ u. a., hierbei farblos bleiben. K_2SO_4 zeigt, wenn in der Lösung Farbstoffe zugegen sind, Neigung zur Bildung faseriger und trichitischer Gebilde, die stark gefärbt sind; gut ausgebildete Kristalle nehmen dagegen keinen Farbstoff auf.

Mehrfach hat sich in der neueren Zeit P. Gaubert (in Paris) mit der Erzeugung von künstlichem Pleochroismus befaßt: Strontium-, Baryum- und Bleinitratlösungen wurde Methylenblau zugesetzt; die ausgeschiedenen Kristalle zeigten starken Pleochroismus, violett beim rascheren Strahl, blau beim langsameren; dabei trat Teilung in sechs Sektoren ein, wobei je zwei gegenüberliegende die gleiche Färbung hatten. Die Sektoren bestehen zuweilen aus abwechselnd einfach- und doppeltbrechenden Lamellen.[2]) Wird der Lösung von Bleinitrat HNO_3 zugesetzt, so sind die Kristalle, welche sich aus einer mit Methylenblau versetzten Lösung ausscheiden, violett gefärbt; ohne den Zusatz von HNO_3 bilden sich blaue Kristalle. Der Farbstoff verteilt sich nach Schichten, welche den Begrenzungsflächen parallel gehen. Der Kristall zeigt deshalb deutliche Anwachspyramiden. Die Vertikalachse der eingeschlossenen Methylenblaukristalle geht den Begrenzungsflächen der Nitratkristalle parallel.[3])

C. Camichel[4]) fand experimentell, daß die Absorptionskonstanten sich auf ein Ellipsoid zurückführen lassen, daß aber die Achsen des Absorptionsellipsoides nur selten (wenn z. B. der Kristall durch Campecheholzextrakt gefärbt war) den Achsen des Polarisations- (d. h. des Fresnelschen) Ellipsoides (vgl. S. 91) parallel gehen; bei Epidot, Axinit, den Doppelsulfaten von Kupfer und Kobalt sowie von Kalium und Kobalt ist dies nicht der Fall.

Gaubert unterscheidet[5]) zwischen fester Lösung und kristallisierter Einlagerung; im ersteren Falle sind die Symmetrieachsen des Absorptions- und des Polarisationsellipsoides parallel, im zweiten Falle ist die Orientierung der beiden Ellipsoide verschieden.

---

1) Ztschr. f. phys. Chemie 1893; **12**, 583 bis 622; speziell 600ff.
2) Bull. d. l. soc. franç. d. min. 1894; **17**, 121.
3) Ebenda 1900; **23**, 211.
4) Ann. d. chim. et d. phys. 1895; **5**, 433.
5) C. R. 1909; **149**, 1004.

Nach O. Lehmann besteht ein Zusammenhang zwischen der Intensität des künstlichen Pleochroismus und der Stärke der Doppelbrechung. Nach Gaubert ist diese Beziehung beschränkt auf feste Lösungen; bei diesen steigt der Absorptionsunterschied mit steigender Doppelbrechung.

W. Wenk[1]) untersuchte den Einfluß von verschiedenen Farbstoffzusätzen (Campecheholzextrakt, Methylenblau, Patentblau, Chinolinsäuregelb, Bismarckbraun) in einer konzentrierten Lösung von Kaliumsulfat auf dessen Kristallisation: „Die Farbstoffe ergaben einen doppelten Parallelismus zwischen Kristallisationsgeschwindigkeit, Kristallhabitus und Adsorption, d. h. Färbung der Kristalle durch den Farbstoff, insofern, als die Farbstoffe, die die Kristallisationsgeschwindigkeit stark beeinflussen, auch den Habitus stark verändern und den Kristall stark färben, also stark adsorbiert werden", und „daß Farbstoffe, die die Kristallisationsgeschwindigkeit nur wenig oder nicht beeinflussen, den Habitus unverändert lassen und den Kristall auch nicht färben". Aus dieser Tatsache zieht Wenk den Schluß, daß die Diffusion beim Vorgange der Kristallisation nicht von entscheidendem Einfluß ist, sondern daß vielmehr die Adsorption dabei wesentlich beteiligt ist.

Neuerdings untersuchte Gaubert[2]) den Einfluß von Bismarckbraun auf Kaliumsulfat. Nach (010) tafelförmige Kristalle von Kaliumsulfat, welche durch Bismarckbraun gefärbt waren, zeigten eine Teilung in vier Sektoren (Fig. 253). Zwei Sektoren grenzen an Flächen der Zone (001):(010), die beiden anderen an Flächen der Zone (100):(010); die beiden verschiedenen Sektorarten unterscheiden sich durch die Orientierung der optischen Elastizitätsachsen, indem die gleichartigen Achsen in zwei benachbarten Sektoren zueinander senkrecht stehen, so daß die Richtung des Maximums der Absorption in den beiden benachbarten Sektoren nicht parallel geht. Bismarckbraun ist für sich eine stark doppeltbrechende und stark pleochroitische Substanz. Gaubert schließt aus dieser Beobachtung, daß Kaliumsulfat und Bismarckbraun in feinster Verteilung miteinander gesetzmäßig verwachsen, und zwar so, daß eine optische Elastizitätsachse des einen Körpers mit einer solchen des anderen zusammenfalle, daß aber in der einen Zone die Richtung der größten Elastizität des Bismarckbrauns mit derjenigen Elastizitäts-

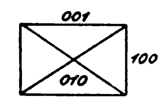


Fig. 253

1) Ztschr. f. Krist. 1910; 47, 124.
2) C. R. 1912; 155, 649.

achse des Kaliumsulfates zusammenfalle, mit welcher auf den Flächen der anderen Zone die Richtung der kleinsten optischen Elastizität des Bismarckbrauns zusammenfällt.

Auch die flüssigen Kristalle von Metoxyzimtsäure werden durch Zusatz von Safranin oder von anderen Farbstoffen pleochroitisch.[1])

In vielen Fällen ist die allochromatische Färbung wohl auf teilweise Dissoziation des Wirtes zurückzuführen. Phenylakridin, $C_6H_4 \cdot CN \cdot C_6H_5 \cdot C_6H_4$, kristallisiert aus alkoholischer Lösung in gelben Prismen, welche durch einen Nicol betrachtet gelb erscheinen, wenn die Prismenachse der kürzeren Diagonale des Nicols parallel geht, dagegen farblos, wenn die Prismenachse hierzu senkrecht steht. Werden diese gelben Prismen sublimiert, so liefern sie Kristalle, welche mit den vorigen kristallographisch identisch, aber völlig farblos sind. Werden die farblosen Kristalle in Alkohol gelöst, so erhält man durch Verdampfen des Lösungsmittels wieder die gelben Prismen. Da der Farbstoff nicht aus dem Lösungsmittel stammen kann, so ist anzunehmen, daß bei der Lösung einige Moleküle des Phenylakridins eine teilweise Dissoziation erfahren, welche die Färbung zur Folge hat.[2])

Ähnlich ist wohl auch die Färbung des blauen Steinsalzes zu erklären, welches sich zuweilen auf Gängen findet, die das primäre Steinsalzlager durchsetzen. Die Färbung ist entweder unregelmäßig fleckig oder nach den Würfelflächen oder nach den Granatoederflächen orientiert. Die ersteren sind bekanntlich Spaltrichtungen, die letzteren Ebenen der Translation, und nach beiden kann leicht eine Trennung des Kristalls erfolgen. Da man künstlich die Blaufärbung des Steinsalzes durch metallisches Natrium nachahmen kann[3]), so ist die von Siedentopf ausgesprochene Vermutung jedenfalls sehr naheliegend, daß auch die natürliche Färbung auf dasselbe Pigment, d. h. auf kolloidales Natrium zurückzuführen ist, wenn auch die Ursache, welche die Ausscheidung des Na aus dem NaCl veranlaßt hat, noch nicht feststeht (vgl. § 66).

Alle Körper absorbieren einen, wenn auch nur geringen Teil des durch sie hindurchgehenden Lichtes, und zwar in verschiedenem Maße je nach der Wellenlänge des Lichtes. Einen absolut farblosen Körper gibt es daher nicht.

---

1) O. Lehmann, Ann. d. Phys. 1902; 8, 908ff.
2) J. Beckenkamp, Ztschr. f. Krist. 1894; 23, 572.
3) Vgl. H. Siedentopf, Physik. Ztschr. 1905; 6, 855. 1907; 8, 850.

Farbige Gläser und namentlich farbige Lösungen absorbieren häufig den größten Teil der Lichtstrahlen bis auf einige, deren Wellenlängen der betreffenden Farbe entsprechen. Sie geben daher als Spektrum ein farbiges Band. Ist dieses Band nur eng begrenzt, so kann man das betreffende Glas bzw. den mit der betreffenden Lösung gefüllten Glastrog als „Lichtfilter", auch „Strahlenfilter" genannt, verwenden, welche in manchen Fällen das monochromatische Licht ersetzen können.[1]) Die Firma R. Fueß liefert solche Filter für verschiedene Wellenlängen (410 bis 470 $\mu\mu$, 465 bis 520 $\mu\mu$, 520 bis 550 $\mu\mu$, 555 bis 595 $\mu\mu$, 590 bis 620 $\mu\mu$, 610 bis 660 $\mu\mu$, 650 $\mu\mu$ aufwärts). Auch können von den Jenaer Glaswerken, Schott u. Gen. derartige Filter bezogen werden.

Sämtliche Gläser absorbieren die kurzen Wellen; die Absorption beginnt bei etwa 340 $\mu\mu$ und ist bei 300 $\mu\mu$ vollständig. Man wählt deshalb bei Untersuchungen mit kurzen Wellenlängen Quarzapparate, bei welchen allerdings die Doppelbrechung und die Drehung der Polarisationsebene störend wirken kann; bei 190 $\mu\mu$ beginnt auch der Quarz zu absorbieren. Bei noch kürzeren Wellen wählt man daher als Material für Linsen, Prismen, Gefäße usw. Flußspat; jedoch sind genügend klare und große Stücke dieses Minerals schwer zu beschaffen. Flußspat ist bis gegen 100 $\mu\mu$ durchlässig. Aber auch die Luft absorbiert kurze Wellen sehr stark; eine Luftschicht von 10 m unter Atmosphärendruck läßt keine Strahlen durch, deren $\lambda < 210\,\mu\mu$, eine Schicht von 0,1 m keine, deren $\lambda < 160\,\mu\mu$; in solchen Fällen muß man daher die Versuche im Vakuum anstellen. Endlich absorbiert bei den lichtempfindlichen Platten das Bindemittel, wie z. B. die Gelatine. V. Schumann[2]) arbeitete deshalb mit reinen Bromsilberplatten und konnte so bis etwa 100 $\mu\mu$ heruntergehen.

Die Absorption von Wärmestrahlen vgl. in § 72.

§ 66

Einwirkung der Wärme und der Radiumstrahlen auf die Absorption

Die Lage der Spektrallinien (Absorptions- und Emissionslinien) ist von der Temperatur vollkommen unabhängig, und zwar sowohl bei Gasen als bei festen Körpern; es zeigte aber schon Brewster, daß beim Erwärmen neue Absorptionslinien auftreten können; Temperaturzunahme begünstigt das Sichtbarwerden langwelliger

1) Vgl. H. Landolt, Ber. d. d. chem. Ges. 1894; **27**, Bd. III, 2872.

2) Sitzungsber. d. Wiener Akad. d. Wiss., math.-naturw. Kl. 1893; **102**, IIa, 994. — Ann. d. Phys. 1901; **5**, 349.

Schwingungen, deren Absorption oder Emission bei niederen Temperaturen vielleicht infolge zu geringer Intensität nicht zu erkennen ist. Es verschiebt sich hierdurch bei Temperaturzunahme das Gebiet der selektiven Absorption nach der Richtung der größeren Wellenlängen, wodurch sowohl das Leuchten der Körper als auch deren Brechungsquotienten beeinflußt werden.

Für feste Körper stellt Königsberger[1]) folgende Regeln auf:

1. Substanzen, deren Absorptionsgebiet im Ultraviolett, aber nahe am sichtbaren Gebiete liegt, emittieren beim Erhitzen erst rotes, dann gelbes und schließlich weißes Licht, da mit steigender Temperatur die Absorption sich auf das sichtbare Gebiet verschiebt.

2. Substanzen, deren Absorptionsgebiet sehr weit vom sichtbaren Spektrum im Ultrarot oder Ultraviolett liegt, emittieren beim Erhitzen kein Licht, z. B. Flußspat und Quarz. Wird aber der Quarz bis zur Schmelztemperatur erhitzt, so wird er plötzlich leuchtend, weil er dann andere Absorptionsverhältnisse bekommt.

3. Substanzen, deren Absorptionsgebiet nahe im Ultrarot liegt, verhalten sich wie vollkommen durchsichtige Körper.

Es wurde bereits von C. Pulfrich (vgl. S. 164) bemerkt, daß die mit der Temperaturzunahme verbundene Abnahme der Dichte eine Verkleinerung von ν bewirke, andererseits aber die Verschiebung des Absorptionsgebietes vom Ultravioletten nach dem sichtbaren Gebiete eine Vergrößerung von ν. 1. Liegt das Absorptionsgebiet nahe im Ultravioletten, so überwiegt der letztere Einfluß; man beobachtet dann eine Vergrößerung von ν und eine Steigerung der Dispersion; hierher gehören nach Königsberger Schwefel und Phosphor, deren gelbe Farbe für die in Frage stehenden Körper charakteristisch sei. 2. Liegt das Absorptionsgebiet weiter vom sichtbaren Gebiet, so ist die Zunahme der Brechung mit steigender Temperatur geringer, z. B. bei Calcit, Feldspat u. a., oder es überwiegt der Einfluß der verminderten Dichte, man beobachtet Abnahme der Brechung, aber Zunahme der Dispersion, z. B. bei Flußspat, Quarz, Steinsalz, Sylvin. 3. Liegt das Absorptionsgebiet im Ultraroten, so entfernt sich dieses mit steigender Temperatur vom sichtbaren Gebiet, es tritt Abnahme der Dispersion ein.

Sehr häufig wird die Färbung eines Minerals durch Erhitzen zerstört und man war in solchen Fällen früher geneigt, ein organisches Färbemittel anzunehmen. Diese Ansicht wird aber durch neuere Beobachtungen nicht bestätigt.

1) Ann. d. Phys. 1901; 4, 807 u. 808.

A. Miethe[1]) und M. Berthelot[2]) haben zuerst Versuche über Farbenänderungen der Edelsteine unter der Einwirkung von Radiumstrahlen ausgeführt. Berthelot wies nach, daß durch Erhitzen entfärbter Amethyst unter der Einwirkung des Radiums seine Farbe wiedererhielt. Entsprechend fand Doelter[3]) (Cornel, Professor der Mineralogie und Petrographie a. d. Univ. Wien, früher in Graz), daß die natürliche Farbe des Amethystes durch Radium nur wenig beeinflußt wird, während ein durch Erhitzen entfärbter Rauchtopas durch Radium wieder braun wurde. Miethe beobachtete, daß farbloser Diamant und hellblauer Saphir durch Radiumstrahlen gelb wurden. Künstlicher Rubin, welcher durch Chromoxyd gefärbt ist, bleibt von Radium unbeeinflußt, natürlicher Rubin mit einem Stich ins Violette ändert sich nach dem reineren Rot zu. Die Farbenänderung des Saphirs und des Rubins scheint auf einer fremden Beimengung zu beruhen. Gelber und grüner Flußspat ändern ihre Färbung durch Radium leicht; künstlich dargestellter CaF_2 wird durch Radium nicht gefärbt; also ist auch im ersteren Falle eine fremde Beimengung die Ursache der Farbänderung. NaCl wird durch Radium gelb gefärbt. Im allgemeinen sind idiochromatische Farben beständiger als dilute. Doelter ist der Ansicht, daß bei stabilen Färbungen stabile isomorphe Metalloxyde, namentlich des Chroms, Eisens, Mangans, als geringe Beimischungen vorkommen, bei den labilen Färbungen kämen diese dagegen weniger in Betracht. Bei der Färbung des Steinsalzes (NaCl) hält er es für wahrscheinlich, daß die Gelbfärbung durch Chlorionen, die Blaufärbung durch eine Spur von kolloidalem Metall (Na) zustandekomme und daß Kathodenstrahlen durch Ionisierung das Metall aus dem Mineral ausscheiden. Sauerstoff, namentlich wenn das Mineral durch Erhitzen für das Gas permeabel gemacht wird, oder Wasserstoffsuperoxyd, aber auch ultraviolette Strahlen sollen die Ionisierung rückgängig machen, während Röntgenstrahlen ähnlich wirken wie Radium.

§ 67

Gesetzmäßige Beziehungen zwischen Absorption und Kristallform

Pleochroismus

Die Abhängigkeit der Strahlengeschwindigkeit und der Schwingungsrichtung von der Fortpflanzungsrichtung wurde (S. 85 u. f.)

1) Ann. d. Phys. 1906; **19**, 632. 2) C. R. 1906; **143**, 477.

3) Sitzungsber. d. Wiener Akad. d. Wiss., math.-naturw. Kl. 1908; **117**, I, 819. — Vgl. ebenda S. 1275. — 1911; **120**, I, 73 (82). — 1912; **121**; I, 891. — Ferner: Das Radium und die Farben. Dresden 1910.

durch ein Fresnelsches Ellipsoid dargestellt. Die große und die kleine Halbachse einer beliebigen Schnittellipse durch den Mittelpunkt des Ellipsoides geben durch ihre Länge die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der beiden Strahlen in der Richtung der Normalen des Schnittes; die Richtung jeder der beiden Achsen ist nach Fresnel zugleich auch die Schwingungsrichtung desjenigen Strahles, dessen Geschwindigkeit durch dieselbe Halbachse bestimmt wird. Bei den optisch-einachsigen Kristallen bleibt die eine Achse der Schnittellipse stets senkrecht zur Rotationsachse des Ellipsoides, ändert daher ihre Länge nicht, wenn sich die Strahlenrichtung ändert; der entsprechende Strahl heißt der ordentliche Strahl. Die Beobachtung hat ergeben, daß ebenso wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, so auch die Absorption des ordentlichen Strahles konstant bleibt, wenn sich die Fortpflanzungsrichtung ändert. Schleift man eine absorbierende Turmalinplatte parallel zur Hauptachse und läßt einen Lichtstrahl innerhalb der zur Hauptachse senkrechten Ebene auf den Kristall fallen, so bleibt die Schwingung des außerordentlichen Strahles nach Fresnel für jede Lage des Strahles innerhalb dieser Ebene parallel zur Hauptachse; die Beobachtung ergibt, daß in diesem Falle nicht nur die Fortpflanzungsgeschwindigkeit sondern auch die Absorption des außerordentlichen Strahles konstant bleibt. Tritt aber der Strahl aus der zur Achse senkrechten Ebene heraus, so ändern sich sowohl die Fortpflanzungsgeschwindigkeit als auch die Absorption. Die Absorption bleibt konstant oder ist veränderlich, je nachdem die Fresnelsche Schwingungsrichtung konstant oder veränderlich ist.

Die absorbierenden optisch-einachsigen Kristalle haben demnach zwei Hauptabsorptionen, von welchen die eine mit einer Fresnelschen Schwingung senkrecht zur Hauptachse, die andere mit einer solchen parallel zur Hauptachse verbunden ist.

Beobachtet man einen absorbierenden optisch-einachsigen Kristall im monochromatischen Lichte mit Hilfe eines (und zwar nur eines) Nicolschen Prismas, welches als Polarisator oder auch als Analysator in den Gang der Lichtstrahlen eingeschaltet sein kann, und dreht man den Kristall oder das Prisma um die Strahlenrichtung, so erscheint in einer Stellung ein Helligkeitsmaximum, in einer um 90° dagegen gedrehten Stellung ein Helligkeitsminimum. — Ersetzt man das Nicolsche Prisma durch eine Haidingersche Lupe (vgl. S. 104), so sieht man gleichzeitig nebeneinander zwei verschieden helle Bilder, welche sich auf zwei senkrecht zueinander liegende Schwingungs-

richtungen beziehen. Dreht man wieder den Kristall oder die Lupe um die Strahlenrichtung, so hat der Helligkeitsunterschied der beiden Bilder bei einer bestimmten Stellung einen maximalen Wert.

Fällt weißes Licht auf den absorbierenden Kristall, so tritt die absorbierte Lichtart in der Farbenmischung des austretenden Lichtes mehr zurück als im auffallenden Lichte; das austretende Licht kann also nicht mehr weiß sein. Beobachtet man mit Hilfe des Nicolschen Prismas oder der Haidingerschen Lupe, so entspricht den Stellungen mit verschieden starker Absorption für die einzelnen Farben auch eine Verschiedenheit des Gesamtfarbeneindruckes. Läßt man auf eine parallel zur optischen Achse geschliffene optisch-einachsige absorbierende Platte paralleles Licht senkrecht auffallen, so pflanzt sich im Kristall der eine Strahl mit maximaler, der andere mit minimaler Lichtgeschwindigkeit fort. Wird eine derartige Platte mit weißem Licht beleuchtet, so zeigt sie, mit dem Nicolschen Prisma betrachtet, nacheinander, mit der Haidingerschen Lupe betrachtet, gleichzeitig nebeneinander beim Drehen um die Strahlenrichtung in bestimmten Stellungen zwei Absorptionsfarben mit einem maximalen Kontrast, die „Hauptabsorptionsfarben", von welchen die eine der ordentlichen, die andere der außerordentlichen Schwingung entspricht. Die absorbierenden optisch-einachsigen Kristalle werden deshalb, wie (S. 291) erwähnt, „dichroitisch" genannt. Besonders auffallend ist der Unterschied zwischen der Absorption der ordentlichen und der außerordentlichen Strahlen bei den gefärbten, und zwar namentlich bei den dunkelgrün gefärbten Turmalinen; die ordentlichen Strahlen werden hier fast vollständig absorbiert. Eine parallel zur Hauptachse geschliffene dunkelgrün gefärbte Turmalinplatte kann daher, ähnlich wie ein Nicolsches Prisma, als Polarisator oder als Analysator verwendet werden. Bringt man einen doppeltbrechenden Kristall zwischen zwei solcher Turmalinplatten („Turmalinzange", Fig. 254), welche entweder parallel oder senkrecht gegeneinander gestellt werden, und hält die eine Platte dicht vor das Auge, so beobachtet man dieselbe Erscheinung wie im Konoskop; jedoch wird in der Turmalinplatte auch ein großer Teil des außerordentlichen Spektrums völlig absorbiert.

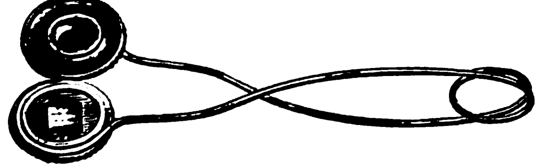


Fig. 254. Turmalinzange

Schneidet man aus einem absorbierenden rhombischen Kristall, etwa aus Cordierit, einen Würfel nach den drei Pinakoidflächen (Fig. 255), so liefert jedes der drei parallelen Flächenpaare bei Beleuchtung mit weißem Lichte und bei Anwendung eines Nicols oder einer Haidingerschen Lupe zwei, der ganze Würfel also sechs Farben mit maximalem Kontrast. Von diesen sind aber jedesmal diejenigen beiden Strahlen, welche, der Fresnelschen Annahme entsprechend, nach der gleichen zweizähligen Achse schwingen, einander gleich. Im ganzen zeigen also die absorbierenden rhombischen und ebenso die absorbierenden monoklinen und triklinen Kristalle drei Hauptabsorptionsfarben. Sie werden daher, wie erwähnt, „trichroitisch" genannt.

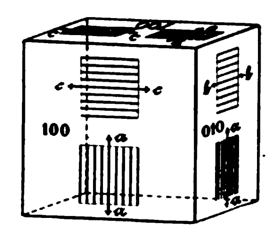


Fig. 255
Würfel aus einem rhombischen Kristall nach den drei Pinakoiden mit den drei Hauptschwingungsrichtungen

Beobachtet man nicht mit Hilfe eines Nicols oder einer Haidingerschen Lupe, sondern ohne jeden polarisierenden Apparat, so erhält man die aus den beiden Farben, welche die Haidingersche Lupe bei der betreffenden Strahlenrichtung zeigt, bestehende Mischfarbe. Bei dem Cordieritwürfel z. B. erhält man auch mit bloßem Auge drei verschiedene Farbeneindrücke je nach der Würfelfläche, durch welche man das weiße Licht ein- und austreten läßt.

Nimmt man mit Fresnel an, der Lichtvektor, d. h. die Lichtschwingung des Äthers, stehe senkrecht zur Polarisationsebene, so sind nach obigen Beobachtungstatsachen Fortpflanzungsgeschwindigkeit und Absorption einer Welle nur abhängig von der Lage des Lichtvektors gegen die Kristallachsen; man gelangt also bei dieser Annahme zur einfachsten Beschreibung dieser Erscheinungen. Haidinger[1]) und nach ihm andere schlossen aus diesen Beobachtungen, daß hierdurch die Neumannsche Annahme, die Schwingungsrichtung sei parallel der Polarisationsebene, widerlegt sei. Demgegenüber bemerkt W. Voigt[2]), daß man der in Frage stehenden Beobachtungstatsache bei der Neumannschen Annahme die Fassung geben müsse: „diejenigen Wellen, welche bei zueinander senkrechter Fortpflanzungsrichtung auch zueinander senkrechte Schwingungen haben, werden gleich stark absorbiert". Und dieser Satz lasse sich wenigstens ebenso leicht aus einer allgemeinen Theorie der Absorption

1) Ann. d. Phys. 1852; **86**, 131.
2) N. Jahrb. f. Min. usw. 1885, I, S. 129.

ableiten als der Haidingersche. Nach der gegenwärtig maßgebenden elektromagnetischen Lichttheorie ist die Frage, ob der Lichtvektor parallel oder senkrecht zur Polarisationsebene stehe, in dieser Form bedeutungslos geworden. (Vgl. den Paragraphen „Über Strahlen mit sehr großen Wellenlängen".)

§ 68

Theorie der Absorption in Kristallen von W. Voigt

Nach der Theorie von W. Voigt[1]) besitzt ein absorbierender Kristall, dessen optische Eigenschaften auf ein beliebiges rechtwinkliges Koordinatensystem X, Y, Z bezogen werden mögen, im allgemeinsten Falle zwölf charakteristische optische Konstanten:

$$\mathfrak{a}_{11},\ \mathfrak{a}_{22},\ \mathfrak{a}_{33},\ \mathfrak{a}_{23},\ \mathfrak{a}_{31},\ \mathfrak{a}_{12},$$
$$\mathfrak{a}_{11}',\ \mathfrak{a}_{22}',\ \mathfrak{a}_{33}',\ \mathfrak{a}_{23}',\ \mathfrak{a}_{31}',\ \mathfrak{a}_{12}'.$$

Das durch die Gleichung $\mathfrak{a}_1^2\sigma_1^2 + \mathfrak{a}_2^2\sigma_2^2 + \mathfrak{a}_3^2\sigma_3^2 = \sigma^2$ bestimmte Ovaloid ist das Polarisationsovaloid (vgl. S. 92), wenn σ ein beliebiger Radiusvektor, $\mathfrak{a}_1$, $\mathfrak{a}_2$, $\mathfrak{a}_3$ die drei Hauptlichtgeschwindigkeiten, σ_1, σ_2, σ_3 die drei Richtungskosinus von σ, bezogen auf die drei Hauptachsen s_1, s_2, s_3 des Polarisationsovaloides, bedeuten. Entsprechend möge das Ovaloid $\mathfrak{a}_1'^2\,\sigma_1'^2 + \mathfrak{a}_2'^2\,\sigma_2'^2 + \mathfrak{a}_3'^2\,\sigma_3'^2 = \sigma'^2$ als „Absorptionsovaloid" bezeichnet werden, dessen Hauptachsen $\mathfrak{a}_1'$, $\mathfrak{a}_2'$, $\mathfrak{a}_3'$ sind, und wobei die σ_h' uud σ' die entsprechende Bedeutung wie vorhin haben, jedoch mit Rücksicht auf die drei Hauptachsen s_1', s_2', s_3' des Absorptionsovaloides.

Ist die Lage der Hauptachsen s_1, s_2, s_3 und die Lage der Hauptachsen s_1', s_2', s_3' gegen die willkürlichen Achsen X, Y, Z durch Winkel bestimmt, deren Kosinus die nachstehende Tabelle angibt:

	s_1	s_2	s_3
X	p_1	p_2	p_3
Y	q_1	q_2	q_3
Z	r_1	r_2	r_3

	s_1'	s_2'	s_3'
X	p_1'	p_2'	p_3'
Y	q_1'	q_2'	q_3'
Z	r_1'	r_2'	r_3',

1) W. Voigt, Zur Theorie der Absorption des Lichtes in Kristallen. Göttinger Nachr. 1884, 337. Ann. d. Phys. 1884; **23**, 577. — Beiträge zur Aufklärung der Eigenschaften pleochroitischer Kristalle. Göttinger Nachr. 1902, S. 48.

P. Drude, Über die Gesetze der Reflexion und Brechung des Lichtes an der Grenze absorbierender Kristalle. Ann. d. Phys. 1887; **32**, 584. — Beobachtungen über die Reflexion des Lichtes am Antimonglanz. Ann. d. Phys. 1888; **34**, 489. — Über die Absorption des Lichtes in monoklinen Kristallen, Ztschr. f. Krist. 1888; **13**, 567. — Das Verhalten der Absorptionskoeffizienten von Kristallen. Ann. d. Phys. 1890; **40**, 665.

E. C. Müller, Optische Studien am Antimonglanz. N. Jahrb. f. Min. usw. 1903; Beil.-Bd. **17**, 187.

so sind die zwölf Konstanten $\mathfrak{a}_{hk}$ und $\mathfrak{a}_{hk}'$ bestimmt durch die folgende Tabelle:

$$\begin{array}{ll}
\mathfrak{a}_{11}=\mathfrak{a}_1 p_1^2+\mathfrak{a}_2 p_2^2+\mathfrak{a}_3 p_3^2 & \mathfrak{a}_{11}'=\mathfrak{a}_1' p_1'^2+\mathfrak{a}_2' p_2'^2+\mathfrak{a}_3' p_3'^2 \\
\mathfrak{a}_{22}=\mathfrak{a}_1 q_1^2+\mathfrak{a}_2 q_2^2+\mathfrak{a}_3 q_3^2 & \mathfrak{a}_{22}'=\mathfrak{a}_1' q_1'^2+\mathfrak{a}_2' q_2'^2+\mathfrak{a}_3' q_3'^2 \\
\mathfrak{a}_{33}=\mathfrak{a}_1 r_1^2+\mathfrak{a}_2 r_2^2+\mathfrak{a}_3 r_3^2 & \mathfrak{a}_{33}'=\mathfrak{a}_1' r_1'^2+\mathfrak{a}_2' r_2'^2+\mathfrak{a}_3' r_3'^2 \\
\mathfrak{a}_{23}=\mathfrak{a}_1 q_1 r_1+\mathfrak{a}_2 q_2 r_2+\mathfrak{a}_3 q_3 r_3 & \mathfrak{a}_{23}'=\mathfrak{a}_1' q_1' r_1'+\mathfrak{a}_2' q_2' r_2'+\mathfrak{a}_3' q_3' r_3' \\
\mathfrak{a}_{31}=\mathfrak{a}_1 r_1 p_1+\mathfrak{a}_2 r_2 p_2+\mathfrak{a}_3 r_3 p_3 & \mathfrak{a}_{31}'=\mathfrak{a}_1' r_1' p_1'+\mathfrak{a}_2' r_2' p_2'+\mathfrak{a}_3' r_3' p_3' \\
\mathfrak{a}_{12}=\mathfrak{a}_1 p_1 q_1+\mathfrak{a}_2 p_2 q_2+\mathfrak{a}_3 p_3 q_3 & \mathfrak{a}_{12}'=\mathfrak{a}_1' p_1' q_1'+\mathfrak{a}_2' p_2' q_2'+\mathfrak{a}_3' p_3' q_3'.
\end{array}$$

Legt man das willkürliche System X, Y, Z mit den Achsen s_1, s_2, s_3 zusammen, so reduziert sich die Anzahl der Konstanten auf die neun Werte: $\mathfrak{a}_1$, $\mathfrak{a}_2$, $\mathfrak{a}_3$, $\mathfrak{a}_{11}'$, $\mathfrak{a}_{22}'$, $\mathfrak{a}_{33}'$, $\mathfrak{a}_{23}'$, $\mathfrak{a}_{31}'$, $\mathfrak{a}_{12}'$.

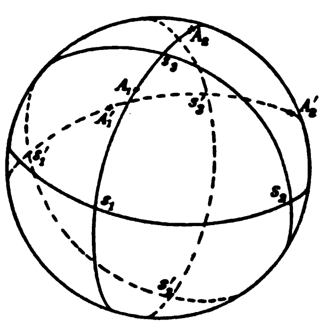


Fig. 256
Stereographische Projektion der drei Hauptachsen s des Polarisationsovaloides und der drei Hauptachsen s' des Absorptionsovaloides, sowie der beiden Polarisationsachsen A und der beiden Absorptionsachsen A'. Nach Voigt

Die Normalen A_1 und A_2 der Kreisschnitte des Polarisationsovaloides nennt Voigt „Polarisationsachsen", die Normalen A_1' und A_2' der beiden Kreisschnitte des Absorptionsovaloides „Absorptionsachsen" (vgl. Fig. 256) für die betreffende Farbe. Werden die Absorptionskonstanten gleich Null, dann decken sich die Polarisationsachsen mit den optischen Achsen.

Sind $i^2=-1$, ω die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle und der Absorptionsindex $\varkappa=\frac{\lambda_{kr}\log_{\text{nat}} c'}{4\pi}=\omega\tau\log_{\text{nat}}\frac{a_0}{a_1}$ $=\frac{1}{\nu d}\cdot\frac{\lambda}{2\pi\lg e}\cdot\lg\left(\frac{4\nu\sqrt{c}}{(\nu+1)^2}\right)$[1]), wobei $c'=\frac{J_0}{J_1}$, $c=\frac{J_0}{J_d}$, während $a_0=\sqrt{J_0}$ und $a_1=\sqrt{J_1}$ die Amplituden beim Einfall und beim Austritt aus der Schicht von der Dicke 1, τ die Schwingungsdauer und e die Basis des natürlichen Logarithmensystems bedeuten[2]), so setze man:

---

1) In der entsprechenden Formel S. 285 ist $c'=\frac{1}{c}$ die Durchlässigkeit für die Strecke d.

2) Auf Seite 284, Zeile 8 bis 11 v. o. ist in dem Satze „Ist c .... mit $c'=\frac{1}{c}$" ein Fehler stehen geblieben. Es muß heißen: „Die Durchlässigkeit $\frac{J_d}{J_0}$ für die Wegstrecke d ist ein echter Bruch. Ist $c'=\frac{J_0}{J_1}$ der Schwächungskoeffizient für die Wegstrecke 1, so ist $\frac{J_d}{J_0}=\frac{1}{c'^d}=c'^{-d}$, und" usw.

$$a_{hk} = a_{hk} - i\,a_{hk}', \quad \Omega = \frac{\omega}{1 - i\kappa}.$$

Es falle ein Lichtstrahl senkrecht auf eine Kristallplatte und es seien μ_1, μ_2, μ_3 die Richtungskosinus der Wellennormale, welche zugleich die Plattennormale sei, bezogen auf die Koordinatenachsen X, Y, Z. Seien u, v, w die Verrückungen der Ätherteilchen aus der Ruhelage parallel den Koordinatenrichtungen, die Komponenten des Lichtvektors, so sind diese gegeben durch die Gleichungen:

$$u = e^{-\frac{z k}{\omega \tau}}\left[M \cos\frac{1}{\tau'}\left(t - \frac{\varrho}{\omega}\right) - M' \sin\frac{1}{\tau'}\left(t - \frac{\varrho}{\omega}\right)\right],$$

$$v = e^{-\frac{z k}{\omega \tau}}\left[N \cos\frac{1}{\tau'}\left(t - \frac{\varrho}{\omega}\right) - N' \sin\frac{1}{\tau'}\left(t - \frac{\varrho}{\omega}\right)\right],$$

$$w = e^{-\frac{z k}{\omega \tau}}\left[P \cos\frac{1}{\tau'}\left(t - \frac{\varrho}{\omega}\right) - P' \sin\frac{1}{\tau'}\left(t - \frac{\varrho}{\omega}\right)\right].$$

Hierbei bedeuten: $\varrho = \mu_1 x + \mu_2 y + \mu_3 z$, $\tau' = \frac{\tau}{2\pi}$, wenn τ die Schwingungsdauer, $\frac{\kappa}{\omega} = \nu\kappa = k$ den Absorptionskoeffizienten, M, M', N, N', P, P' Konstanten bezeichnen, welche der Amplitude des einfallenden Lichtes proportional sind und von der Polarisationsrichtung desselben abhängen.

Die Abhängigkeit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit ω und des Absorptionskoeffizienten k von der Richtung der Wellennormalen μ_1, μ_2, μ_3 ergibt sich aus der Gleichung:

[illegible]

[illegible]

Gleichungen für alle Werte der Absorptions- und der Polarisationskonstanten zwei linear polarisierte Schwingungen, welche aufeinander senkrecht stehen.

Bei sehr starker Absorption können unendlich viele Achsen gleicher Fortpflanzungsgeschwindigkeit existieren, welche sich stetig aneinander anschließen.[1])

Die Formeln für die Absorption erhalten eine bedeutende Vereinfachung, wenn man annimmt, daß die Absorption so gering sei, daß die Quadrate der Konstanten $\mathfrak{a}_1'$, $\mathfrak{a}_2'$, $\mathfrak{a}_3'$ neben den Quadraten von $\mathfrak{a}_1$, $\mathfrak{a}_2$, $\mathfrak{a}_3$ vernachlässigt werden können. Diese Annahme ist bei allen Kristallen, welche man noch im durchgehenden Lichte beobachten kann, d. h. bei allen sog. gefärbten, durchsichtigen Kristallen, gerechtfertigt. Für diesen Fall gibt es stets zwei, aber auch nur zwei Achsen gleicher Fortpflanzungsgeschwindigkeit, d. h. optische Achsen. Die kleine Achse der Schwingungsellipse und ebenso die Abhängigkeit der Lage der großen Achse von der Absorption nähern sich bei abnehmender Absorption dem Werte Null.

Trägt man in einer durch die Cosinus μ_1, μ_2, μ_3 bestimmten Richtung die zugehörigen Werte k als Längen auf und läßt μ_1, μ_2, μ_3 sich stetig ändern, so geben die Endpunkte dieser Längen eine zweischalige, der Normalenfläche ähnliche „Oberfläche der Absorptionskoeffizienten". Diese unterscheidet sich aber von jener dadurch, daß die beiden Schalen längs gewisser Kurvenstücke, die bei monoklinen und triklinen Kristallen unsymmetrisch zu den drei Hauptebenen des Polarisationsovaloides liegen, zusammenhängen. Es gibt daher bei schwach absorbierenden Kristallen nur zwei Richtungen gleicher Fortpflanzungsgeschwindigkeit, aber eine stetige Reihe von Achsen gleicher Absorption.[2])

Stellen μ_1', μ_2', μ_3' die drei Richtungskosinus einer Schwingungsrichtung mit den Achsen X, Y, Z dar, so ist bei schwach absorbierenden Kristallen $2\varkappa =$

$$\frac{\mathfrak{a}_{11}'\mu_1'^2 + \mathfrak{a}_{22}'\mu_2'^2 + \mathfrak{a}_{33}'\mu_3'^2 + 2\mathfrak{a}_{23}'\mu_2'\mu_3' + 2\mathfrak{a}_{31}'\mu_3'\mu_1' + 2\mathfrak{a}_{12}'\mu_1'\mu_2'}{\mathfrak{a}_{11}\mu_1'^2 + \mathfrak{a}_{22}\mu_2'^2 + \mathfrak{a}_{33}\mu_3'^2 + 2\mathfrak{a}_{23}\mu_2'\mu_3' + 2\mathfrak{a}_{31}\mu_3'\mu_1' + 2\mathfrak{a}_{12}\mu_1'\mu_2'}.$$

Der Zähler dieses Ausdruckes ist das Quadrat des der Schwingungsrichtung parallelen Radiusvektors des Absorptionsovaloides, der Nenner das Quadrat des betreffenden Radiusvektors des Polarisa-

1) Drude, Ann. d. Phys. 1890; **40**, 670.

2) Ebenda 676.

tionsovaloides. Der Wert $\sqrt{2\varkappa}$ ist also bei schwach absorbierenden Kristallen gleich dem Verhältnis der der Schwingungsrichtung parallelen Radiivektoren des Absorptions- und des Polarisationsovaloides.[1])

Die Richtungen, für welche $\varkappa$ einen maximalen und einen minimalen Wert erreicht, stehen zu den Hauptachsen des Polarisationsovaloides im allgemeinen schief.

Bei schwach doppeltbrechenden Kristallen kann man die Differenzen der Konstanten $\mathfrak{a}_{hk}$ neben den $\mathfrak{a}_{hk}$ selbst vernachlässigen; oder mit anderen Worten: man kann bei schwach doppeltbrechenden Kristallen statt der verschiedenen $\mathfrak{a}_{hk}$ einen mittleren Wert derselben einsetzen. Die Hauptachsen des Absorptionsovaloides bleiben dann allein die maßgebenden Achsenrichtungen, auf welche man am einfachsten die Absorptionsverhältnisse bezieht.

Sind k_1, k_2, k_3 die Absorptionskoeffizienten für den Fall, daß die Schwingungsrichtung mit s_1' oder s_2' oder s_3' zusammenfällt, so ist allgemein

$$k = k_1 \mu_1'^2 + k_2 \mu_2'^2 + k_3 \mu_3'^2.$$

Die Quadratwurzel von k kann also bei schwach doppeltbrechenden Kristallen durch ein Ovaloid dargestellt werden, dessen Hauptachsen den Hauptachsen des Absorptionsovaloides parallel gehen, der Wert $\frac{1}{\sqrt{k}}$ durch ein entsprechendes Ellipsoid. Die Schwingungsrichtungen für maximale und für minimale Absorption gehen in diesem Falle zwei Hauptachsen des Ovaloides parallel, stehen also aufeinander senkrecht. Die Wellennormalen, für welche die Maxima und Minima der Absorption eintreten, stehen jedoch im allgemeinen nicht aufeinander senkrecht, fallen also auch im allgemeinen nicht mit den drei Achsen des Absorptionsovaloides zusammen.[2])

Die vorstehenden Resultate beziehen sich auf den allgemeinsten Fall, d. h. auf trikline Kristalle; für höher symmetrische Kristalle treten natürlich Vereinfachungen ein.

Bei monoklinen Kristallen, bei welchen die geometrische Spiegelebene (010) Ebene der optischen Achsen ist, lege man die Z-Achse in die erste, die X-Achse in die zweite Mittellinie; die Y-Achse fällt dann in die zweizählige Deckachse. Ferner seien

1) Vgl. F. Pockels, Lehrb. d. Kristalloptik, S. 380.

2) Ebenda S. 382.

u_1 und u_2 die Winkel zwischen einer Wellennormale und den beiden optischen Achsen.

Dann wird[1]: $\mathfrak{a}_{22}' = \mathfrak{a}_2'$, $\mathfrak{a}_{23}' = \mathfrak{a}_{12}' = 0$.

1. Für Platten parallel der Ebene der optischen Achsen wird:

$$u_1 = u_2 = \frac{\pi}{2}, \quad \varkappa_1 = \frac{1}{2}\frac{\mathfrak{a}_{11}'}{\mathfrak{a}_1}, \quad \varkappa_3 = \frac{1}{2}\frac{\mathfrak{a}_{33}'}{\mathfrak{a}_3}.$$

2. Für Platten senkrecht zur ersten Mittellinie Z wird: $u_1 = u_2 = V$, wenn $2\,V$ der Winkel der optischen Achsen ist;

und $$\varkappa_1 = \frac{1}{2}\frac{\mathfrak{a}_{11}'}{\mathfrak{a}_1}, \quad \varkappa_2 = \frac{1}{2}\frac{\mathfrak{a}_2'}{\mathfrak{a}_2}.$$

3. Für Platten senkrecht zur zweiten Mittellinie X wird:

$$u_1 = \frac{\pi}{2} - V, \quad u_2 = \frac{\pi}{2} + V, \quad \varkappa_2 = \frac{1}{2}\frac{\mathfrak{a}_2'}{\mathfrak{a}_1}, \quad \varkappa_3 = \frac{1}{2}\frac{\mathfrak{a}_{33}'}{\mathfrak{a}_3}.$$

4. Für Platten parallel Y wird:

$$u_2 = u_1 + 2\,V, \; \varkappa_2 = \frac{1}{2}\frac{\mathfrak{a}_2'}{\mathfrak{a}_2}, \; \varkappa_\varphi = \frac{1}{2}\frac{\mathfrak{a}_{33}'\sin^2\varphi + \mathfrak{a}_{11}'\cos^2\varphi - 2\,\mathfrak{a}_{31}'\sin\varphi\cos\varphi}{\mathfrak{a}_3\sin^2\varphi + \mathfrak{a}_1\cos^2\varphi},$$

wobei φ den Winkel der Plattennormale gegen die erste Mittellinie bedeutet; daraus folgt:

$$\mathfrak{a}_{31}' = \frac{\varkappa_3\mathfrak{a}_3\sin^2\varphi + \varkappa_1\mathfrak{a}_1\cos^2\varphi + \varkappa_\varphi\mathfrak{a}_\varphi}{\sin\varphi\cdot\cos\varphi},$$

wobei $\mathfrak{a}_\varphi = \mathfrak{a}_3\sin^2\varphi + \mathfrak{a}_1\cos^2\varphi$.

Ist χ der Winkel zwischen der s_1- und der s_1'-Achse, dann wird $\operatorname{tg} 2\chi = \frac{2\,\mathfrak{a}_{31}'}{\mathfrak{a}_{11}' - \mathfrak{a}_{33}'}$; wird also $\mathfrak{a}_{31}' = 0$, dann fallen s_1 und s_1', d. h. die Achsen des Polarisations- und des Absorptionsovaloides zusammen, und s_1 und s_3 sind dann die Richtungen der maximalen und der minimalen Absorption.

Dieser Fall, daß die Hauptachsen des Absorptionsovaloides mit den Hauptachsen des Polarisationsovaloides zusammenfallen, wurde von Camichel bei Kristallen des „Sénarmontschen Salzes“, $Sr(NO_3)_2 + 4\,H_2O$, welche mit Campecheholzaufguß gefärbt waren, beobachtet (vgl. S. 292).

Kann man $\mathfrak{a}_1 = \mathfrak{a}_3$ setzen, d. h. die Änderung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit mit der Fortpflanzungsrichtung vernachlässigen, dann fallen das Maximum und das Minimum der Absorption mit den Achsen s_1' und s_3', diese aber nicht mit den Achsen s_1 und s_3 zusammen. Auch in diesem Falle stehen Maximum und Minimum auf-

1) Nach J. Ehlers, N. Jahrb. f. Min. usw. 1897, 1898; Beil.-Bd. **11**, 259 bis 317, spez. 281 ff.

einander senkrecht. Dieser Fall wurde zuerst von Laspeyres[1]) (Hugo, geb. 3. Juli 1836 zu Halle a. d. S., wurde 1864 Bergreferendar, 1867 Privatdozent an der Universität und zugleich an der Bergakademie zu Berlin, kartierte 1865—1870 im Auftrage der preuß. geol. Landesanstalt, wurde 1870 Professor der Min. an der Techn. Hochschule zu Aachen, 1884 an der Universität Kiel, 1886 an der Universität Bonn; gest. daselbst am 22. Juli 1913) am Piemontit beobachtet. Ehlers fand von diesem Mineral kein homogenes Material; er untersuchte deshalb künstliche Kristalle anderer monokliner Substanzen, Kobalt-Kupfersulfat, Kobalt-Kaliumsulfat und Kobalt-Ammoniumsulfat.

Er fand folgende zusammengehörige Werte für

Kobalt-Kupfersulfat

λ in mm	Polarisationskonstanten			Absorptionskonstanten				Absorptionsmoduln		
	a_1	a_2	a_3	$a_{11}' \times 10^4$	$a_2' \times 10^4$	$a_{33}' \times 10^4$	$a_{31}' \times 10^4$	$\varkappa_1 \nu_1 : \lambda$	$\varkappa_3 \nu_3 : \lambda$	$\varkappa_2 \nu_2 : \lambda$
0,000656	0,4585	0,4559	0,4526	0,606	0,410	0,413	—0,120	0,1487	0,1035	0,1014
623	0,4577	0,4552	0,4518	0,434	0,319	0,325	—0,118	0,1124	0,0860	0,0834
589	0,4568	0,4546	0,4510	0,360	0,276	0,283	—0,129	0,0991	0,0792	0,0764
559	0,4558	0,4535	0,4501	0,528	0,373	0,398	—0,099	0,1535	0,1179	0,1091
527	0,4544	0,4518	0,4488	0,998	0,726	0,765	—0,034	0,3090	0,2415	0,2268
506	0,4532	0,4501	0,4478	0,949	0,851	0,957	+0,076	0,307	0;3157	0,2784

Das Kobalt-Kupfersulfat zeigt ein Minimum der Absorption im Gelben, im tieferen Rot zeigt sich eine Zunahme der Absorption, das Maximum liegt im Grünen, im Blauen zeigt sich wieder eine Abnahme. Die maximale und die minimale Absorption erfolgen in zueinander senkrechten Richtungen, und die Richtung größter Absorption ist identisch mit der s_1'-Achse; die Differenz in den Werten der Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist also hier wirkungslos. In Fig. 257 sind die Absorptionsverhältnisse für eine in der Ebene (010) veränderliche Wellennormale und $\lambda = 0{,}589\,\mu$

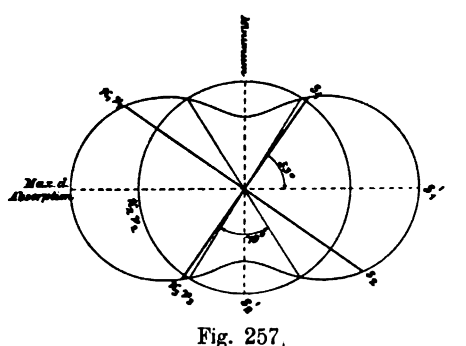


Fig. 257.
Kobalt-Kupfersulfat. Schnitt parallel zur Symmetrieebene durch die Fläche $r = \varkappa\nu$; $\lambda = 0{,}000589$ mm. Nach J. Ehlers

1) H. Laspeyres, Die kristallographischen und optischen Eigenschaften des Manganepidot (Piemontit). Ztschr. f. Krist. 1880; 4, 435 bis 468.

dargestellt; der Kreis zeigt die konstante Absorption derjenigen Welle, welche senkrecht zu (010) schwingt; die andere Kurve ist symmetrisch in bezug auf das Maximum s_1' und das Minimum s_2'. Der Winkel $s_1 : s_1'$ ist 53°. Für $\lambda = 0{,}506\,\mu$ liegen die Richtungen gleicher Absorption nicht in der Ebene (010).

Die entsprechenden Werte sind für

Kobalt-Kaliumsulfat

λ in mm	Polarisationskonstanten			Absorptionskonstanten				Absorptionsmoduln		
	$\mathfrak{a}_1$	$\mathfrak{a}_2$	$\mathfrak{a}_3$	$\mathfrak{a}_{11}' \times 10^4$	$\mathfrak{a}_2' \times 10^4$	$\mathfrak{a}_{33}' \times 10^4$	$\mathfrak{a}_{31}' \times 10^4$	$\varkappa_3 \nu_3 : \lambda$	$\varkappa_2 \nu_2 : \lambda$	$\varkappa_1 \nu_1 : \lambda$
0,000656	0,4581	0,4548	0,4464	0,135	0,117	0,104	−0,0395	0,0267	0,0290	0,0332
623	0,4575	0,4540	0,4455	0,158	0,142	0,128	−0,0407	0,0346	0,0371	0,0409
589	0,4567	0,4530	0,4445	0,224	0,182	0,162	−0,0607	0,0464	0,0506	0,0617
559	0,4558	0,4519	0,4435	0,495	0,347	0,273	−0,1416	0,0827	0,102	0,144
527	0,4546	0,4506	0,4423	0,814	0,697	0,577	−0,0944	0,1860	0,219	0,252
506	0,4537	0,4490	0,4413	0,759	0,907	0,852	+0,036	0,2871	0,298	0,246

Fig. 258 zeigt die Absorptionsverhältnisse des Kobalt-Kaliumsulfats für eine in der Ebene (010) veränderliche Wellennormale und $\lambda = 0{,}656\,\mu$. Auch bei diesem Körper fallen die Maxima und Minima der Absorption mit Hauptachsen des Absorptionsovaloides zusammen, stehen also aufeinander senkrecht.

Das Kobalt-Ammoniumsulfat verhält sich ähnlich. Alle drei Sulfate haben einen charakteristischen Absorptionsstreifen im Dunkelgrünen.

Bei rhombischen Kristallen fallen die Achsen s_1, s_2, s_3 mit den Achsen s_1', s_2', s_3' zusammen und man legt deshalb in die gleichen Richtungen auch die Achsen X, Y, Z. Dann bleiben nur die Konstanten $\mathfrak{a}_1 = \mathfrak{a}_{11}$, $\mathfrak{a}_2 = \mathfrak{a}_{22}$, $\mathfrak{a}_3 = \mathfrak{a}_{33}$, $\mathfrak{a}_1' = \mathfrak{a}_{11}'$, $\mathfrak{a}_2' = \mathfrak{a}_{22}'$, $\mathfrak{a}_3' = \mathfrak{a}_{33}'$. Die Gleichung für Ω wird entsprechend:

$$\frac{\mu_1^2}{\Omega^2 - \alpha_1} + \frac{\mu_2^2}{\Omega^2 - \alpha_2} + \frac{\mu_3^2}{\Omega^2 - \alpha_3} = 0.\text{[1]}$$

Setzt man die den drei Werten $\Omega^2 = \alpha_1$, $\Omega^2 = \alpha_2$, $\Omega^2 = \alpha_3$ entsprechenden Absorptionskoeffizienten $k_1 = \varkappa_1 \nu_1$, $k_2 = \varkappa_2 \nu_2$, $k_3 = \varkappa_3 \nu_3$, so ist in jeder Symmetrieebene der Absorptionskoeffizient der einen Welle konstant gleich einem dieser drei „Hauptabsorptionskoeffizienten“, während der Absorptionskoeffizient der anderen Welle sich zwischen den beiden anderen bewegt. In einer der drei Symmetrieebenen muß es daher mindestens zwei zueinander sym-

1) Vgl. P. Drude, Ann. d. Phys. 1890; **40**, 669ff.

metrische Richtungen geben, für welche die Absorptionskoeffizienten der beiden zugehörigen Wellen einander gleich sind. Diese Richtungen sind aber nicht dieselben wie die der optischen Achsen. Die Richtungen gleicher Absorption können in der Ebene der optischen Achsen liegen, sie können aber auch in einer der beiden anderen Symmetrieebenen liegen. Die vier Kurvenstücke K (in Fig. 259 ist

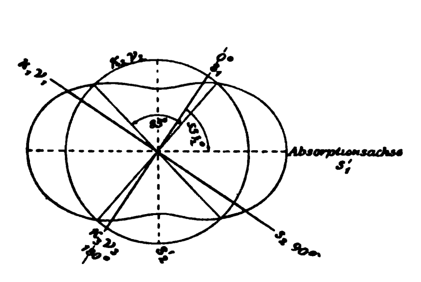


Fig. 258
Kobalt-Kaliumsulfat. Schnitt parallel zur Symmetrieebene durch die Fläche $r = \varkappa\nu$; $\lambda = 0{,}000\,656$ mm.
Nach J. Ehlers

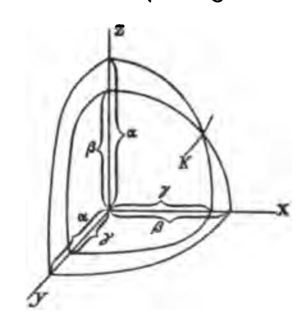


Fig. 259
Oberfläche der Absorption $\varkappa\nu$ eines rhombischen Kristalls.
Nach Drude

eines derselben sichtbar) der Oberfläche der Absorption $\varkappa\nu$, welche die Endpunkte der sich stetig aneinander anreihenden Richtungen gleicher Absorption darstellen, liegen bei rhombischen Kristallen symmetrisch zu den Symmetrieebenen. In der Figur 259 ist $\alpha = \frac{\mathfrak{a}_1'}{\mathfrak{a}_1^{3/2}}$, $\beta = \frac{\mathfrak{a}_2'}{\mathfrak{a}_2^{3/2}}$, $\gamma = \frac{\mathfrak{a}_3'}{\mathfrak{a}_3^{3/2}}$ gesetzt.

Bei rhombischen Kristallen sind bezüglich der Absorption noch die beiden Spezialfälle beachtenswert:

1. es sei $\mathfrak{a}_2'$ klein gegen $\mathfrak{a}_1'$ und gegen $\mathfrak{a}_3'$ (Andalusittypus),
2. es seien $\mathfrak{a}_1'$ und $\mathfrak{a}_3'$ klein gegen $\mathfrak{a}_2'$ (Cordierittypus).

Setzt man $C = \frac{\mathfrak{a}_1'(\mathfrak{a}_3 - \mathfrak{a}_2) + \mathfrak{a}_3'(\mathfrak{a}_2 - \mathfrak{a}_1)}{2\tau\,\mathfrak{a}_2(\mathfrak{a}_3 - \mathfrak{a}_1)}$, und bezeichnet der Index o, daß sich der betreffende Ausdruck auf die zur optischen Achsenebene senkrecht schwingende Welle, der Index e, daß er sich auf die zur optischen Achsenebene parallel schwingende Welle bezieht, dann ist für die Richtung der optischen Achse beim Andalusittypus $\varkappa_o = 0$, $\bar{\varkappa}_e = C$, beim Cordierittypus wird $\varkappa_o = C$, $\bar{\varkappa}_e = 0$.[1])

1) Vgl. W. Voigt, Göttinger Nachr. 1884, 355 und Ann. d. Phys. 1884; **23**, 596.

Dieselben beiden Typen können auch auf monokline und trikline Kristalle übertragen werden, doch gelten hier die angegebenen Verhältnisse nur annähernd.

Optisch-einachsige Kristalle

Man lasse die Achsen X, Y, Z mit den Achsen s_1, s_2, s_3, welche den Achsen s_1', s_2', s_3' parallel gehen, zusammenfallen. Dann wird:

$$\mathfrak{a}_1 = \mathfrak{a}_2, \quad \mathfrak{a}_{11}' = \mathfrak{a}_{22}' = \mathfrak{a}_1', \quad \mathfrak{a}_{23}' = \mathfrak{a}_{31}' = \mathfrak{a}_{12}' = 0.$$

1. Eine Platte senkrecht zur optischen Achse Z liefert den Absorptionsindex $\varkappa_o = \frac{1}{2}\frac{\mathfrak{a}_1'}{\mathfrak{a}_1}$.

2. Eine Platte parallel zur optischen Achse liefert:

$$\varkappa_o = \frac{1}{2}\frac{\mathfrak{a}_1'}{\mathfrak{a}_1} \quad \text{und} \quad \bar{\varkappa}_e = \frac{1}{2}\frac{\mathfrak{a}_3'}{\mathfrak{a}_3}.$$

3. Eine Platte, deren Normale mit der optischen Achse den Winkel φ einschließt, liefert:

$$\varkappa_o = \frac{1}{2}\frac{\mathfrak{a}_1'}{\mathfrak{a}_1} \quad \text{und} \quad \varkappa_\varphi = \frac{1}{2}\frac{\mathfrak{a}_3'\sin^2\varphi + \mathfrak{a}_1'\cos^2\varphi}{\mathfrak{a}_3\sin^2\varphi + \mathfrak{a}_1\cos^2\varphi} = \frac{\bar{\varkappa}_e\mathfrak{a}_3\sin^2\varphi + \varkappa_o\mathfrak{a}_1\cos^2\varphi}{\mathfrak{a}_3\sin^2\varphi + \mathfrak{a}_1\cos^2\varphi}.$$

Kann statt $\mathfrak{a}_3$ und $\mathfrak{a}_1$ eine mittlere Größe $\mathfrak{a}_m$ gesetzt werden, dann wird $\varkappa_\varphi = \bar{\varkappa}_e\sin^2\varphi + \varkappa_o\cos^2\varphi$ oder $\sqrt{\varkappa_\varphi}^2 = \sqrt{\bar{\varkappa}_e}^2\sin^2\varphi + \sqrt{\varkappa_o}^2\cos^2\varphi$; bei schwacher Doppelbrechung kann also $\sqrt{\varkappa_\varphi}$ durch ein Rotationsovaloid, $\frac{1}{\sqrt{\varkappa_\varphi}}$ durch ein Rotationsellipsoid dargestellt werden.

Ist $\varkappa_o$ der kleinste Wert von $\varkappa$, wie beim Magnesiumplatincyanür für blaues Licht, so gehört der Kristall zum ersten Typus; ist $\varkappa_o$ der größte Wert von $\varkappa$, wie beim Pennin und beim dunkelfarbigen Turmalin, so gehört er zum zweiten Typus.

J. Ehlers fand für einen grünen Turmalin die Werte:

λ in mm	Polarisations-konstanten		Absorptions-konstanten		Absorptions-moduln	
	$\mathfrak{a}_1$	$\mathfrak{a}_3$	$\mathfrak{a}_1' \times 10^8$	$\mathfrak{a}_3' \times 10^4$	$\varkappa_o \nu_o : \lambda$	$\bar{\varkappa}_e \bar{\nu}_e : \lambda$
0,000671	0,3707	0,3801	0,189	0,377	0,62	0,120
656	0,3705	0,3799	0,167	0,292	0,56	0,095
623	0,3698	0,3792	0,120	0,169	0,42	0,057
589	0,3690	0,3784	0,0988	0,118	0,37	0,043
574	0.3685	0,3780	0,0966	0,120	0,37	0,045
559	0,3683	0,3776	0,0966	0,123	0,38	0,047
527	0,3673	0,3767	0,1036	0,131	0,44	0,053
506	0,3666	0,3760	0,117	0,142	0,51	0,060
486	0,3658	0,3752	—	—	—	—

Die Abhängigkeit der Absorption des Turmalins von der Richtung der im Kristall fortschreitenden Wellennormale wird durch Fig. 260 und Fig. 261 dargestellt. „Der hier immerhin beträcht-

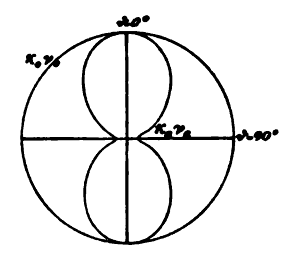


Fig. 260
Turmalin. Schnitt der Absorptionsfläche $r = \varkappa\nu$ mit einer durch die optische Achse gehenden Ebene; $\lambda = 0{,}000574$ mm.
Nach J. Ehlers

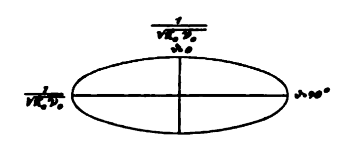


Fig. 261
Turmalin. Schnitt des Mallardschen „ellipsoïde inverse d'absorption" ($r = 1/\sqrt{\varkappa\nu}$) mit einer durch die optische Achse gehenden Ebene; $\lambda = 0{,}000574$ mm.
Nach J. Ehlers

liche Unterschied in der Fortpflanzungsgeschwindigkeit übt keinen merklichen Einfluß aus" und es kann deshalb $\frac{1}{\sqrt{\varkappa\nu}}$ durch ein Ellipsoid dargestellt werden (Fig. 261). (Vgl. S. 304 und 305.)

Für Rauchquarz fand Ehlers:

λ in mm	Polarisationskonstanten		Absorptionskonstanten		Absorptionsmoduln	
	a_1	a_2	$a_2' \times 10^5$	$a_1' \times 10^5$	$\varkappa_0\nu_0:\lambda$	$\bar{\varkappa}_e\bar{\nu}_e:\lambda$
0,000656	0,4207	0,4158	0,540	0,355	0,0099	0,0154
623	0,4201	0,4152	0,533	0,375	0,0111	0,0160
589	0,4195	0,4145	0,524	0,390	0,0122	0,0167
559	0,4187	0,4138	0,541	0,403	0,0133	0,0182
527	0,4178	0,4129	0,588	0,420	0,0148	0,0210
506	0,4171	0,4122	0,621	0,424	0,0156	0,0232
486	0,4164	0,4115	0,660	0,429	0,0161	0,0257

Namentlich bei Turmalin und Rauchquarz sind die absoluten Werte der Absorptionskonstanten in hohem Maße vom Fundort abhängig und wechseln auch häufig von Stelle zu Stelle bei einem und demselben Kristalle, aber immerhin läßt sich der Verlauf der Absorption an den mitgeteilten Tabellen übersehen. Beim Rauchquarz, dessen Färbung eine allochromatische ist, war die Zurückführbarkeit von $\frac{1}{\sqrt{\varkappa\nu}}$ auf ein Rotationsellipsoid von vornherein zu erwarten, und ist auch durch die Beobachtungen von Ehlers bestätigt worden.

O. M. Stewart[1]) fand diese von Mallard allgemein angenommene Beziehung auch für ultrarote Strahlen ($\lambda = 2{,}28\,\mu$, $2{,}38\,\mu$ und $2{,}49\,\mu$) beim Kalkspat bestätigt; der ordentliche Strahl wird bei diesen Wellenlängen vom Kalkspat viel stärker absorbiert als der außerordentliche. Der Kalkspat verhält sich demnach für diese ultraroten Wellen ähnlich wie der grüne Turmalin für sichtbare Strahlen.

§ 69

Erscheinungen an absorbierenden Kristallen im konvergenten Lichte

Eine besondere Beachtung beanspruchen diejenigen Richtungen der absorbierenden Kristalle, welche einer optischen Achse benachbart sind. Hier ändern sich die Differenzen der Polarisationskonstanten mit der Richtung sehr rasch, und die Annahme, daß diese Differenzen gleich Null gesetzt werden können, ist für die nähere Umgebung der optischen Achsen ein- und zweiachsiger Kristalle nicht in der gleichen Weise wie vorher zulässig. In seinen ersten Mitteilungen[2]) über absorbierende Kristalle leitet W. Voigt aus den allgemeinen Gleichungen folgende Regeln ab:

Eine Platte sei aus einem optisch-zweiachsigen absorbierenden Kristall senkrecht zu einer der beiden Achsen geschnitten und werde zwischen gekreuzten Nicols im konvergenten Lichte beobachtet. Es erscheinen zunächst die gewöhnlichen dunklen Hyperbeln, welche auch durchsichtige Kristalle im Polarisationsapparat zeigen. Diese dunklen Kurven sind aber auch bei schwach absorbierenden Kristallen an den Stellen des Achsenaustrittes durch eine helle Stelle unterbrochen; diese helle Stelle ist dann am deutlichsten, wenn der Kristall sich in der Diagonalstellung befindet (Schwingungsrichtung des Kristalls unter 45° gegen die der beiden Polarisatoren geneigt); sie verschwindet nur in der Normalstellung (Schwingungsrichtung des Kristalls senkrecht zu der eines Nicols). Außerdem zeigt die Platte dunkle Büschel in der Richtung normal zur Ebene der optischen Achsen, welche in der Normalstellung der Platte am deutlichsten sind; diese Büschel drehen sich mit der Platte.

Stehen Analysator und Polarisator parallel, so verhalten sich die Kristalle des Andalusittypus, wenn ihre optische Achsenebene parallel zur Schwingungsebene der Nicols steht, ebenso wie die

1) Physic. Review 1897; **4**, 433.

2) Göttinger Nachr. 1884, 337. Ann. d. Phys. 1884; **23**, 577. N. Jahrb. f. Min. usw. 1885; I, 119ff., spez. 134.

Kristalle des Cordierittypus, wenn deren optische Achsenebene senkrecht zur Schwingungsebene der Nicols steht und umgekehrt. Steht beim Andalusittypus die Schwingungsebene der Nicols senkrecht zur Ebene der optischen Achsen, so erhält man normal zur Ebene der optischen Achsen einen dunklen Büschel und parallel derselben ein helles Feld, welches sich auch durch die Stelle des Achsenaustrittes fortsetzt (Fig. 262). Steht dagegen beim Andalusittypus die Schwingungsebene der Nicols parallel der optischen Achsenebene, dann erhält man mäßig dunkle Büschel sowohl parallel als normal zur Ebene der optischen Achsen; die Stelle des Achsenaustrittes ist dunkel. Die erstere Erscheinung entspricht ungefähr der im Polarisationsapparat bei gekreuzten Schwingungsebenen beobachteten, wenn sich der Kristall in der Diagonallage, die letztere, wenn er sich in der Normallage befindet. Aber während bei gekreuzten Nicols jedes der beiden Bilder bei einer Drehung um 360° viermal auftritt, zeigt es sich bei parallelen Schwingungsebenen nur zweimal.

Fast die gleiche Erscheinung wie bei parallelen Nicols erhält man auch dann, wenn man einen der beiden Polarisatoren, sei es den Analysator oder den Polarisator, beseitigt (Fig. 262).

Beobachtet man ohne Analysator und ohne Polarisator, so folgt aus der Theorie für beide Typen die gleiche Erscheinung: Blickt man durch eine geeignet geschnittene Platte nach dem hellen Himmel, so sieht man bei optisch-zweiachsigen Kristallen dunkle „Absorptionsbüschel“ normal zur Ebene der optischen Achsen und eine helle Stelle beim Achsenaustritt, wie schon von Brewster[1]) beschrieben wurde (vgl. Fig. 263).

Herschel nannte „diejenigen Kristalle, welche den Interferenzstreifen analoge Erscheinungen im gewöhnlichen, nicht polarisierten Lichte zeigen“, „idiocyclophanische“.[2]) Die beiden Typen der absorbierenden optisch-zweiachsigen Kristalle hat zuerst W. Haidinger erkannt.[3])

Für eine aus einem optisch-einachsigen Kristall senkrecht zur Hauptachse geschnittene Platte wird:

$$J = A^2 [\cos^2\alpha \cos^2\beta \, e^{-2\varkappa_o l_o} + \sin^2\alpha \sin^2\beta \, e^{-2\bar{\varkappa}_e l_e} + 2 \sin\alpha \sin\beta \cos\alpha \cos\beta \cos\delta \, e^{-(\varkappa_o l_o + \bar{\varkappa}_e l_e)}].$$

1) Philos. Trans. of the Roy. Soc. Lond. 1819; **1**, 11.

2) Nach A. Bertin, Ann. d. chim. et d. phys. 1878; **15**, 396. Zeitschr. f. Krist. 1879; **3**, 449.

3) Sitzungsber. der Wiener Akad. d. Wiss. 1854; **13**, 316.

Hierin bedeuten: J die Intensität eines Lichtstrahles, welcher den Kristall in einer solchen Neigung gegen die Hauptachse durchsetzt, daß die gegenseitige Verzögerung des ordentlichen und des außerordentlichen Strahles gleich δ ist. Der durch die Wellennormale bestimmte Hauptschnitt mache mit der Polarisationsebene des Polarisators den Winkel α, mit der des Analysators den Winkel β. A ist die Amplitude des einfallenden Lichtes, $l_o = \frac{d}{\tau' \omega_o}$, $l_e = \frac{d}{\tau' \omega_e}$, wenn d die Plattendicke, ω_o und ω_e die beiden Wellengeschwindigkeiten sind und $\tau' = \frac{\tau}{2\pi}$, wobei τ die Schwingungsdauer bezeichnet. Da $\cos \delta$ mit wachsender Neigung des Lichtstrahles zur Hauptachse periodische Änderungen erleidet, so bilden sich in der Nähe des Achsenaustrittes um diesen abwechselnd dunkle und helle Ringe.

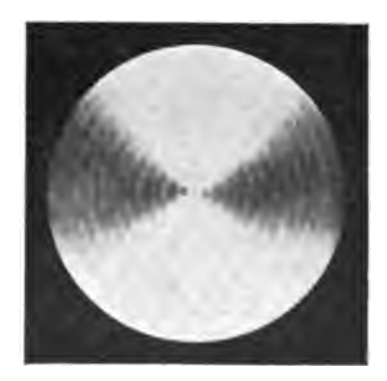


Fig. 262
Andalusit. Platte annähernd senkrecht zu einer optischen Achse; Ebene der optischen Achsen und Polarisationsebene des einfallenden Lichtes von oben nach unten gerichtet; ohne Viertelundulationsglimmerblättchen; wirksame Wellenlänge des Lichtes 540—520 $\mu\mu$.
Nach Hauswaldt



Fig 263
Epidot. Platte parallel (001), annähernd senkrecht zu einer optischen Achse; Ebene der optischen Achsen (010) von rechts nach links gerichtet; im unpolarisierten Licht.
Nach Hauswaldt

1. Sei $\mathfrak{a}_3' > \mathfrak{a}_1'$, also $\varkappa_e > \varkappa_o$ (Magnesiumplatincyanür für blaues Licht).

In unmittelbarer Nähe der Achse wird $\varkappa_e = \varkappa_o$, $l_e = l_o$; also wie bei durchsichtigen Kristallen herrscht in unmittelbarer Nähe des Achsenaustrittes Dunkelheit bei gekreuzten, Helligkeit bei parallelen Nicols. In einigem Abstande vom Achsenaustritt reduziert sich jedoch die oben angegebene Formel und es wird $J = A^2 \cos^2 \alpha \cos^2 \beta \; e^{-2\varkappa_o l_o}$,

d. h. J wird gleich Null sowohl für $\alpha = \frac{\pi}{2}$ als für $\beta = \frac{\pi}{2}$. Bei gekreuzten Nicols sieht man daher in einigem Abstande vom Achsenaustritte die Balken eines rechtwinkligen Kreuzes ohne Interferenzringe; dreht man den Analysator, so bleibt der zur Schwingungsrichtung des Polarisators senkrechte Balken des Kreuzes unverändert stehen, während der andere Balken sich mit dem Analysator dreht, indem er zur Schwingungsebene desselben parallel bleibt. Stellt man endlich die Schwingungsebene des Analysators parallel zu der des Polarisators, so bleiben nur noch die zu dieser gemeinsamen Richtung parallelen Kreuzarme als zwei dunkle Sektoren übrig, welche durch einen schmalen, gegen die Sektoren scharf begrenzten hellen Zwischenraum voneinander getrennt sind.

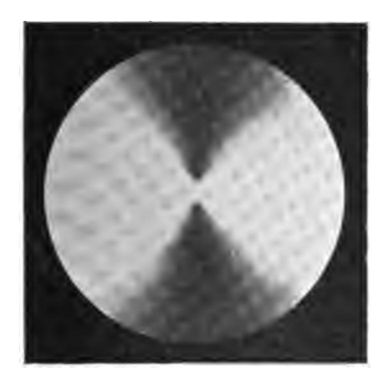


Fig. 264
Magnesiumplatincyanür. Platte senkrecht zur optischen Achse im konvergenten Licht mit Polarisator; wirksame Wellenlänge 455–445 $\mu\mu$.
Nach Hauswaldt

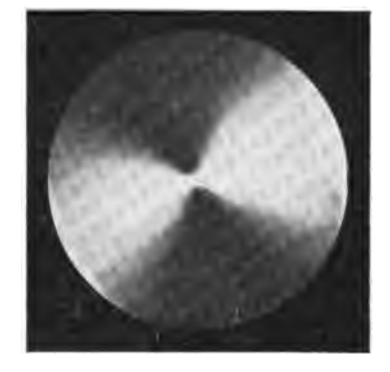


Fig. 265
Magnesiumplatincyanür. Platte senkrecht zur optischen Achse mit Polarisator und Viertelundulationsglimmerblättchen unter 20° im konvergenten Licht; wirksame Wellenlänge 455—445 $\mu\mu$.
Nach Hauswaldt

Beseitigt man entweder den Polarisator oder den Analysator, so wird $J = \frac{A^2}{2} \cos^2 \beta \; e^{-2\varkappa_0 l_0}$, indem man das Mittel von allen möglichen Werten α nimmt; d. h. man erhält stets parallel zur Schwingungsebene des Nicols zwei dunkle Büschel ohne Interferenzringe (Fig. 264; Fig. 265 zeigt die Erscheinung, wenn gleichzeitig ein Viertelundulationsglimmerblättchen eingeschaltet wird). Fällt unpolarisiertes blaues Licht ein, und wird mit bloßem Auge beobachtet, so ist auch für alle Werte β das Mittel zu nehmen. Es verschwinden

dann die Büschel, und es bleibt nur ein heller Fleck an der Stelle des Achsenaustrittes übrig.

2. Sei $\mathfrak{a}_1' > \mathfrak{a}_3'$, also $\varkappa_o > \bar{\varkappa}_e$ (Turmalin).

An der Stelle des Achsenaustrittes ist stets Dunkelheit vorhanden; erst in einiger Entfernung erhält $J = A^2 \sin^2\beta \sin^2\alpha \, e^{-2\bar{\varkappa}_e l_e}$ merkliche Werte, und es erscheinen dann zwei dunkle Büschelpaare senkrecht zur Schwingungsebene des Polarisators und des Analysators. Fällt einer der beiden Nicols fort, so beobachtet man ein Büschelpaar senkrecht zur Schwingungsebene des bleibenden Nicols. Beobachtet man ohne Nicols, so erscheint ein dunkler Fleck an der Stelle des Achsenaustrittes.

Die vorstehend abgeleiteten Erscheinungen wurden von Th. Liebisch[1]) experimentell bestätigt; es wurden außerdem auch Platten absorbierender optisch-zweiachsiger Kristalle der Beobachtung unterworfen, deren Grenzflächen einer optischen Symmetrieebene parallel gehen, namentlich aber Platten senkrecht zur ersten und senkrecht zur zweiten Mittellinie. Während man bis dahin als Vertreter des ersten Typus nur den Andalusit kannte, wurden noch fünf andere Mineralien hinzugefügt. Als leicht zu beschaffende optisch-zweiachsige absorbierende Mineralien werden von Liebisch genannt:

	1. Typus	2. Typus
Rhombisch	Andalusit von Brasilien	Cordierit
Monoklin	Anomit von Nertschinsk Vivianit, Spaltfläche nach (010) Kobaltblüte, " " " Hornblende von Böhmen Titanit, braun, vom Zillertal	Muscovit Epidot Augit
Triklin		Axinit

Die ersten diesbezüglichen Mitteilungen über den Andalusit stammen von Haidinger (1844), die über den Cordierit, Muscovit, Epidot, Augit, Axinit von Brewster (1818). A. Bertin gibt noch einige andere Kristalle an, bei welchen er idiocyclophanische Büschel beobachtet hat, darunter das Sénarmontsche Salz (vgl. S. 291), welches monoklin und optisch-negativ ist; dasselbe gibt bei Betrachtung im weißen Lichte dunkelrote Büschel auf blaßrotem Grunde

1) Über Absorptionsbüschel pleochroitischer Kristalle. Göttinger Nachr. 1888, 202. Vgl. auch Th. Liebisch, Phys. Krist. 1891, S. 530.

senkrecht zur optischen Achsenebene. Bei Platten senkrecht zur ersten Mittellinie sieht man an jeder der beiden Austrittsstellen einer optischen Achse ein solches Büschel (Sénarmont 1854).

Yttriumplatincyanür, $Y_2(CN)_{12}Pt_3 \cdot 21 H_2O$, ist rhombisch, optisch-positiv, besitzt einen kleinen Achsenwinkel $2\,V_l = 27^0$ mit c als erster Mittellinie und vollkommene Spaltbarkeit nach (001). Spaltungsblättchen zeigen im weißen Lichte ein „violettes Kreuz im roten Felde“ (Bertrand 1877, vgl. auch Fig. 266).



Fig. 266
Yttriumplatincyanür. Platte senkrecht zur ersten Mittellinie, 0,15 mm dick, zwischen gekreuzten Nicols im konvergenten Licht; Diagonalstellung; wirksame Wellenlänge 470 $\mu\mu$. Nach Hauswaldt

Absorptionsbüschel an optisch-einachsigen Kristallen hat zuerst Em. Bertrand[1]) beobachtet, jedoch werden von ihm die betreffenden Büschel beim Turmalin nicht erwähnt, ebensowenig das verschiedene Verhalten der beiden Typen. Zur Beobachtung dieser Erscheinungen verwendet Liebisch stark konvergentes Licht, aber trotzdem treten beim Turmalin die Büschel erst an der Peripherie des Gesichtsfeldes auf. Zum gleichen Typus wie Turmalin gehört auch Pennin. Das für blaues Licht zum andern Typus gehörende Magnesiumplatincyanür wurde zuerst von Bertrand[1]), später ausführlicher von E. Lommel[2]) untersucht.

Die aus der Theorie von W. Voigt abgeleitete Abweichung des Winkels zwischen dem Maximum und Minimum der Absorption von 90^0 ist mit Bestimmtheit bis jetzt experimentell nicht nachgewiesen worden, ebensowenig wurde die im allgemeinen elliptische Polarisation des Lichtes bei absorbierenden optisch-zweiachsigen Kristallen direkt nachgewiesen; beide Erscheinungen werden unmerklich, wenn die Differenzen der Polarisationskonstanten als klein betrachtet werden können. In seiner späteren Abhandlung[3]) unter-

1) Bull. d. l. soc. franç. d. min. 1879; **2**, 67.
2) Ann. d. Phys. 1880; **9**, 108.
3) Beiträge zur Aufklärung der Eigenschaften pleochroitischer Kristalle. Göttinger Nachr. 1902, S. 48.

sucht W. Voigt in ausführlicher Weise theoretisch die aus den allgemeinen Gleichungen sich ergebenden Verhältnisse für Strahlen in der Nähe einer optischen Achse. In Fig. 267 sei die Ebene der Zeichnung normal zu der optischen Achse A_1; $A_1 A_2$ sei die Schnittlinie der Zeichnungsebene mit der optischen Achsenebene. $A_1 Q$ ist die Schnittlinie der Halbierungsebene zwischen den beiden Ebenen $A_1 A_1'$ und $A_1 A_2'$, welche durch die Polarisationsachse A_1 und die beiden Absorptionsachsen A_1' und A_2' bestimmt sind. Der Winkel zwischen der durch die Polarisationsachse A_1 hindurchgehenden Halbierungsebene $A_1 Q$ mit der Ebene $A_1 A_2$ sei K_1 (der entsprechende Winkel für die Polarisationsachse A_2 sei K_2). Eine durch A_1 (bzw. durch A_2) gehende Ebene, deren Schnittlinie durch η angedeutet ist, sei gegen $A_1 A_2$ unter einem Winkel $2K_1 - \frac{1}{2}\pi$ (bzw. $2K_2 - \frac{1}{2}\pi$) geneigt. Die Richtung ξ stehe zu η senkrecht.

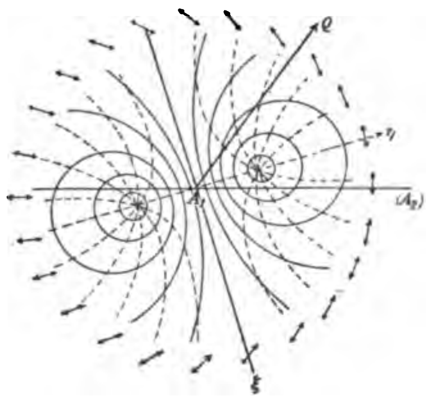


Fig. 267
Geometrische Orte (mit vollen Linien gezogene Kreise) für konstante Achsenverhältnisse der Schwingungsellipsen und geometrische Orte (gestrichelte Hyperbeln, welche sich in den beiden Austrittspunkten der „Windungsachsen“ schneiden) für konstante Lagen der großen Achsen der Schwingungsellipsen. Nach W. Voigt

In der Ebene $\xi = 0$, also in der durch η und A_1 gehenden Ebene liegen dann zwei ausgezeichnete Richtungen, deren Neigung gegen die Achse A_1 mit ϑ bezeichnet werde. Nennen wir V_{11} bzw. V_{21} die Winkel zwischen der Achse A_1 und der Achse A_1' bzw. A_2', so ist die Neigung der ausgezeichneten Richtungen gegen die Achse A_1 bestimmt durch $\vartheta_1 = \frac{(\mathfrak{a}_1' - \mathfrak{a}_3') \sin V_{11} \sin V_{21}}{\sqrt{2(\mathfrak{a}_1 - \mathfrak{a}_2)(\mathfrak{a}_2 - \mathfrak{a}_3)}}$. Für die Umgebung der Achse A_2 ist entsprechend $\vartheta_2 = \frac{(\mathfrak{a}_1' - \mathfrak{a}_3') \sin V_{12} \sin V_{22}}{\sqrt{2(\mathfrak{a}_1 - \mathfrak{a}_2)(\mathfrak{a}_2 - \mathfrak{a}_3)}}$.

Um die beiden zu A_1 gehörigen ausgezeichneten Richtungen liegen Kreise (in der Figur mit vollen Linien angedeutet), welche die geometrischen Orte für konstante Achsenverhältnisse der Schwingungsellipsen darstellen. Für die Achse ξ (d. h. für $\eta = 0$) wird der Radius des Kreises unendlich groß; zu Wellennormalen,

welche in einem Punkte der Linie $\eta = 0$ austreten, gehört linear polarisiertes Licht; für eine Wellennormale, welche durch einen ausgezeichneten Punkt hindurchgeht, wird das Achsenverhältnis der Schwingungsellipse gleich 1, d. h. das Licht zirkular polarisiert. Strahlen, welche auf entgegengesetzten Seiten der Linie $\eta = 0$ austreten, haben entgegengesetzten Rotationssinn der Schwingungsellipsen. Zu jeder Wellennormale gehören, wie schon erwähnt, zwei Wellen mit einander ähnlichen Schwingungsellipsen, welche im gleichen Sinne durchlaufen werden, und deren große Achsen gekreuzt liegen. In den ausgezeichneten Punkten schneiden sich Systeme von Hyperbeln (in der Figur gestrichelt). Diese Hyperbeln stellen den geometrischen Ort gleicher Lagen der großen Achse der Schwingungsellipse dar; die Doppelpfeile der Figur bestimmen diese Achse für die eine der beiden Wellen, deren Normale auf der Hyperbel austritt. In den ausgezeichneten Punkten selbst, in welchen sich alle Hyperbeln schneiden, wird also die Lage der großen Achse der Schwingungsellipse unbestimmt, weil hier die Schwingungsellipse in einen Schwingungskreis übergeht. Überschreitet man, auf einer Hyperbel bleibend, den ausgezeichneten Punkt, so dreht sich die große Achse der Schwingungsellipse um 45°, aber so, daß die beiden zur gleichen Wellennormale gehörigen großen Achsen aufeinander senkrecht bleiben.

Zu jeder der beiden optischen Achsen A_1 und A_2 gehören zwei ausgezeichnete Richtungen $\xi = 0$, $\eta = \pm\beta$ mit merkwürdigen Eigenschaften. Die beiden zu einer und derselben ausgezeichneten Richtung als Wellennormale gehörenden Wellen haben die gleiche Geschwindigkeit und den gleichen Absorptionskoeffizienten k, und die Schwingungen finden in zwei in gleichem Sinne durchlaufenen Kreisen statt. Diese vier ausgezeichneten Richtungen werden von Voigt „Windungsachsen“ des absorbierenden Kristalls genannt.

Die Verhältnisse ε_1 und ε_2 der kleinen zu den großen Achsen der Schwingungsellipsen der beiden Wellen, welche sich in der gleichen Richtung fortpflanzen, nehmen mit wachsender Entfernung von den optischen Achsen rasch ab; es können deshalb die quadratischen und die höheren Potenzen vernachlässigt werden. Ist J_0 die einfallende Intensität, d die Dicke der zu einer Polarisationsachse senkrechten Platte, und ist das einfallende Licht derart linear polarisiert, daß die Richtung der in Fig. 267 durch Doppelpfeile angedeuteten großen Ellipsenachse gegen die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes den Winkel ψ bildet, so ist bei

Beobachtung ohne Analysator die Intensität der austretenden Schwingung:

1) $J = J_0 [e_1^2 \cos^2 \psi + e_2^2 \sin^2 \psi + e_1 e_2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \sin 2\psi \sin \Delta]$, worin $e_h = e^{-k_h \pi d : \tau' \omega_h^3}$, $\Delta = \pi d (\omega_1^2 - \omega_2^2) : \tau' \omega_m^3$, wenn ω_m einen Mittelwert aus ω_1 und ω_2 bedeutet.

Wird noch ein Analysator eingeschaltet, dessen Polarisationsebene mit derselben großen Ellipsenachse den Winkel ψ' einschließt, dann ist die Intensität der austretenden Schwingung:

2) $J' = J_0 [e_1^2 \cos^2 \psi \cos^2 \psi' + e_2^2 \sin^2 \psi \sin^2 \psi' + \frac{1}{2} e_1 e_2 \sin 2\psi \sin 2\psi' \cos \Delta + ((\varepsilon_1 \cos^2 \psi + \varepsilon_2 \sin^2 \psi) \sin 2\psi' + (\varepsilon_1 \sin^2 \psi' + \varepsilon_2 \cos^2 \psi') \sin 2\psi) e_1 e_2 \sin \Delta]$.

Fällt natürliches Licht ein und beobachtet man ohne Analysator, so wird:

3) $J_n = J_0 (e_1^2 + e_2^2)$.

Fällt natürliches Licht ein, und beobachtet man mit einem Analysator, dessen Polarisationsebene die Neigung ψ' besitzt, so wird:

4) $J_n' = J_0 [e_1^2 \cos^2 \psi' + e_2^2 \sin^2 \psi' + e_1 e_2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \sin 2\psi' \sin \Delta]$.

Da $\omega_1^2 - \omega_2^2$ mit der Neigung der Wellennormale gegen die benachbarte optische Achse zunimmt, so ist $\sin \Delta$ eine periodische Funktion der Richtung; dieselbe ist in den Gleichungen 1), 2) und 4) mit der Elliptizität ε verknüpft.

Bei 3) fehlen Glieder, welche linear mit ε verbunden sind, bei 2) verbinden sich Glieder mit ε additiv einem beträchtlich größeren Gliede; bei Betrachtung ohne jeden Nicol und bei Beobachtung mit Polarisator und Analysator kommt die Elliptizität der Schwingungen nicht merklich zur Geltung. Dagegen zeigen 1) und 4) $\varepsilon_1 + \varepsilon_2$ in Verbindung mit dem periodischen Gliede $\sin \Delta$.

Bei Beobachtung nur mit Polarisator oder nur mit Analysator müssen deshalb abwechselnd helle und dunkle Ringe auftreten, sobald $(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \gtrless 0$. Diese Ringe werden tatsächlich bei absorbierenden Kristallen beobachtet (Fig. 262) und können als Beweis für die Existenz der beiden in gleichem Sinne rotierenden elliptischen Schwingungen angesehen werden.

Die zuerst von Bertin[1]) beschriebenen, zuweilen auch ohne Polarisator und ohne Analysator sichtbaren dunklen Ringe glaubte Voigt anfangs[2]) auf mehrfache innere Reflexionen zurückführen zu können, während Mallard zu ihrer Erklärung Polarisation

---

1) Vgl. Fußnote 2 S. 313.

2) N. Jahrb. f. Min. usw. 1885; I, 140.

des Lichtes an der Eintrittsstelle annahm. Die in gleichem Grade wie die anderen nur annähernde Formel 3) ist unabhängig von ε. Die entsprechende strenge Formel lautet:

$$3a)\ J_n = \frac{J_0}{(1-\varepsilon_1\varepsilon_2)^2}[(1+\varepsilon_1^2)(1+\varepsilon_2^2)(e_1^2+e_2^2)-2(\varepsilon_1+\varepsilon_2)^2 e_1 e_2 \cos\Delta].$$

Das periodische Glied $\cos\Delta$ ist also auch hier, d. h. bei Beobachtung ohne Benutzung irgendeines Polarisators, mit $(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$ verknüpft und muß entsprechende Ringe liefern, aber im allgemeinen von geringerer Intensität.

Die bei Anwendung eines Polarisators sichtbaren, den Austritt einer optischen Achse umgebenden idiophanen Ringe sind wieder am deutlichsten, wenn die Schwingungsrichtung des Polarisators einer der beiden Schwingungsrichtungen parallel ist, welche zu den in der Richtung der optischen Achse sich fortpflanzenden Wellen gehören. Sie treten dann in denjenigen Absorptionsbüscheln auf, welche ohne Polarisator wahrnehmbar sind, fehlen aber in der dazu senkrechten Richtung (vgl. Fig. 262).

Ist die einfallende Polarisationsrichtung der Richtung $A_1 Q$ parallel, so wird das Ringsystem, das man bei Beobachtung mit nur einem Polarisator wahrnimmt, von einem dunklen Streifen durchzogen, welcher der ξ-Achse parallel ist. Ist die einfallende Polarisationsrichtung zu $A_1 Q$ senkrecht, so wird das Ringsystem von einem hellen Streifen parallel der η-Achse durchzogen. Beide Streifen gehen durch den Achsenpunkt A_1 (bzw. A_2) hindurch.

Bei rhombischen Kristallen wird aus Symmetriegründen der Winkel K entweder gleich 0 oder gleich $\frac{1}{2}\pi$. Beim Andalusittypus erhält man den dunklen Streifen in der Ebene $A_1 A_2$ liegend dann, wenn die einfallende Polarisationsebene normal zu $A_1 A_2$ steht. Beim Cordierittypus erhält man den parallel $A_1 A_2$ liegenden dunklen Streifen dann, wenn die einfallende Polarisationsebene zu $A_1 A_2$ parallel steht.

Monokline Kristalle, bei welchen s_2 mit der zweizähligen Deckachse zusammenfällt, verhalten sich ähnlich wie rhombische Kristalle; es wird $K=0$, wenn s_1' parallel der zweizähligen Deckachse, es wird $K=\frac{1}{2}\pi$, wenn s_3' dieser Richtung parallel ist, und es wird $K=0$ oder $K=\frac{1}{2}\pi$, wenn s_2' der Deckachse parallel ist. In allen anderen Fällen hat bei monoklinen Kristallen ebenso wie bei triklinen Kristallen K einen von $\mathfrak{a}_h$ und $\mathfrak{a}_h'$ abhängigen veränderlichen Wert. Der die Ringe durchsetzende Streifen steht also in diesen Fällen irgendwie schief zur Ebene der optischen Achsen.

Die Ebene der zu einer der optischen Achsen gehörenden Windungsachsen steht bei rhombischen Kristallen senkrecht zur Ebene $A_1 A_2$; die Rotationssinne der vier Windungsachsen entsprechen der Symmetrie der Kristallklasse; sie sind für die beiden einer optischen Achse benachbarten Windungsachsen entgegengesetzt. Da im allgemeinen $\mathfrak{a}_1' - \mathfrak{a}_3'$ klein ist gegen die Wurzel im Nenner der Gleichungen für ϑ_1 und ϑ_2, so sind auch die Winkel ϑ_1 und ϑ_2 zumeist klein, die Windungsachsen trennen sich für die Beobachtung nicht merklich von den Polarisationsachsen, und ihre optischen Eigenschaften kommen direkt wenig zur Geltung. Eine zu einer optischen Achse senkrechte Andalusitplatte wurde mit Auerlicht beleuchtet, welches durch Kupferoxydammoniak-Lösung gegangen war und infolgedessen eine blaue Färbung angenommen hatte. Das blaue Licht ging durch einen Polarisatornicol, dessen Polarisationsebene normal zur optischen Achsenebene $A_1 A_2$ stand, dann durch ein Viertelundulationsglimmerblättchen, wurde also zirkular polarisiert. Wurde etwa mit rechts-zirkularem Lichte beleuchtet und ohne Analysator beobachtet, so erschienen zwei dunkle Flecken, deren Verbindungslinie zur Ebene $A_1 A_2$ senkrecht stand; der eine der beiden Flecken war größer und dunkler als der andere. Wurde darauf das einfallende Licht links-zirkular polarisiert, dann wurde der vorher dunklere Fleck der hellere. Diese Beobachtung deutet Voigt als Bestätigung des entgegengesetzten Rotationssinnes zu beiden Seiten einer jeden optischen Achse, indem er annimmt, daß das rechts schwingende Licht in der Nähe der rechten Windungsachse mehr fortgepflanzt wird als in der Umgebung der linken Windungsachse, das links schwingende Licht mehr in der Nähe der linken Windungsachse.

Fig. 268 zeigt nach Hauswaldt die Erscheinung, welche eine senkrecht zu einer optischen Achse geschliffene Andalusitplatte bei Beleuchtung mit Strahlen von der Wellenlänge 540 bis 520 $\mu\mu$ im konvergenten Lichte liefert, wenn zwischen den Polarisator, dessen Polarisationsebene parallel der Ebene $A_1 A_2$ der optischen Achsen steht, und die Platte ein Viertelundulationsglimmerblättchen in Diagonalstellung eingeschaltet ist. Die von W. Voigt beschriebenen Flecken kommen in diesem Bilde nicht zum Ausdruck.

S. Boguslawski[1]) untersuchte im Anschluß an die Voigtsche

1) Über optische Eigenschaften der Platincyanüre. Inaugural-Dissertation der Universität Göttingen 1913. Gekürzt auch in Ann. d. Phys. 1914; **44**, 1077. Bezüglich der älteren Literatur über die Platincyanüre möge auf die Original-

Theorie die Eigenschaften des schon genannten Yttriumplatincyanürs. Aus der Theorie entwickelt er nachstehende Folgerung: Als Richtung der z-Achse wähle man die Wellennormale; die zu dieser senkrechte (x)-Achse lege man in die Ebene, welche den Winkel zwischen den beiden durch die z-Achse und die beiden Polarisationsachsen gehenden Ebenen halbiert; eine andere zur z-Achse senkrechte $[x]$-Achse habe dieselbe Lage in bezug auf die beiden Ebenen, welche durch die z-Achse und die beiden Absorptionsachsen bestimmt sind. Das eine Achsensystem gehe aus dem anderen durch Drehung um den Winkel ψ um die gemeinsame z-Achse hervor. Die Gleichung $\psi =$ Konst. bestimmt dann im Kristall eine Schar von Kegeln; im Kegel $\psi = 0$ pflanzen sich zwei linear polarisierte Wellen fort, und zwar unabhängig von der Stärke der Absorption. Der Kegel $\psi = \frac{1}{4}\pi$ enthält unter der Voraussetzung, daß $\varkappa^2$ neben 1 vernachlässigt werden kann und die beiden Brechungsquotienten nicht sehr voneinander verschieden sind, Richtungen, für welche entweder die Brechungsquotienten oder die Absorptionsindices für beide Wellen gleich sind. Zieht man zwei Scharen konfokaler Ellipsen, die eine um die Polarisationsachsen A_1 und A_2, die andere um die Absorptionsachsen B_1 und B_2, und verbindet alle Stellen, an welchen sich die Ellipsen unter 0° bzw. unter $\frac{1}{4}\pi$ schneiden, so sind die so erhaltenen Kurven die Schnitte der betreffenden Kegel, wobei vorausgesetzt wird, daß alle in Frage kommenden Achsen so nahe beieinander liegen, daß das betreffende Stück der Kugelfläche als eben betrachtet werden darf. Die Figuren 269 und 270 stellen diese Schnitte für zwei verschiedene rhombische Typen dar. Bei dem einen, Fig. 269, fallen die Ebene der Polarisationsachsen und



Fig 268

Andalusit. Platte annähernd senkrecht zu einer optischen Achse; Ebene der optischen Achsen und Polarisationsebene des einfallenden Lichtes von oben nach unten gerichtet; mit Viertelundulationsglimmerblättchen in Diagonalstellung zwischen Polarisator und Platte; wirksame Wellenlänge des Lichtes 540 — 520 $\mu\mu$.
Nach Hauswaldt

arbeit, S. 4, und auf H. Baumhauer, Kristallogr.-optische Untersuchungen, a) Platindoppelcyanüre, Ztschr. f. Krist. 1911; **49**, 113ff., speziell 123 verwiesen werden.

die der Absorptionsachsen zusammen, bei dem anderen Typus, Fig. 270, stehen diese beiden Ebenen aufeinander senkrecht. Die Kegel $\psi = 0$ gehen bei rhombischen Kristallen in die drei Symmetrieebenen über, von welchen die eine der Zeichnungsebene parallel geht, die beiden anderen, durch die zwei zueinander senkrechten Richtungen $\psi = 0$ der Figuren gehend, auf der Zeichnungsebene senkrecht stehen. In den drei Symmetrieebenen eines absorbierenden rhombischen Kristalls pflanzen sich also linear polarisierte Wellen fort. (Vgl. auch S. 303 und 304.) Auf den Verbindungslinien aller Stellen, an welchen sich die beiden Ellipsen unter dem Winkel $\psi = \frac{1}{4}\pi$

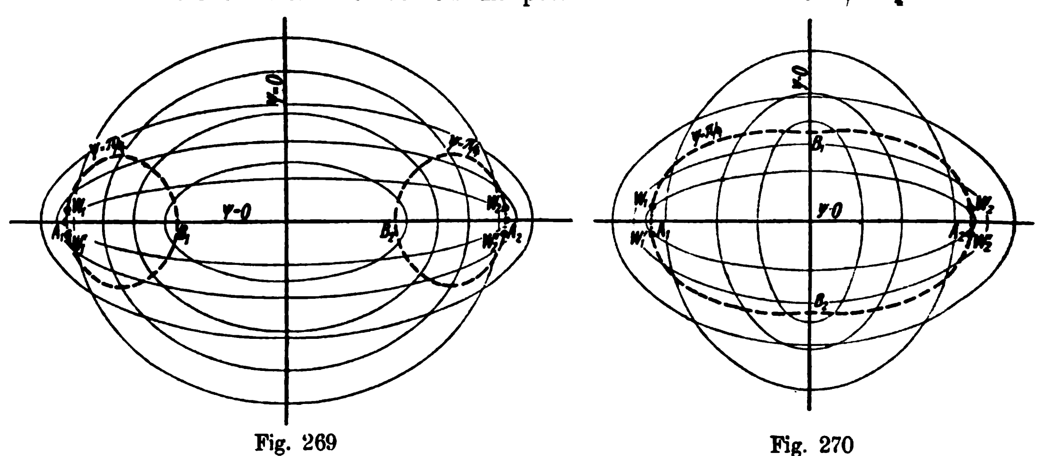


Fig. 269 — Fig. 270

Ein System konfokaler Ellipsen um die Austrittsstellen der Polarisationsachsen A_1 und A_2; ferner ein System konfokaler Ellipsen um die Austrittsstellen der Absorptionsachsen B_1 und B_2.

Fig. 269: Die Ebene der Absorptionsachsen steht zur Ebene der Polarisationsachsen parallel. Nach Boguslawski

Fig. 270: Die Ebene der Absorptionsachsen steht zur Ebene der Polarisationsachsen senkrecht. Nach Boguslawski

schneiden, liegen die Austrittsstellen der Windungsachsen W_1, W_1', W_2, W_2'; auf den punktierten Stücken derselben (d. h. zwischen W_1 und W_1' sowie zwischen W_2 und W_2') ist $\nu_1 = \nu_2$, auf den gestrichelten Stücken ist $\frac{\varkappa_1}{\nu_1^2} = \frac{\varkappa_2}{\nu_2^2}$.

Yttriumplatincyanür gehört zum ersten Typus, aber in bezug auf die Absorption können seine Kristalle als einachsig gelten; es fallen deshalb die beiden Achsen B_1 und B_2 in dem Mittelpunkt der Fig. 269 zusammen. Man kann bei diesem Körper zwar im allgemeinen $\varkappa^2$ nicht als verschwindend klein gegen 1 ansehen, aber

die Polarisationsachsen liegen der ersten Mittellinie nahe (vgl Fig. 266), und für solche Richtungen sind die Kristalle fast durchsichtig.

Aus der Lage der großen Achsen der Schwingungsellipsen ergibt sich, daß zwischen gekreuzten Nicols in der Diagonalstellung hyperbelartige Zweige der dunklen Isogyren von den Windungsachsen ausgehen, während zwischen den beiden benachbarten Windungsachsen das Gesichtsfeld hell bleibt. Die dunklen Hyperbeln sind deshalb bei pleochroitischen Kristallen durch „helle Achsenbilder" unterbrochen (vgl. Fig. 266).

Die stark gezeichneten Kurven gleichen Gangunterschiedes in Fig. 271 weichen deutlich von den Cassinischen Linien der durchsichtigen Kristalle ab; die hier eingetragenen Zahlen bedeuten den Wert

$$100\,(\nu_2 - \nu_1).$$

Die schwach gezeichneten Kurven geben die Stellen an, längs welchen die zur ersten Mittellinie senkrechte Kristallplatte im durchgehenden unpolarisierten Lichte und ohne Analysator gesehen gleich hell erscheint; die eingeschriebenen Zahlen bedeuten hier die Funktion

$$100\,\frac{e^{-100\nu_1\varkappa_1} + e^{-100\nu_2\varkappa_2}}{2},$$

welche die durchgehende Lichtintensität in Prozenten der auffallenden ausdrückt. Das in jedem der vier Quadranten auftretende Minimum (vgl. Fig. 272) stellt eine spezielle Form der Brewsterschen Absorptionsbüschel dar und tritt auch bei Beobachtung mit einem Nicol (Fig. 273), und bei Beobachtung mit Polarisator und Analysator (Fig. 275) auf, ist aber dann in der Diagonalstellung (Fig. 274) durch die dunklen Isogyren mehr oder weniger verdeckt.

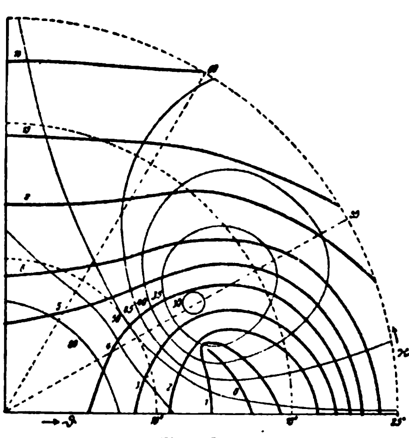


Fig. 271
Kurven gleichen Gangunterschiedes (stark ausgezogen) einer zur ersten Mittellinie senkrechten Platte von Yttriumplatincyanür und Kurven gleicher Helligkeit (schwach ausgezogen) derselben Platte im unpolarisierten Lichte und ohne Analysator.
Nach Boguslawski

Die hier besprochenen Erscheinungen wurden zuerst von H. Hauswaldt[1]) in seinem Atlas photographischer Aufnahmen

1) Interferenzerscheinungen im polarisierten Licht. 3. Reihe. Magdeburg 1907. Vgl. auch die 1. Reihe: Interferenzerscheinungen an doppeltbrechenden

abgebildet (vgl. die Figuren 272 bis 276), also experimentell nachgewiesen, aber es fehlte die theoretische Erklärung derselben.



Fig. 272
Yttriumplatincyanür. Platte senkrecht zur ersten Mittellinie, 0,15 mm dick, im konvergenten Licht; ohne Nicol; wirksame Wellenlänge 490—480 $\mu\mu$.
Nach Hauswaldt

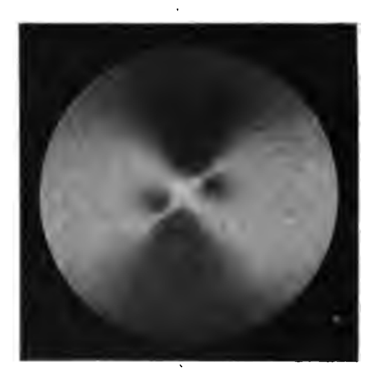


Fig. 273
Yttriumplatincyanür. Platte senkrecht zur ersten Mittellinie, 0,15 mm dick, im konvergenten Licht in Diagonalstellung; mit Polarisator (von oben nach unten); wirksame Wellenlänge 500—480 $\mu\mu$.
Nach Hauswaldt

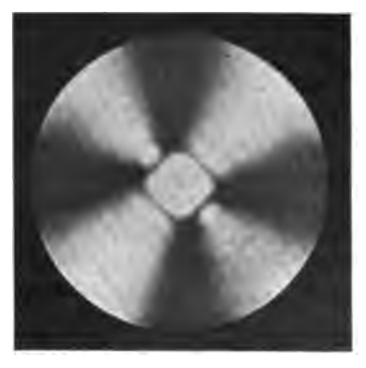


Fig. 274
Yttriumplatincyanür. Platte senkrecht zur ersten Mittellinie, 0,05 mm dick, im konvergenten Licht in Diagonalstellung; gekreuzte Nicols; wirksame Wellenlänge 480 $\mu\mu$.
Nach Hauswaldt



Fig. 275
Yttriumplatincyanür. Platte senkrecht zur ersten Mittellinie, 0,15 mm dick, im konvergenten Licht in Normalstellung; gekreuzte Nicols; wirksame Wellenlänge 470 $\mu\mu$.
Nach Hauswaldt

Kristallplatten im konvergenten polarisierten Licht, mit einem Vorwort von Th. Liebisch, Magdeburg 1902, und ebenso die 2. Reihe, 1904.

§ 70

Reflexion an absorbierenden Medien und Bestimmung der Brechungsquotienten der letzteren

1. Beide Medien seien isotrop

Die Grenzbedingungen der Reflexion und Brechung sind für absorbierende Medien dieselben wie für durchsichtige, wenn in ihnen die Konstanten $\mathfrak{a}_{hk}$ durch die komplexen Werte $\alpha_{hk} = \mathfrak{a}_{hk} + i\,\mathfrak{a}_{hk}'$ ersetzt werden, wobei $\mathfrak{a}_{hk}$ die Polarisations-, $\mathfrak{a}_{hk}'$ die Absorptionskonstanten sind. Das erste Medium sei Luft, der Einfallswinkel φ, E_s und E_p (vgl. S. 264) die senkrecht und parallel zur Einfallsebene polarisierten Komponenten der einfallenden Wellen, P_s und P_p (vgl. ebenso S. 264) die entsprechenden Komponenten der reflektierten Wellen.

Komplexe Werte von $\frac{P_s}{E_s}$ oder von $\frac{P_p}{E_p}$ bedeuten, daß die reflektierte Welle gegen die einfallende eine Phasendifferenz besitzt; ein komplexer Wert $\frac{P_p}{P_s}$ bedeutet, daß auch die beiden reflektierten Komponenten eine relative Phasendifferenz haben, welche von 0 und π verschieden ist, und daß deshalb die resultierende reflektierte Welle elliptisch polarisiert ist. Setzt man $\frac{P_s}{P_p} = \operatorname{tg}\psi e^{i\Delta}$, so bedeutet Δ die Phasendifferenz, $\operatorname{tg}\psi$ das Amplitudenverhältnis der beiden reflektierten Komponenten; ψ ist demnach „das Azimut der wiederhergestellten Polarisationsebene gegen die Einfallsebene". Δ ist veränderlich mit dem Einfallswinkel φ. Nimmt man ψ stets als positiv, so ist $\Delta = 0$ für $\varphi = 90^{\circ}$, dagegen ist $\Delta = \pi$ für $\varphi = 0^{\circ}$. Für einen zwischen $\varphi = 0^{\circ}$ und $\varphi = 90^{\circ}$ liegenden Einfallswinkel wird $\Delta = \frac{\pi}{2}$, also $\Gamma = \frac{\lambda}{4}$; denjenigen Einfallswinkel $\overline{\varphi}$, für welchen $\Delta = \frac{\pi}{2}$ wird, nennt man den „Haupteinfallswinkel" und das zu $\overline{\varphi}$ gehörende Azimut $\overline{\psi}$ das „Hauptazimut".

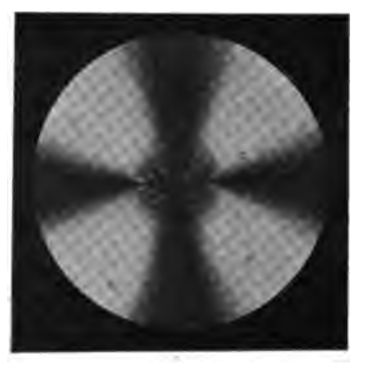


Fig. 276
Yttriumplatincyanür. Platte senkrecht zur ersten Mittellinie, 0,15 mm dick, im konvergenten Licht in Normalstellung; gekreuzte Nicols; wirksame Wellenlänge 430 $\mu\mu$. Nach Hauswaldt

Das Azimut der Polarisation der einfallenden Strahlen gegen die Einfallsebene wird stets gleich 45°, also $E_s = E_p$ gewählt.[1])

1) Vgl. P. Drude, Ann. d. Phys. 1887; **32**, 610.

Sind der Brechungsquotient ν und der Absorptionsindex $\varkappa$ eines isotropen Mediums für senkrechten Einfall bekannt, so lassen sich die zu irgendeinem Werte φ gehörigen Werte Δ und ψ berechnen. Zu diesem Zweck setze man[1]):

$$\operatorname{tg} P = \frac{\nu\sqrt{1+\varkappa^2}}{\sin\varphi \operatorname{tg}\varphi}\left[1-\frac{1}{2}\sin^2\varphi\frac{1-\varkappa^2}{\nu^2(1+\varkappa^2)^2}\right], \quad \operatorname{tg} Q = \varkappa\left[1+\frac{\sin^2\varphi}{\nu^2(1+\varkappa^2)}\right],$$

dann ist: $\operatorname{tg}\Delta = \sin Q \operatorname{tg} 2P$, $\cos 2\psi = \cos Q \sin 2P$.

Der Haupteinfallswinkel $\overline{\varphi}$ und das Hauptazimut $\overline{\psi}$ sind bestimmt durch

$$\sin\overline{\varphi}\operatorname{tg}\overline{\varphi} = \nu\sqrt{1+\varkappa^2}\left[1-\frac{1}{2}\sin^2\overline{\varphi}\frac{1-\varkappa^2}{\nu^2(1+\varkappa^2)^2}\right],$$

$$\cos 2\overline{\psi} = \cos Q; \text{ oder } \operatorname{tg} 2\overline{\psi} = \varkappa\left[1+\frac{\sin^2\overline{\varphi}}{\nu^2(1+\varkappa^2)}\right].$$

Da für beliebige Werte von φ die Beziehung

$$\cos 2\psi = \cos Q \sin 2P$$

besteht, und der maximale Wert von $\sin 2P$ gleich 1 ist, so stellt $\cos 2\overline{\psi}$ einen maximalen Wert von $\cos 2\psi$, also $\overline{\psi}$ einen minimalen Wert von ψ dar. Da $\operatorname{tg}\psi$ das Amplitudenverhältnis der beiden reflektierten Wellenkomponenten ist, von welchen die eine senkrecht, die andere parallel zur Einfallsebene steht, so hat $\operatorname{tg}\overline{\psi}$ ebenfalls einen minimalen Wert, d. h. für den Haupteinfallswinkel $\overline{\varphi}$ hat die zur Einfallsebene senkrecht polarisierte Komponente der reflektierten Welle einen minimalen Wert.

Finden zwei Oszillationen von gleicher Schwingungsdauer, aber verschiedener Amplitude senkrecht zueinander statt, und haben dieselben eine Phasendifferenz $\Delta = \frac{\pi}{2}$ oder $\Delta = 3\frac{\pi}{2}$, so ist die resultierende Schwingung elliptisch polarisiert, und die beiden Hauptachsen der Ellipse gehen den Oszillationsrichtungen parallel. Da für den Haupteinfallswinkel die senkrecht und parallel zur Einfallsebene polarisierten Komponenten des reflektierten Strahles eine Phasendifferenz $\Delta = \frac{\pi}{2}$ haben sollen, so stehen für den Haupteinfallswinkel die große und die kleine Achse der Schwingungsellipse parallel und senkrecht zur Einfallsebene.

Die Werte Δ und ψ können für jeden Einfallswinkel φ mit Hilfe des Babinetschen oder des Sénarmontschen Kompensators

---

1) Vgl. P. Drude bei A. Winkelmann, Handbuch der Physik, 2. Aufl., 1906; 6. 1299. (Der lat. Buchstabe P ist hier nicht zu verwechseln mit dem griech. Buchstaben P auf der vorhergehenden Seite.)

bestimmt werden (vgl. S. 257) und dazu dienen, die Indices ν und $\varkappa$ oder auch die Konstanten $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{a}'$ zu berechnen. Nach P. Drude[1]) gewinnt man die genauesten Werte von ν und $\varkappa$ im Vergleich zu anderen Einfallswinkeln, wenn man ψ und Δ für eine Reihe von Einfallswinkeln φ in der Nähe des Haupteinfallswinkels bestimmt.

Setzt man[2])

$$\operatorname{tg} Q = \sin \Delta \operatorname{tg} 2\psi, \quad \cos P = \cos \Delta \sin 2\psi, \quad S = \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} P \sin\varphi \operatorname{tg}\varphi,$$

und kann man $\frac{1}{S^2}$ gegen 1 vernachlässigen, so wird:

$$\text{I.}\quad \nu = S\cos Q, \quad \varkappa = \operatorname{tg} Q, \quad \nu\varkappa = S\sin Q;$$

falls man dagegen nur $\frac{1}{S^4}$ gegen 1 vernachlässigt, dann wird:

$$\text{II.}\quad \nu = S\cos Q\left(1+\frac{1}{2}\frac{\sin^2\varphi}{S^2}\right), \quad \varkappa = \operatorname{tg} Q\left(1-\frac{\sin^2\varphi}{S^2}\right),$$

$$\nu\varkappa = S\sin Q\left(1-\frac{1}{2}\frac{\sin^2\varphi}{S^2}\right).$$

Die wahren Werte von ν und $\varkappa$ liegen zwischen den aus I. und II. berechneten.

Sind ν_{I}, $\varkappa_{\mathrm{I}}$ die nach I. berechneten, ν_{II}, $\varkappa_{\mathrm{II}}$ die nach II. berechneten Werte der Indices, so mache man N Beobachtungen bei verschiedenen, aber in der Nähe von $\overline{\varphi}$ liegenden Einfallswinkeln, und es wird dann der wahrscheinlichste Wert von ν und $\varkappa$ bestimmt durch:

$$\nu = \nu_{\mathrm{I}} + (\nu_{\mathrm{II}} - \nu_{\mathrm{I}})\frac{\Sigma \sin^2\varphi}{N}$$

$$\varkappa = \varkappa_{\mathrm{I}} + (\varkappa_{\mathrm{II}} - \varkappa_{\mathrm{I}})\frac{\Sigma \sin^2\varphi}{N}.$$

Hat man auf diese Weise ν und $\varkappa$ bestimmt, so wird:

$$\cos\overline{\varphi} = \frac{1}{U}\left(1-\frac{1}{2U^2}\frac{1+3\varkappa^2}{1+\varkappa^2}\right), \quad \operatorname{tg} 2\overline{\psi} = \varkappa\left(1+\frac{1}{U^2}\right),$$

wobei $$U^2 = \nu^2(1+\varkappa^2).$$

Man kann $\overline{\psi}$ als Minimalwert von ψ auch direkt bei der Kompensatorvorrichtung beobachten und damit auch den zugehörigen Wert von $\overline{\varphi}$, doch führt die vorhin angegebene Berechnung zu genaueren Werten.

---

1) Bestimmung der optischen Konstanten der Metalle. Ann. d. Phys. 1890; **39**, 481, spez. 508.

2) Nach Drude, ebenda, S. 507.

Da für den Haupteinfallswinkel $\Delta = \frac{\pi}{2}$, also $\sin \Delta = 1$ wird, so gilt entsprechend der Formel I annähernd:

$$\varkappa = \operatorname{tg} 2\overline{\psi}, \qquad \nu = \sin\overline{\varphi} \operatorname{tg}\overline{\varphi} \cos 2\overline{\psi}.$$

Genauer sind die Formeln[1]):

$$\mathfrak{a} = \frac{\cos^2 P}{\sin^2 \overline{\varphi}} \frac{1 + \operatorname{tg} P \cos 4\overline{\psi}}{1 + \sin 2P \cos 4\overline{\psi}}, \qquad \mathfrak{a}' = \frac{1}{2\sin^2\overline{\varphi}} \frac{\sin 2P \sin 4\overline{\psi}}{1 + \sin 2P \cos 4\overline{\psi}},$$

wobei $\operatorname{tg} P = \operatorname{tg}^2 \overline{\varphi}$.

Aus $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{a}'$ bestimmen sich $\varkappa$ und ν nach:

$$\varkappa = \frac{-\mathfrak{a} + \sqrt{\mathfrak{a}^2 + \mathfrak{a}'^2}}{\mathfrak{a}'}, \qquad \frac{1}{\nu^2} = \frac{\mathfrak{a}(1 + \varkappa^2)^2}{1 - \varkappa^2} = \frac{\mathfrak{a}'(1 + \varkappa^2)^2}{2\varkappa}.$$

Das Verhältnis $\frac{J_r}{J_e} = \frac{\nu^2(1 + \varkappa^2) + 1 - 2\nu}{\nu^2(1 + \varkappa^2) + 1 + 2\nu}$ heißt das „Reflexionsvermögen".

Bei der Bestimmung von $\overline{\varphi}$ und $\overline{\psi}$ haben dünne Oberflächenschichten einen erheblichen Einfluß, und zwar in der Weise, daß $\overline{\varphi}$ durch diese stets verkleinert wird; es empfiehlt sich daher, als Grenzflächen frische Spaltungsflächen zu verwenden.

Drude ermittelte[2]) mit Hilfe der Reflexion folgende optischen Konstanten für Natriumlicht:

	$\nu\varkappa$	ν	$\varkappa$	$\overline{\varphi}$	$\overline{\psi}$	$\frac{J_r}{J_e}$
Wismut	3,66	1,90	1,93	77° 3′	31° 58′	65,2%
Blei	3,48	2,01	1,73	76 42	30 45	62,1
Quecksilber	4,96	1,73	2,87	79 34	35 43	78,4
Platin	4,26	2,06	2,06	78 30	32 35	70,1
Gold	2,82	0,37	7,71	72 18	41 39	85,1
Antimon	4,94	3,04	1,63	80 26	29 35	70,1
Zinn	5,25	1,48	3,55	79 57	37 24	82,5
Kadmium	5,01	1,13	4,43	79 22	38 53	84,7
Silber	3,67	0,18	20,3	75 42	43 35	95,3
Zink	5,48	2,12	2,60	80 35	34 45	78,6
Kupfer	2,62	0,64	4,09	71 35	38 57	73,2
Nickel	3,32	1,79	1,86	76 1	31 41	62,0
Kobalt	4,03	2,12	1,90	78 5	31 40	67,5
Stahl	3,40	2,41	1,38	77 3	27 49	58,5
Aluminium	5,23	1,44	3,63	79 55	37 34	82,7
Magnesium	4,42	0,37	11,8	77 57	42 42	92,9
Natrium, flüssig . .	2,61	0,0045	580	71 19	44 56	97,7

1) Ann. d. Phys. 1887; **32**, 615.

2) Ann. d. Phys. 1890; **39**, 481 (spez. 537). 1891; **42**, 186. 1898; **64**, 159.

G. Horn[1]) bestimmte für die in folgender Tabelle zusammengestellten Mineralien nach den vorhin entwickelten Formeln ν, $\varkappa$ und $\overline{\varphi}$ für die Linien C bis G des Spektrums.

	C	D	E	F	G	C	D	E	F	G
Hellgelbe Zinkblende von Santander						Braune Zinkblende von Siebenbürgen				
ν	2,397	2,421	2,439	2,472	2,528	2,355	2,375	2,415	2,454	2,532
$\varkappa$	0,0221	0,0194	0,0284	0,0265	0,0313	0,0170	0,0202	0,0213	0,0219	0,0245
$\overline{\varphi}$	67°21′	67°33′	67°42′	67°58′	68°25′	66°58′	67°9′	67°29′	67°45′	68°25′
Schwarze Zinkblende von St. Christoph (Sa.)						Bleiglanz von Freiberg i. Sachsen				
ν	2,434	2,437	2,464	2,471	2,559	4,015	3,912	3,886	3.796	3,383
$\varkappa$	0,0429	0,0526	0,0571	0,0623	0,0942	0,482	0,509	0,563	0,647	0,913
$\overline{\varphi}$	67°32′	67°35′	67°51′	67°55′	69°18′	76°56′	76°49′	76°53′	77°36′	77°15′
Magnesiumplatincyanür. Spaltfläche nach 0P										
ν_0	1,363	1,294	1,141	0,974	0,902					
$\varkappa_0$	0,00929	0,00938	0,0438	0.0742	0,249					
$\overline{\varphi}_0$	53°44′	52°18′	48°46′	44°15′	42°5′					
Wismut. Spaltfläche nach 0P						Antimon. Spaltfläche nach 0P				
ν_0	1.841	1,670	1,563	1,466	1,385	2,965	2,571	1,962	1,578	1,246
$\varkappa_0$	2,493	2,492	2,459	2,418	2,640	1.875	2,090	2,534	2,921	3,260
$\overline{\varphi}_0$	78°7′	77°30′	76°23′	75°40′	74°4′	81°6′	80°38′	79°38′	78°41′	77°12′

Die stark absorbierenden Körper haben „anomale Dispersion“[2]).

---

2. Das eine Medium sei isotrop, das andere anisotrop.

Die Theorie der Reflexion absorbierender isotroper Medien von W. Voigt wurde von P. Drude[3]) auf Kristalle ausgedehnt, und zwar wurde von ihm spezieller[4]) die Reflexion an rhombischen Kristallen behandelt.

Es seien[5]) $\alpha_1 = \mathfrak{a}_1 + i\,\mathfrak{a}_1'$, $\alpha_2 = \mathfrak{a}_2 + i\,\mathfrak{a}_2'$, $\alpha_3 = \mathfrak{a}_3 + i\,\mathfrak{a}_3'$ die drei komplexen Konstanten eines absorbierenden rhombischen Kristalls, bezogen auf die drei Symmetrieachsen. Die Achse s_1 falle mit der Vertikalachse, s_2 mit der Brachyachse, s_3 mit der Makroachse zusammen. Die Grenzfläche sei (010). Das Azimut der Einfallsebene gegen s_1 sei ϑ.

1) N. Jahrb. f. Min. usw. 1899; Beil.-Bd. **12**, 269 bis 342, spez. 307 ff.

2) Vgl. den folgenden Paragraphen über Absorption und Dispersion.

3) Ann. d. Phys. 1887; **32**, 584.

4) Ebenda 1888; **34**, 489.

5) Vgl. E. C. Müller, N. Jahrb. f. Min. usw. 1903; Beil.-Bd. **17**, 213.

Nehmen wir an, α sei klein gegen 1, dann besteht die Beziehung:

$$\operatorname{tg}\psi e^{i\Delta} = \frac{-1+\cos^2\vartheta\left(\frac{\sqrt{\alpha_1}}{\cos\varphi}-\sqrt{\alpha_2}\cos\varphi\right)+\sin^2\vartheta\left(\frac{\sqrt{\alpha_2}}{\cos\varphi}-\sqrt{\alpha_1}\cos\varphi\right)+(\sqrt{\alpha_1}-\sqrt{\alpha_2})\sin 2\vartheta}{1+\cos^2\vartheta\left(\frac{\sqrt{\alpha_1}}{\cos\varphi}-\sqrt{\alpha_2}\cos\varphi\right)+\sin^2\vartheta\left(\frac{\sqrt{\alpha_2}}{\cos\varphi}-\sqrt{\alpha_1}\cos\varphi\right)+(\sqrt{\alpha_1}-\sqrt{\alpha_2})\sin 2\vartheta}.$$

Setzt man $R=\frac{1+\operatorname{tg}\psi e^{i\Delta}}{1-\operatorname{tg}\psi e^{i\Delta}}$, so wird:

$$R=\frac{\cos 2\psi}{1-\sin 2\psi\cos\Delta}+i\frac{\sin 2\psi\sin\Delta}{1-\sin 2\psi\cos\Delta}.$$

Als „erste Hauptlage" wird diejenige Lage der Einfallsebene bezeichnet, bei welcher $\vartheta=90^0$, als „zweite Hauptlage" diejenige, für welche $\vartheta=0$.

Bezeichnen wir die Größen R, ψ, Δ mit dem Index 1 oder 2, je nachdem dieselben sich auf die erste oder zweite Hauptlage beziehen, so wird:

$$R_1=\left(\frac{\sqrt{\alpha_2}}{\cos\varphi}-\sqrt{\alpha_1}\cos\varphi\right)=\frac{\cos 2\psi_1}{1-\sin 2\psi_1\cos\Delta_1}+i\frac{\sin 2\psi_1\sin\Delta_1}{1-\sin 2\psi_1\cos\Delta_1},$$

$$R_2=\left(\frac{\sqrt{\alpha_1}}{\cos\varphi}-\sqrt{\alpha_2}\cos\varphi\right)=\frac{\cos 2\psi_2}{1-\sin 2\psi_2\cos\Delta_2}+i\frac{\sin 2\psi_2\sin\Delta_2}{1-\sin 2\psi_2\cos\Delta_2}.$$

Für einen beliebigen Wert ϑ wird dann:

$$R=\frac{\cos^2\vartheta R_2+\sin^2\vartheta R_1}{1-(\sqrt{\alpha_1}-\sqrt{\alpha_2})\sin 2\vartheta}.$$

Zur Ermittelung der Konstanten α_1 und α_2 aus den Beobachtungen Δ und ψ der beiden Hauptlagen dienen die Formeln:

$$(\sqrt{\alpha_1}+\sqrt{\alpha_2})\frac{\sin^2\varphi}{\cos\varphi}=R_1+R_2$$

$$(\sqrt{\alpha_2}-\sqrt{\alpha_1})\frac{1+\cos^2\varphi}{\cos\varphi}=R_1-R_2.$$

Beobachtungsfehler von ψ und Δ in der Nähe des Haupteinfallswinkels $\overline{\varphi}$ haben auf den berechneten Wert von α_1 und α_2 nur geringen Einfluß.

Setzt man $\frac{\mathfrak{a}_1'}{\mathfrak{a}_1}=\operatorname{tg}\chi$, $\quad\frac{\mathfrak{a}_2'}{\mathfrak{a}_2}=\operatorname{tg}\varepsilon$,

$$\varkappa_1=\operatorname{tg}\frac{\chi}{2},\qquad \varkappa_2=\operatorname{tg}\frac{\varepsilon}{2},$$

$$\nu_1^2=\frac{2\sin\frac{\chi}{2}\cos^3\frac{\chi}{2}}{\mathfrak{a}_1'},\qquad \nu_2^2=\frac{2\sin\frac{\varepsilon}{2}\cos^3\frac{\varepsilon}{2}}{\mathfrak{a}_2'},$$

so sind ν_1 und ν_2 die Brechungsquotienten, $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$ die Absorptionsindices der beiden elliptisch polarisierten ebenen homogenen Wellen, welche in einem rhombischen Kristall erzeugt werden, wenn eine ebene Welle aus Luft senkrecht auf die Fläche (010) einfällt.

Setzt man an die Stelle der Fläche (010) eines der beiden anderen Pinakoide, so erhält man nach den entsprechend geänderten Formeln eine andere Kombination von je zweien der drei Hauptbrechungsquotienten ν_1, ν_2, ν_3 und der drei Absorptionsindices $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$.

Dieselben Formeln können auch für optisch-einachsige Kristalle verwendet werden, bei welchen je zwei der drei Größen ν_1, ν_2, ν_3 bzw. $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ einander gleich werden.

Nachdem die Theorie der Reflexion an metallisch reflektierenden isotropen Körpern von A. Fresnel und F. E. Neumann bekannt war, machte H. de Sénarmont[1]) entsprechende Beobachtungen an Spaltflächen von Antimonit, Sb_2S_3. Dieses Mineral kristallisiert rhombisch und zeigt metallisches Aussehen und metallische Absorption für alle Farben mit Ausnahme des Rot; für letztere Farbe ist es in sehr dünnen Blättchen etwas durchscheinend. Nach (010) besitzt es sehr vollkommene Spaltbarkeit. Sénarmont fand, daß das elliptisch polarisierte Licht sich ändert, wenn die Spaltfläche in ihrer Ebene gedreht wird, was bei reflektierenden isotropen Körpern natürlich nicht der Fall ist.

An optisch-einachsigen Kristallen, Rotgiltigerz und Magnesiumplatincyanür, hat E. Schenck[2]) Reflexionsbeobachtungen vorgenommen; jedoch vermutet P. Drude, daß bei diesen Untersuchungen die reflektierenden Flächen nicht frei von Oberflächenschichten gewesen seien.

Drude stellte[3]) deshalb neue Reflexionsbeobachtungen an frischen Spaltflächen (010) von Antimonit an. Die Bestimmung von Δ und tg ψ geschah mit Hilfe eines Babinetschen Kompensators und Nicolscher Prismen. Diese Werte wurden für 19 verschiedene Einfallswinkel φ in den beiden Hauptlagen ermittelt. Drude fand seine Theorie bestätigt und berechnete für Natriumlicht die Brechungsquotienten und Absorptionsindices

$$\nu_1 = 5{,}17, \qquad \nu_2 = 4{,}49,$$
$$\varkappa_1 = 0{,}143, \qquad \varkappa_2 = 0{,}177.$$

1) Ann. de chim. et de phys. 1847; **20**, 397. Ann. d. Phys. 1848; Erg.-Bd. **2**, 513.

2) Ann. d. Phys. 1882; **15**, 177.

3) Ebenda 1888; **34**, 489.

Er beobachtete ferner, daß die Spaltflächen sich sehr bald mit einer Oberflächenschicht überziehen. Infolge der Oberflächenschicht nimmt die Phasendifferenz Δ ab für Einfallswinkel, welche kleiner sind als der Haupteinfallswinkel $\bar{\varphi}$; Δ nimmt zu für Einfallswinkel, welche größer sind als $\bar{\varphi}$.

E. C. Müller[1]) machte ebenfalls Reflexionsbeobachtungen an frischen Spaltungsstücken von Antimonit, jedoch mit verschiedenen Spektralfarben. Die Ermittelung von Δ und ψ geschah mit Hilfe eines Glimmerkompensators. Er fand, daß das vom Antimonit reflektierte Licht im Sinne der früher gegebenen Definition rechts polarisiert ist.

Die berechneten Haupteinfallswinkel $\bar{\varphi}$ in den beiden Hauptlagen sind:

	C	610 $\mu\mu$	*D*	*E*	510 $\mu\mu$	*F*	460 $\mu\mu$	*G*
I. Hauptlage	77° 33′	77° 0′	77° 22′	78° 15′	77° 57′	78° 12′	78° 18′	78° 12′
II. Hauptlage	78 30	78 55	79 18	80 5	80 8	80 30	80 24	80 0

Die berechneten optischen Konstanten sind:

λ	$\mathfrak{a}_1$	$\mathfrak{a}_2$	$\mathfrak{a}_1'$	$\mathfrak{a}_2'$
C	0,0451	0,0480	0,0049	0,0117
610 $\mu\mu$ . . .	0,0409	0,0501	0,0086	0,0183
D	0,0365	0,0472	0,0092	0,0183
E	0,0285	0,0406	0,0141	0,0218
510 $\mu\mu$ . . .	0,0253	0,0386	0,0170	0,0241
F	0,0202	0,0350	0,0195	0,0273
460 $\mu\mu$ . . .	0,0164	0,0312	0,0242	0,0310
G	0,0116	0,0274	0,0295	0,0348

Die berechneten Brechungsquotienten und Absorptionsindices sind:

λ	ν_1	ν_2	$\varkappa_1$	$\varkappa_2$
C	4,69	4,47	0,0537	0,120
610 $\mu\mu$ . . .	4,87	4,26	0,104	0,177
D	5,12	4,37	0,124	0,187
E	5,47	4,52	0,234	0,252
510 $\mu\mu$ . . .	5,48	4,51	0,305	0,286
F	5,53	4,49	0,404	0,344
460 $\mu\mu$ . . .	5,17	4,41	0,531	0,413
G	4,65	4,28	0,681	0,485

1) A. a. O. S. 187 ff.

Der Antimonglanz ist hiernach nicht nur der am stärksten brechende, sondern auch der am stärksten doppeltbrechende bekannte Körper.

Infolge der sich bildenden Oberflächenschicht wird das Amplitudenverhältnis in der Nähe des Haupteinfallswinkels im Laufe der Zeit größer, der Haupteinfallswinkel etwas kleiner. Die optischen Symmetrieebenen des Antimonits fallen mit den kristallographischen zusammen.

Läßt man das Licht so auf die Fläche (010) einfallen, daß die Einfallsebene mit der kristallographischen vertikalen Achse c den Winkel ϑ bildet, so gilt für einen rhombischen Kristall, d. h. für einen Kristall, dessen optische Symmetrieachsen mit seinen kristallographischen zusammenfallen, die S. 332 angegebene Formel für $\operatorname{tg} \psi e^{i\varDelta}$.

Diese Formel enthält ϑ in den Formen $\sin^2 \vartheta$, $\cos^2 \vartheta$ und $\sin 2\vartheta$. Wechselt ϑ sein Zeichen, so wechselt auch $\sin 2\vartheta$ sein Zeichen. Daraus folgt: Bildet die kristallographische Vertikalachse gleiche, aber entgegengesetzte Winkel $+\vartheta$ und $-\vartheta$ mit der Einfallsebene, so haben ψ und $\varDelta$ in beiden Lagen nicht gleiche Werte. Gleichheit träte ein, wenn man das mit $\sin 2\vartheta$ multiplizierte Glied vernachlässigen könnte. Drude kam infolge dieser Vernachlässigung zu der falschen Ansicht, der Antimonit sei optisch nicht rhombisch.

Die Regeln für die Bestimmung der Brechungsquotienten durchsichtiger Medien nach der Prismenmethode können nicht ohne weiteres auf absorbierende Medien übertragen werden.[1]) W. Voigt[2]) gibt streng gültige Formeln für die Bestimmung von $\nu\varkappa$ mit Hilfe der Ablenkung durch absorbierende Prismen. Wendet man die für durchsichtige Medien geltenden Formeln an, so ist der begangene Fehler um so geringer, je schwächer die Absorption und je spitzer der brechende Winkel ist.

Noch viel weniger genaue Werte liefert die Methode der totalen Reflexion. Sie setzt voraus, daß bei der Reflexion an einem optisch dünneren Medium die Intensität mit wachsendem Einfallswinkel sich unendlich schnell ändert, wenn man den Einfallswinkel

1) Vgl. V. v. Lang, Sitzungsber. d. Wiener Akad. d. Wiss. 1881; 84 (II), 361.

2) Über die Bestimmung der Brechungsindices absorbierender Medien. Nachr. v. d. k. Ges. d. Wiss. zu Göttingen 1884, 283 bis 294 (spez. 287 ff.).

$i_0 = \text{arc}\left(\sin\frac{\nu_1}{\nu}\right)$ überschreitet, bei welchem ν_1 der Brechungsquotient des optisch dünneren, ν derjenige des optisch dichteren Mediums ist. Bei absorbierenden Medien tritt statt dessen für einen bestimmten Einfallswinkel ein Maximum der Intensitätsänderung ein, welches mit wachsender Absorption immer mehr zurücktritt. Die für durchsichtige Medien geltende Methode der totalen Reflexion kann also nur bei sehr schwach absorbierenden Medien annähernd richtige Werte von ν liefern.

§ 71

Oberflächenfarben und optisches Verhalten einiger durch elektrische Zerstäubung erhaltener Metallniederschläge

Es ist A. Kundt gelungen [1]), Metallprismen mit äußerst kleinem brechenden Winkel herzustellen und deren Brechungsquotienten ν für weißes Licht, meist auch die Dispersion durch die Beobachtung des Ablenkungswinkels zu bestimmen. In nachfolgender Tabelle sind die Mittelwerte von ν (für rotes, weißes und blaues Licht) aus den an 7 Metallen ausgeführten Messungen zusammengestellt. Die letzte Reihe enthält für diese Metalle die Lichtgeschwindigkeiten v, welche aus den Werten für ν folgen, wenn man die Geschwindigkeit v des roten Lichtes im Silber gleich 100 setzt.

	ν			v
	rot	weiß	blau	
Silber	—	0,27	—	100
Gold	0,38	0,58	1,00	71
Kupfer	0,45	0,65	0,95	60
Platin	1,76	1,64	1.44	15,3
Eisen	1.81	1,73	1,52	14,9
Nickel	2,17	2,01	1,85	12,4
Wismut	2,61	2,26	2,13	10,3

Die Reihe der Werte v entspricht bis auf Wismut genau der Reihe des galvanischen Leitungsvermögens. Kundt sprach deshalb die Vermutung aus, daß das galvanische Leitungsvermögen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Lichtwellen großer Oszillationsdauer in den Metallen proportional ist. Da die Leitungsvermögen für Elektrizität und Wärme bei den Metallen einander angenähert proportional sind, so müsse auch eine sehr enge Be-

1) A. Kundt, Über die Brechungsexponenten der Metalle. Sitzungsber. d. Berliner Akad. d. Wiss. 1888; I, 255. Ann. d. Phys. 1888; **34**, 469.

ziehung zwischen Lichtgeschwindigkeit und Wärmeleitungsvermögen bestehen. Es bestände also eine Verwandtschaft zwischen der Bewegung des Lichtes in den Metallen, der Bewegung der Elektrizität im galvanischen Strom und der Wärme in einem Wärmestrom. Wie das galvanische Leitungsvermögen der Metalle, so ist nach Kundt[1]) auch die Lichtgeschwindigkeit v in Metallen der absoluten Temperatur umgekehrt proportional. Kundt hat „versucht, für die eben erwähnte Verwandtschaft eine Erklärung zu finden durch die Annahme, daß die Wärmeleitung in einem Metall lediglich auf Strahlung von einer Schicht zu einer benachbarten beruhe, wobei die Strahlung mit der Geschwindigkeit des Lichtes in dem betreffenden Metall erfolgt, und daß andererseits dasjenige, was wir Elektrizität nennen, in einem von einem galvanischen Strom durchflossenen metallischen Leiter sich mit der Geschwindigkeit, die das Licht in dem Metall hat, bewege".[2])

Aus den Beobachtungen von Kundt und ähnlichen Beobachtungen von H. E. J. G. Du Bois und H. Rubens[3]) sowie von D. Shea[4]) ergibt sich, daß nur Gold und Kupfer (und Blei[5]) normale Dispersion besitzen, während bei allen anderen Metallen zur kleineren Wellenlänge der kleinere Brechungsquotient gehört.

Auffallend niedrig sind die Brechungsquotienten der Metalle Kupfer (0,64), Gold (0,37), Magnesium (0,37), Silber (0,18) und Natrium (0,0045); da für diese $\nu < 1$, so ist die Lichtgeschwindigkeit in ihnen größer als im freien Äther.

Aus der Gleichung $\frac{1+\nu^2(1+\varkappa^2)-2\nu}{1+\nu^2(1+\varkappa^2)+2\nu} = \frac{J_r}{J_e}$ folgt, daß das Reflexionsvermögen groß ist, wenn $1+\nu^2(1+\varkappa^2)$ groß ist gegenüber 2ν. Dies ist in erster Linie der Fall, wenn $\varkappa$ einen großen Wert hat, wie z. B. bei den Metallen; es kann aber auch daher rühren, daß ν^2 gegenüber 2ν einen großen Wert hat, d. h. bei Werten von ν, welche wesentlich größer als 1 sind; dies ist der Fall bei Bleiglanz, PbS ($\nu_D = 4$ ca.), Antimonit, Sb_2S_3 ($\nu = 5$ ca.) (vgl. S. 333)[6]),

1) A. Kundt, Über die Änderung der Lichtgeschwindigkeit in den Metallen mit der Temperatur. Sitzungsber. d. Berliner Akad. d. Wiss. 1888; II, 1387.

2) Vgl. a. a. O. S. 271.

3) Sitzungsber. d. Berl. Akad. d. Wiss. 1890; II, 955. Ann. d. Phys. 1890; 41, 507.

4) Ann. d. Phys. 1892; 47, 177.

5) Vgl. P. Drude bei A. Winkelmann, Handb. d. Phys., 2. Aufl., 1906; 6, 1315.

6) J. Königsberger, Physik. Ztschr. 1902—1903; 4, 495.

Markasit, FeS_2 ($\nu = 3,5$)[1], Molybdänglanz, MoS_2 ($\nu = 3,7$)[1], Manganit, $MnO \cdot OH$ ($\nu = 3,0$)[1].

Da sowohl $\varkappa$ als ν mit λ sich ändern, so haben manche dieser Metalle und Erze außer dem „metallischen Glanz", welcher durch das hohe Reflexionsvermögen bedingt ist, auch eine ausgesprochene Farbe.

Die „Oberflächenfarbe" der hier genannten Metalle und Erze ist annähernd komplementär zur Farbe des durchgehenden Lichtes.

Infolge der Abhängigkeit der Reflexion von der Absorption müssen die im reflektierten Licht farbigen Metalle im durchgehenden Licht in der komplementären Farbe erscheinen. Nun ist aber der Absorptionsindex bei Metallen für alle Farben so hoch, daß sie nur in äußerst dünnen Blättchen durchscheinend werden. Dabei scheint Silber blau[2]), Gold blau bis grün (bei 0,001 mm Dicke)[3]), Kupfer grün, Eisen braun, Kobalt grau, Nickel grau mit einem Stich ins Blaue.[4])

Bei den selektiv absorbierenden Körpern wird nur ein Teil der Farben so stark absorbiert wie bei den Metallen. Das Magnesiumplatincyanür (Magnesiumtetracyanoplatinoat-Heptahydrat), $Mg(CN)_4Pt \cdot 7\,H_2O$, kristallisiert tetragonal und ist für den ordentlichen Strahl fast farblos; deshalb zeigen diese Kristalle bei senkrechter Inzidenz auf (001), wobei nur ordentliche Strahlen reflektiert werden, keine Oberflächenfarbe, wohl aber auf (100). Namentlich wenn durch einen Nicol der ordentliche Strahl beseitigt wird, erscheint hier bei Beleuchtung mit weißem Licht und bei senkrechter Inzidenz ein grüner Metallglanz infolge der stärkeren (metallischen) Reflexion der grünen Strahlen. Die Polarisationsrichtung der metallisch reflektierten Strahlen geht parallel der Polarisationsrichtung der stärker absorbierten Strahlen im Kristall. Das durchgehende Licht muß bei auffallendem weißem Licht die Komplementärfarbe des reflektierten zeigen, wenn der ordentliche Strahl absolut farblos ist. Absorbiert der Kristall aber auch den ordentlichen Strahl, wenn auch nur wenig, so wird hierdurch der Farbeneindruck des durchgehenden Lichtes mehr oder weniger geändert. Ähnlich wie das Magnesiumplatincyanür verhalten sich auch noch einige andere

---

1) J. Königsberger a. a. O.
2) Vgl. L. Foucault, Comptes rendus 1866; **63**, 413.
3) C. G. Ehrenberg, Ann. d. Phys. 1832; **24**, 40.
4) A. Kundt, ebenda 1884; **23**, 228.

Platincyanüre, welche aber optisch-zweiachsig sind.[1]) Bei manchen der von Haidinger untersuchten optisch-einachsigen Kristalle wird der ordentliche Strahl für eine gewisse Farbe metallisch reflektiert, bei anderen beide Strahlen.

Im Gegensatz zu den Körpern mit metallischer oder mit selektiver metallischer Reflexion ist die Farbe der übrigen Körper im reflektierten Lichte dadurch bedingt, daß das Licht erst eine kurze Strecke in den Körper eindringt, hierbei infolge der Absorption gefärbt und erst dann reflektiert wird. Bei diesen Körpern mit „nichtmetallischem Glanz" ist die Farbe des durchgehenden und des reflektierten Lichtes die gleiche.

Bezüglich des optischen Verhaltens der Metalle verdient noch eine weitere Beobachtung von A. Kundt besondere Erwähnung. Wird in einer Geißlerschen Röhre die Kathode bei geeigneter Stärke der elektrischen Entladung zerstäubt, so setzt sich das Metall als spiegelnde Schicht an den Rohrwänden ab. Dabei erhält die abgesetzte Metallschicht direkt unter der Kathode eine größere Dicke als seitlich davon; die Dicke des Niederschlages nimmt also von der genannten zentralen Stelle aus radial stetig ab. Bei Beobachtung eines solchen konischen Spiegels zwischen gekreuzten Nicols erscheint nun das Gesichtsfeld von einem schwarzen Kreuz durchzogen, dessen Schnittpunkt mit der dicksten Stelle des Niederschlages zusammenfällt und dessen Balken den Nicolhauptschnitten parallel gehen. Wurde eine Glasplatte zuerst, etwa auf chemischem Wege, mit einer Silberschicht überzogen, und dann durch Entladung eine konische Metallschicht niedergeschlagen, so beobachtet man im durchgehenden Lichte oder bei der Reflexion an der konischen Oberfläche wieder das schwarze Kreuz, dagegen war bei der Reflexion an der Glasseite die Erscheinung nicht sichtbar. Wurde die Glasplatte, auf welcher sich das Metall ablagern sollte, vorher mit sehr feinem Sand bestreut und dieser nachher wieder abgeschüttelt, so saß dann das Metall auf der Platte in lauter kleinen Fleckchen. Nichtsdestoweniger zeigte sich nur ein einziges, lediglich von den leeren Stellen unterbrochenes schwarzes Kreuz, dessen Schnittpunkt wie früher im Fußpunkte der Kathode lag. Wäre die Polarisation des Niederschlages auf Spannung zurückzuführen, so müßten ebenso-

1) Vgl. B. Walter, Die Oberflächen- oder Schillerfarben. Braunschweig 1895. Ferner verschiedene Arbeiten von W. Haidinger in den Ann. d. Phys. 1846 bis 1850.

viele einzelne Kreuzchen erscheinen, als Metallfleckchen vorhanden sind.

Auf solche Weise hergestellte Spiegel von Eisen oder Kupfer bleiben nach dem Erhitzen für durchgehendes Licht so lange doppeltbrechend, als die Metalle noch nicht völlig oxydiert sind. Ein Platin-Niederschlag wird auch nach dem stärksten Erhitzen wieder doppeltbrechend. Durch Zerstäuben der Kathode hergestellte Silberschichten sind im durchgehenden Lichte zum Teil blau, zum Teil rötlich-violett gefärbt. Mit der Haidingerschen Lupe untersucht, erweisen sie sich als dichroitisch, und zwar ist das Bild, dessen Polarisationsebene mit dem Radius der konischen Metallschicht zusammenfällt, hellblau, das andere rot.

A. Kundt schließt[1]) aus seinen Beobachtungen, daß die Metallteilchen sich durch irgendeine Ursache kristallinisch auf der Platte niederschlagen. Möglicherweise werde jedes Metallmolekül während seiner Bewegung durch die Elektrizität der Kathode gerichtet und in entsprechender Weise auf der Glasplatte abgesetzt.

§ 72

Isolierung bestimmter Strahlen mit Hilfe der Absorption

Die Verschiedenheit der Absorption für verschiedenartige Strahlen wurde dazu benutzt, um gewisse Strahlen aus dem gewöhnlichen weißen Lichte zu isolieren. Darauf beruht die S. 299 besprochene Verwendung der Turmalinplatte als Polarisator. In gleicher Weise kann man bei ultraroten Strahlen den Kalkspat als Polarisator verwenden (vgl. S. 312).

Auf der Abhängigkeit der Absorption von der Wellenlänge beruhen die S. 295 erwähnten Lichtfilter. Da die ultraroten Strahlen nicht durch unsere Augen, sondern die Gefühlsnerven wahrgenommen werden, so werden sie auch als Wärmestrahlen bezeichnet, unterliegen jedoch im übrigen genau den Gesetzen der sichtbaren Strahlen.

Als „integrale“ Durchlässigkeit bezeichnet man diejenige, welche sich auf einen größeren, mehr oder weniger genau umschriebenen Bereich von Wellenlängen erstreckt, während man unter „spektraler“ Durchlässigkeit diejenige versteht, welche für eine ganz bestimmte, genau definierte Wellenlänge Geltung hat.

Die integrale Absorption ist der integralen Durchlässigkeit umgekehrt proportional. Die wichtigsten Beispiele für integrale

---

1) A. Kundt, Über Doppelbrechung des Lichtes in Metallschichten, welche durch Zerstäuben einer Kathode hergestellt sind. Ann. d. Phys. 1886; **27**, 59.

Absorption sichtbarer und ultravioletter Strahlen wurde bereits früher (S. 295) besprochen.

Bezüglich der integralen Absorption von ultraroten Strahlen hat namentlich M. Melloni (geb. 11. April 1798 zu Parma, 1824 Professor der Physik an der Universität daselbst, ab 1839 Direktor des Konservatoriums der Künste und Gewerbe zu Neapel und (bis 1848) eines meteorologischen Observatoriums auf dem Vesuv; gest. 11. August 1854 zu Portici) maßgebende Beobachtungsresultate erzielt.[1])

Solche Körper, welche hauptsächlich die Wärmestrahlen absorbieren, werden von Melloni „atherman" genannt. Zu diesen gehört namentlich der Alaun in fester Form (als Kristall); er kann also in fester (weniger in gelöster) Form als Filter verwendet werden, wo man die Wärmestrahlen unschädlich machen will. Andere Körper, wie KCl, NaCl, AgCl u. a., lassen die Wärmestrahlen in größerem Maße durch und werden deshalb als „diatherman" bezeichnet. Beim Steinsalz beschränkt sich bis zu sehr großen Wellenlängen der Energieverlust fast nur auf die Reflexion an der Eintritts- und Austrittsfläche und beträgt im ganzen etwa 8 % der auffallenden Energie. Will man speziell Versuche über Wärmestrahlen anstellen, so müssen Prismen, Linsen usw. aus diathermanen Körpern hergestellt werden.

Bei Gläsern fand Melloni eine große Verschiedenheit der Durchlässigkeit für Wärmestrahlen je nach der ausstrahlenden Wärmequelle, d. h. je nach der Wellenlänge der ausgestrahlten Wärme. Bei einer Dicke von 1 mm war die Durchlässigkeit („Diathermansie") 31 %, wenn die Wärmequelle eine Platinspirale war, welche durch eine Weingeistflamme glühend erhalten wurde, dagegen nur 9 %, wenn ein Kupferhut auf etwa 400° erhitzt wurde. Ähnlich wie die Gläser verhalten sich Quarz, Flußspat, Kalkspat u. a.

R. Franz[2]) teilte das sichtbare Sonnenspektrum in sechs Zonen und schloß daran noch fünf ebensogroße Zonen des ultraroten Spektrums. Er untersuchte die Durchlässigkeit des Wassers für bestimmte Zonen des sichtbaren und ultraroten Sonnenspektrums. Wasser absorbierte von den violetten Strahlen nur etwa 10 %, von den Strahlen der äußersten ultraroten Zone 100 %.

---

1) Ann. de chim. et de phys. der Jahre 1831 bis 1839. — Ann. d. Phys. der Jahre 1832 bis 1853.

2) Ann. d. Phys. 1855; **94**, 337. 1857; **101**, 46.

Auch die spektrale Absorption bei der Reflexion des Lichtes hat man zur Isolierung bestimmter Wellen benutzt. Läßt man weißes Licht wiederholt an Flächen der gleichen Substanz reflektieren, so bleibt schließlich nur diejenige Farbe übrig, für welche die Substanz das größte Reflexionsvermögen besitzt. Nach fünfmaliger Reflexion an Sylvin wurde aus weißem Auerlicht ein „Reststrahl" von $\lambda = 0{,}0611\,\mathrm{mm} = 61\,100\,\mu\mu$ isoliert, welcher die größte Wellenlänge besitzt, die man bisher an Lichtquellen nachweisen konnte.[1])

Beim Quarz erhielt H. Rubens[2]) Reststrahlen
mit den Wellenlängen . . . . $8\,500\,\mu\mu$, $9020\,\mu\mu$, $20\,750\,\mu\mu$,
beim Steinsalz[3]) . . . . $51\,200\,\mu\mu$,
beim Flußspat[4]) . . . . $24\,000\,\mu\mu$ und $31\,600\,\mu\mu$.

§ 73

Beziehungen zwischen Absorption und Dispersion

Nach der Dispersionsformel $\nu = A + \frac{B}{\lambda^2}$ wird der Brechungsquotient ν größer, wenn λ kleiner wird. Nun beobachteten jedoch F. P. Le Roux[5]) bei Joddämpfen und C. Christiansen[6]) bei Fuchsin, daß diese Regel nicht allgemein gültig sei. Entwirft man nach A. Kundt[7]) etwa mit einem Flintglasprisma, dessen brechende Kante horizontal gehalten wird, ein schmales vertikales Spektrum auf einem Projektionsschirm und beobachtet dieses Spektrum mit einem zweiten Prisma, dessen brechende Kante vertikal gehalten wird, so lenkt dieses die Farben des ersten Prismas nochmals, aber in horizontalem Sinne ab. Das Spektrum erscheint dann als eine schräge Linie. Sind beide Prismen von gleicher Art, so ist die Linie gerade, sind sie von verschiedener Art, so ist die Linie krumm,

---

1) Die verwendbaren (ultravioletten, sichtbaren und ultraroten) Strahlen umfassen demnach ein Intervall von $100\,\mu\mu$ bis $60000\,\mu\mu$.

2) H. Rubens u. E. F. Nichols, Ann. d. Phys. 1897; **60**, 418 (spez. 432).

3) H. Rubens u. E. Aschkinass, ebenda 1898; **65**, 241 (spez. 254).

4) H. Rubens, ebenda 1899; **69**, 576. — Nach einer späteren Arbeit von Rubens (Physikal. Zeitschr. 1902—1903; **4**, 726) ergeben sich die Reststrahlen beim Quarz für 9 bis $10\,\mu$, beim Flußspat für ca. $30\,\mu$, beim Steinsalz für ca. $60\,\mu$, beim Sylvin für angenähert $70\,\mu$.

5) Comptes rendus 1862; **55**, 126.

6) Ann. d. Phys. 1870; **141**, 479. 1871; **143**, 250. 1872; **146**, 154.

7) Ebenda 1871 und 1872; **142**, **143**, **144**, **145**.

wenn die kürzeren Wellen im zweiten Prisma zwar stärker, aber in anderer Weise abgelenkt werden wie im ersten; die Linie ist in zwei oder mehrere Teile aufgelöst, wenn die kürzeren Wellen nicht an allen Stellen des Spektrums stärker abgelenkt werden als die längeren. Mit Hilfe dieser Methode der „Spektren gekreuzter Prismen“ fand Kundt, daß alle Körper mit Oberflächenfarben in den Spektralgebieten mit starker Absorption und Reflexion kein regelmäßiges Spektrum zeigen, und daß der Brechungsquotient jedesmal stark zunimmt, wenn man sich vom roten Ende des Spektrums her einem Absorptionsstreifen nähert, und stark abnimmt, wenn man sich vom violetten Ende her dem Absorptionsstreifen nähert. Wird ν kleiner, wenn λ kleiner wird, so heißt die Erscheinung „anomale Dispersion“.

J. Boussinesq zog (1867) zur Erklärung der Lichterscheinungen auch Schwingungen der Körpermoleküle mit in Rechnung und nahm an, daß das abweichende optische Verhalten der Kristalle gegenüber dem der isotropen Körper nur gering sei.

W. Sellmeier[1]) (Zollinspektor in Neu-Britz bei Rixdorf unweit Berlin) setzte voraus, daß die ponderablen Moleküle gewisse „Eigenschwingungen“ auszuführen fähig seien, und daß sie tatsächlich in Mitschwingung versetzt würden, wenn sie von einer Schwingung getroffen würden, deren Schwingungsdauer ihrer Eigenschwingung nahe kommt.

H. v. Helmholtz setzte (1874) die Wechselwirkung zwischen Äther und Molekülen proportional ihrer relativen Entfernung und nahm an, daß die letzteren nach festen Ruhelagen zurückgezogen würden, während E. Ketteler den Einfluß des Äthers auf die Schwingungen der Moleküle mit dem Einflusse der Luft auf die Bewegungen des Pendels vergleicht.

In der Ketteler-Helmholtzschen Dispersionsformel: $\nu^2 = 1 + \Sigma \frac{m_k \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_k^2}$ bezeichnet ν den Brechungsquotienten einer Substanz für Strahlen von beliebiger Wellenlänge λ, während λ_k die Wellenlängen der Eigenschwingungen der Substanz und m_k sonstige Konstanten darstellen. Bei farblos durchsichtigen Körpern muß man annehmen, daß die Dauer der Eigenschwingungen der Substanz außerhalb der Schwingungsdauer der sichtbaren Strahlen liegen. Fig. 277 zeigt nach F. F. Martens den Verlauf von ν für eine Substanz, bei

1) Ann. d. Phys. 1871 und 1872; **143**, **145**, **147**.

welcher $\lambda_1 = 0{,}300\,\mu$, $\lambda_2 = 1{,}500\,\mu$, $m_1 = 0{,}800$, $m_2 = 2{,}500$; für $\lambda = 0$ wird $\nu = 1$.

Ist nur eine Eigenschwingung zu berücksichtigen, dann wird $\nu^2 = 1 + \frac{m'\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda'^2}$. Bei den meisten Substanzen sind aber noch andere Eigenschwingungen im Ultravioletten vorhanden, deren Wellenlänge λ'' jedesmal gegen die zu beobachtende Wellenlänge λ so klein ist, daß das Glied $\frac{m''\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda''^2}$ für das Gebiet der in Frage kommenden Brechungsquotienten als konstant angesehen werden kann. Setzt man in diesem Falle m statt m'', dann lautet die Dispersionsformel: $\nu^2 = m + \frac{m'\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda'^2}$. Diese Formel stellt die Brechungsquotienten fast aller durchsichtigen Substanzen im sichtbaren Gebiete befriedigend dar. Liegt aber außerdem noch eine Eigenschwingung im Ultraroten, so muß noch ein weiteres Glied $k = \frac{m''}{\lambda''^2}$ hinzugefügt werden, so daß dann wird: $\nu^2 = m + \frac{m'\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda'^2} - k\lambda^2$.

Fig. 277
Abhängigkeit des Brechungsquotienten ν von der Wellenlänge λ.
Nach F. F. Martens

Die Erfahrung hat gelehrt, daß die Körper für die Wellenlängen λ_k, welche als Konstanten in ihrer Dispersionsformel auftreten, ein annähernd ebenso großes Reflexions- und Absorptionsvermögen besitzen, wie die Metalle für die sichtbaren Strahlen. Man nennt deshalb die Stellen des Spektrums, welche diesen Wellenlängen entsprechen, „Streifen metallischer Absorption“ oder „metallischer Reflexion“; hierzu gehören auch die vorhin erwähnten Reststrahlen.

Wenn λ einem der Werte λ_k[1]) gleich wird, so verliert die Dispersionsformel ihre Bedeutung. Die Fig. 278 stellt nach den Beobachtungen von Ketteler den Brechungsquotienten ν und den Absorptionsindex $\varkappa$ in der Nähe eines Absorptionsgebietes als Funktion

1) Nach F. F. Martens, Über die Dispersion ultravioletter Strahlen. Ann. d. Phys. 1901; 6, 603. Auszug Ztschr. f. Krist. 1903; 37, 521.

der Schwingungsdauer τ dar. Nähert man sich von der Seite der kleineren Wellenlängen her (in der Figur von links nach rechts) dem Absorptionsgebiet, so fällt zunächst der Wert von ν, steigt dann plötzlich und fällt darauf wieder.

Dieselbe Beziehung zwischen den Brechungsquotienten und dem Absorptionsstreifen ergibt sich aus den Beobachtungen von S. Boguslawski am Yttrium- und am Magnesiumplatincyanür. A. Kundt[1]) beobachtete bereits das starke Ansteigen des einen Brechungsquotienten von Magnesiumplatincyanür vom Roten nach dem Gelben hin. W. König[2]) machte die gleiche Beobachtung bezüglich des Yttriumplatincyanürs. S. Boguslawski[3]) fand für die Konstanten $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{a}'$, ν, $\nu\varkappa$ des ordentlichen und des außerordentlichen Strahles beim Magnesiumplatincyanür folgende zusammenhängende Werte:

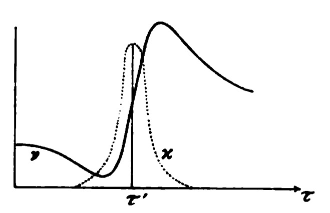


Fig. 278
Den Beobachtungen von Ketteler entsprechende Abhängigkeit des Brechungsquotienten ν und des Absorptionsindex $\varkappa$ von der Schwingungsdauer τ.
Nach P. Drude

λ	$\mathfrak{a}_o$	$\mathfrak{a}_o'$	ν_o	$\nu_o \varkappa_o$	$\bar{\mathfrak{a}}_e$	$\bar{\mathfrak{a}}_e'$	$\bar{\nu}_e$	$\bar{\nu}_e \bar{\varkappa}_e$
670 $\mu\mu$	0,427	0,000	1,530	0,000	0,254	0,000	1,984	0,000
600 „	0,431	0,000	1,523	0,000	0,236	0,005	2,058	0,021
550 „	0,432	0,003	1,521	0,005	0,068	0,062	3,073	1,189
500 „	0,473	0,000	14,54	0,000	— 0,088	0,174	1,200	1,953
475 „	0,509	0,000	1,402	0,000	— 0,199	0,468	0,768	1,130
450 „	0,553	0,000	1,345	0,000	0,639	1,552	0,679	0,404

„Die Dispersion des ordentlichen Strahles ist mäßig und anomal“; ganz anders verhält sich der zweite Hauptbrechungsquotient; dieser nimmt mit abnehmender Wellenlänge zunächst stark zu, erreicht ein Maximum bei etwa 550 $\mu\mu$ und fällt dann wieder steil ab. Der entsprechende Hauptabsorptionskoeffizient fängt mit dem Werte 0 an, wächst dann stetig bis zu einem sehr hohen Maximum bei etwa 515 $\mu\mu$, um dann wieder abzunehmen. Den Verlauf des Brechungsquotienten $\bar{\nu}_e$ und des Absorptionskoeffizienten $\nu \bar{\varkappa}_e$ der außerordentlichen Schwingung stellt Fig. 279 dar.

1) Ann. d. Phys. 1871; **143**, 259 ff. (spez. 267).
2) Ebenda 1883; **19**, 491.
3) a. a. O. S. 47.

Für das Yttriumplatincyanür fand Boguslawski folgende Konstanten:

λ	a_1	a_2	a_3	a_3'	ν_1	ν_2	ν_3	$\nu_3 x_3$
589 $\mu\mu$	0,3945	0.3908	0,0563	—	1,5921	1,5997	4,205	—
500 "	0 346	0,314	−0,109	0,538	1,70	1,78	0,845	1,05
460 "	—	—	—	0,511	—	—	—	—
436 "	0,3855	0.3820	3,958	0,150	1,6106	1,6181	0,5009	0,0095
425 "	—	—	—	0,023	—	—	—	—

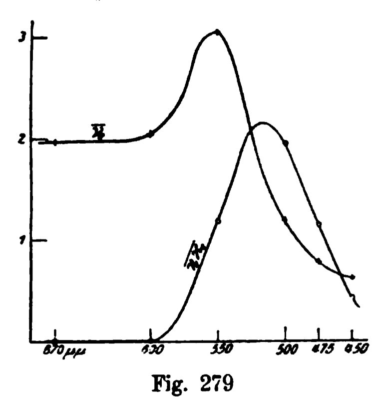


Fig. 279

Abhängigkeit des Brechungsquotienten und des Absorptionskoeffizienten für die außerordentliche Welle von der Wellenlänge beim Magnesiumplatincyanür. Nach S. Boguslawski

Hier steigt ν_3 in der Nähe des Absorptionsstreifens sogar bis zum Werte 4,205.

Der negative Wert von a für einige Wellenlängen beim Magnesiumplatincyanür kommt daher, daß für diese $\varkappa > 1$ ist, da $a = \frac{1 - \varkappa^2}{\nu^2(1 + \varkappa^2)^2}$.

Yttriumplatincyanür ist bei 454 $\mu\mu$ merklich optisch-einachsig; für größere Wellenlängen ist (010), für kleinere (100) Ebene der optischen Achsen.

Das Wasser hat ein Gebiet starker Eigenschwingungen im Ultraroten, welches auch sein großes Absorptionsvermögen für Wärmestrahlen erklärt.

H. Rubens[1]) und F. Paschen[2]) untersuchten namentlich die Brechung von Mineralien im Ultraroten, F. F. Martens[3]) im Ultravioletten.

Steinsalz, NaCl, ist durchsichtig von 185 $\mu\mu$ bis 20,75 μ. Setzen wir $\nu^2 = m - \frac{m'\lambda^2}{\lambda'^2 - \lambda^2} - \frac{m''\lambda^2}{\lambda''^2 - \lambda^2} - \frac{m'''\lambda^2}{\lambda'''^2 - \lambda^2} - k\lambda^2$, so ist für Steinsalz

$m = 1{,}155992$ $\qquad k = 0{,}000309178$

$m' = 0{,}855461$ $\qquad \lambda' = 0{,}110725\,\mu$ (ber., von Na herrührend)

$m'' = 0{,}317791$ $\qquad \lambda'' = 0{,}156320\,\mu$ (ber., von Cl)

$m''' = 1{,}620760$ $\qquad \lambda''' = 51{,}2000\;\mu$ (beob.)

$\Sigma m = 3{,}950004.$

1) Ann. d. Phys. 1894; **53**, 267. 2) Ebenda S. 301 u. 337.
3) Verh. d. D. Phys. Ges. 1901; **3**, 31. — Ann. d. Phys. 1901; **6**, 603. 1902; **8**, 459.

Der Faktor k ist durch einen Streifen bei $\lambda'''' = 87{,}0\,\mu$ bedingt.

Für Sylvin, KCl, ist:

$m = 1{,}258410$
$m' = 0{,}672011$ $\quad\lambda' = 0{,}115265\,\mu$ (ber., von K)
$m'' = 0{,}244603$ $\quad\lambda'' = 0{,}160730\,\mu$ (ber., von Cl)
$m''' = 1{,}933430$ $\quad\lambda''' = 61{,}1000\,\mu$ (beob.)[1]

$\Sigma m = 4{,}10845.$

Für Flußspat, CaF_2, ist:

$m = 1{,}361140$
$m' = 0{,}677860$ $\quad\lambda' = 0{,}0950790\,\mu$ (ber.)
$m'' = 0{,}160020$ $\quad\lambda'' = 24{,}0000\,\mu$ (beob.)
$m''' = 0{,}193620$ $\quad\lambda''' = 31{,}6000\,\mu$ (beob.)
$m'''' = 4{,}527470$ $\quad\lambda'''' = 40{,}52605\,\mu$ (ber.)

$\Sigma m = 6{,}920110.$

Für Diamant, C, ist:

$m = 1{,}8755$
$m' = 3{,}7905$ $\quad\lambda' = 0{,}12456\,\mu$

$\Sigma m' = 5{,}6660.$

Für den ordentlichen Strahl des Quarzes, SiO_2, wird[2]:

$m = 1{,}40090$
$m' = 0{,}95650$ $\quad\lambda' = 0{,}10495\,\mu$ (ber.)
$m'' = 0{,}60587$ $\quad\lambda'' = 8{,}85\,\mu$ (beob. als Reststrahl)
$m''' = 1{,}37721$ $\quad\lambda''' = 20{,}75\,\mu$ (beob. als Reststrahl)

$\Sigma m = 4{,}340.$

Für geschmolzenen Quarz wird[3]:

$m = 1{,}36112$ $\quad k = 0{,}01350$
$m' = 0{,}74655$ $\quad\lambda' = 0{,}107044\,\mu.$

Bei 4,75 hört die Durchlässigkeit des Quarzes für beide Strahlen fast völlig auf, außerdem liegt bei 2,90 μ ein Absorptionsstreifen für den ordentlichen Strahl. Bei 185 $\mu\mu$ ist Quarz noch durchlässig.

Calcit, $CaCO_3$, hat Eigenschwingungen des ordentlichen Strahls im Ultravioletten bei 0,110 μ (Ca) und bei 0,157 μ (CO_3), ferner im Ultraroten bei 2,44 μ und bei 2,74 μ; für den außerordentlichen

---

1) Vgl. auch S. 342, Fußnote 4.

2) F. F. Martens bei A. Winkelmann, Handb. d. Phys., 2. Aufl., 1906; 6. 622.

3) Ebenda S. 643.

Strahl liegen Eigenschwingungen bei 0,107 μ, 3,28 μ, 3,75 μ, 4,66 μ. Durchlässig ist der Calcit für den ordentlichen Strahl von 0,200 μ bis 3,1 μ, für den außerordentlichen bis 5,5 μ.

D. Das optische Verhalten heterogener Medien

§ 74

Aggregatpolarisation

Es wurde bereits im ersten Teile (S. 188) darauf hingewiesen, daß scheinbar homogene Kristalle im polarisierten Lichte sich sehr häufig als Aggregate, also als heterogene Körper zu erkennen geben. Haben zwei unmittelbar nebeneinander liegende Kristalle oder Kristallfragmente ungleiche Brechungsverhältnisse oder auch nur ungleiche optische Orientierung (Fig. 280), so können sie im durchgehenden einfarbigen Lichte zwischen gekreuzten Nicols nicht gleich hell, im weißen Lichte bei nicht zu großer Dicke nicht gleich gefärbt erscheinen. Die Homogenitätsgrenze wird namentlich dann auffallend, wenn der eine Teil durch Drehung dunkel gestellt wird; der andere Teil bleibt dann im allgemeinen hell, und wenn bei weiterer Drehung dieser letztere dunkel geworden ist, dann ist wieder der erstere hell. Ein vollständig regelloses Aggregat von Kristallen und Kristallkörnern bilden diejenigen eruptiven Gesteine, welche schon tief unter der Erdoberfläche erstarrten und deshalb Tiefengesteine genannt werden. Temperatur und Druck änderten sich bei diesen Massen während der Kristallisation nur allmählich, sodaß die einzelnen Mineralien relativ große Volumina einnehmen, während dasselbe Gesteinsmagma, wenn es an der Erdoberfläche (als Ergußgestein) erstarrt, sehr rasch kristallisiert und deshalb ein sehr feinkörniges oder dichtes Gestein liefert. In vielen Fällen erscheint dann das Gestein im gewöhnlichen Lichte beobachtet homogen, während es sich im polarisierten Lichte als Aggregat erweist.



Fig. 280
Kaliumsulfat. Sechsling. Platte senkrecht zur Zwillingsebene im senkrecht einfallenden weißen Lichte zwischen gekreuzten Nicols. Nach Hauswaldt

Manche Kristalle, namentlich vom Quarz, welche einem stärkeren Gebirgsdruck ausgesetzt gewesen waren, zeigen zwischen gekreuzten Nicols keine gleichmäßige und vollkommene Auslöschung. Weil die kleinsten Teile des Kristalls durch den Druck unregelmäßig gegeneinander verschoben sind, lagert sich über das Ganze ein unregelmäßig verteilter welliger Schatten, welcher beim Drehen des Objektes ebenso unregelmäßig wechselt. Die Erscheinung wird als „undulöse Auslöschung" bezeichnet.

Häufig vereinigen sich Kristalle derart, daß sie in Form von dünnen Prismen oder Fasern sich um einen gemeinsamen Mittelpunkt legen und von hier aus entweder nur in der Ebene der Unterlage oder allseitig in den Raum strahlenförmig hinauswachsen. Solche Gebilde werden „Sphärokristalle" genannt. Machen wir zunächst die einfachste Annahme, die einzelnen Fasern seien optisch-einachsig und die optische Achse sei parallel zur Längsrichtung. Nehmen wir ferner an, die Kristalle 1 und 3 (Fig. 281) seien parallel und zu den einander parallelen Kristallen 2 und 4 senkrecht und es seien nur Kristallfasern in der Ebene der Zeichnung vorhanden. Bringt man das Aggregat im parallelen Lichte zwischen zwei senkrecht gestellte Nicols, so erscheinen die vier genannten Kristalle dunkel, wenn ihre Längsrichtung zu den Nicolhauptschnitten parallel oder senkrecht steht. Dreht man das Aggregat, so kommen immer wieder andere, z. B. die in Fig. 281 nicht mit Ziffern bezeichneten Kristalle in die gleiche Lage zu den Nicolhauptschnitten. Das Aggregat ist deshalb bei jeder Orientierung von einem dunklen Kreuz durchzogen, welches den beiden Nicolhauptschnitten parallel geht, während die zwischenliegenden vier Felder hell sind. Erfüllen die einzelnen Fasern nicht die genannte Voraussetzung, liegt vielmehr die Auslöschungsrichtung schief zur Längsrichtung der einzelnen Fasern, dann steht das dunkle Kreuz zu den Hauptschnitten der Nicols schief.

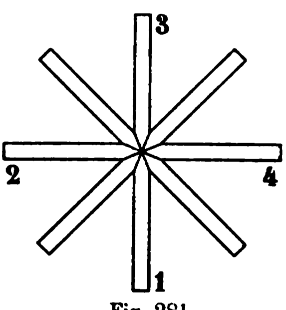


Fig 281
Strahlenförmiges Kristall-aggregat

Strahlen die einzelnen Kristalle allseitig in den Raum und ist die Achse des Beobachtungsrohres auf das Zentrum des Aggregates gerichtet, so fallen in diese Richtung nur Kristalle, deren Längsrichtung ebenfalls der betreffenden Achse parallel geht; sind diese Kristalle optisch-einachsig, dann ist die betreffende Stelle des Gesichts-

feldes zwischen gekreuzten Nicols dunkel. Beobachtet man von hier aus mehr nach dem Rande, so kommen Kristalle zur Geltung, welche immer mehr geneigt gegen die Beobachtungsrichtung sind. Für diese



Fig. 282
Hippursäure. Aggregatpolarisation. Interferenzkreuze im senkrecht eintretenden parallelen Lichte zwischen gekreuzten Nicols.
Nach Hauswaldt

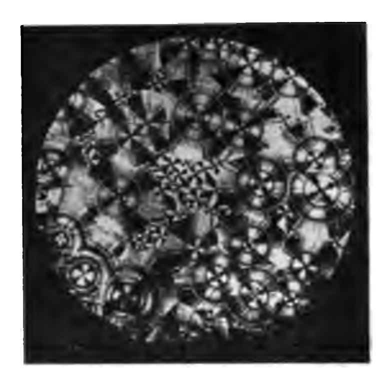


Fig. 283
Cinchonidin. Aggregatpolarisation. Interferenzkreuze im senkrecht eintretenden parallelen Lichte zwischen gekreuzten Nicols.
Nach Hauswaldt



Fig. 284
Kupfersulfat. Aggregatpolarisation. Interferenzkreuze im senkrecht eintretenden parallelen Lichte zwischen gekreuzten Nicols.
Nach Hauswaldt

Richtung kommen also Interferenzen von Lichtstrahlen in Betracht, deren Gangunterschied mit wachsender Entfernung von der Mitte zunimmt. Es treten deshalb im einfarbigen parallelen Lichte helle und dunkle, im weißen Lichte verschieden gefärbte Ringe auf, welche von dem schwarzen Kreuz durchzogen sind. Die Erscheinung ist ähnlich derjenigen optisch-einachsiger Platten senkrecht zur Basis im konvergenten Lichte. Verschiebt man aber das Aggregat, so wandert das dunkle Achsenkreuz mit, weil sein Schnittpunkt an das Zentrum des Aggregates gebunden ist.

Noch abwechslungsreicher wird das Bild, wenn der Sphärokristall eine schalige und jede Schale wieder eine faserige Struktur besitzt, und derartige Sphärokristalle in größerer Anzahl nebeneinander liegen (vgl. Figg. 282, 283, 284).

Die bei Beobachtungen im polarisierten Lichte auftretende Verschiedenheit der Helligkeit bzw. Farbe ist ein sehr geeignetes Mittel, um Inhomogenitäten als Folge von Zwillingslamellierung oder



Fig. 285. Beryll von Nertschinsk. Platte parallel zur optischen Achse zwischen gekreuzten Nicols im einfarbigen, senkrecht einfallenden Lichte; Diagonalstellung; Schichten parallel zur Basis; wirksame Wellenlängen der Lichtquelle 550—590 $\mu\mu$.
Nach Hauswaldt



Fig. 286
Amethyst. Platte senkrecht zur optischen Achse im senkrecht einfallenden weißen Lichte zwischen gekreuzten Nicols.
Nach Hauswaldt



Fig. 287
Ferrocyankalium. Interferenzerscheinung durch Kreuzung von verschieden orientierten Platten im senkrecht einfallenden Lichte zwischen gekreuzten Nicols.
Präparat von R. Brauns (Opt. Anom. S. 60 und 61).
Nach Hauswaldt

von schichtenartigem Bau nachzuweisen, auch wenn Beobachtungen im gewöhnlichen Lichte davon keine Andeutung geben (vgl. Figg. 285 bis 291).

Wie die Eruptivgesteine zeigen auch manche kristallinische Flüssigkeiten im parallelen polarisierten Lichte Aggregat-

struktur (Fig. 292). Nach D. Vorländer[1]) sind „die Achsenbilder der Flüssigkeiten im konvergenten polarisierten Licht nicht nur in einfachen Grundformen, sondern auch in komplizierteren

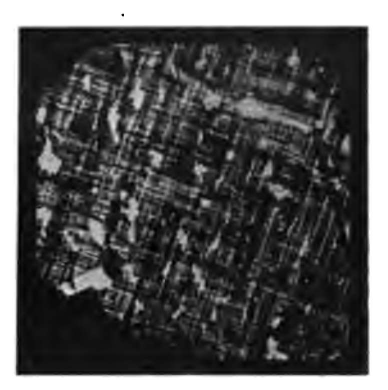


Fig. 288
Mikroklin von Miask (Ilmengebirge).
Schnitt parallel zu P (001)
im senkrecht einfallenden Lichte
zwischen gekreuzten Nicols.
Nach Hauswaldt



Fig. 289
Boracit. Dodekaeder vom Kalkberg bei Lüneburg, Prov. Hannover. Schnitt parallel einer neg. Tetraederfläche. Dünnschliff im senkrecht einfallenden Lichte zwischen gekreuzten Nicols.
Nach Hauswaldt



Fig. 290
Granat von San Marco (Peru).
Schnitt durch Dodekaeder parallel einer Dodekaederfläche im senkrecht einfallenden Lichte zwischen gekreuzten Nicols. Dodekaederstruktur und zonarer Bau.
Nach Hauswaldt



Fig. 291.
Leucit vom Vesuv (1855).
Schnitt parallel einer Hexaederfläche. Dünnschliff im senkrecht einfallenden Lichte zwischen gekreuzten Nicols.
Nach Hauswaldt

1) Ztschr. f. phys. Chemie 1906; **57**, 357. 1907; **61**, 166. — Ber. d. D. Chem. Ges. 1907; **40** und 1908; **41**. Ferner: Kristall. flüssige Substanzen. Monographie. Stuttgart 1908.

Figuren identisch mit denen fester Kristalle. Jedoch fehlt den flüssigen Formen die größere Mannigfaltigkeit: die flüssigen doppeltbrechenden Kristalle haben sich sämtlich als optisch-einachsig erwiesen, und zwar ebensowohl bei sehr zähen Flüssigkeiten und Harzen, als bei leicht beweglichen Flüssigkeiten. Auch dann, wenn bei der gleichen Substanz die kristallinisch festen Formen optisch-zweiachsig, z. B. rhombisch und monoklin sind, entstehen beim Übergang in den kristallinisch flüssigen Zustand optisch-einachsige Kristalle." „Wesentlich für die Beobachtung ist die Fähigkeit der flüssigen Kristalle zur Aufrichtung, d. h. Senkrechtstellung der Hauptachse zur Fläche der Unterlage. Die Aufrichtung geschieht von selbst beim Wachsen der flüssigen Kristalle auf einer Fläche oder zwischen zwei planen Flächen. Künstlich kann die Aufrichtung durch Verminderung der Schichtdicke oder durch Schieben des Deckglases herbeigeführt werden." „Während die flüssigen Kristalle in dickeren Schichten unter dem Einfluß des Druckes gewöhnlich geknickt und winkelförmig gekrümmt werden, findet man unter anderen Bedingungen von Druck und Spannung den Übergang in zweiachsige Formen." [1])



Fig. 292
Aggregatpolarisation kristallinischer Tropfen ohne Deckglas im parallelen Lichte zwischen gekreuzten Nicols.
Nach Vorländer und Hauswaldt

§ 75

Überlagerung von Kristall-Lamellen in verschiedener Orientierung

Fällt ein nach OP linear polarisierter Lichtstrahl, dessen Amplitude auf der Geraden OP durch die Strecke zwischen O und dem Schnittpunkte der beiden gestrichelten Linien gegeben ist, auf eine Kristallplatte, deren Schwingungsrichtungen Ox und Oy sind (Fig 293), so sind Ox_1 und Oy_1 die Amplituden der beiden Schwingungen in der Platte, und es erleidet dabei die eine

1) D. Vorländer und H. Hauswaldt, Achsenbilder flüssiger Kristalle. Nova Acta; Abh. d. Kais. Leop. Carol. Deutschen Akad. d. Naturf. 1909; **90**, 107 ff.

Schwingung gegen die andere eine Phasendifferenz $\varDelta$, welche proportional der Plattendicke ist. Beim Austritt aus der Platte setzen sich die beiden Komponenten wieder zu einer einzigen Schwingung zusammen, welche aber im allgemeinen elliptisch polarisiert ist; die beiden Hauptachsen der Schwingungsellipse stehen im allgemeinen zu den Richtungen x, y und P schief; die Neigung der großen Ellipsenachse hängt von der Neigung OP zu Ox und von der in der Kristallplatte entstehenden Phasendifferenz $\varDelta$ ab (vgl. S. 254). Damit das aus einer Kristallplatte austretende Licht durch einen Analysator ausgelöscht werden kann, muß es vor dem Eintritt in die Kristallplatte auf irgendeine Weise linear polarisiert werden. Kommt ein Lichtstrahl auf eine Kristallplatte nicht etwa aus einem Polarisator, sondern aus irgendeiner Kristallplatte, so fällt auf eine darüber liegende zweite Kristallplatte im allgemeinen nicht linear, sondern elliptisch polarisiertes Licht, und dieses kann dann durch einen Analysator in keiner Lage ausgelöscht werden. Nur wenn die Hauptschwingungsrichtungen der beiden Platten parallel bzw. senkrecht zueinander liegen, verhält sich das Plattenpaar wie eine einheitliche Platte und das durch beide Platten gegangene Licht kann dann durch geeignete Drehung des Plattenpaares zwischen gekreuzten Polarisatoren ausgelöscht werden.

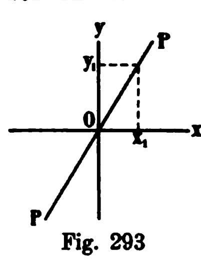


Fig. 293

Ist eine Kristallplatte sehr dünn, so hat die in ihr erzeugte Phasendifferenz $\varDelta$ einen entsprechend kleinen Wert, und dann haben auch die Amplitude der kleinen Achse der Schwingungsellipse sowie die Neigung $d\omega$ der großen Ellipsenachse gegen die Schwingungsrichtung des einfallenden, linear polarisierten Strahles, welche also die Drehung des einfallenden Lichtes in der Schicht darstellt, nur einen geringen Betrag.

E. Mallard löste[1]) die allgemeine Aufgabe, den Durchgang eines geradlinig schwingenden Strahles durch eine Anzahl aufeinander geschichteter sehr dünner Kristallblättchen, ein sog. Paket, zu verfolgen. Es seien:

λ die Wellenlänge des auffallenden Strahles in Luft,

ε die Dicke eines Kristallblättchens,

1) Ann. des mines 1876; **10**, 60. 1881; **19**, 256. — Bull. d. l. soc. franç. d. min. 1881; **4**, 71. — Traité de Crist. 1884; II, 262. — Vgl. auch L. Sohncke, Ztschr. f. Krist. 1891; **19**, 546ff.

δ die Phasendifferenz, welche der eine der beiden durch Doppelbrechung entstandenen Strahlen gegen den anderen erleiden würde, wenn das Blättchen die Dicke 1 hätte,

$\Delta = \varepsilon\delta$ die beim Durchlaufen des Blättchens wirklich eintretende Verzögerung,

γ der Winkel, welchen die große Achse einer einfallenden, sehr schwach elliptischen Welle mit einer der beiden Auslöschungsrichtungen im Kristallblättchen macht,

u die kleine Halbachse der auf das Kristallblättchen einfallenden, schwach elliptisch polarisierten Welle, wobei angenommen werde, daß u gegen die große Halbachse, welche gleich 1 gesetzt wird, nur eine kleine Größe sei.

Die Änderung von u beim Durchgange durch das Kristallblättchen ist dann $du = \frac{\pi}{\lambda} \Delta \sin 2\gamma$;

die Drehung, welche dabei die große Achse der Schwingungsellipse erfährt, ist $d\omega = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \left(u + \frac{du}{2}\right) \cos 2\gamma$.

Wird ε als eine kleine Größe erster Ordnung angesehen, so ist dies auch $\Delta = \varepsilon\delta$, also ist dann auch du eine kleine Größe erster Ordnung, während $d\omega$, da es die beiden kleinen Größen Δ und u bzw. Δ und du als Produkt enthält, eine kleine Größe zweiter Ordnung ist.

Besteht ein Paket aus x sehr dünnen Kristallblättchen, deren eine Schwingungsrichtung gegen die große Achse der auffallenden Schwingungsellipse den Winkel γ bildet, dann ist der Wert der kleinen Ellipsenachse nach dem Durchgange durch das Paket: $dU = \frac{\pi}{\lambda} \Sigma_p \Delta_p \sin 2\gamma_p$, und die Drehung der großen Ellipsenachse ist: $d\Omega = \frac{2\pi}{\lambda} \Sigma_p \left(u_p + \frac{du_p}{2}\right) \Delta_p \cos 2\gamma_p$.

Hier bedeutet γ_p den Winkel, den die große Achse der auf das p^{te} Blättchen einfallenden elliptischen Schwingung mit dem maßgebenden Hauptschnitt dieses p^{ten} Blättchens einschließt.

Mallard gab für dU und $d\Omega$ die in Fig. 294 wiedergegebene geometrische Darstellung.

Gegen die Abszissenachse OV unter $2\gamma_1$ geneigt trage man eine Strecke $\overline{O1}$ auf, deren Länge proportional mit $\frac{\Delta_1}{dE}$, wobei dE die Gesamtdicke des Paketes bedeutet; daran anschließend die

Strecke $\overline{12}$ von der Länge $\frac{\Delta_2}{dE}$ und gegen OV unter $2\gamma_2$ geneigt usw. Hierbei bedeutet γ_p, wie vorhin angegeben, den Winkel, welchen die auf das p^{te} Blättchen einfallende große Achse der Schwingungsellipse mit der gewählten Hauptauslöschungsrichtung des p^{ten} Blättchens bildet; γ_{p+1} ist der Winkel zwischen der großen Achse der aus p austretenden Ellipse mit der betreffenden Auslöschungsrichtung im $p+1^{ten}$ Blättchen; da die einzelnen Blättchen nur sehr dünn sind, so ist, wie erwähnt, die Änderung der Schwingungsrichtung in jedem einzelnen Blättchen nur eine kleine Größe zweiter Ordnung, und deshalb ist $\gamma_p - \gamma_{p+1}$ gleich der Neigung, welche die entsprechenden Auslöschungsrichtungen der Blättchen miteinander einschließen. Der Richtungsunterschied zweier Nachbarseiten des Vielecks $O\,12\ldots x$ ist dann gleich dem Doppelten desjenigen Winkels, welchen die entsprechenden Auslöschungsrichtungen der benachbarten Lamellen miteinander bilden.

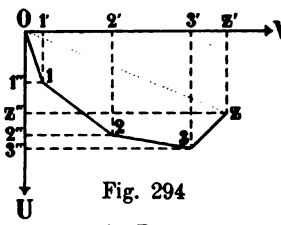


Fig. 294

Geometrische Darstellung der Drehung der Polarisationsrichtung beim Durchgange eines linear polarisiert auffallenden Lichtstrahles durch ein Paket von x verschieden orientierten Kristallblättchen. Nach E. Mallard

Die Projektion des von O bis x gehenden Linienzuges auf die Ordinate ist

$$\overline{Ox''} = \frac{\Delta_1}{dE}\sin 2\gamma_1 + \frac{\Delta_2}{dE}\sin 2\gamma_2 + \ldots + \frac{\Delta_x}{dE}\sin 2\gamma_x$$
$$= \frac{\lambda}{\pi}\frac{du_1 + du_2 + \ldots + du_x}{dE} = \frac{\lambda}{\pi}\frac{dU}{dE};$$

folglich ist

$$\text{I)}\quad dU = \frac{\pi}{\lambda}\,\overline{Ox''}\cdot dE.$$

Der Inhalt der von dem Linienzuge $O\,1\,2\ldots x\,x'\,O$ umschriebenen Fläche ist $s = \frac{\lambda^2}{2\pi^2}\frac{d\Omega}{dE^2}$; also ist:

$$\text{II)}\quad d\Omega = \frac{2\pi^2}{\lambda^2}\,s\,dE^2;\ \text{d. h.}$$

I) Die kleine Ellipsenachse dU des aus dem Paket austretenden Strahles ist proportional der Projektion des für das Paket gezeichneten Linienzuges auf die Ordinate, wobei in entgegengesetzter Richtung verlaufende Strecken der Projektion auf der U-Achse entgegengesetzte Vorzeichen erhalten.

II) Die erzeugte Drehung $d\Omega$ der großen Ellipsenachse des aus dem Paket austretenden Strahles ist proportional der Fläche s.

Ist der Linienzug geschlossen, d. h. fällt der Punkt x mit dem Punkte O zusammen, so ist $dU = 0$, d. h. ein geradlinig polarisiert in das Paket einfallender Strahl verläßt dasselbe auch wieder geradlinig polarisiert, wenn der Linienzug ein geschlossenes Vieleck bildet.

Vernachlässigt man die Abhängigkeit der Größe δ von der Wellenlänge, so ist auch s von λ unabhängig; dann wird also $d\Omega$ umgekehrt proportional mit λ^2.

Schichtet man eine Säule von sehr vielen (n) gleichen Paketen auf, wobei sämtliche Pakete parallel orientiert, die einzelnen Blättchen eines Paketes sehr dünn sind und der Linienzug des Paketes geschlossen ist, so dreht diese Säule die Polarisationsebene des linear polarisiert einfallenden Lichtes um den Betrag $\Omega = \frac{2\pi^2}{\lambda^2} s\,dE \cdot E$, wenn E die Gesamtdicke der Säule ist. Die Drehung Ω ist also direkt proportional der Dicke E der Säule und nahezu umgekehrt proportional dem Quadrate der Wellenlänge λ und endlich abhängig von der Beschaffenheit des Paketes ($s\,dE$). Der Sinn dieser Drehung ist dabei der entgegengesetzte wie der Umlaufssinn des Vielecks.

Sind die einzelnen Lamellen um den gleichen Winkel $\frac{2\pi}{N}$, wobei N eine ganze Zahl ist, gegeneinander gedreht, sind ferner ε die Dicke, ν' und ν die Brechungsquotienten der einzelnen Lamelle für die zu ihr senkrechte Fortpflanzungsrichtung, so ist die resultierende Drehung für die Dicke 1 der ganzen Säule, d. h. das „spezifische Drehungsvermögen“ der Säule

$$\omega = \frac{\varepsilon \pi^2 (\nu' - \nu)^2}{2\lambda^2} \operatorname{cotg} \frac{\pi}{N}.$$

Ist der Linienzug des Vielecks $O\,1\,2 \ldots x$ nicht geschlossen (wie in Fig. 294), so ist das Paket der sehr dünnen Lamellen gleichwertig mit einer einzigen doppeltbrechenden Lamelle, welche durch die das Vieleck schließende, in der Figur punktiert angedeutete Lamelle charakterisiert ist. Die Phasendifferenz dieser Lamelle ist proportional der Länge Ox. Die Neigung der Schwingungsrichtung der gleichwertigen Lamelle gegen die erste bzw. letzte Lamelle des Pakets ist gleich dem halben Winkel, welchen die Richtung Ox mit der ersten bzw. letzten Seite des nichtgeschlossenen Linienzuges bildet.

Im Gegensatze zum Verhalten des aus sehr dünnen Lamellen bestehenden Paketes ist es bei einem Satze von zwei Blättchen von endlicher Dicke nicht gleichgültig, welche Platte an erster oder letzter Stelle von Strahlen durchsetzt wird. Nur bei parallelen und bei gekreuzten Nicols verschwindet hier der Einfluß der Reihenfolge.

Experimentell wurden die Interferenzerscheinungen untersucht, welche Spaltungslamellen von Glimmer (Muscovit) zwischen parallelen und gekreuzten Nicolschen Prismen zeigen, wenn sie in regelmäßiger Weise gegeneinander geneigt in Schraubenform aufgeschichtet werden. Der Glimmer kristallisiert monoklin, die erste Mittellinie steht fast genau senkrecht zu der Fläche (001) der sehr vollkommenen Spaltbarkeit.

Ist $N = 2$, also die gegenseitige Neigung zweier benachbarter Lamellen gleich 180°, so fallen alle optischen Symmetrieelemente der einen Platte mit den gleichwertigen der beiden benachbarten Platten zusammen; der Aufbau aus zwei oder mehreren gleichen Platten hat dann dieselbe Wirkung wie eine einzige Platte, deren Dicke gleich ist der Summe der ersteren. Auch wenn $N = 4$ ist, also die gegenseitige Neigung zweier benachbarter Blättchen gleich 90°, fallen die Auslöschungsrichtungen je zweier benachbarter Lamellen parallel, aber die in beiden Lamellen einander entsprechenden optischen Symmetrieebenen stehen aufeinander senkrecht; bei gleicher Plattendicke und gleichem Material heben sich also die in je zwei benachbarten Platten erzeugten Phasendifferenzen gegenseitig auf.

Präparate dieser Art wurden zuerst von Nörrenberg[1]) (Johann Gottlieb Christian, geb. 11. August 1787, erst Handlungslehrling, dann Feldmesser, darauf Offizier in Darmstädter Diensten, Professor der höheren Mathematik und Physik an der Militärschule zu Darmstadt (von 1823 bis 1833) und darauf Prof. ord. der Physik an der Universität Tübingen von 1833 bis zu seiner Emeritierung i. J. 1851; gest. 20. Juli 1862 in Stuttgart) hergestellt, aber anscheinend wurden seine Beobachtungen von ihm nirgends beschrieben. Reusch (Friedrich Eduard, geb. 17. April 1812, zuerst Oberreallehrer zu Heilbronn, von 1839 bis 1851 Professor der Physik an der polytechn. Schule zu Stuttgart, von da ab Pro-

1) Im II. Bande (1863) von J. C. Poggendorff, Biogr.-literar. Handwörterbuch, steht irrtümlich Nörremberg, im III. Bande (1898) richtig Nörrenberg, wie auch in den eigenen Arbeiten des Autors. Die unrichtige Schreibweise wurde auch von F. v. Kobell, Geschichte der Mineralogie (S. 257) und anderen Autoren übernommen.

fessor der Physik in Tübingen, gest. 22. Juli 1891 in Stuttgart) berichtet darüber[1]: „Wenn man eine gerade Anzahl dünner Plättchen zweiachsigen Glimmers in der Art übereinander legt, daß die Hauptschnitte der Plättchen sich unter 90° abwechselnd kreuzen, so erhält man schon bei einer mäßigen Zahl von Kreuzungen ein Präparat, das sich nahe wie ein einachsiger Kristall verhält. Fallen ("im konvergenten Lichte„) die Glimmerhauptschnitte mit den gekreuzten Polarisationsebenen ("der beiden Nicols„) zusammen ("Normalstellung„), so ist die Imitation vollständig; dreht man aber das Präparat in seiner Ebene, so bleiben zwar die Farbenringe ("bei Beleuchtung mit weißem Lichte„), aber die Arme des schwarzen



Fig. 295
Glimmer (Muscovit).
Einfache Platte senkrecht zur ersten Mittellinie im konvergenten Na-Licht zwischen gekreuzten Nicols.
Normalstellung.
Nach Hauswaldt



Fig. 296
Glimmer (Muscovit).
Einfache Platte senkrecht zur ersten Mittellinie im konvergenten Na-Licht zwischen gekreuzten Nicols.
Diagonalstellung.
Nach Hauswaldt

Kreuzes hellen sich auf und nach einer Drehung um 45° ("Diagonalstellung„) bleibt nur im innersten Ring ein kurzarmiges Kreuz übrig. Nörrenberg, von dem dieser Versuch stammt, wurde dazu durch die bekannten Arbeiten Sénarmonts über Glimmer und Seignettesalz veranlaßt; Quenstedts Mineralogie ist meines Wissens die einzige Schrift, in der dieser Versuch erwähnt wird. Übrigens liefert Herr Steeg in Homburg diese Präparate in ausgezeichneter Schönheit."

Im allgemeinen wird das optische Verhalten einer solchen Plattensäule dem der optisch-einachsigen Kristalle um so ähnlicher,

1) Monatsber. d. Berliner Akad. d. Wiss. 1869, S. 530.



Fig. 297
Glimmer (Muscovit).
Zwei Spaltungsplatten in gekreuzter Stellung übereinander im konvergenten weißen Licht zwischen gekreuzten Nicols.
Normalstellung.
Nach Hauswaldt



Fig. 298
Glimmer (Muscovit).
Zwei Spaltungsplatten in gekreuzter Stellung übereinander im konvergenten weißen Licht zwischen gekreuzten Nicols.
Diagonalstellung.
Nach Hauswaldt



Fig. 299
Glimmerkombination nach Nörrenberg.
Zwölf Platten mit dem Gangunterschiede $\frac{3}{8}\lambda$ sechsmal gekreuzt im konvergenten Licht zwischen gekreuzten Nicols.
Normalstellung.
Nach Hauswaldt



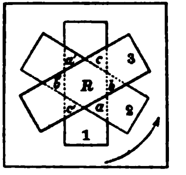
Fig. 300
Glimmerkombination nach Nörrenberg.
24 Platten mit dem Gangunterschiede $\frac{1}{8}\lambda$ zwölfmal gekreuzt im konvergenten Licht zwischen gekreuzten Nicols.
Normalstellung.
Nach Hauswaldt

je dünner und je zahlreicher die einzelnen Lamellen sind. Figg. 295 und 296 zeigen das Verhalten einer einfachen Glimmerplatte im konvergenten Licht in der Normal- und in der Diagonalstellung zwischen gekreuzten Nicols, Fig. 297 das Verhalten zweier gekreuzter

Glimmerplatten in der Normalstellung zwischen gekreuzten Nicols, Fig. 298 dasselbe in der Diagonalstellung; bei parallelen Nicols ist hell und dunkel in beiden Stellungen gegenüber den vorigen Bildern vertauscht. Man erkennt in beiden Fällen noch die vier Austrittsstellen der optischen Achsen und die sie umgebenden hyperbolischen Linien. Fig. 299 zeigt dagegen das Interferenzbild einer Glimmerkombination von 12 Platten mit dem Gangunterschiede von $\frac{3}{8}\lambda$, Fig. 300 dasjenige einer Kombination von 24 Platten mit dem Gangunterschiede von $\frac{1}{8}\lambda$, beide in der Normalstellung bei gekreuzten Nicols.

Eine Drehung der Polarisationsebene des Lichtes ist bei der senkrechten Stellung benachbarter Platten nicht möglich, denn in diesem Falle besteht kein Unterschied zwischen rechtem und linkem Drehungssinn.

Die Anordnung der Glimmerlamellen für den Fall, daß $N = 3$, d. h. daß je zwei benachbarte Lamellen um 120° oder, was damit identisch ist, um 60° gegeneinander gedreht sind, hat E. Reusch[1]) zuerst experimentell untersucht. Er schnitt aus Spaltungsblättchen von Glimmer eine größere Anzahl gleicher Rechtecke, so daß die optischen Achsenebenen den längeren Kanten des Rechtecks parallel gingen. (Der Winkel der optischen Achsen betrug über 70°.) Die eine Hälfte wurde dazu verwendet, um in der Form der Fig. 301 die Lamellen in der Ordnung 1, 2, 3 zu einer im linken Drehungssinne aufsteigenden Treppe (R) zu schichten, die andere (Fig. 302) wurde im rechten Drehungssinne (L) geschichtet. Beleuchtete er mit linear polarisiertem monochromatischem Lichte, so wurde die Polarisationsebene desselben im umgekehrten Drehungssinne der Schichtung abgelenkt. Die eingeklammerten Buchstaben bedeuten also den optischen Drehungssinn. Fig. 303 zeigt das Mittelfeld der Interferenzfigur von 24 unter 60° gekreuzten und im Sinne der Bewegung des Uhrzeigers aufgeschichteten Lamellen zwischen parallelen Nicols; die Platte erwies sich als optisch linksdrehend. — Fig. 304 zeigt das Interferenzbild einer optisch linksdrehenden Kombination (L 60°) mit einem $\frac{1}{4}\lambda$-Blättchen zwischen gekreuzten Nicols.



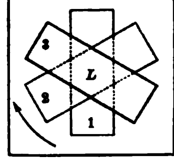


Fig. 301 Fig. 302
Rechter und linker Glimmersatz.
Nach Reusch

1) Monatsber. der Berliner Akad. d. Wiss. 1869, S. 530. Ann. d. Phys. 1869; **138**, 628.



Fig. 303
Glimmerkombination nach Reusch.
24 Lamellen unter 60° gekreuzt und aufgeschichtet im Sinne der Bewegung des Uhrzeigers zwischen parallelen Nicols. Linksdrehend.
Nach Hauswaldt

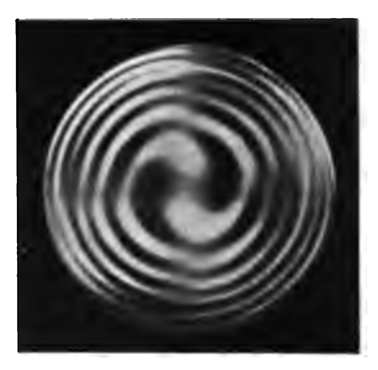


Fig. 304
Glimmerkombination nach Reusch.
Zweifache Airysche Spirale, erzeugt durch eine linksdrehende Kombination (L 60°) mit einem Viertelundulationsglimmerblättchen zwischen gekreuzten Nicols.
Nach Hauswaldt



Fig. 305
Glimmerkombination nach Reusch.
24 Lamellen unter 45° gekreuzt und aufgeschichtet im Sinne der Bewegung des Uhrzeigers (L 45°) zwischen gekreuzten Nicols im konvergenten Licht.
Mittelfeld linksdrehend.
Nach Hauswaldt



Fig. 306
Glimmerkombination nach Reusch.
Vierfache Airysche Spirale, erzeugt durch R 60° und L 45° im konvergenten Licht zwischen gekreuzten Nicols.
Nach Hauswaldt

Ganz dieselbe optische Wirkung erhält man, wenn man $N = 8$ wählt, d. h. wenn die Neigung benachbarter Lamellen gleich 45° ist. Fig. 305 zeigt das Mittelfeld des Interferenzbildes von 24 unter 45° gekreuzten und im Sinne der Bewegung des Uhrzeigers auf-

geschichteten Lamellen zwischen gekreuzten Nicols. Der Glimmersatz erwies sich als optisch linksdrehend.

Bestimmt man den Drehungssinn der Schichtung nach der Aufeinanderfolge der um 60° oder um 45° gegeneinander gedrehten Lamellen, dann ist der Sinn der optischen Drehung dem Sinne der Schichtung entgegengesetzt; bestimmt man im ersten Falle den Drehungssinn der Schichtung nach der Aufeinanderfolge der um 120° gegeneinander gedrehten Lamellen, dann ist der Sinn der optischen Drehung dem Sinne der Schichtung gleich.

Fig. 306 gibt das Interferenzbild einer optisch rechtsdrehenden Glimmerkombination (R 60°) mit einer optisch linksdrehenden Kombination (L 45°).

§ 76

Gittererscheinungen und „Farbenwandlung" in Kristallen bei Beleuchtung mit gewöhnlichem Licht

Manche Kristalle zeigen auf gewissen Flächen und nach gewissen Richtungen Lichterscheinungen, welche auf den benachbarten Flächen und nach benachbarten Richtungen mit der Entfernung von den erstgenannten Flächen und Richtungen schwächer werden und dann verschwinden. Man bezeichnet diese Erscheinungen mit dem nicht sehr passenden Ausdruck „Farbenwandlung".

Hält man ein aus parallelen Linien bestehendes Gitter zwischen das Auge und eine leuchtende Flamme, so beobachtet man einen hellen Lichtstrahl nach beiden Seiten senkrecht zu den Gitterlinien. Bei einem sehr feinen Gitter besteht der Strahl aus Bändern von Interferenzfarben, welche zu der Längsrichtung des Strahles senkrecht stehen. Wenn unzählige feine Nadeln, „Mikrolithe", in dichter und paralleler Anordnung einen Kristall durchsetzen, dann gehen Lichtstrahlen nach allen zur Längsrichtung der Nadeln senkrechten Richtungen und bilden einen hellen Lichtschein parallel einer zur Längsrichtung der Nadeln senkrechten Ebene. Sind die Längsrichtungen der Mikrolithe nicht nur nach einer, sondern nach drei sich unter 120° schneidenden Richtungen angeordnet, so entstehen drei sich durchkreuzende Lichtstreifen.

Hierher gehört der sechsstrahlige Lichtstern (Fig. 307), welchen manche Korundarten, die sog. „Sternsaphire" zeigen, wenn man durch eine basische Platte derselben nach einem hellen Lichtpunkt sieht. O. Volger[1]) führt diese als „Asterismus" bezeichnete Erschei-

---

1) Sitzungsber. d. Wiener Akad. d. Wiss. 1856; **19**, 103.

nung auf die bekannte lamellare Zwillingsbildung nach den drei Rhomboederflächen zurück, während G. Tschermak feine röhrenförmige Hohlräume parallel zu den Prismenflächen annimmt. Eine ähnliche Erscheinung zeigen auch verschiedene Glimmerarten, so



Fig. 307
Saphir. Asterismus.
Nach Hauswaldt



Fig. 308
Muscovit von South-Burgess, Canada.
Asterismus. Nach Hauswaldt

der Muscovit von South-Burgess, Canada, welcher zuweilen sechs stärkere und sechs schwächere Lichtstrahlen erkennen läßt (Fig. 308), wenn man durch denselben auf eine leuchtende Flamme sieht. Hier liegen feine Nadeln eines fremden Minerals nach drei Richtungen orientiert in der Glimmermasse (Fig. 309). Einen hellen Lichtstreifen quer zur Faserung zeigen feinfaserige Arten von Gips usw. Eine aus Gips geschliffene Kugel zeigte einen, eine Kugel aus Sternsaphir drei entsprechende Lichtringe.



Fig. 309
Muscovit von South-Burgess, Canada, mit gesetzmäßig angeordneten Einschlüssen, die den Asterismus hervorrufen.
Nach Hauswaldt

Auch geätzte Kristallflächen zeigen mehrstrahlige Sterne; hier wirken eine große Anzahl von kleinen parallelen Ätzflächen wie kleine, annähernd parallele Spiegel. D. Brewster nennt diese Erscheinung „Lichtfigur".

Eine eigenartige Erscheinung ist auch das „Blauschillern", von C. Viola[1]) nach dem Vorschlage von C. Furrer „Glaukisieren"

1) Ztschr. f. Krist. 1901; **34**, 172.

genannt, welches besonders charakteristisch beim Mondstein von Ceylon, aber auch bei einigen anderen Feldspäten sehr bekannt ist. J. F. Ch. Hessel[1]) kam zu der Überzeugung, daß das Schillern der Feldspäte auf Spaltflächen zurückzuführen sei. E. Reusch[2]) fand, daß die Färbung im durchgehenden Lichte („dioptrischer Schiller") eine andere sei als im reflektierten Lichte („katoptrischer Schiller") und stellte fest, daß die beiden Arten der Färbung komplementär seien, und daß es in jedem Falle eine Hauptreflexionsebene gebe. Die Farbe des Mondsteins ist milchweiß[3]), aber da, wo das Glaukisieren auftritt, erscheint das Mineral himmelblau oder bläulichweiß. Das Glaukisieren des Mondsteins ist am intensivsten auf der Fläche (201), und zwar bei einer Dicke von etwa 0,05 mm, und wenn man als Richtung der Beobachtung die Ebene (010) wählt.

Viola beobachtete, daß die roten, gelben und teilweise auch die grünen Strahlen des auffallenden weißen Lichtes durchgehen, während die violetten, blauen und teilweise die grünen Strahlen reflektiert werden. Das Glaukisieren besteht daher weder in einer Interferenz noch in einer Absorption des Lichtes, sondern in der diffusen Reflexion trüber Medien (S. 59 u. 60); die Natur der eingelagerten Teilchen ist dabei unwesentlich; es können ebensowohl irgendwelche langgestreckte fremdartige Kriställchen, Mikrolithe, sein, wie feine, gestreckte, mit Wasser oder Luft erfüllte Hohlräume oder auch einfache kleine aber zahlreiche Risse, an welchen die Homogenität des Wirtes unterbrochen wird. Wesentlich ist nur die Kleinheit und Häufigkeit der Teilchen.

Auch beim Adular vom Zillertal beobachtet man (nach Viola) den Blauschiller auf der Fläche (201), aber Reflexionsebene ist hier (001); bei manchen Albiten beobachtet man ihn auf (010). Der Labradorit (namentlich von der Paulsinsel) zeigt auf den Flächen (010) und (001) neben der bläulichen Reflexfarbe, welche wohl als solche trüber Medien zu deuten ist, noch gelbe, rote, grüne und violette Reflexe, welche nach H. Vogelsang (1868) auf Einlagerungen von verschiedenen (größeren) Mikrolithen zurückgeführt werden.

Außer den genannten Feldspatarten gehören zu den glaukisierenden Mineralien noch u. a. Opal, Nephelin und die weit verbreiteten Blauquarze der dynamometamorphen Gesteine (Granite,

---

1) Kastners Archiv f. d. gesamte Naturkunde 1827; **10**, 273 und Ann. d. Phys. 1850; **79**, 442.

2) Ann. d. Phys. 1862; **116**, 392. 1863; **118**, 256. **120**, 95.

3) C. Viola, a. a. O. S. 175.

Quarzporphyre usw.). W. Wetzel[1]) hält es für wahrscheinlich, daß die Färbung auf fein verteilte Wassertröpfchen oder Opal zurückzuführen sei; es genügt indessen schon die feine Zertrümmerung des Quarzes an sich zur Erklärung der diffusen Reflexion. Wird die Zertrümmerung des Quarzes durch starkes Glühen noch vermehrt, so wird der Blauquarz weiß und undurchsichtig, weil dann alle Strahlen gleichmäßig diffus reflektiert werden.

„Das Farbenspiel des Edelopales, der in allen Richtungen kleine, prächtig leuchtende Farbenflecke darbietet, die beim Wenden ihre Farbe wechseln, ist“ nach Tschermak[2]) „ein zusammengesetztes Phänomen. Das Mineral ist ein trübes Medium, das infolgedessen hauptsächlich eine bläuliche Farbe zeigt und Reflexe, die aus dem Innern kommen, gelb erscheinen läßt. Die schönen Farben gehen aber von feinen, unregelmäßig verteilten Sprüngen aus, welche sehr dünne Luftlamellen darstellen und ein Irisieren in vielen Richtungen verursachen. Außerdem sind die Flächen der Sprünge fein gerieft, so daß wohl auch Gitterfarben anzunehmen sind.“ Die bläuliche Färbung kann ebenso wie die bunten Reflexe auf eine innere Zertrümmerung, auch ohne fremde Einlagerung zurückgeführt werden, nur muß die Rißbildung, welche zur Erklärung der diffusen Reflexion angenommen wird, viel feiner und enger sein als diejenige, welche die grellfarbigen Reflexe veranlaßt.

Eine schöne hierhergehörige Erscheinung zeigen die vor einigen Jahren in den Handel gekommenen geschliffenen Kugeln mit Lichtringen.

R. Brauns[3]) erhielt aus Idar undurchsichtige Kugeln aus Almandin (Eisentongranat, $(Al,Fe)_2\,(Fe,Mg)_3\,[SiO_4]_3$), welche von vier größten Kreisen entsprechenden Lichtringen umgeben waren. Die Ebenen der Lichtringe stehen senkrecht zu den vier trigonalen Achsen. Am schärfsten beobachtet man dieselben bei Beleuchtung mit direktem Sonnenlicht. „Die Kreise heben sich da wie scharfe helle Linien aus der Kugel heraus und man hat den Eindruck, als ob die dunkle sammetartig schimmernde Granatkugel von einer farblosen Glaskugel umhüllt sei und über diese jene leuchtenden Kreise hinzögen.“ Bei mikroskopischer Untersuchung des Materials fand Brauns Einschlüsse in Form feinster Nädelchen parallel zur trigonalen Achse, deren Natur sich jedoch nicht mit Sicherheit bestimmen ließ.

---

1) N. Jahrb. f. Min. usw. 1913; II, 117.

2) Lehrb. d. Mineralogie. Wien 1905, S. 189.

3) N. Jahrb. f. Min. usw. 1907; I, 13.

V. Goldschmidt[1]) fügt dieser Beschreibung noch hinzu: „Geht der Lichtkreis vom Auge zur Lichtquelle hin (Längsbogen), so schwebt er über der Kugel, dreht man ihn quer, so senkt er sich auf die Kugel herab, und hat man (wie beim Granat) mehrere Bögen zugleich, so streicht der Querbogen unter dem Längsbogen hin. Man beobachtet beim Drehen das reizende Spiel des Hebens und Senkens der einzelnen Bögen."

Ähnliche Ringe beobachtete Goldschmidt auch bei Kugeln aus Aquamarin (meergrüner Beryll, $Al_2Be_3[SiO_3]_6$) und aus Rosenquarz (SiO_2), vgl. Fig. 310, beide aus Brasilien. Beim Aquamarin tritt nur ein Lichtkreis auf, dessen Ebene senkrecht zur Hauptachse liegt, beim Rosenquarz erscheinen dagegen drei, deren Ebenen senkrecht zu den drei Nebenachsen liegen. Außer diesen drei Ringen beobachtete Goldschmidt auf den Rosenquarzkugeln noch besonders helle Lichtpunkte (Lichtknoten) über den Flächen $m = \infty R\{10\bar{1}0\}$, $r = R\{10\bar{1}1\}$ und $d = \frac{1}{2}R\{10\bar{1}2\}$.



Fig. 310
Rosenquarzkugel mit drei Lichtringen.
Nach V. Goldschmidt

V. Goldschmidt bemerkt bezüglich der hier besprochenen Erscheinungen: „Die Ursache der Lichtkreise und Lichtknoten beim Rosenquarz ist nicht befriedigend aufgeklärt. Jedenfalls sind die Einlagerungen, die die Trübung verursachen, zugleich die Ursache der Lichtbögen und -knoten, denn diese verschwinden bei klaren Kugeln." [2]) „Die Entstehung der Lichtknoten erklärt sich auf die gleiche Weise wie die der Lichtkreise. An Stelle der Röhrchen oder Stäbchen haben wir parallele Flächen oder Plättchen, von denen zur Bildung des Lichtknotens diejenigen Plättchen in Betracht kommen, die dicht unter der Oberfläche liegen."

R. Brauns[3]) ergänzt die Angaben Goldschmidts noch durch mikroskopische Untersuchung eines Dünnschliffes aus einem derben Stück desselben Materials, aus welchem die Quarzkugeln hergestellt waren. „Der Quarz erscheint, von wenigen Flüssigkeitseinschlüssen und feinsten staubförmigen Interpositionen abgesehen, auffallend rein

1) N. Jahrb. f. Min. usw. 1911; Beil.-Bd. 31, 220.
2) Ebenda S. 233.
3) Ebenda S. 241.

und homogen. Erst wenn man starke Vergrößerung anwendet und den Kondensor senkt, heben sich aus dem Quarz feinste Nädelchen ab." „Sie sind, soweit festzustellen, nach drei Richtungen angeordnet, aber viel feiner und weniger zahlreich als die in Granat." Ferner bemerkt Brauns[1]): „Auffallend stark ist der Dichroismus dieses Rosenquarzes; man kann ihn an den Kugeln schon mit bloßem Auge wahrnehmen. Die Prüfung mit der dichroskopischen Lupe ergibt: *o* rosenrot, *e* hellgelb."

Sowohl Brauns als Goldschmidt beschränken ihre Angaben auf Beobachtungen im reflektierten Lichte. J. Beckenkamp ergänzte diese Beobachtungen durch Untersuchung einer Kugel aus Rosenquarz im durchgehenden Lichte und fand dabei die Erscheinung noch schärfer als im reflektierten Lichte, während eine Almandinkugel in diesem Falle allerdings völlig undurchsichtig blieb. Beobachtet man die Rosenquarzkugel mit bloßem Auge im durchgehenden oder im reflektierten Sonnenlichte parallel zur optischen Achse, so ist sie rosenrot mit einem schwachen Stich ins Gelbliche, senkrecht zur optischen Achse zeigt sie in beiden Fällen das Blaugrau der diffusen Reflexion. Dementsprechend verhält sich die Kugel, wenn sie mit der dichroskopischen Lupe untersucht wird; steht die optische Achse parallel zur Achse der Lupe, so sind beide Bilder bei jeder Drehung gleichmäßig rosenrot, steht die optische Achse der Kugel senkrecht zur Achse der Lupe, so ist das ordentliche Bild rosenrot, das außerordentliche schwach blaugrau.

Bringt man die Kugel in die Verbindungslinie zwischen Auge und Lichtquelle (am besten direktes Sonnenlicht), und zwar so, daß ihre optische Achse in die genannte Verbindungslinie fällt, so beobachtet man im durchgehenden Lichte drei gleichhelle sich unter 60° schneidende Lichtringe und in deren Kreuzungspunkt einen hellen Fleck. Der Schnittpunkt der drei Ringe mit dem hellen Fleck entfernt sich um etwa $^1/_3$ der Länge des Radius von der Kugeloberfläche, wenn die Kugel bzw. der Lichtring sich in normaler Sehweite befinden. Die sechs Schnittpunkte der drei Ringe mit der Äquatorebene liegen dagegen unmittelbar auf der Kugeloberfläche. Die Ringe sind also, in dieser Weise gesehen, nicht kreisförmig, sondern elliptisch. Entfernt man das Auge aus der Verlängerung der Verbindungslinie zwischen Lichtquelle und Kugelmittelpunkt, so nähert sich der helle Fleck samt der Kreuzungsstelle der Ringe

1) A. a. O.

der Kugeloberfläche, und bei tangentialer Beobachtung liegt beides in derselben. Bringt man das Auge wieder in die Verlängerung der optischen Achse, welche mit der Verbindungslinie von Kugelmittelpunkt und Lichtquelle zusammenfällt, und dreht die Kristallkugel um die optische Achse, so drehen sich die drei Ringe gleichmäßig mit und bleiben gleichhell; die Ebenen derselben stehen senkrecht zu den Nebenachsen, sind also die Zwischenebenen. Dreht man dagegen die Kugel aus dieser Orientierung um eine der drei Nebenachsen, so behält derjenige Ring, welcher zur Drehungsachse senkrecht steht, seine Lage und seine Helligkeit, während die beiden anderen sehr rasch an Helligkeit abnehmen und sich dabei der Orientierung des helleren Ringes nähern. Nach einer Drehung um 90° ist nur noch der letztere vorhanden.

Auch bezüglich der Erscheinung im reflektierten Lichte mögen einige Ergänzungen zu den früheren Angaben gemacht werden. Im Innern der Kugel sieht man das virtuelle Bild der Lichtquelle, welches durch Reflexion an der vorderen Kugelfläche erzeugt wird, außerhalb der Kugel die drei Lichtringe. Ist der Winkel, unter welchem das Auge und die Lichtquelle vom Kugelmittelpunkte aus erscheinen, möglichst spitz, und fällt die Visierlinie in die Verbindungslinie von Auge und Kugelmittelpunkt, so erheben sich die drei Ringe zu einer Maximalhöhe über die Kugeloberfläche, etwa $^1/_3$ des Kugelradius.

Befindet sich das Auge in der Verlängerung der optischen Achse, und liegt das auffallende Licht in der Nebenebene, so liegen die drei Ringe genau in den drei Zwischenebenen; zwei sind gleichhell, der dritte, zur Einfallsebene des Hauptstrahles (gebildet von Lichtquelle, Kugelmittelpunkt und Auge) senkrechte Ring ist schwächer. Dreht man den Kristall aus dieser Stellung um die zur Einfallsebene senkrechte Zwischenachse, so gehen die beiden gleichhellen Ringe symmetrisch auseinander, und nach einer Drehung um 90° liegen beide in der Kugeloberfläche, und zwar in der zur Einfallsebene senkrechten Nebenebene.

Befindet sich das Auge in der Richtung der optischen Achse und der auffallende Hauptstrahl in der Zwischenebene, so liegen die drei Ringe wieder genau in den Zwischenebenen, und es erscheint derjenige Ring, welcher der genannten Einfallsebene parallel ist, bedeutend heller als die beiden anderen; die letzteren erscheinen im Gegensatz zum ersteren in schwach bläulicher Farbe. Dreht man den Kristall um die zur Einfallsebene senkrechte Neben-

achse, so gehen die beiden schwächeren Ringe rasch symmetrisch auseinander und verschwinden auf der dem Auge gegenüberliegenden Seite der Kugel.

Die reflektierten Lichtringe heben sich von der rosenroten Farbe der Kugel, besonders wenn die optische Achse nach dem Auge gerichtet ist, durch eine mehr bläuliche Farbe deutlich ab; je matter der Ring, um so weniger rot, aber um so mehr bläulich erscheint er.

Die Erkennung des Ringabstandes von der Kugeloberfläche ist natürlich bei Beobachtung mit einem Auge schwieriger als mit beiden Augen, da räumliche Fixierung einer feinen Linie überhaupt nur bei binokularem Sehen möglich ist.

Weil die Erscheinungen im durchgehenden Lichte den im reflektierten Lichte auftretenden ganz analog sind, darf man sich bei der Erklärung derselben nicht auf Einlagerungen beschränken, welche sich in der Nähe der Oberfläche befinden; allerdings tritt der Einfluß der von der Einfallsfläche weiter entfernten Stellen um so mehr zurück, je stärker die Absorption ist, und bei sehr starker Absorption ist deshalb die beschriebene Erscheinung nur im reflektierten Lichte wahrnehmbar. Die Quarzkugel wirkt zunächst fast ebenso wie eine gleichdicke Glaskugel, als bikonvexe Linse. Beleuchtet man etwa mit direktem Sonnenlichte, so erhält man auf der der Sonne gegenüberliegenden Seite in geringem Abstande von der Kugeloberfläche, und zwar außerhalb der Kugel, im Brennpunkte derselben, ein Sonnenbildchen. Nun liegt aber der Schnittpunkt der Zentralstrahlen mit der Linsenachse, hier der Verlängerung der Mittelpunkte von Sonne und Kugel, weiter ab von der Kugeloberfläche als der Schnittpunkt der Randstrahlen mit der Linsenachse. Befindet sich das Auge in der Linsenachse, so empfängt es nur Zentralstrahlen, das (reelle) Sonnenbildchen liegt also relativ weit von der Kugelfläche entfernt. Rückt das Auge aus jener Verbindungslinie heraus, so wird es nicht mehr von Zentralstrahlen, sondern nur noch von Randstrahlen getroffen, das Sonnenbildchen nähert sich der Kugeloberfläche und liegt bei tangentialer Beobachtung in derselben. Bei dieser Erscheinung kann von der geringen Doppelbrechung des Quarzes völlig abgesehen werden.

Die hellen Ringe dagegen kommen durch drei Scharen linearer Einlagerungen zustande, deren Längsrichtungen den drei Nebenachsen parallel sind. Die Wellenlängen des einfallenden Lichtes sind gegenüber den Abständen der Einlagerungen nicht mehr groß

und deshalb erleiden die einfallenden Strahlen eine Beugung, deren Resultat aus einer Spiegelung nach bestimmten Ebenen abgeleitet werden kann. (Vgl. den später folgenden Abschnitt über die „Beugung von Röntgenstrahlen durch ein Kristallgitter". Bei diesem Vorgange verhalten sich die Wellenlängen der Röntgenstrahlen zu den Abständen der Massenteile des Kristallgitters ähnlich wie die Wellenlängen des gewöhnlichen Lichtes zu den Abständen der eingelagerten Partikel.) Berücksichtigen wir zunächst nur eine der drei Scharen von Einlagerungen, so entsteht durch diese eine unendliche Anzahl von Grenzebenen der Homogenität, welche alle der betreffenden Nebenachse parallel gehen, aber gegeneinander um diese gedreht sind. An jeder Grenzebene erleidet der durchgehende Strahl eine Ablenkung und dementsprechend wird das Bild durch jede dieser Ebenen aus seiner vorigen Lage in der zur Nebenachse senkrechten Ebene verschoben. Infolge der Gesamtheit der um die betreffende Nebenachse gedrehten Schichten erscheint statt des einen Bildes ein Lichtbogen, welcher in der zur Nebenachse senkrechten Ebene die Kugel umgibt. An jeder einzelnen Stelle des Lichtbogens liegt aber wieder der Schnittpunkt der Zentralstrahlen weiter von der Kugeloberfläche ab, als der der Randstrahlen. Je mehr die Beobachtung tangential erfolgt, um so mehr nähert sich deshalb der Lichtring der Kugeloberfläche.

Dieselben Grenzebenen der Homogenität, welche die Brechung der Strahlen im Innern der Kugel veranlassen, bewirken aber auch eine teilweise Reflexion. Es bestehen daher auch unzählige Spiegelebenen, welche sämtlich der Nebenachse parallel gehen, aber gegeneinander um diese gedreht sind. Jede derselben hat in bezug auf den reflektierten Strahlengang die Wirkung, als ob die Lichtquelle sich an einer Stelle befände, welche zur tatsächlichen Lichtquelle in bezug auf die spiegelnde Fläche spiegelbildlich läge. Es entsteht deshalb auch im reflektierten Lichte statt des einen durch Brechung an den Kugelflächen entstandenen Bildes ein Lichtring.

Die besprochenen Spiegelebenen sind keine gewöhnlichen Flächen, sondern sie haben die Eigenschaften der Gitterebenen. Sowohl infolge dieser Eigenschaft, als auch infolge der unendlich großen Zahl von Grenzflächen ist das gebrochene sowie das reflektierte Licht innerhalb der Zwischenebenen auch diffus zerstreut. Das Verhältnis der zu der Zwischenebene verschieden geneigten Strahlen bleibt aber dasselbe, wie es durch die Brechung an den Kugelschalen bedingt wird; an jeder Stelle des Lichtringes schneiden sich die Zentral-

strahlen in größerer Entfernung von der Kugeloberfläche als die Randstrahlen. Je mehr also die auffallenden und gebrochenen bzw. reflektierten Strahlen die Kugel radial treffen und verlassen, um so höher liegt über der Kugeloberfläche der Schnittpunkt, welcher die Abbildung der Lichtquelle darstellt. Im durchgehenden Lichte erscheint daher der Lichtring um so höher, je mehr das Auge in der Verlängerung von Lichtquelle und Kugelmittelpunkt liegt, und je mehr der beobachtete Punkt des Lichtringes sich dieser Linie nähert; im reflektierten Lichte erscheint der Lichtring um so höher, je kleiner der Winkel ist, unter welchem vom Kugelmittelpunkte aus die Lichtquelle und das Auge erscheinen, und je näher der betrachtete Punkt des Lichtringes der Verbindungslinie von Auge und Kugelmittelpunkt liegt.

Die Einlagerung der feinen Nadeln erfolgt beim Rosenquarz in gleicher Weise nach den drei Nebenachsen; es treten deshalb über den drei Zwischenebenen Lichtringe auf, welche sich unter gleichen Verhältnissen auch genau gleich verhalten.

Nach dem erwähnten mikroskopischen Befund und nach den beim Rosenquarz auftretenden Farbentönen hält Verfasser es nicht für unwahrscheinlich, daß sowohl der Lichtring als der Dichroismus beim Rosenquarz nicht auf einer chemisch fremdartigen, sondern auf einer Einlagerung von Chalcedonnadeln beruht, welche vom Quarz nur durch ihre Ausbildungsweise verschieden sind. Die Lichtringe sind die Folge der besprochenen gesetzmäßig orientierten Einlagerungen, der allgemeine Dichroismus die Folge einer nebenher gehenden unregelmäßigen Einlagerung.

§ 77

Lumineszenz oder kalte Lichtstrahlung

Die durch Absorption scheinbar verloren gehende Energie wird in der Regel in dunkle Wärmestrahlen, also in Strahlen mit größerer Wellenlänge umgewandelt. Wird umgekehrt ein Körper durch direkte Wärmestrahlen erhitzt, so wird er schließlich glühend und sendet sichtbare, also Strahlen von kurzer Wellenlänge aus. Es können aber Lichtstrahlen auch noch auf andere Art erzeugt werden als durch Wärmezufuhr. Wiedemann[1]) (Eilhardt, Professor der Physik in Erlangen) hat für diese Erregungsarten den Namen Lumineszenz vorgeschlagen und unterscheidet:

1) Ann. d. Phys. 1888; **34**, 446.

Lumineszenz durch	Bestrahlung	Photolumineszenz
„ „	(relativ geringe) Erwärmung	Thermolumineszenz
„ „	Reibung	Tribolumineszenz
„ „	Kristallisation	Kristallolumineszenz
„ „	chemische Prozesse . . .	Chemilumineszenz
„ „	elektrische Entladung . .	Elektrolumineszenz
„ „	Kathodenstrahlen . . .	Kathodolumineszenz.

Die erste Beobachtung von Lumineszenz ist im Jahre 1603 an Schwerspatstückchen bekannt geworden, welche vorher stark erhitzt waren und im Dunklen rotes Licht ausstrahlten.

Die *Photolumineszenz* heißt *Fluoreszenz*, wenn die erregte Lichtwirkung nur so lange anhält als die Bestrahlung, dagegen *Phosphoreszenz*, wenn sie länger dauert.

F. *Moß*[1]) erwähnt 1824 bei Flußspat „zuweilen verschiedene Farben bei gebrochenem und zurückgeworfenem Lichte". In ausgezeichneter Weise zeigen Flußspatkristalle von Alston in Cumberland grüne Farbe im durchgehenden, blaue im reflektierten Lichte. G. G. *Stokes*[2]) (Professor der Mathem. in Cambridge) nannte diese Erscheinung (1853) zuerst „*Fluoreszenz*". Außer Flußspat gibt es aber noch eine große Reihe anderer Körper, welche Fluoreszenz erregen, wie Uranglas, Chlorophyll, Lackmus, Petroleum, Joddampf usw.[3])

Sendet man fluoreszenzerregendes Licht in eine fluoreszierende Flüssigkeit oder in einen fluoreszierenden optisch-isotropen Kristall, so ist das erregte Fluoreszenzlicht nicht polarisiert, mag das erregende Licht nichtpolarisiertes oder polarisiertes sein; wenn dagegen in einem doppeltbrechenden Kristall Fluoreszenzlicht erregt wird, so ist dieses stets entsprechend polarisiert.

Wird durch einen Strahl von bestimmter Richtung Fluoreszenzlicht erregt, so pflanzt sich dieses Licht allseitig, und zwar unabhängig von der Richtung des erregenden Strahles fort.

Führt man einen fluoreszierenden Körper durch das Spektrum, so beobachtet man, daß das Fluoreszenzlicht im allgemeinen eine geringere Brechbarkeit, also eine größere Wellenlänge besitzt als das erregende Licht. Jedoch gilt diese als „*Stokessche Regel*" bezeichnete Gesetzmäßigkeit nicht ohne Ausnahme. Untersucht man

1) Grundriß der Mineralogie 1822 u. 1824; 2, 84.

2) Phil. Transact. 1853; II, 463. Ann. d. Phys. 1852; 87, 480. 1854; Erg.-Bd. 4, 177.

3) Vgl. K. *Noack*, Verzeichnis fluoresz. Substanzen. Marburg 1887.

das durch einen fluoreszierenden Körper hindurchgegangene Licht mit dem Spektralapparat, so fehlen diejenigen Strahlen, welche die Fluoreszenz erregt haben.

Da auch die ultravioletten Strahlen eine stark fluoreszierende Wirkung haben, so ist die Fluoreszenz ein geeignetes Mittel, um ultraviolette (am besten durch die Photographie zu erkennende) Strahlen und namentlich auch deren Ablenkung bei der Brechung und Reflexion dem Auge nachweisbar zu machen. Zu diesem Zwecke konstruierte J. L. Soret[1]) ein „fluoreszierendes Okular". Im Fokus der Objektivlinse des Beobachtungsfernrohres am Spektrometer befindet sich eine fluoreszierende Lamelle, welche mit einem Okular beobachtet wird. Die Achse des Okulars ist gegen die des Fernrohres schief gestellt, um diffuses Licht zu vermeiden.

Entsprechend dem S. 62 u. f. erwähnten Monochromator für sichtbares Licht hat C. Leiss[2]) nach dem gleichen Prinzip einen „Ultraviolett-Monochromator" konstruiert. Linsen und Prismen dürfen hierbei nicht aus Glas bestehen, da dieses die ultravioletten Strahlen absorbiert, sondern aus Quarz oder Steinsalz. An Stelle des Austrittsspaltes kann zur direkten Beobachtung ein Fluoreszenzokular eingeschoben werden. Im sichtbaren Gebiet beobachtet man durch eine zentrale, im ultravioletten durch eine exzentrische Blendenöffnung. Als fluoreszierende Lamelle dient eine Uranglasscheibe mit eingeätztem Fadenkreuz. Will man ultraviolettes Licht von bestimmter Wellenlänge zur weiteren Verwendung für sich austreten lassen, so wird, wie bei dem früher beschriebenen Monochromator für sichtbare Strahlen, die Wellenlängentrommel auf die gewünschte Zahl, etwa 280 $\mu\mu$, eingestellt.

Während nach einer Beobachtung von G. Kirchhoff (1882) eine glühende Turmalinplatte in der Richtung der Plattennormale Strahlen aussendet, welche nach dem Hauptschnitte teilweise polarisiert sind, und dabei dem Kirchhoffschen Gesetze (S. 64 und S. 288) der Proportionalität zwischen Absorption und Emission genügt, gehorcht die Fluoreszenz diesem Gesetze nicht.

Das Leuchten des Phosphors im Dunkeln, welches durch eine langsame Oxydation veranlaßt wird, gab den Namen für das Leuchten von Körpern überhaupt, wenn dieses nicht durch starke Erhitzung hervorgerufen wird, und wenn es nicht mit der erregen-

---

1) Arch. d. scienc. phys. et nat. 1874; **49**, 338. 1876; **57**, 319.

2) Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1912; **32**, 292.

den Ursache zugleich erlischt. E. Becquerel[1]) sprach die Ansicht aus, daß die Fluoreszenz nur eine Phosphoreszenz von kurzer Dauer sei. E. Wiedemann[2]) beobachtete, daß alle fluoreszierenden Lösungen nachleuchten, wenn sie mit Gelatine versetzt und eingetrocknet werden. Bei den meisten Körpern erlischt jedoch die Lumineszenz schon nach einigen Minuten oder Sekunden. E. Meyer[3]) fand, daß Flußspat von Wölsendorf (Oberpfalz) photographisch wirksame Strahlen noch ein halbes Jahr nach der Belichtung aussendet. Durch Glühen der alkalischen Erden Ca, Sr, Ba mit Schwefel erhält man ein Pulver, welches im Dunkeln tagelang leuchtet, wenn es auch nur kurze Zeit vom Sonnenlicht beschienen war.

Kayser[4]) (Heinrich, Prof. ord. d. Physik a. d. Univ. Bonn) nennt einen Körper fluoreszierend, wenn er bei der betreffenden Temperatur die Energie schneller ausgibt als einnimmt, phosphoreszierend, wenn das umgekehrte eintritt; durch Erhöhung der Temperatur geht häufig der phosphoreszierende Körper in einen fluoreszierenden über.

P. E. Lecoq de Boisbeaudran[5]) (Entdecker des Galliums) wies zuerst nach, daß das rote Leuchten des Rubins durch geringe Mengen von Cr hervorgerufen wird und das blaue Licht des Calciumsulfates durch solche von Mn.

P. Lenard und V. Klatt[6]) fanden diese Angaben an einer großen Zahl von Erdalkalisulfiden bestätigt. Als besonders wirksam erwiesen sich die Metalle Cu, Pb, Mn, Ni, Bi. Indem die genannten Autoren andere natürlich vorkommende Substanzen zu einem rein dargestellten Erdalkalisulfid hinzufügten, konnten sie Kupfer in überaus großer Verbreitung nachweisen, die an die allgemeine Verbreitung des Natriums erinnert.

„Die verschiedenen Farben oder Farbennuancen des Phosphoreszenzlichtes, welche ein und derselbe "Phosphor„(-eszenzerzeuger) bei verschiedenen Temperaturen zeigt, sind alle aus denselben, bestimmten Emissionsbanden zusammengesetzt, welche dem im Phosphor wirksamen Metall eigen sind und deren jede in ihrer besonderen Weise von der Temperatur beeinflußt wird. Dieser Einfluß der

---

1) Ann. de chim. et de phys. 1859; **55**, 5.
2) Ann. d. Phys. 1888; **34**, 446.
3) Verh. d. D. phys. Ges. 1908; **10**, 643.
4) Handbuch der Spektroskopie. Leipzig, 1900 u. 1902.
5) Comptes rendus 1887; **105**. 1888; **106** u. **107**.
6) Über die Erdalkaliphosphore. Ann. d. Phys. 1904; **15**, 225. 425.

Temperatur auf die Banden besteht in einer Abänderung 1. der Intensität und 2. der Dauer ihres Leuchtens. Eine Verschiebung von Banden im Spektrum durch Temperaturänderung wurde nicht beobachtet. Intensität und Dauer des Leuchtens jeder Bande sind aber unabhängig voneinander variabel." „Der spezifische Einfluß eines bestimmten Zusatzes auf Intensität und Dauer einer bestimmten Bande ist bei allen Temperaturen derselbe, und ebenso ist der Einfluß der Temperatur auf eine bestimmte Bande bei allen Zusätzen der gleiche." „Gemeinsam ist es allen Phosphoreszenzbanden, eine obere Temperaturgrenze der Erregbarkeit durch Licht zu besitzen, doch liegt die obere Grenze bei jeder Bande in anderer Höhe."[1]) Eine untere Grenze der Erregbarkeit wurde nicht beobachtet.

Zur Erregung der Photolumineszenz eignet sich am besten entweder die Quarzglas-Quecksilberbogenlampe oder die Zeißsche UV-Filterlampe.[2]) Dieselbe besteht aus einer Bogenlampe, deren Kohlen im Inneren einen mit Eisensalzen imprägnierten Docht enthalten. Dieses eine große Menge ultravioletter Strahlen enthaltende Licht geht durch ein UV-Filter. Dasselbe besteht aus einer doppelwandigen Küvette aus Blauuviolglas. Zwischen jeder der beiden planparallelen Doppelwände, durch welche das Licht ein- und austritt, befindet sich eine mit Nitrosodimethylanilin getränkte Gelatineschicht, während die Küvette mit Kupfersulfatlösung gefüllt ist. Dieses UV-Filter läßt Licht zwischen 300 und 400 $\mu\mu$ durch. Mittels einer Quarzlinse kann das aus dem Filter austretende Licht an der gewünschten Stelle konzentriert werden.

Ausgezeichnet durch prachtvolle orangefarbene Fluoreszenz fand Th. Liebisch[3]) manche Sodalithvorkommen, $(AlNaSiO_4)_2 + Al(Al \cdot Cl)Na_3(SiO_4)_2$, so z. B. in den Sommablöcken, so daß der Sodalith auf diese Weise leicht von den anderen Gemengteilen unterschieden werden kann. Auch die dunkelbraunen Noseane, $(AlNaSiO_4)_2 + Al(Al \cdot NaSO_4)Na_3(SiO_4)_2$, in den Sanidiniten des Laachersees werden, wenn auch bedeutend schwächer, erregt; sehr schön fand Liebisch ferner die Fluoreszenz der blauen Hauyne, $(AlNaSiO_4)_2 + Al(Al \cdot NaSO_4)(Ca, Na_2)Na(SiO_4)_2$, in den Sommablöcken, deutlich

1) P. Lenard und V. Klatt, a. a. O. S. 451 u. 552.

2) Vgl. H. Lehmann, Verh. d. D. phys. Ges. 1910; **12**, 890. 1911; **13**, 1101. Ferner E. Engelhardt, Lumineszenzerscheinungen der Mineralien im ultravioletten Licht. Inaug.-Diss. d Universität Jena 1912.

3) Sitzungsber. d. Berliner Akad. d. Wiss. 1912, I, 229.

die des grauen Ittnerits (umgewandelter Hauyn oder Nosean) von Oberbergen im Kaiserstuhl.

Prachtvolle Fluoreszenz zeigen ferner manche Vorkommen von Troostit, Zn_2SiO_4. Bei gewöhnlicher Temperatur ist das emittierte Spektrum kontinuierlich zwischen 510 und 620 $\mu\mu$. Kühlt man das Mineral auf die Temperatur der flüssigen Luft ab, so zerfällt das Spektrum in zwei Gebiete, welche durch eine Lücke bei 575 $\mu\mu$ getrennt sind. Dasselbe Verhalten zeigten Zinkblende, ZnS, Zinkoxyd, ZnO, Zinkspat, $ZnCO_3$, und Kieselzinkerz, $[Zn \cdot OH]_2SiO_3$.

Beim Sodalith wird durch ultraviolettes Licht von 235 bis 300 $\mu\mu$ grünes Licht erregt. Grenzt die erregende Wellenlänge näher an das sichtbare Gebiet, so ist das erregte Licht orange und gelb. Sehr wirksam ist die Quecksilberlinie von 365 $\mu\mu$. Beim Troostit wirken die größeren Wellenlängen von 365 bis 375 $\mu\mu$ schwächer, stärker wirken die Wellenlängen von 220 bis 340 $\mu\mu$; dazwischen liegen Strahlen, welche nicht wirksam sind. In den untersuchten Mineralien der Sodalith- und der Willemitgruppe wurden von G. Eberhard durch das Spektrum in allen Fällen Mg, Fe, Mn, meist auch Cu nachgewiesen.

E. Engelhardt[1]) gibt „eine Zusammenstellung der Lumineszenzfähigkeit möglichst vieler Mineralien, und zwar der Photolumineszenz im ultravioletten Lichte". Dabei ergibt sich, daß die sämtlichen Metalle und die Mehrzahl der Erze fast gar kein ultraviolettes Licht absorbieren, sondern dasselbe fast vollständig an der Oberfläche reflektieren; sie können daher keine Fluoreszenzwirkung zeigen.

Die absolut reinen Mineralien leuchten indessen meistens gar nicht. E. Wiedemann und G. C. Schmidt[2]) machten auf die Analogie mit Eosin- und anderen Lösungen aufmerksam, bei welchen weder der Farbstoff noch das Lösungsmittel für sich fluoreszieren. Namentlich geringe Zusätze von $MnSO_4$, MnF_2 oder $MnCO_3$ zu einer Reihe von Salzen in fester Form bewirken intensive Fluoreszenz, während die Zusätze für sich ebensowenig fluoreszieren wie die betreffenden Salze. Überschreitet der Zusatz eine gewisse Menge, z. B. 0,02 % Cr zu Al_2O_3, so ist keine Fluoreszenz mehr wahrnehmbar. Man bezeichnet deshalb die fluoreszierenden Körper auch als „feste Lösungen".[3])

1) A. a. O.

2) Ann. d. Phys. 1895; **56**, 208.

3) G. C. Schmidt, Die Kathodenstrahlen. 2. Aufl. Braunschweig 1907, S. 99.

Die Wärme bewirkt zwar nach O. Fiebig[1]) an sich keine Lumineszenz, aber sie steigert die Photolumineszenz, bis letztere schließlich erschöpft wird. Beim Flußspat ist diese als Thermolumineszenz bezeichnete Erscheinung schon lange bekannt. Ist die Lichtwirkung beim Flußspat nach mäßiger Erwärmung erloschen, so kann sie durch etwas stärkeres Erwärmen nach Liebisch[2]) wieder hervorgerufen werden, bis sie schließlich völlig erschöpft ist. Durch neues Belichten des Flußspates wird dann Fluoreszenz von neuem erzeugt.

Als Tribolumineszenz bezeichnet man durch Reibung oder überhaupt durch mechanische Mittel erzeugtes Leuchten, wie es beim Zerstoßen des Zuckers im Dunkeln beobachtet wird.

Kristallolumineszenz zeigt nach H. Rose[3]) z. B. die arsenige Säure beim Kristallisieren.

Chemilumineszenz zeigen manche animalische und vegetabilische Stoffe (vermoderndes Holz) bei langsamer Oxydation.

Unter Elektrolumineszenz versteht man u. a. das Leuchten der mit verdünnten Gasen gefüllten Geißlerschen Röhren, durch welche eine elektrische Entladung geleitet wird. Eine starke Elektrolumineszenz erzeugen zuweilen auch die Kathodenstrahlen. Wie bei der Photolumineszenz, so hört auch hier die Lumineszenz mit dem Erlöschen der Kathodenstrahlen nicht immer auf. Man muß auch hier zweierlei Leuchtfarben unterscheiden, ein „Anfangslicht“ innerhalb der Kathodenstrahlen und ein Nachleuchten in der Form eines „Lichtschweifes“.[4])

A. Winkelmann und R. Straubel[5]) beobachteten, daß Flußspat unter dem Einfluß von Röntgenstrahlen sehr kräftig fluoresziert. Am stärksten wirkte ein farbloser Flußspat von der Oltschenalp bei Brienz. Die Wellenlänge der erregten Flußspatstrahlen liegt bei 274 $\mu\mu$. Man kann eine Abkürzung der Expositionszeit bei Röntgenaufnahmen erhalten, indem man Flußspatpulver in feiner Form der photographischen Schicht zusetzt. Darauf beruhen die Verstärkungsschirme für die Röntgenphotographie. Dieselben Autoren fanden, daß außer Flußspat auch Cölestin, Baryt und Strontianit eine verstärkende Wir-

1) Ann. d. Phys. 1861; **114**, 292.
2) Sitzungsber. d. Berl. Akad. d. Wiss. 1910; I, 363.
3) Ann. d. Phys. 1841; **52**, 443.
4) E. Goldstein, Sitzungsber. der Berl. Akad. d. Wiss. 1900; II, 818.
5) Ann. d. Phys. 1896; **59**, 324. Ztschr. f. Krist. 1899; **30**, 615.

kung auf die photographische Platte bei Röntgenaufnahmen ausüben. Ferner fluoreszieren unter dem Einfluß von Röntgenstrahlen nach A. Hutchinson:[1]) Diamant, Apatit, Autunit, Scheelit, Cerussit, Matlockit, Anglesit, Phosgenit, Bleichlorid, Bleijodid, Urannitrat, Uranglas.

A. Pochettino[2]) untersuchte 78 Mineralien auf Lumineszenz. Darunter fand er 60 erregbar durch Beleuchtung mit Kathodenstrahlen, 23 durch Anodenstrahlen, 20 zeigten Photophosphoreszenz, 14 Thermolumineszenz, 4 Tribolumineszenz, 3 Elektrolumineszenz. Das von den doppeltbrechenden Kristallen ausgehende Kathodolumineszenzlicht ist sehr oft mehr oder weniger polarisiert, und das von verschiedenen Flächen emittierte Licht kann nach Farbe und Polarisation verschieden sein. So erscheint bei manchen Zirkonen das Kathodolumineszenzlicht blau, wenn der Hauptschnitt des Analysators parallel, weißgelblich, wenn er senkrecht zur Hauptachse des Zirkons ist; in beiden Fällen liegt das Spektrum zwischen $\lambda = 680$ und $\lambda = 420\ \mu\mu$, aber die Intensität ist verschieden. Die Polarisation des Fluoreszenzlichtes läßt darauf schließen, daß die fremde, die Lumineszenz veranlassende Substanz in der Regel gesetzmäßig von der Struktur des Wertes beeinflußt wird; dagegen zeigt die Kathodolumineszenz des Kalkspates keine Spur irgendeiner Polarisation.

E. Kristalle mit optischem Drehungsvermögen

§ 78

Grundversuche und geometrische Symmetrie der optisch drehenden Kristalle

Eine Platte parallel zur Basis eines hexagonalen Kristalls sollte zwischen gekreuzten Nicolschen Prismen sowohl im monochromatischen als im weißen parallelen Lichte bei beliebiger Drehung um ihre Hauptachse dunkel bleiben. Nun fand aber Arago[3]) (Dominique François Jean, geb. 26. Februar 1786 zu Estagel bei Perpignan, Astronom des Längenbureaus auf der Pariser Sternwarte, Professor der Analyse, Geodäsie und sozialen Arithmetik an

1) Nature 1896; **53**, 524.

2) Ztschr. f. Krist. 1913; **51**, 113.

3) Mém. d. l. Cl. des sc. math. et phys. de l'institut imp. d. Fr. Année 1811. 1812; **12**, 93. Auszug in Ann. d. Phys. 1812; **40**, 145.

der polytechnischen Schule zu Paris, seit 1809 Mitglied des Instituts, 1831 Kammermitglied, 1848 Mitglied der provisorischen Regierung, gest. 2. Oktober 1853 zu Paris), daß eine derartige Platte aus Quarz, obwohl dieses Mineral der hexagonalen Syngonie angehört, zwischen gekreuzten Nicols nicht dunkel wird. Hat die Platte etwa eine Dicke von 1 mm und wird dieselbe mit Natriumlicht beleuchtet, so muß man den Analysator um 21,67° aus der gekreuzten Stellung herausdrehen, damit die Platte dunkel erscheint. Der Winkel, um welchen man den Analysator drehen muß, um Dunkelheit zu erhalten, ändert sich mit der Farbe des verwendeten Lichtes; wird die Platte mit weißem Licht beleuchtet, so tritt Dunkelheit für die verschiedenen im weißen Licht enthaltenen Farben nicht bei derselben Stellung des Analysators ein; die Platte ändert deshalb beim Drehen des Analysators die Farbe, wird aber bei keiner Stellung des Analysators dunkel. Da das aus dem Quarz kommende monochromatische Licht, welches linear polarisiert auf denselben aufgefallen ist, durch einen Nicol ausgelöscht werden kann, so ist dasselbe auch nach dem Durchgange durch den Quarz linear polarisiert, aber die Polarisationsrichtung wird in dem Quarz um den gleichen Betrag und im gleichen Sinne gedreht, wie der Analysator aus der früheren Dunkelstellung gedreht werden muß, damit das durch Einschieben der Quarzplatte hell gewordene Gesichtsfeld wieder dunkel wird. Manche Quarze drehen im rechten, andere im linken Sinne.

Nachdem Biot[1]) (1812, 1817 und 1819) die Abhängigkeit der Drehung von der Plattendicke beobachtet und erkannt hatte, daß die Drehung nach Stärke und Drehungssinn dieselbe bleibt, wenn die Platte umgedreht wird, also der Lichtstrahl in der Platte den entgegengesetzten Weg nimmt, und daß die Stärke der Drehung bei rechts- und linksdrehenden Kristallen von gleicher Dicke gleich ist, fand Herschel[2]) (John Fred. William, geb. 7. März 1792 zu Slough bei Windsor, Privatgelehrter, von 1850 bis 1855 Direktor der kgl. Münze zu London, gest. 12. Mai 1871 zu Collingwood) (1821) den Zusammenhang des optischen Drehungssinnes mit der Flächenausbildung des Quarzes.

---

1) Mém. d. l. Cl. des sc. math. et phys. de l'institut imp. d. Fr. Année 1812. 1814; **13**, 218.

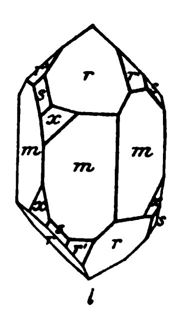
2) J. Herschel, Cambr. Phil. Soc. Trans. 1821; **1**, 43. — Edinb. Phil. Journ. 1821; **4**, 371. 1822; **6**, 379. — Vgl. auch Ann. d. Phys. 1831; **21**, 288.

Fig. 311 l und r zeigt die häufigsten Flächen des Quarzes:

das hexagonale Prisma erster Art . . . $m = \infty R\{10\bar{1}0\}$,
das positive Grundrhomboeder erster Art $r = +R\{10\bar{1}1\}$,
das negative Rhomboeder erster Art . . $r' = -R\{01\bar{1}1\}$,
das positive trigonale Trapezoeder . . . $x = \frac{6P\frac{6}{5}}{4}\{51\bar{6}1\}$,
die trigonale Bipyramide zweiter Art . $s = \frac{2P2}{2}\{11\bar{2}1\}$.

Der Quarz gilt hiernach als trigonal-trapezoedrisch.

Die Flächen r und r' unterscheiden sich meistens schon dadurch voneinander, daß r häufig größer und glänzender ist als r' und daß die Löslichkeit auf r völlig verschieden von jener auf r' ist. Die Fläche s hat gleiche Neigung gegen r und r'; die in der Zone zwischen m und s liegende Fläche x und eine Reihe anderer zwischen m und s liegender Flächen $\frac{mP\frac{m}{m-1}}{4}$ werden positive trigonale Trapezoeder genannt, die zwischen s und r' liegenden Flächen heißen negative trigonale Trapezoeder. Die Fläche s liegt bei den rechtsdrehenden Kristallen immer rechts unter dem positiven Grundrhomboeder und wird dann rechte trigonale Bipyramide genannt, bei den linksdrehenden immer links unter r und heißt dann linke trigonale Bipyramide; s bildet bei den optisch rechten Kristallen die Grenzfläche zwischen den positiven rechten und den negativen linken Trapezoedern, bei den optisch linken Kristallen die Grenzfläche zwischen den positiven linken und den negativen rechten Trapezoedern. Die negativen Trapezoeder sind sowohl bei den rechten als bei den linken Kristallen seltener als die positiven Trapezoeder. Bei den optisch rechten Kristallen finden sich, abgesehen von Prismen und Rhomboedern, nur positive rechte und negative linke trigonale Trapezoeder und die rechte trigonale Bipyramide, bei den optisch linken Kristallen die positiven linken und die negativen rechten trigonalen Trapezoeder und die linke trigonale Bipyramide; wenn sich an einem und demselben Kristall gleichzeitig Formen fanden, welche nach obigem den



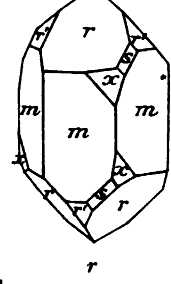


Fig. 311
Linker Quarz Rechter Quarz
Nach Dana

rechtsdrehenden Kristallen zukommen, neben solchen, welche für die linksdrehenden charakteristisch sind, so ergab sich der Kristall bei genauerer Untersuchung jedesmal als Zwilling aus einem rechten und einem linken Kristall.[1]) Beschränken wir uns auf die meist allein ausgebildete obere Hälfte der Flächenkombination und stellen dieselbe in der üblichen Weise der Fig. 311 auf, so sind bei den optisch rechtsdrehenden Quarzkristallen nur die Flächen derjenigen Zone ausgebildet, deren Achse von unten rechts nach oben links geht, bei den linken Kristallen die Flächen derjenigen Zone, deren Achse von unten links nach oben rechts geht. Die unteren Flächen erhält man aus den oberen durch Drehung um 180° um eine Nebenachse (Kante $m:r$).

Marbach (Christian August Hermann, geb. 11. April 1817 zu Jauer in Schlesien, 1855 Privatdozent, 1861 Prof. extraord. an der Universität Breslau, gest. 24. April 1873 daselbst) entdeckte[2]) die

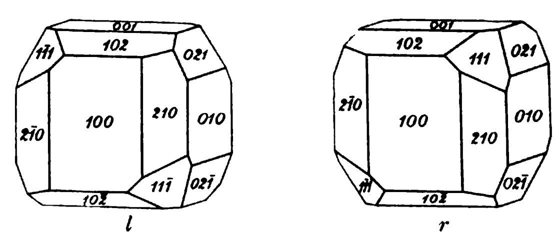


Fig. 312. Chlorsaures Natrium

optische Drehung der regulären Kristalle des chlorsauren Natriums, $NaClO_3$, des bromsauren Natriums, $NaBrO_3$, und des essigsauren Uranylnatriums, $UO_2Na(C_2H_3O_2)_3$. An den Kristallen des chlorsauren Natriums (Fig. 312 *l* und *r*) fand zuerst Rammelsberg[3]) (Carl Friedrich, geb. 1. April 1813 zu Berlin, Professor der Chemie an der Universität Berlin und Lehrer der Chemie am kgl. Gewerbeinstitut, gest. 28. Dezember 1899 in Groß-Lichterfelde) Kombinationen von Pentagondodekaeder {102} und Tetraeder {111}; die Kristalle gehören also der tetartoedrischen Klasse an; außerdem zeigen sie das Hexaeder {100} und das Rhombendodekaeder {110}. Marbach erhielt in der Mehrzahl solche Kristalle, bei welchen {100} vor-

1) Vgl. G. Rose, Über das Kristallisationssystem des Quarzes. Abh. d. Berl. Akad. d. Wiss. a. d. Jahre 1844. 1846, S. 217. — Ferner P. Groth, Monatsber. d. Berl. Akad. d. Wiss. a. d. Jahre 1869, S. 140 und Ann. d. Phys. 1869; **137**, 433.

2) Ann. d. Phys. 1854; **91**, 482. 1855; **94**, 412. 1856; **99**, 451.

3) Ebenda 1853; **90**, 12 (spez. 15).

herrscht wie in Fig. 312; dagegen zeigten Kristalle, welche zuletzt aus der Lösung sich bildeten, das Tetraeder {111} vorherrschend. Stellt man das Pentagondodekaeder {102} in die positive Stellung (vgl. I. Teil, S. 96, Fig. 136), so kann das Tetraeder entweder links (Fig. 312 *l*) oder rechts oben (Fig. 312 *r*) liegen. Marbach fand, daß diejenigen Kristalle, bei welchen nach dieser Aufstellung von {102} die Tetraederfläche oben links liegt, die Polarisationsebene im linken Sinne drehen, und diejenigen, bei welchen die Tetraederfläche oben rechts liegt, im rechten Sinne. Beide Arten von Kristallen drehen bei gleicher Dicke gleich stark, und die Stärke der Drehung ist bei den regulären Kristallen unabhängig von der Richtung, nach welcher der Strahl den Kristall durchsetzt.

Von Rammelsberg wurde zuerst 1855 die Kristallform des überjodsauren Natriums oder des Natriummetaperjodat-Hexahydrat, $Na_2J_2O_8 \cdot 6H_2O$, beschrieben und darauf von Ulrich (in Oker) dessen optische Drehung beobachtet. Von P. Groth[1]) wurde darauf der Zusammenhang zwischen rechten und linken Formen nachgewiesen. Eine einfache Kombination der Kristallformen dieses Salzes stellt Fig. 313 dar. Es gehört der trigonal-pyramidalen Klasse an; vorherrschend, aber nur mit einer Fläche ausgebildet, ist die Basis; dazu treten die trigonale Pyramide erster Art *r* ($\sphericalangle r:r = 85\frac{1}{2}^0$), diejenige trigonale Pyramide zweiter Art *e*, deren Polkante von *r* gerade abgestumpft wird, und eine negative rechte trigonale Pyramide dritter Art *t*. Derartig ausgebildete Kristalle sind optisch linksdrehend; bei den rechtsdrehenden tritt *t* als negative linke Pyramide auf.

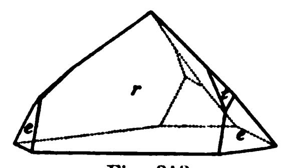


Fig. 313
Natriummetaperjodat-Hexahydrat.
$r = \{100\}$, $c = \{\bar{1}\bar{1}\bar{1}\}$,
$e = \{11\bar{1}\}$, $t = \{83\bar{1}\}$.
Nach P. Groth.

Die soeben beschriebenen Körper gehören solchen Kristallklassen an, welche enantiomorphe Formen besitzen (vgl. Tabelle im I. Teil S. 114 und 115) und sind entweder optisch-einachsig oder regulär, d. h. sie haben wenigstens eine Richtung, nach welcher ein Lichtstrahl von beliebiger Farbe sich bei den nicht-drehenden Kristallen fortpflanzt, ohne doppelte Brechung zu erleiden; bei den optisch-einachsigen (hexagonalen und tetragonalen) Kristallen ist diese Richtung die der Hauptachse, bei den regulären Kristallen gilt dasselbe für alle möglichen Richtungen. Da bis vor einigen Jahren

---

1) A. a. O. und (Zwillinge) Ann. d. Phys. 1876; 158, 223.

auch bei allen anderen Kristallen, bei welchen optische Drehung beobachtet wurde, dieselben Bedingungen erfüllt waren, so glaubte man, daß diese notwendig erfüllt werden müßten, wenn der Kristall optische Drehung zeigen soll.

Bei der angenommenen Beschränkung auf Klassen mit enantiomorphen Formen optisch-einachsiger oder regulärer Kristalle kann bei folgenden Kristallklassen optische Drehung vorkommen:

I. Regulär

1) pentagonikositetraedrische Klasse[1]: —

2) tetraedrisch-pentagondodekaedrische Klasse:
Natriumchlorat, $NaClO_3$, $\varrho = 3{,}13^0$[2], $\nu = 1{,}5151$,
Natriumbromat, $NaBrO_3$, $\varrho = 2{,}8^0$ ca.,
Essigs. Uranylnatrium, $UO_2Na(C_2H_3O_2)_3$, $\varrho = 1{,}8^0$ ca.,
Natriumsulfantimoniat, $Na_3SbS_4 \cdot 9\,H_2O$, $\varrho = 2{,}7^0$ ca.,
Amylaminalaun, $AlNH_3(C_5H_{11})(SO_4)_2 \cdot 12\,H_2O$, $\varrho = ?$

II. Hexagonal

3) hexagonal-trapezoedrische Klasse[3]: —

4) hexagonal-pyramidale Klasse: —

5) trigonal-trapezoedrische Klasse:
Quarz, SiO_2, $\varrho = 21{,}70^0$, $\nu_o = 1{,}54425$, $\bar{\nu}_e = 1{,}55336$,
Zinnober, HgS, $\varrho_{rot} = 325^0$, $\nu_o = 2{,}854$, $\bar{\nu}_e = 3{,}201$,
Kaliumdithionat-Tetrahydrat, $K_2S_2O_6 \cdot 4\,H_2O$, $\varrho = 8{,}39^0$, $\nu_o = 1{,}4550$, $\bar{\nu}_e = 1{,}5153$,
Calciumdithionat-Tetrahydrat, $CaS_2O_6 \cdot 4\,H_2O$, $\varrho_{grün} = 2{,}1^0$, $\nu_o = 1{,}5496$, $\bar{\nu}_e = ?$

---

1) Der beigefügte horizontale Strich bedeutet, daß von der betreffenden Kristallklasse bis jetzt kein Vertreter mit optischem Drehungsvermögen bekannt ist.

2) ϱ ist das spezifische Drehungsvermögen, d. h. die Drehung durch eine 1 mm dicke Platte, und zwar wenn nichts anderes vermerkt ist, für Na-Licht bei 20° C.

3) Zur hexagonal-trapezoedrischen Klasse werden wegen ihres geometrischen Verhaltens das rechtsweins. Antimonyl-Baryum + salpeters. Kalium und das analoge Bleisalz gestellt; diese erscheinen aber optisch-zweiachsig mit verschiedener Orientierung der Achsenebene an verschiedenen Stellen. Groth bemerkt (Phys. Krist., 4. Aufl., S. 494): „lokal weisen die sehr komplizierten Erscheinungen auf einen lamellaren Aufbau aus basischen Platten hin, deren Achsenebenen 30° gegeneinander gedreht sind (analog den Glimmerkombinationen mit 60° Drehungswinkel). Dieses Verhalten verhindert die Feststellung des Drehungsvermögens der Kristalle der beiden optisch-aktiven Körper". Hiernach gehören die homogenen Kristalle dieser beiden Körper nicht zu dieser Klasse.

Strontiumdithionat-Tetrahydrat, $SrS_2O_6 \cdot 4\,H_2O$, $\varrho = 3{,}39^0$, $\nu_o = 1{,}5293$, $\bar{\nu}_e = 1{,}5252$,

Bleidithionat-Tetrahydrat, $PbS_2O_6 \cdot 4\,H_2O$, $\varrho = 5{,}53^0$, $\nu_o = 1{,}6351$, $\bar{\nu}_e = 1{,}6531$,

Benzil, $C_{14}H_{10}O_2$, $\varrho = 25^0$, $\nu_o = 1{,}6588$, $\bar{\nu}_e = 1{,}6784$,

Rechts- und linksweins. Rubidium, $Rb_2C_4H_4O_6$, $\varrho = 10{,}2^0$,

Laurineen-Campher, $C_{10}H_{16}O$, $\varrho = 0{,}65^0$ (r),

Matico-Campher, $C_{12}H_{20}O$, $\varrho = 2{,}4^0$ (l), $\nu_o = 1{,}5447$, $\bar{\nu}_e = 1{,}5436$,

Patchouli-Campher, $C_{15}H_{26}O$, $\varrho = 1{,}33^0$ (l).

6) trigonal-pyramidale Klasse:

Natriummetaperjodat-Hexahydrat, $Na_2J_2O_8 \cdot 6\,H_2O$ bzw. $NaJO_4 \cdot 3\,H_2O$, $\varrho = 23{,}3^0$, „Doppelbrechung ziemlich schwach“.

III. Tetragonal

7) tetragonal-trapezoedrische Klasse:

Schwefels. Aethylendiamin, $(C_2H_4)(NH_2)_2 \cdot H_2SO_4$, „die wahrscheinlich mimetischen Kristalle drehen die P.-E. rechts“.

Kohlens. Guanidin, $(CH_5N_3)_2H_2CO_3$, $\varrho = 14^0 34'$, $\nu_o = 1{,}4963$, $\bar{\nu}_e = 1{,}4864$ („pseudoregulär, $a:c = 1:0{,}9910$“).

Diacetylphenolphtalein, $C_{20}H_{12}O_4(C_2H_3O)_2$, $\varrho = 19{,}7^0$, Doppelbr. neg.

Saures äpfels. Zink, $(C_4H_5O_5)_2Zn \cdot 2\,H_2O$, $\varrho = 3{,}02^0$ (l), „die Kristalle z. T. aus zweiachsigen Lamellen zusammengesetzt, z. T. mimetisch-einachsig“.

Schwefels. Strychnin, $(C_{21}H_{22}N_2O_2)_2H_2SO_4 \cdot 6\,H_2O$, $\varrho_{rot} = 9$ bis 10^0 (l).

An Spaltungsplatten nach (001), mit verdünnter Salzsäure geätzt, beobachtete H. Baumhauer[1]) unter dem Mikroskop zahlreiche feine Risse, und zwar entspricht deren Orientierung auf den beiden gegenüberliegenden Seiten der Platte der Symmetrie der tetragonal-trapezoedrischen Klasse.

8) tetragonal-pyramidale Klasse:

Rechtsweinsaures Antimonyl-Baryum, $(SbO)_2Ba(C_4H_4O_6)_2 \cdot H_2O$, Drehung rechts, Doppelbrechung positiv.

Die optische Drehung der Kristalle wurde von W. Mamontow[2]) beobachtet, während H. Traube[3]) weder bei dem hexagonal-pyramidal

1) Ztschr. f. Krist. 1881; **5**, 577. 1890; **17**, 608.

2) Bull. d. l. Soc. d. Natur. d. Moscou 1896; Nr. 4. Auszug Ztschr. f. Krist. **32**, 503.

3) N. Jahrb. f. Min. usw. 1893; Beil.-Bd. **8**, 269.

kristallisierenden Strontiumsalz, noch bei dem ebenso kristallisierenden Bleisalz, noch bei dem hier erwähnten tetragonal-pyramidal kristallisierenden Baryumsalz bei Platten bis zu 2 cm Dicke Drehung nachweisen konnte.

Aus dieser Übersicht läßt sich ersehen:

1) Es fehlen Vertreter der pentagonikositetraedrischen,
der hexagonal-trapezoedrischen und
der hexagonal-pyramidalen Klasse.

2) Die Mehrzahl der hierhergehörigen Kristalle gehört der trigonal-trapezoedrischen oder der regulär-tetartoedrischen Klasse an.

3) Mehrere der genannten, namentlich der tetragonalen Körper sind deutlich als nur mimetisch optisch-einachsig zu erkennen.

4) In den genannten acht Klassen gibt es außer den Körpern mit Drehungsvermögen auch solche ohne Drehungsvermögen; zur tetraedr.-pentagondodekaedr. Klasse werden z. B. noch die Nitrate von Baryum, Strontium und Blei gestellt, bei welchen Drehungsvermögen nicht bekannt ist. Zuweilen besitzen von sonst einander sehr nahestehenden Körpern die einen Drehungsvermögen, die anderen nicht, z. B. Kaliumdithionat, $K_2S_2O_6$, kristallisiert trigonal-trapezoedrisch, das Achsenverhältnis ist $a:c = 1:0,6467$, ν_o (für Na-Licht) $= 1,4550$, $\bar{\nu}_e = 1,5153$; die Kristalle sind optisch drehend; das Rubidiumdithionat, $Rb_2S_2O_6$, kristallisiert ebenfalls trigonal-trapezoedrisch, das Achsenverhältnis ist $a:c = 1:0,6307$, $\nu_o = 1,4574$, $\bar{\nu}_e = 1,5078$; die Kristalle sind jedoch optisch nicht-drehend. Die Enantiomorphie ist also jedenfalls nicht die einzige Bedingung, welche zur Erzeugung des Drehungsvermögens nötig ist.

J. Mac Cullagh[1]) kam auf Grund theoretischer Untersuchungen zu der Ansicht, daß es auch optisch-zweiachsige Kristalle mit Drehungsvermögen gäbe, daß diese im allgemeinen zwei elliptisch polarisierte Strahlen lieferten, die aber für die Richtungen der beiden optischen Achsen in zwei zirkulare übergehen, und daß deshalb Platten senkrecht zu einer der beiden optischen Achsen ähnliche Erscheinungen liefern würden, wie eine zur Hauptachse senkrechte Quarzplatte. Verdet[2]) (Marcel Émile, geb. 13. März 1824 in Nimes, Prof. d. Phys. a. d. école normale in Paris, gest. 3. Juni 1866) machte auf die Schwierigkeiten aufmerksam, welche der Beobachtung dieser Erscheinungen bei optisch-zweiachsigen Kristallen entgegenstehen.

1) Proceed. of R. Irish Acad. 1836 bis 1840; I, 385. — Transact. of R. Irish Acad. 1837; **17**, III, 461. — Ann. d. Phys. 1848; **72** (Ergänz.), 425.

2) Leçons d'optique physique, éd. par A. Levistal, 1869—1872, S. 326.

Wird eine Quarzplatte nur wenig schief gegen die Hauptachse geschliffen, so zeigt sie noch Drehung, aber in geringerem Maße; bei weiterer Neigung wird die Drehung der Polarisationsebene sehr bald durch die gewöhnliche Doppelbrechung verdeckt. Das Fehlen der Doppelbrechung bei regulären Körpern überhaupt und bei den optisch-einachsigen Kristallen in der Richtung der Hauptachse begünstigt das Erkennen der Drehung der Polarisationsebene. Zur Prüfung optisch-zweiachsiger Kristalle auf etwaige Doppelbrechung muß man deshalb Platten herstellen, welche zu einer der beiden optischen Achsen senkrecht stehen. Allerdings ist eine solche Platte wegen der Dispersion der optischen Achsen streng genommen immer nur für eine bestimmte Wellenlänge senkrecht zur optischen Achse, während die Hauptachse der optisch-einachsigen Kristalle für alle Farben die gleiche Bedeutung hat. Dazu kommen weitere Erschwerungen der Beobachtung bei den optisch-zweiachsigen Kristallen gegenüber den optisch-einachsigen. Bei letzteren ist eine zur Hauptachse senkrechte Fläche, die Basis, vielfach schon als äußere Umgrenzung vorhanden oder kann durch Spalten leicht hergestellt werden; bei den optisch-zweiachsigen dagegen ist eine zu einer optischen Achse senkrechte Fläche als Kristallfläche nicht zu erwarten. Ferner gelingt es kaum jemals, auch bei den optisch nicht-drehenden Kristallen eine Platte senkrecht zu einer der beiden optischen Achsen so genau herzustellen, daß sie bei jeder Drehung im parallelen Lichte zwischen gekreuzten Nicols dunkel bleibt. Bei den optisch-einachsigen Kristallen bildet die zur Hauptachse senkrechte Ebene die gemeinsame Berührungsebene an die Normalenfläche des ordentlichen und des außerordentlichen Strahles; kleine Abweichungen von der idealen Lage der Fläche veranlassen deshalb nur geringe Änderungen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der beiden Strahlen senkrecht zur Plattenebene. Bei den optisch-zweiachsigen Kristallen dagegen veranlaßt eine geringe Abweichung von der idealen Lage eine relativ große Änderung in der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des außerordentlichen Strahles, also eine stärkere Doppelbrechung.

Sind die beiden optischen Achsen eines optisch-zweiachsigen Kristalls geometrisch deckbar gleiche Richtungen, und findet optische Drehung in der Richtung dieser Achsen statt, dann muß der Drehungssinn und der absolute Betrag der Drehung für beide optische Achsen gleich sein.

Sind die beiden optischen Achsen weder deckbar noch spiegelbildlich gleich, dann besteht keine a priori zu bestimmende Be-

ziehung zwischen der Drehung der nach den beiden optischen Achsen sich fortpflanzenden Lichtwellen.

H. C. Pocklington[1]) kam zuerst auf theoretischem Wege zu der Überzeugung, daß Beobachtungen im konvergenten Lichte besser zur Prüfung der optischen Drehung zweiachsiger Kristalle geeignet seien. Es müßten bei optisch drehenden Kristallen im konvergenten Lichte die hyperbolischen Büschel erst dann dunkel werden, wenn man den Analysator um einen gewissen Winkel aus der zum Polarisator senkrechten Stellung herausdrehe.

Pocklington hat dann zuerst beim Rohrzucker und beim Kalium-Seignettesalz optische Drehung zweiachsiger Kristalle nachgewiesen. Der Rohrzucker, $C_{12}H_{22}O_{11}$, kristallisiert monoklin-sphenoidisch, die optischen Achsen liegen in der Ebene (010); die eine derselben, A_1, steht beinahe senkrecht zur Spaltfläche (100), die andere, A_2, liegt im stumpfen Achsenwinkel gegen die Vertikalachse um 42°55′ geneigt. Da diese beiden Richtungen geometrisch weder deckbar noch spiegelbildlich gleich sind, so sind auch die absoluten Beträge der beiden Drehungen voneinander unabhängig. Pocklington fand für die Achse A_1 eine Drehung von 2,2° (l), für A_2 eine solche von 6,4° (r) für eine Dicke von 1 mm. Der entgegengesetzte Drehungssinn der beiden Achsen ist immerhin bemerkenswert. Da der Zucker bekanntlich auch in Lösung dreht, so ist zu vermuten, daß dieser entgegengesetzte Drehungssinn der beiden Kristallrichtungen die Folge der gleichzeitigen Drehung der Moleküle selbst und der Anordnung der Moleküle ist. Das Kalium-Seignettesalz, $NaK(C_4H_4O_6) \cdot 4H_2O$, ist rhombisch-bisphenoidisch; die Richtungen der optischen Achsen sind infolgedessen deckbar gleich und müssen gleich starke und gleich gerichtete Drehung haben. Pocklington fand entsprechend eine Drehung von 1,2° (r) für beide Achsen.

Um die optische Drehung auch bei dickeren Platten mit verhältnismäßig starker Doppelbrechung wahrnehmen zu können, ersetzte H. Dufet[2]) das starke Objektiv eines gewöhnlichen Polarisationsmikroskops für konvergentes Licht durch ein schwaches und brachte an die Stelle der Hilfslinse (vgl. S. 186), welche in Verbindung mit dem Okular ein schwach vergrößerndes Mikroskop bildet, eine stärkere Linse oder auch ein mittelstarkes Objektiv-

1) Philos. Mag. 1901; 2, 361.

2) Bull. d. l. soc. franç. d. min. 1904; 27, 156.

system. Dufet fand die Beobachtungen von Pocklington bis auf kleine Differenzen bestätigt; er beobachtete Kristalle:

a) der rhombisch-bisphenoidischen Klasse:

1) Kalium-Seignettesalz, $NaK(C_4H_4O_6) \cdot 4H_2O$, 1,35° (r),

2) Ammonium-Seignettesalz, $Na(NH_4)(C_4H_4O_6) \cdot 4H_2O$, 1,55° (l).

Beide Seignettesalze drehen in Lösung fast gleich stark nach rechts. Der verschiedene Drehungssinn der Kristalle und der Lösung erklärt sich hier in der gleichen Weise wie beim Rohrzucker aus der Verschiedenheit der beiden Achsen desselben Kristalls; die optischen Achsen liegen nämlich beim Kalium-Seignettesalz in der Ebene (010), beim Ammonium-Seignettesalz in der Ebene (100); die optische Drehung muß also auch bei diesen beiden Körpern mit der Richtung stark veränderlich sein wie beim Rohrzucker.

3) d-Methyl-α-Glykosid, $C_6H_{11}(CH_3)O_6$, 4,4° (r),

4) Bittersalz, $MgSO_4 \cdot 7H_2O$, mit linken Sphenoidflächen, 2,6° (l), $\nu_3 - \nu_1 = 0{,}029$[1]),

5) Mononatriumphosphat, $NaH_2PO_4 \cdot 2H_2O$, mit linken Sphenoidflächen, + 4,45°.

Diese beiden letzteren Salze drehen in Lösung nicht, die Drehung der Kristalle ist bei ihnen also nur auf die Struktur zurückzuführen.

Beim Strontiumformiat, $Sr(HCO_2) \cdot 2H_2O$, welches in der gleichen Symmetrieklasse kristallisiert, konnte keine Drehung nachgewiesen werden. Die Symmetrie allein genügt also auch bei den optisch-zweiachsigen Kristallen nicht zur Erklärung der optischen Drehung; es muß also sowohl bei den regulären wie bei den optisch-einachsigen und bei den optisch-zweiachsigen Kristallen bei gleicher Symmetrie noch eine Verschiedenheit der Struktur vorausgesetzt werden; die eine Strukturart bewirkt optische Drehung, die andere, obwohl sie die gleichen Symmetrie-Elemente besitzt, bewirkt keine Drehung.

b) der monoklin-sphenoidischen Klasse:

1) Bei Rohrzucker, $C_{12}H_{22}O_{11}$, erhält Dufet dieselben Werte wie Pocklington: für A_1 2,2° (l), für A_2 6,4° (r).

2) Bei der Rechtsweinsäure, $C_4H_6O_6$, liegt die Ebene der optischen Achsen senkrecht zu (010); die beiden Achsen sind also

1) A. Johnsen fand entsprechend Bittersalzkristalle mit rechten Bisphenoidflächen rechtsdrehend (Centralblatt f. Min. usw. 1915, S. 36).

hier deckbar gleich und müssen deshalb nach Stärke und Richtung gleiche Drehung geben. Dufet fand entsprechend 8,55° für Li-, 11,4° für Na-, 14,2° für Tl-Licht, und zwar für beide Achsen gleiche und gleichgerichtete, d. h. linke Drehung.

3) Rhamnose, $C_5H_9O_5(CH_3) \cdot H_2O$, hat dieselbe Lage der optischen Achsenebene (010) wie Rohrzucker, dementsprechend verschiedene Drehung für die beiden optischen Achsen: 12,9° (l) und 5,4° (l) für Natriumlicht.

Diese beiden Klassen liefern enantiomorphe Formen, und man war, wie erwähnt, früher wenigstens allgemein der Ansicht, daß nur bei solchen Kristallen Drehung der P.-E. zu erwarten sei, welche derartigen Klassen angehören. So schrieb Ch. Soret[1]): „C'est avec une probabilité qui touche à la certitude, que l'on peut dire que le pouvoir rotatoire ne se rencontre que dans les milieux hémiédriques à formes conjuguées non superposables.“ Demgegenüber vertrat Willard Gibbs[2]) die Ansicht, daß das Drehungsvermögen mit der Richtung wechsle, und nach spiegelbildlich gleichen Richtungen gleich starke, aber entgegengesetzt gerichtete Drehung möglich sei. Die Symmetrie verlangt dann aber die folgenden Sätze:

1) Sind zwei Geraden deckbar gleich, und erleidet ein Lichtstrahl, welcher sich in der einen dieser beiden Geraden fortpflanzt, eine Drehung seiner P.-E., so muß der in der andern Geraden sich fortpflanzende Strahl die gleichstarke und im gleichen Sinne erfolgende Drehung erfahren.

2) Sind zwei Geraden spiegelbildlich gleich und ist optische Drehung für einen Strahl nach einer der beiden Geraden vorhanden, so erleidet ein Strahl nach der anderen Geraden gleichstarke Drehung, aber im entgegengesetzten Sinne.

3) Sind zwei Geraden sowohl spiegelbildlich als deckbar gleich, so kann ein Strahl nach keiner dieser beiden Richtungen Drehung seiner P.-E. erleiden.

4) Die beiden entgegengesetzten Richtungen der Normalen sowohl zu einer gewöhnlichen Spiegelebene, als zu einer Ebene der Drehspiegelung sind spiegelbildlich gleich; die Drehung der P.-E. soll aber nach den beiden Richtungen einer und derselben Geraden im gleichen Sinne erfolgen; deshalb kann ein Strahl, welcher sich senkrecht zu einer gewöhnlichen Spiegelebene oder senkrecht zu einer Ebene der Drehspiegelung fortpflanzt, keine Drehung seiner P.-E. erleiden.

---

1) Arch. d. sciences phys. et nat. Genève 1884; **11**, 414.

2) Am. Journ. of Science 1882; **23**, 460.

5) Ist eine Gerade zwei- oder mehrzählige Deckachse, und gehen zugleich durch diese Gerade eine oder mehrere Spiegelebenen, so ist eine rechte Drehung um diese Achse geometrisch gleichwertig mit einer linken Drehung um die gleiche Achse. Ein Lichtstrahl kann also beim Durchgang parallel zu einer solchen Achse keine Drehung seiner P.-E. erleiden.

6) Besitzt ein Kristall ein Inversionszentrum (vgl. I. Teil S. 88), so ist eine Drehung um irgendeine Gerade im rechten Sinne für die eine der beiden entgegengesetzten Richtungen dieser Geraden stets einer Drehung im linken Sinne bezüglich der anderen Richtung dieser Geraden geometrisch gleichwertig. Besäße also ein solcher Kristall für die eine der beiden Richtungen einer Geraden etwa einen rechten optischen Drehungssinn, so müßte er für die entgegengesetzte Richtung derselben Geraden einen linken optischen Drehungssinn besitzen, was aber wieder der allgemeinen Forderung widerspricht, daß die beiden entgegengesetzten Richtungen einer Geraden in bezug auf die Fortpflanzungsrichtung des Strahles den gleichen Drehungssinn haben sollen. Das Vorhandensein eines Inversionszentrums schließt also optische Drehung nach jeder Richtung aus.

Infolge des Besitzes eines Inversionszentrums sind die Kristalle folgender Symmetrieklassen von der optischen Drehung für alle Richtungen ausgeschlossen:

I. reguläre: 1) hexakisoktaedrische, 2) dyakisdodekaedrische,
II. hexagonale: 3) dihexagonal-bipyramidale, 4) ditrigonal-skalenoedrische, 5) hexagonal-bipyramidale, 6) trigonal-rhomboedrische,
III. tetragonale: 7) ditetragonal-bipyramidale, 8) tetragonal-bipyramidale,
IV. rhombische: 9) rhombisch-bipyramidale,
V. monokline: 10) prismatische,
VI. trikline: 11) pinakoidale Klasse.

Infolge der anderen oben angeführten Sätze ist ferner optische Drehung ausgeschlossen für die folgenden Symmetrieklassen:

I. reguläre: 12) hexakistetraedrische,
II. hexagonale: 13) dihexagonal-pyramidale, 14) ditrigonal-bipyramidale, 15) ditrigonal-pyramidale, 16) trigonal-bipyramidale,
III. tetragonale: 17) ditetragonal-pyramidale Klasse.

Für die Richtung der Hauptachse sind ferner ausgeschlossen die beiden folgenden tetragonalen Klassen, bei welchen die Basis Ebene der Drehspiegelung ist:

18) Die didigonal-skalenoedrische Klasse; bei dieser Klasse sind ferner die beiden Zwischenachsen senkrecht zu einer Spiegelebene; hier kann also weder die Hauptachse noch eine der beiden zueinander und zur Hauptachse senkrechten Zwischenachsen als Strahlenrichtung mit optischer Drehung gelten. Der Symmetrie würde genügen, wenn für die beiden Nebenachsen gleichstarke, aber entgegengesetzt gerichtete optische Drehung bestünde.

19) Bei der orthobisphenoidischen Klasse könnte für Strahlen nach den beiden Nebenachsen entgegengesetzte Drehung eintreten und auch für Strahlen nach den beiden Zwischenachsen.

Diese beiden Klassen 18) und 19), welche Gibbs noch zu den Klassen mit möglicher optischer Drehung hinzugefügt hat, scheiden aus der Reihe derjenigen Klassen, bei welchen direkt nachweisbare optische Drehung zu erwarten ist, aus, weil für Richtungen, welche nicht der Hauptachse parallel sind, die gewöhnliche Doppelbrechung eine etwaige optische Drehung verdecken würde.

Infolge der Symmetrieeigenschaften läßt sich also bei den acht S. 384 u. f. genannten regulären und optisch-einachsigen Klassen mit enantiomorphen Formen, ferner bei folgenden drei optisch-zweiachsigen Klassen mit enantiomorphen Formen optische Drehung erwarten:

IV. Rhombisch

9) klinobisphenoidische Klasse.

V. Monoklin

10) sphenoidische Klasse.

VI. Triklin

11) pediale Klasse.

Von den 32 Symmetrieklassen wurden bis jetzt 11 als mögliche, 19 als unmögliche Klassen für optische Drehung gefunden; es bleiben noch übrig die rhombisch-pyramidale und die monoklin-domatische Klasse. M. Chipart[1]) stellte diese beiden Klassen zu denen, für welche optische Drehung möglich sei. Bei der rhombisch-pyramidalen Klasse wäre eine Drehung für optische Achsen, welche in einer der beiden vertikalen Symmetrieebenen lägen, für

1) Théorie gyrostatique de la lumière. Paris 1904, S. 2.

optische Drehung ausgeschlossen, weil diese Richtungen sowohl spiegelbildlich als deckbar gleich wären; dagegen sind die beiden optischen Achsen nur spiegelbildlich, aber nicht deckbar gleich, wenn sie in der Ebene (001) liegen. Zu dieser Klasse gehört das Resorzin, dessen Ebene der optischen Achsen in der Ebene (001) liegt. Dufet ist es aber nicht gelungen, bei diesem Körper eine Drehung der Polarisationsebene nachzuweisen.

Bei der monoklin-domatischen Klasse wäre mit Rücksicht auf die Symmetrie gleiche Drehung der Polarisationsebene im entgegengesetzten Sinne dann möglich, wenn die optische Achsenebene senkrecht zur Symmetrieebene steht. Ein Beispiel für die Drehung in einem solchen Falle ist bisher nicht nachgewiesen worden.

Liegt die optische Achsenebene in der Spiegelebene, so sollte man zunächst eine optische Drehung um eine der beiden optischen Achsen nicht erwarten, denn die Spiegelung läßt zu jeder Drehung im rechten Sinne an derselben Stelle auch eine gleich starke Drehung im linken Sinne erwarten.

E. Sommerfeldt[1]) fand als Repräsentanten der domatischen Klasse das „Polymerisationsprodukt des Mesityloxydoxalsäuremethylesters“, $C_9H_{12}O_4$, bei welchem die Ebene der optischen Achsen in der Symmetrieebene liegt, und er beobachtete bei diesem Körper, daß im konvergenten Lichte der zur Achsenebene senkrechte Mittelbalken in der Normalstellung fehlte, dagegen in der Diagonalstellung vorhanden war, und deutet diese Erscheinung als die Folge von optischer Drehung (vgl. § 81, S. 406). Er versuchte diese Erscheinung durch eine besondere Vorstellung über die Struktur zu erklären. Während L. Sohncke die (einfachen) regelmäßigen Punktsysteme aus Drehungen und parallelen Schiebungen zweier oder mehrerer kongruenter Raumgitter ableitete[2]), fügte Sommerfeldt im Anschluß an A. Schoenflies noch die Spiegelung hinzu. Diese spezielle Anordnung hat zur Folge, daß längs der einen der beiden optischen Achsen die entgegengesetzte Drehung stattfindet wie längs der anderen; es wäre also im ganzen genommen ebensowenig wie bei der geometrischen Umgrenzung ein Drehungssinn bevorzugt. Es ist freilich hervorzuheben, daß Sohncke sich ausdrücklich gegen die Annahme eines regelmäßigen Systems aus enantiomorphen Bausteinen ausgesprochen hat.[3]) Auch „scheint“ W. Voigt[4]) „ein

1) Physik. Ztschr. 1906; 7, 207. 2) Vgl. I. Teil S. 141.
3) Vgl. I. Teil S. 159. 4) Physik. Ztschr. 1906; 7, 269.

Zwillingsphänomen nach Art des z. B. am Diopsid häufig beobachteten im Grunde wahrscheinlicher" zur Deutung dieser Erscheinungen, während Sommerfeldt die Kristalle stets vollkommen homogen und kein Anzeichen für Zwillingsbildung fand. Nun haben gerade enantiomorphe Kristalle zuweilen die Neigung, sich so innig miteinander zu mischen, daß Zwillingsgrenzen in keiner Weise mehr nachzuweisen sind[1]; da aber diese Gebilde beim Quarz z. B. durch Übergänge mit unzweifelhaften Zwillingen verbunden sind, so können sie nur als quasi homogene Zwillingsaggregate gedeutet werden. Zwischen den Zwillingsaggregaten des Quarzes und der erwähnten domatischen Substanz besteht der Unterschied, daß jene Zwillinge mit paralleler Hauptachse sind, während die optischen Achsen der Individuen der anderen Substanz gegeneinander geneigt sind.

Die Beobachtung hat somit optische Drehung bei unbestritten nicht enantiomorphen Klassen bis jetzt nicht kennen gelehrt.

§ 79

Erscheinungen an optisch drehenden Kristallen im parallelen linear polarisierten Lichte und Apparate zur Messung der optischen Drehung

Die einfachste Methode zur Erkennung der optischen Drehung besteht, wie schon erwähnt, darin, daß man eine Kristallplatte, welche bei regulären Kristallen jede beliebige Richtung haben kann, dagegen bei optisch-einachsigen Kristallen senkrecht zur Hauptachse, bei optisch-zweiachsigen Kristallen senkrecht zu einer der beiden optischen Achsen geschnitten ist, im linear polarisierten parallelen, monochromatischen Lichte zwischen zwei zueinander senkrecht stehende Nicols bringt. Erscheint dabei das Gesichtsfeld aufgehellt, und wird es dunkel, wenn man den Analysator um einen gewissen Betrag dreht, so ist die Polarisationsebene des auf die Platte fallenden Lichtes um denselben Betrag und in demselben Sinne in der Platte gedreht worden, um welchen der Analysator aus der gekreuzten Stellung gedreht werden mußte, damit wieder Dunkelheit eintrat. Praktisch läßt sich jedoch diese Methode bei nur schwach drehenden und besonders bei optisch-zweiachsigen Kristallen aus den vorhin angegebenen Gründen nur schwer durchführen.

Statt die Dunkelstellung der gekreuzten Nicols als Marke für die Nullstellung zu verwenden, kann man zur Erzielung einer größeren Genauigkeit die S. 225 aufgeführten Vorrichtungen zur

---

1) Vgl. I. Teil S. 172.

Erzielung einer empfindlichen Nullstellung der Polarisatoren auch zur Prüfung auf optische Drehung eines Kristalls verwenden. Es müssen den dort erwähnten nunmehr noch einige andere hinzugefügt werden.

Für beide Zwecke liefern die sog. „Halbschattenapparate" sehr genaue Resultate.

Der Laurentsche Halbschattenapparat[1]) (Fig. 314) besteht aus einer Quarzplatte, welche parallel zur Hauptachse in solcher Dicke geschnitten ist, daß die beiden Strahlen, welche die Platte senkrecht durchsetzen, innerhalb der Platte einen Gangunterschied $\Gamma = \frac{1}{2}\lambda$ erleiden. Die Längsrichtung YY' der Platte sei die Hauptachse des Quarzes; die Schwingungsrichtung OP des Polarisatornicols sei unter dem Winkel α gegen die Hauptachse des Quarzes geneigt, und die Quarzplatte bedecke das kreisförmige Gesichtsfeld nur zur Hälfte. In der Quarzplatte zerfällt die eintretende Schwingung in die beiden Komponenten OX und OY, deren Längenverhältnis von der Wahl des Winkels α abhängt. Da der Gangunterschied für die verwendete Wellenlänge $\frac{1}{2}\lambda$ ist, so beginnt beim Austritt aus der Platte die eine Oszillation ihre Schwingung nach OX', während die andere ihre Schwingung nach OY beginnt; in der nicht mit Quarz bedeckten Hälfte dagegen beginnt die eine Schwingung in der Richtung OX, während die andere in der Richtung OY beginnt. Die resultierende Schwingung in der nicht mit Quarz bedeckten Hälfte des Gesichtsfeldes ist also unverändert parallel OP, während über der durch den Quarz bedeckten Hälfte die resultierende Schwingung nach dem Austritt aus der Quarzplatte in der Richtung OP' geht.

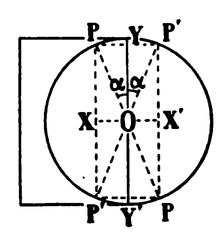


Fig. 314
Laurentscher Halbschattenapparat

Steht der Analysatornicol so, daß seine Schwingungsrichtung parallel der Halbierungslinie des spitzen oder des stumpfen Winkels zwischen diesen beiden Resultierenden liegt, dann haben die beiden Hälften des Gesichtsfeldes die gleiche mittlere Helligkeit („Halbschatten"); dreht man den Analysator etwa aus derjenigen Richtung, bei welcher seine Schwingungsrichtung den spitzen Winkel 2α halbiert, in diejenige Lage, bei welcher die Analysatorschwingung

1) L. Laurent, Journ. d. phys. 1874, 3, 183. — Comptes rendus 1879; 89, 665. — Vgl. auch U. Gayon, Journ. de phys. 1879; 8, 164 und H. Dufet, ebenda 1882; 1, 552.

sich mehr der Richtung OP, d. h. der Schwingungsrichtung der unbedeckten Hälfte nähert, so wird diese heller, die bedeckte Hälfte des Gesichtsfeldes aber gleichzeitig dunkler. Dreht man den Analysator nach der entgegengesetzten Richtung, so ändern sich auch die beiden Hälften des Gesichtsfeldes im entgegengesetzten Sinne wie vorhin. Diejenige Stellung des Analysators, bei welcher beide Hälften des Gesichtsfeldes gleich hell sind, die Trennungslinie also verschwindet, liefert die Nullstellung des Apparates. Der Winkel α des Polarisators kann bei dem Laurentschen Apparate willkürlich geändert werden; je mehr sich die Schwingungsrichtung des Polarisators der Hauptachse der Quarzplatte nähert, desto kleiner wird α und um so heller wird das gleichhelle Gesichtsfeld, wenn die Schwingungsrichtung des Analysators bei der Nullstellung parallel OY geht, oder um so dunkler wird das gleichhelle Gesichtsfeld, wenn die Analysatorschwingung parallel OX geht. Man muß denjenigen Winkel α für die Polarisatorschwingung auswählen, bei welchem das Auge für kleine Abweichungen von der gleichen Helligkeit am empfindlichsten ist. Stellt man den Halbschattenapparat zuerst auf gleiche Helligkeit ein und schiebt dann einen optisch-drehenden Körper zwischen die Quarzplatte und den Analysator, so ist die gleiche Helligkeit gestört; man muß dann den Analysator um denselben Betrag und im selben Sinne drehen, um welchen der drehende Körper die Polarisationsebene des Lichtes gedreht hat, um wieder die gleiche Helligkeit des Gesichtsfeldes zu erhalten. Die Drehung des Analysators gibt also gleichzeitig die gesuchte Drehung des Körpers an. Man kann aber den drehenden Körper auch zwischen die Quarzplatte und den Polarisator bringen. Eine Drehung des Polarisators im entgegengesetzten Sinne und im gleichen Betrage wie die Drehung durch den eingeschobenen Körper führt dann wieder die gleiche Helligkeit herbei.

Eine ähnliche Verwendung findet die Doppelplatte von Soleil;[1]) während jedoch bei dem Laurentschen Apparate die Quarzplatte parallel zur Hauptachse geschnitten wird, die Drehung derselben also gar nicht in Betracht kommt, sind die beiden Quarzplatten des Soleilschen Apparates senkrecht zur Hauptachse geschnitten, und die eine Platte muß rechtsdrehend, die andere linksdrehend sein; beide Platten sind genau gleich dick und längs einer

1) C. R. 1845; **20**, 1805. 1845; **21**, 426. 1847; **24**, 973.

geraden Linie nebeneinander gekittet. Fällt senkrecht auf die Doppelplatte linear polarisiertes einfarbiges Licht, dessen Schwingungsrichtung genau parallel zur Trennungsfläche der beiden Hälften liegt, so wird die Schwingungsrichtung in beiden Hälften um genau den gleichen Betrag, aber im entgegengesetzten Sinne gedreht. Steht die Analysatorschwingung genau parallel oder genau senkrecht zur Trennungsnaht, so ist die Helligkeit in beiden Hälften genau die gleiche; dreht man den Analysator nur wenig nach einer Richtung, so ändert sich die Helligkeit der beiden Plattenhälften im entgegengesetzten Sinne. Die Soleilsche Doppelplatte hat gewöhnlich eine Dicke von 3,75 mm und erscheint dann zwischen gekreuzten Nicols im gelben Natriumlichte im Maximum der Helligkeit, weil die P.-E. dieser Farbe bei dieser Plattendicke um 90° gedreht wird, in der einen Hälfte rechts, in der anderen links. Stellt man dagegen die beiden Nicols gekreuzt, so erscheint die Platte im gelben Lichte einheitlich dunkel. Schiebt man einen drehenden Körper ein, so wird in gleicher Weise wie beim Laurentschen Apparate die einheitliche Helligkeit oder Dunkelheit der beiden Hälften gestört, und diese Störung kann durch entsprechende Drehung des Analysators oder des Polarisators, je nach dem Orte der Einschiebung, wie früher (S. 394) angegeben, wieder rückgängig gemacht werden.

Sowohl die Laurentsche als die Soleilsche Platte haben den Nachteil, daß sie streng genommen nur für eine Wellenlänge berechnet sind. J. Ch. A. Macé de Lépinay[1]) hat deshalb die Soleilsche Doppelplatte durch einen Doppelkeil ersetzt. Genau gleiche Keile aus je einem rechten und einem linken Quarz, bei welchen je eine Fläche genau senkrecht zur Hauptachse, die andere nur wenig gegen die vorige Fläche geneigt ist, werden wie bei der Soleilschen Platte nebeneinandergekittet. Steht die Schwingungsrichtung des Polarisatornicols parallel zur Trennungsnaht, und der Analysator genau parallel zum Polarisator, so entsteht in beiden Platten an derjenigen Stelle, an welcher die Drehung für das verwendete Licht genau 90° beträgt, ein dunkler Streifen in beiden Hälften des Doppelkeiles. Bei Einschaltung eines drehenden Körpers zwischen die Doppelplatte und den Analysator oder den Polarisator gehen die Streifen in beiden Hälften auseinander. Diese Vorrichtung hat den Nachteil, daß infolge der Keilform eine wenn auch geringe Ablenkung der Strahlen eintritt.

---

1) Über einen neuen Halbschattenanalysator. C. R. 1900; **131**, 832. — Journ. d. phys. 1900; **9**, 585.

F. E. Wright[1]) hat deshalb statt des Doppelkeiles eine „Doppelquarzkeilplatte“[2]) herstellen lassen, welche aus vier Teilen besteht (Fig. 315), je einer planparallelen Platte aus rechtem und aus linkem Quarz, und je einem Keil aus rechtem und linkem Quarz. Die beiden Flächen einer jeden Platte und die oberen Flächen der beiden Keile stehen senkrecht zur optischen Achse. Der zwischen den Platten und den Keilen vorhandene keilförmige Hohlraum ist durch Kanadabalsam ausgefüllt, dessen Brechungsquotient ungefähr gleich dem Brechungsquotienten des ordentlichen Strahles im Quarz ist; die Ablenkung eines senkrecht auf die untere Platte fallenden Strahles ist infolgedessen fast völlig beseitigt. Die drehende Wirkung der Doppelquarzkeilplatte entspricht an jeder Stelle der Differenz zwischen Platten- und Keildicke, und die Art der Verwendung ist deshalb die gleiche wie bei dem Doppelkeil von Macé de Lépinay.

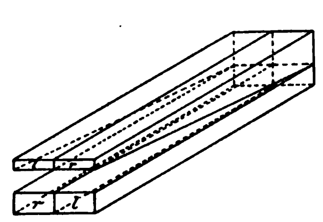


Fig. 315
Doppelquarzkeilplatte.
Nach F. E. Wright

Auch die Laurentsche Platte hat Wright in ähnlicher Weise zu einer „Quarzkeilplatte“ umgewandelt. Eine Quarzplatte, deren Fläche und deren längere Seitenkante parallel zur optischen Achse gehen, wird überlagert von einem Quarzkeil, dessen eine Fläche und dessen kürzere Seite zur Hauptachse parallel, dessen Längsrichtung aber auf der Hauptachse senkrecht steht; die gegenüberliegende zur Hauptachse etwas geneigte Fläche wird so auf die Platte gelegt, daß die Längsrichtungen von Platte und Keil zusammenfallen, und die obere, der Hauptachse parallele Fläche des Keiles parallel der Plattenfläche zu liegen kommt, während der keilförmige Zwischenraum zwischen Platte und Keil wieder mit Kanadabalsam ausgefüllt wird. Da bei dieser Anordnung die Richtung der größten optischen Elastizität des Keiles genau parallel über der Richtung der kleinsten optischen Elastizität der Platte liegt, so entspricht die Doppelbrechung an irgendeiner Stelle der Quarzkeilplatte der Differenz zwischen Platten- und Keildicke. Jeder Querschnitt der Quarzkeilplatte kann dabei als Halbschattenvorrichtung für eine bestimmte Farbe in der gleichen Weise benutzt werden wie die Laurentsche Platte.

---

1) Americ. Journ. of Sc. 1908; **26**, 377 und 384. 1910; **29**, 425.
2) Bei Dr. Steeg und Reuter in Homburg v. d. H.

F. Lippich[1]) konstruierte ein Halbschattenpolarimeter, welches auf einem anderen Prinzip beruht. Er empfahl zuerst eine zweiteilige, später die durch die Fig. 316 angedeutete dreiteilige Halbschattenvorrichtung. Der Apparat besteht aus einem Nicol (3), an welchen sich beim zweiteiligen Polarimeter ein kleinerer Nicol (2) anschließt. Der letztere bedeckt den einen Teil des Gesichtsfeldes und ist nur wenig gegen die Achse des großen Nicols und des ganzen Apparates geneigt, so daß er eine scharfe Kante im Gesichtsfelde liefert. Der kleine Nicol ist fest, der große kann um die Achse des Apparates beliebig gedreht werden. Ein (in der Figur nicht dargestellter) Analysator kann das Gesichtsfeld nur dann vollständig verdunkeln, wenn die Hauptschnitte von (2) und (3) parallel stehen. Wird aber der Nicol (3) so gedreht, daß die Hauptschnitte von (2) und (3) nicht parallel sind, so kann man den Analysator so stellen, daß zwar kein Teil des Gesichtsfeldes vollständig dunkel ist, daß aber für die Teile (2) und (3) des Gesichtsfeldes die gleiche Helligkeit besteht, also die Grenze zwischen beiden Teilen verschwindet. Änderungen der gleichen Helligkeit können auch hier wieder durch eingeschaltete drehende Körper hervorgerufen und durch entsprechende Drehung des Analysators oder des Polarisators rückgängig gemacht werden. Bei dem zweiteiligen Polarimeter bedeckt der Nicol (2) das halbe Gesichtsfeld, bei dem dreiteiligen nur ein Drittel desselben; bei letzterem ist ein dritter kleiner Nicol (1) spiegelbildlich zu (2) angebracht, so daß die Gesichtsfelder (1) und (2) stets die gleiche Helligkeit haben, während das mittlere Feld (3) nur in der Nullstellung den beiden anderen gleich ist. Diese Vorrichtung hat den Vorteil, daß sie sowohl im weißen wie im beliebig gefärbten Lichte anwendbar ist. Lippich erzielte damit bei monochromatischem Lichte eine Genauigkeit von 10″.

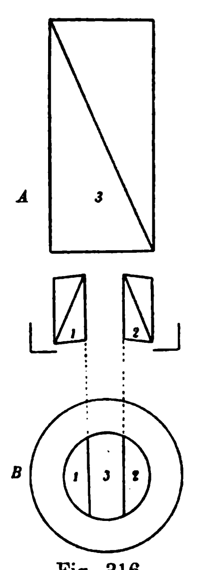


Fig. 316
Dreiteiliger Halbschatten-Polarisator.
Nach F. Lippich.

Bei einem anderen von ihm konstruierten Polarimeter hat Lippich[2]) die Drehung des Seite 192 erwähnten Landoltschen

1) Über ein Halbschattenpolarimeter. Naturwiss. Jahrb. „Lotos“, N. F. II. Bd., Prag 1880. — Vgl. ferner Sitzungsber. d. Wiener Akad. der Wiss. 1882; **85**, II, 268. 1885; **91**, II, 1059. 1890; **99**, IIa, 695. 1896; **105**, IIa, 317.

2) Ebenda 1882; **85**, II, 268.

Streifens, welche bei Drehung des Analysators gegen den Polarisator, also auch bei Einschaltung eines drehenden Körpers beobachtet wird, zu einer sehr genauen Bestimmung des Drehungswinkels der Polarisationsebene verwendet.

Die hier erwähnten Polarisatoren, namentlich die Quarzkeilplatte und die Doppelquarzkeilplatte, eignen sich auch zur Bestimmung der Auslöschungsrichtung einer Kristallplatte und müssen deshalb den (S. 225 u. ff.) erwähnten Vorrichtungen hinzugefügt werden. Die eingeschaltete Kristallplatte ist in bezug auf die Auslöschung durch den Analysator dann unwirksam, wenn eine ihrer beiden Polarisationsrichtungen mit der des Polarisators zusammenfällt. Außer der „Bezugsrichtung" des Polarimeters, d. h. der Kante der Quarzkeilplatte oder der Trennungslinie der Doppelquarzkeilplatte, braucht man hierbei noch die Bezugsrichtung des Kristalls, d. h. eine Kante oder Spaltrichtung desselben. Wenn eine Zwillingsplatte bezüglich ihrer Auslöschungsrichtungen untersucht werden soll, dann kann man als Bezugsrichtung die gemeinsame Zwillingsnaht wählen und braucht dann nur die Winkel zwischen den Auslöschungsrichtungen der beiden Zwillingshälften zu bestimmen; die Hälfte dieses Winkels gibt die Auslöschungsschiefe gegen die Zwillingsnaht.

Wright bringt seine Doppelquarzkeilplatte zum Zwecke der Bestimmung der Auslöschungsrichtung in Verbindung mit einem besonderen Okular, auf welches der Analysatornicol aufgesetzt wird. M. Berek[1]) empfiehlt statt dessen, dieselbe auf dem Mikroskoptisch unmittelbar unter dem zu untersuchenden Kristall anzuordnen, weil dann nicht nur der störende Aufsatzanalysator, sondern auch die Depolarisation des Lichtes an den Linsen des Apparates fortfallen.

Bezüglich der Anordnung der einzelnen Teile eines Polarimeters ergeben sich aus den Untersuchungen von Lippich[2]) die Regeln:

Es dürfen zwischen den Polarisatoren keine Linsen oder dergleichen Objekte angebracht werden, weil sie Depolarisation bewirken. Die Polarisatoren müssen im parallelen Lichte stehen, weil sonst in keinem Punkte des Gesichtsfeldes absolute Dunkelheit eintreten kann. Die Polarisatoren müssen zur Erzielung eines gleichmäßig erleuchteten Gesichtsfeldes normal polarisierend (vgl. S. 191 und 192) sein, und

1) N. Jahrb. f. Min. usw. 1912; Beil.-Bd. **33**, 602. Vgl. auch die Bemerkung hierzu ebenda 1913; Beil.-Bd. **35**, 772.

2) A. a. O. 1882; **85**, II, 298.

damit die Schwingungsrichtungen von Analysator und Polarisator im ganzen Gesichtsfeld möglichst aufeinander senkrecht stehen können, wähle man Polarisatoren mit senkrechten Endflächen. Die Methoden zur Bestimmung der Drehung der Polarisationsebene optisch drehender Medien beruhen darauf, durch Drehung eines der beiden Polarisatoren den gleichen Zustand des Gesichtsfeldes, welcher vor der Einschaltung des drehenden Mediums bestand, wieder herzustellen. Im allgemeinen ist es aber „gar nicht mehr möglich, durch Gegendrehung des Polarisators um einen Winkel gleich dem, um welchen das Medium dreht, dasselbe Gesichtsfeld, wie es vor der Einschaltung desselben vorhanden war, wieder herzustellen“. „Nur dann, wenn das Gesichtsfeld ein normal polarisiertes war, bleibt seine Polarisationsart ungeändert, d. h. es bleibt ein normal polarisiertes.“[1])

Statt die Stärke der Drehung einer eingeschalteten Substanz durch eine entsprechende Drehung des Analysators zu bestimmen, kann man sich auch eines Kompensators nach Soleil bedienen. Derselbe besteht aus zwei Keilen etwa aus rechtem Quarz und einer Platte von entgegengesetzter Drehung. Die beiden Flächen der Platte und je eine Fläche der beiden Keile sind senkrecht zur optischen Achse. Die andere Fläche der beiden Keile ist etwas schräg gegen die zur Achse senkrechte Fläche, und mit der schräg geschnittenen Fläche liegen die beiden Keile so aufeinander, daß beide zusammen ebenfalls eine zur optischen Achse senkrechte Platte bilden. Die Dicke dieser Platten kann aber durch Verschieben der Keile geändert werden. Ist die Summe der beiden Keildicken bei einer bestimmten Überschiebung derselben ebenso groß wie die feste Platte vom entgegengesetzten Drehungssinne, und fällt ein linear polarisierter Lichtstrahl etwa zuerst auf die Platte und dann auf die beiden Keile, so heben die letzteren die Drehung der Platte genau auf. Verschiebt man dann die Keile so, daß ihre Gesamtdicke geringer wird, so wirken die Platte und die beiden Keile wie eine einfache Platte, deren Drehungssinn gleich dem der Platte, und deren Dicke gleich der Differenz von Platte und Keilsumme ist. Schiebt man die Keile in entgegengesetzter Richtung, daß ihre Gesamtdicke größer wird als die Plattendicke, so wirken die Keile und die Platte zusammen ebenso wie eine Platte, deren Dicke gleich der Differenz von der gesamten Keildicke und der Platte ist, und deren Drehungssinn dem der Keile entspricht. Hat

1) A. a. O. S. 278 und 279.

man durch Einschaltung eines drehenden Körpers die Nullstellung etwa eines Halbschattenapparates gestört, so verschiebt man in der, vorher in ihrer unwirksamen Stellung eingeschalteten, Soleilschen Doppelplatte die Keile so lange, bis die Nullstellung des Halbschattenapparates wieder hergestellt ist. Eine Trommelvorrichtung läßt die der Keildickenänderung entsprechende Analysatordrehung bestimmen.

§ 80

Dispersion der optischen Drehung

Bezüglich der Abhängigkeit der spezifischen Drehung ϱ von der Wellenlänge fand J. B. Biot 1812 experimentell, daß ϱ umgekehrt proportional dem Quadrate der Wellenlänge sei. J. L. Soret und E. Sarasin[1]) bestimmten die Drehung ϱ für eine 1 mm dicke Quarzplatte innerhalb des Spektralbereiches von $760{,}4 \times 10^{-6}$ bis $214{,}3 \times 10^{-6}$ mm bei 20° C und fanden $\varrho = \frac{7{,}106565}{10^6 \lambda^2} + \frac{0{,}148693}{10^{12} \lambda^4}$. L. Boltzmann[2]) kam aber theoretisch zu dem Resultate, daß die Drehung ebenso wie der Brechungsquotient von Eigenschwingungen beeinflußt werde. Eine von den Beobachtungen bestätigte Dispersionsformel ist dann $\varrho = \Sigma \frac{k_h}{\lambda^2 - \lambda_h^2} + \frac{k'}{\lambda^2}$, wobei die λ_h dieselben Werte haben wie bei der Brechungsformel S. 347, d. h. $\lambda_1^2 = 0{,}010627$, $\lambda_2^2 = 78{,}22$, $\lambda_3^2 = 430{,}6$, wenn 1 μ als Einheit für λ_h gewählt wird. Die Beobachtung ergibt aber, daß $k_2 = k_3 = 0$ gesetzt werden muß, d. h. daß die Eigenschwingungen λ_2 und λ_3, welche im Ultraroten liegen, auf die Drehung des Quarzes ohne Einfluß sind; die Größe $\frac{k'}{\lambda^2}$ bezieht sich auf Eigenschwingungen, welche so weit im Ultravioletten liegen, daß das Quadrat ihrer Wellenlänge gegen die des angewandten Lichtes vernachlässigt werden kann. Da die Annahme $k' = 0$ zu Werten führt, welche mit der Beobachtung nicht übereinstimmen, so müssen wir also beim Quarz noch Eigenwellen annehmen, welche viel kleiner sind als λ_1.[3])

---

1) Arch. d. sc. phys. et nat. Genève 1875; **54**, 253 und 1882; **8**, 5. 97. 201. — Vgl. auch die Arbeit der beiden Autoren: Drehung der ultravioletten Strahlen durch Quarz. C. R. 1877; **84**, 1362. — Ferner P. Desains, Drehung der Polarisationsebene dunkler Wärmestrahlen durch Quarz. Ann. d. Phys. 1866; **128**, 487. — C. R. 1877; **84**, 1056.

2) Ann. d. Phys. 1874; Jubelbd., S. 128.

3) Vgl. P. Drude, Lehrbuch d. Optik, 1900, S. 379 ff. — Ebenso P. Drude bei A. Winkelmann, Handb. d. Phys. 1906; **6**, S. 1334 ff.

Eine für Quarz brauchbare Dispersionsformel lautet hiernach:
$$\varrho = \frac{k_1}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{k'}{\lambda^2}, \text{ wobei } k_1 = 12{,}200,\ k' = -5{,}046,\ \lambda_1^2 = 0{,}010627.$$

Infolge der Abnahme der Drehung mit zunehmender Wellenlänge kann man bei Beleuchtung mit weißem Lichte durch keine Stellung des Analysators Dunkelheit erzeugen; wenn eine Farbe ausgelöscht ist, so ist dies nicht der Fall für andere Farben. Dreht man den Analysator aus der gekreuzten Stellung im Sinne des Uhrzeigers, und ist die zwischengeschaltete Platte nicht so dick, daß die kürzeren Wellen über 180° gedreht werden, so wird bei einer Drehung des Analysators im gleichen Sinne mit der Drehung der betreffenden Quarzplatte zuerst diejenige Farbe ausgelöscht, welche am wenigsten abgelenkt wird, d. h. Rot; werden aber die roten Strahlen aus dem weißen Licht ausgelöscht, dann ist der Gesamteindruck der übrigbleibenden grün. Dreht man den Analysator weiter, so wird Orange ausgelöscht, der Gesamteindruck der übrigen Farben ist blau; bei weiterer Drehung wird Gelb ausgelöscht, der Gesamteindruck der anderen Strahlen ist violett. Dreht man also den Analysator in demjenigen Sinne, bei welchem die Farben im Sinne des Spektrums von Rot nach Violett aufeinander folgen, so gibt derselbe Drehungssinn auch den Sinn der Drehung der Quarzplatte an; d. h.: folgen die Farben in der eben erwähnten Reihenfolge, d. h. von Rot über Gelb und Blau zum Violett, bei einer rechten Drehung des Analysators aufeinander, so ist der Quarz rechtsdrehend; folgen sie in der gleichen Reihenfolge bei einer linken Drehung des Analysators, so ist der Quarz linksdrehend.

Eine senkrecht zur Hauptachse geschnittene Quarzplatte beleuchte man mit linear polarisiertem weißen Lichte und die Platte habe eine solche Dicke, daß die Drehung für eine bestimmte Farbe genau um 90° erfolgt; stellt man dann die beiden Nicols gekreuzt, so erscheint die betreffende Farbe sowohl bei rechtem als bei linkem Quarz im Maximum der Helligkeit; stellt man die beiden Nicols parallel, so ist in beiden Fällen die betreffende Farbe ausgelöscht. Bei der Soleilschen Platte gilt dies für die gelbe Farbe des Natriumlichtes. Bei gekreuzten Nicols erscheint die Doppelplatte gleichmäßig gelb, zwischen parallelen Nicols purpurviolett.

Zerlegt man das aus dem Analysator austretende Licht, welches vorher einen Polarisator und eine zur optischen Achse senkrechte Quarzplatte durchsetzt hat, mit einem Spektrometer, so erscheinen

bei gekreuzten Nicols alle diejenigen Farben ausgelöscht, deren Schwingungsebenen um $(2n-1)\frac{\pi}{2}$ gedreht wurden, wobei n eine ganze Zahl bedeutet; stehen die Nicols parallel, so erscheinen alle diejenigen Farben ausgelöscht, deren Drehung $2n\frac{\pi}{2}$ beträgt. Nimmt der Analysator eine Zwischenstellung ein, so erscheinen andere Farben ausgelöscht, aber immer nur solche, deren Schwingungsrichtung nach Austritt aus der Quarzplatte senkrecht zur Schwingungsrichtung des Analysators steht. Je dicker die Quarzplatte ist, um so näher rücken die dunklen Streifen aneinander, weil die Drehung proportional der Dicke der Platte ist.

§ 81

Erscheinungen im konvergenten monochromatischen Lichte bei optisch drehenden, zu einer optischen Achse senkrecht geschnittenen Platten

Die Interferenzerscheinungen an optisch drehenden Kristallen im konvergenten Lichte hat zuerst Airy[1] (George Bidell, geb. 27. Juli 1801 in Alnwick, Northumberland, seit 1827 Professor d. Math. und seit 1828 d. Astronomie u. Physik a. d. Univ. zu Cambridge, seit 1836 Direktor der Sternwarte in Greenwich; legte 1881 seine Stelle nieder; gest. 4. Januar 1892 in London) beschrieben und mit Hilfe der an einer späteren Stelle angegebenen Voraussetzungen erklärt. Seine Hypothesen wurden später im allgemeinen experimentell bestätigt, wenn auch seine Annahmen bezüglich der Gestalt der Strahlenfläche und der Schwingungsart des zur Hauptachse des Quarzes senkrechten Strahles den neueren Beobachtungen nicht völlig entsprechen.

Die analytische Ableitung Airys ist weitergeführt in F. E. Neumanns „Vorlesungen über theoretische Optik"[2]), welchen die nachstehenden Angaben, soweit keine andere Quelle angegeben wurde, entnommen sind.

a) Zwischen linear polarisierendem Polarisator und linear polarisierendem Analysator beobachtet man an optisch-einachsigen Platten senkrecht zur Hauptachse bei gekreuzten Nicols im monochromatischen konvergenten Licht schwarze Kreise mit hellen Zwischenräumen. Im Zentrum erscheint dieselbe Helligkeit

---

1) Edinb. Journ. of Sc. 1831; 5, 324. 6, 70. — Ann. d. Phys. 1831; **23**, 204. — Trans. of the Cambr. Phil. Soc. 1833; 4, 79. 199.

2) Herausgegeben von E. Dorn 1885. Vgl. bes. S. 251 ff.

wie im parallelen Lichte bei gekreuzten Nicols; sie ist abhängig von der Dicke der Platte. Der Radius r der Kreise ist nach F. Pockels[1]) bestimmt durch

$$\sin^2 r = \frac{\lambda}{2\pi(\nu_o - \bar{\nu}_e)} \sqrt{\left(\frac{2\pi n}{d}\right)^2 - 4{\varrho^0}^2},$$

wobei n eine ganze Zahl, ϱ^0 das spezifische Drehungsvermögen für die Richtung der Hauptachse und d die Plattendicke bedeuten; für den innersten Ring ist n diejenige kleinste Zahl, für welche $n\pi > \varrho^0 d$; für den zweiten Ring ist n um 1 größer usw. In einiger Entfernung vom Mittelpunkte erscheinen die schwarzen Büschel (Fig. 317), welche bei den nicht-drehenden Kristallen auch durch



Fig. 317
Quarz. Platte senkrecht zur optischen Achse zwischen gekreuzten Nicols im Na-Licht. Platte 7 mm dick.
Nach Hauswaldt



Fig. 318
Quarz. Platte senkrecht zur optischen Achse im weißen Licht, 1 mm dick. Winkel zwischen den Hauptschnitten der Nicols 45°.
Nach Hauswaldt

den Mittelpunkt gehen und parallel zu den Nicolhauptschnitten sind. Dreht man den Analysator aus der gekreuzten Stellung im rechten Sinne, so wächst r, wenn der Kristall ein rechter ist; bei einem linken Kristall nehmen die Ringdurchmesser bei einer rechten Drehung des Analysators ab.

Ist die Platte sehr dünn, so erscheint ein großes zentrales Gesichtsfeld. Dreht man den Analysator so, daß das Zentrum dunkel erscheint, so entsteht ein rechtwinkliges schwarzes Kreuz mit vier kurzen Armen; einer derselben halbiert den Winkel zwischen den Schwingungsrichtungen des Analysators und des Polarisators (Fig. 318).

1) Lehrb. d. Kristalloptik, 1906, S. 352.

Dreht man den Analysator aus dieser Stellung, so erhalten die Kurven herausspringende Ecken und haben nicht mehr an allen Stellen die gleiche Intensität. Verbindet man je zwei gegenüberliegende Ecken durch eine Gerade, so liegt die der Polarisationsebene des Polarisators benachbarte Diagonale bei rechten Kristallen (Fig. 319a und b) rechts, bei linken links von dieser Polarisationsebene. Dreht man den Analysator aus der zum Polarisator parallelen Stellung im Drehungssinne der Kristallplatte, so liegt das Minimum der Lichtstärke bei Drehungen unter 90° (Fig. 319a) auf den Mitten zwischen je zwei Ecken, bei Drehungen über 90° (Fig. 319b) in den vier Ecken.

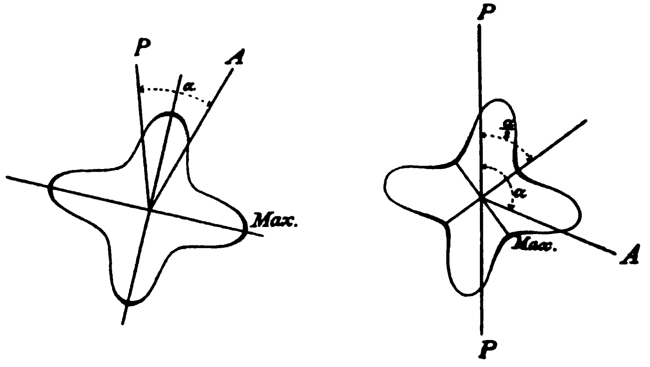


Fig. 319a Fig. 319b

Helligkeitskurve einer dünnen rechten Quarzplatte im konvergenten Lichte, wenn α die Neigung zwischen den Polarisationsrichtungen von Polarisator und Analysator ist. Bei Fig. 319a ist α kleiner als 90°; dann liegt das Minimum der Lichtstärke auf der Helligkeitskurve in der „einspringenden Ecke". Bei Fig. 319b ist α größer als 90°, das Minimum liegt in der „ausspringenden Ecke". Nach F. E. Neumann

Bei optisch drehenden zweiachsigen Platten senkrecht zu einer optischen Achse ist wie bei optisch-einachsigen Kristallen der dunkle Büschel bei gekreuzten Nicols in der Normalstellung in der Mitte des Ringsystems kaum merklich (Fig. 320), wird aber in der Diagonalstellung sehr deutlich (Fig. 321).

b) Zwischen zirkular polarisierendem und linear analysierendem Polarisator[1]) liefert eine optisch-einachsige

1) Nach H. Joachim, Über Interferenzerscheinungen an aktiven Kristallplatten im polarisierten Licht, Inaug.-Diss. der Univ. Göttingen 1906. N. Jahrb. f. Min. usw., 1906; Beil.-Bd. 21, 540ff., woraus auch die weiteren Angaben c, d und f entnommen sind.

Platte aus Rechtsquarz (Charakter der Doppelbrechung positiv) von 3 mm Dicke im rechts-zirkular polarisierten Lichte die in Fig. 322

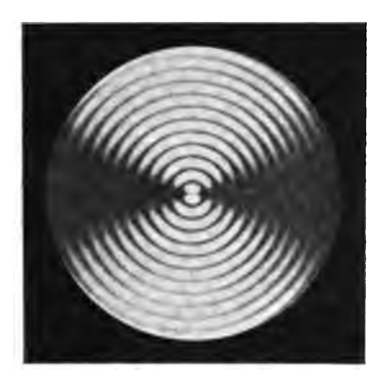


Fig. 320
Rohrzucker. Rechtsdrehende Platte, senkrecht zu einer optischen Achse A_2 zwischen gekreuzten Nicols im konvergenten Na-Licht; Normalstellung.
Nach Hauswaldt

Fig. 321
Rohrzucker. Platte parallel (100), also annähernd senkrecht zu A_1, zwischen gekreuzten Nicols im konvergenten Na-Licht; Diagonalstellung.
Nach Hauswaldt

dargestellte Helligkeitsverteilung. In den Punkten A ist die Helligkeit $H = 0$, in den Punkten B wird $H = 1$. Die Kurven $H = \frac{1}{2}$ bestehen aus den Kreisen $\Gamma_1 = \lambda$, $2\lambda \ldots$ und aus vier spiralförmigen Zweigen. Die Kurven geringster Helligkeit gehen also durch $A_1\, A_2\, D_2\, A_3{}'\, A_4{}'$ und durch $A_1{}'\, A_2{}'\, D_4\, A_3\, A_4$; die Kurven größter Helligkeit durch $B_1\;\, B_2\;\, D_3\;\, B_3{}'\;\, B_4{}'$ und durch $B_1{}'\;\, B_2{}'\;\, D_1\;\, B_3\;\, B_4$.

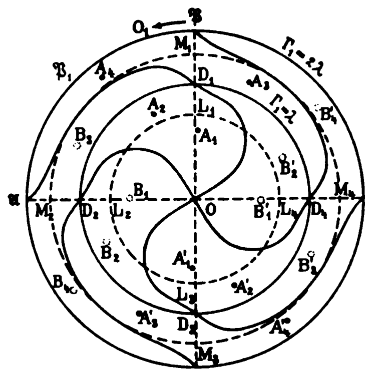


Fig. 322
Rechts-Quarz. Platte senkrecht zur optischen Achse im rechts-zirkular polarisierten Licht. Kurven der Helligkeit $H = \frac{1}{2}$ (ausgezogen) mit Punkten A der Helligkeit $H = 0$ und Punkten B der Helligkeit $H = 1$.
Nach H. Joachim

Fig. 323 gibt die Kurven minimaler Helligkeit. „Das Zentrum erscheint bläulich weiß, in einiger Entfernung von demselben beginnt eine ineinandergewundene Doppelspirale. Dieselbe ist für rechte Kristalle (Figg. 324 und 325) eine linke und umgekehrt. Ob rechts oder links rotierendes Licht einfiel, ist für den Sinn der Spirale gleichgültig, nur der Anfang hat eine

andere Lage.“ Die außer den spiralförmigen Kurven zum Zwecke des Vergleiches noch eingezeichneten Kreise sind die dunklen Kurven, welche bei der gleichen Platte zwischen linearem Polarisator und linearem Analysator auftreten. Sie treten aber bei zirkularem Polarisator und linearem Analysator nicht auf.



Fig. 323
Rechte Airysche Doppelspirale, erzeugt von einer basischen Platte eines linken Quarzes im konvergenten Licht zwischen zirkularem Polarisator und linearem Analysator.
Nach F. E. Neumann

Ist der Charakter der Doppelbrechung negativ, so erscheint im rechts-zirkular polarisierten und linear analysierten Lichte das Interferenzbild gegen Fig. 322 um 90° gedreht. Ist der Charakter der Doppelbrechung positiv und das Drehungsvermögen ein linkes, so geht die Interferenzerscheinung im rechtszirkular polarisierten und linear analysierten Lichte über in diejenige Erscheinung, welche man aus der Fig. 322 durch Drehung um 90° und Spiegelung an $O\mathfrak{A}$ erhält.

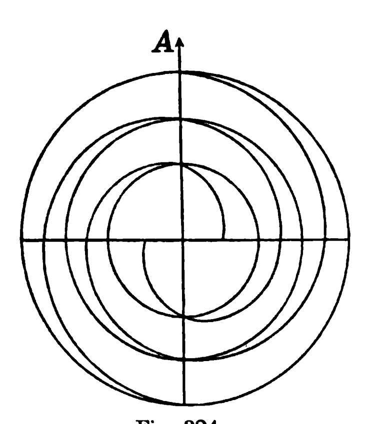


Fig. 324

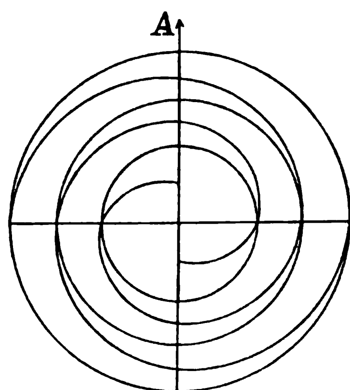


Fig. 325

Zwei ineinandergewundene Spiralen gleicher (linker) Drehung, welche eine Rechts-Quarzplatte, senkrecht zur optischen Achse, zwischen zirkular polarisierendem Polarisator und linearem Analysator erzeugt.
A ist die Polarisationsebene des Analysators.
Bei Fig. 324 rotiert der einfallende Strahl rechts, bei Fig. 325 links.
Die ebenfalls eingezeichneten Kreise sind die Kurven gleichen Gangunterschiedes derselben Platte zwischen gekreuzten Nicols.
Nach F. E. Neumann

Wählt man statt des rechts polarisierenden Polarisators einen links polarisierenden, so erscheint in jedem der Fälle das Interferenzbild um 90° gedreht.

c) Im linear polarisierten und zirkular analysierten Lichte geht das Interferenzbild aus Fig. 322 durch Spiegelung an $O\mathfrak{A}$ hervor (vgl. Figg. 326 und 327).

Nimmt das Drehungsvermögen ab, so nähert sich die Erscheinung in allen Fällen derjenigen der optisch nicht-drehenden Körper, welche S. 235 u. f. zur Bestimmung des optischen Charakters der Doppelbrechung verwendet wurden.

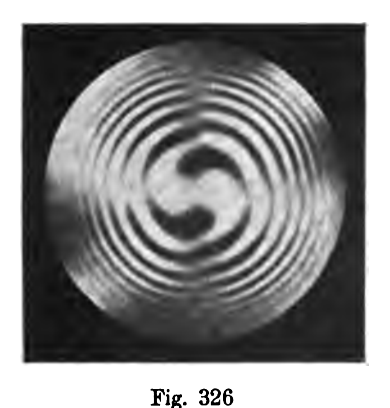


Fig. 326
Rechts-Quarz. Platte senkrecht zur optischen Achse, im konvergenten Na-Licht, zwischen gekreuzten Nicols. Über der Platte ein Viertelundulationsglimmerblättchen in Diagonalstellung.
Rechte Airysche Doppelspirale.
Nach Hauswaldt

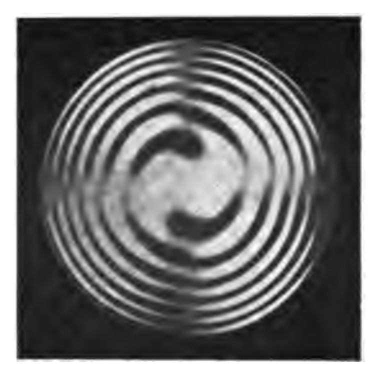


Fig. 327
Links-Quarz. Platte senkrecht zur optischen Achse, 3 mm dick, im konvergenten Na-Licht, zwischen gekreuzten Nicols. Über der Platte ein Viertelundulationsglimmerblättchen in Diagonalstellung.
Linke Airysche Doppelspirale.
Nach Hauswaldt

Bei Platten senkrecht zu einer optischen Achse aus einem rechtsdrehenden optisch-zweiachsigen Kristall beobachtet man im rechts-zirkular polarisierten und linear analysierten Lichte die Stellen geringster Helligkeit auf einer einfachen spiralförmigen Kurve von linkem oder rechtem Windungssinn, je nachdem das Drehungsvermögen ein rechtes oder ein linkes ist (Fig. 328). Der Radiusvektor $O\mathfrak{A}$ erscheint heller als der dazu senkrechte $O\mathfrak{P}$ (Fig. 322).

Bei abnehmendem Drehungsvermögen geht die Erscheinung wieder in die S. 237 u. f. erwähnte über, welche dort zur Bestimmung des Charakters der Doppelbrechung verwendet wurde. Bei der

im linear polarisierten und zirkular analysierten Lichte auftretenden Erscheinung ist der Windungssinn der Spiralen umgekehrt als bei zirkular polarisiertem und linear analysiertem Lichte.



Fig. 328
Rohrzucker. Rechtsdrehende Platte, senkrecht zu einer optischen Achse A_2, zwischen gekreuzten Nicols im konvergenten, zirkular polarisierten Licht.
Einfache Airysche Spirale.
Nach Hauswaldt

d) Übereinanderliegende enantiomorphe optisch drehende zweiachsige Kristallplatten senkrecht zu einer optischen Achse geben zwischen gekreuzten Nicols links oder rechts gewundene Spiralen, deren Drehungssinn gleich dem Drehungssinn der unteren Platte ist, in Verbindung mit einem System von Kreisen (Figg. 329 und 330).

Legt man zwei enantiomorphe, zur optischen Achse eines optisch drehenden einachsigen Kristalls senkrecht geschnittene Platten übereinander, so geben diese zwischen gekreuzten Nicols die zuerst von Airy beschriebene Erscheinung: dunkle kreisförmige Ringe, wie bei einfachen Platten, und vier Spiralen, welche die Ringe in den beiden Hauptschnitten der Nicols schneiden und deren Drehungssinn

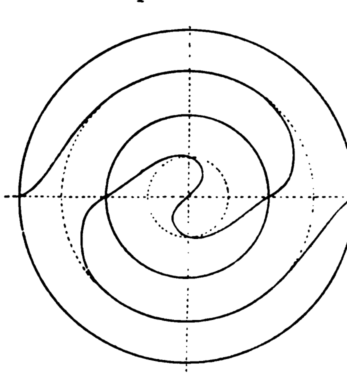


Fig. 329

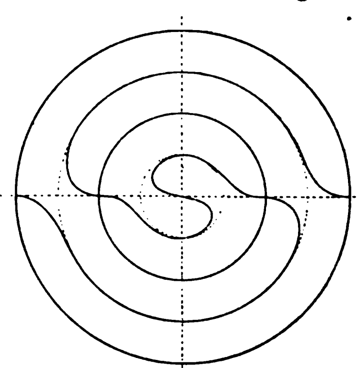


Fig. 330

Airysche Doppelspirale, erzeugt durch übereinanderliegende enantiomorphe Platten, senkrecht zu einer optischen Achse eines optisch-zweiachsigen Kristalls, zwischen gekreuzten Nicols im konvergenten Lichte. Ebene der optischen Achsen von links nach rechts.

Die untere Platte linksdrehend. Die untere Platte rechtsdrehend.

Nach H. Joachim

wieder gleichlautend ist mit dem der unteren Platte. (Vgl. Figg. 331 und 332, sowie 333 und 334.)

e) Die für zwei übereinanderliegende enantiomorphe Platten charakteristischen Erscheinungen lassen sich nach H. Siedentopf auch mit einer einzigen Platte erzeugen in

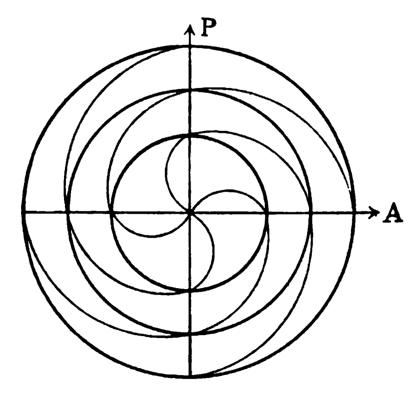




Fig. 331 Fig. 332

Vierfache Airysche Spirale und Kreise, erzeugt durch übereinanderliegende enantiomorphe Platten, senkrecht zur optischen Achse eines optisch-einachsigen Kristalls, zwischen gekreuzten Nicols im konvergenten Lichte.

Die untere Platte rechtsdrehend. Die untere Platte linksdrehend.

Nach F. E. Neumann





Fig. 333 Fig. 334

Vierfache Airysche Spirale, erzeugt durch zwei gleich dicke übereinanderliegende Platten, senkrecht zur optischen Achse, aus einem linken und einem rechten Quarz-Kristall, zwischen gekreuzten Nicols im konvergenten Na-Licht.

Links-Quarz oben, Rechts-Quarz unten. Rechts-Quarz oben, Links-Quarz unten.

Nach Hauswaldt

einem Nörrenbergschen Polarisationsapparate, bei welchem der Spiegel so aufgestellt ist, daß er vollständig polarisiertes Licht vertikal nach unten in die Richtung der Achse des Apparates gehen läßt. Dieses polarisierte Licht fällt auf die senkrecht zur Achse geschliffene drehende Platte, dann auf eine Linse O_1, in deren oberem Brennpunkte die Platte sich befindet, und dann auf einen Planspiegel, welcher im unteren Brennpunkte derselben Linse O_1 liegt; von da geht das Licht wieder genau denselben Weg zurück bis zur schiefen polarisierenden Glasplatte und geht zum Teil durch diese hindurch; dieses hindurchgelassene Licht fällt auf eine bikonvexe Linse O_2 mit großer Brennweite, in deren unterer Brennebene der horizontale



Fig. 335
Airysche Doppelspirale, erzeugt durch eine linksdrehende Platte von Rechtsweinsäure, senkrecht zu einer optischen Achse, im konvergenten Licht zwischen gekreuzten Nicols, nach H. Siedentopf in der oberen Brennebene der Linse O_2, in deren unterer Brennebene der horizontale Spiegel liegt. Kreise mit der Pocklingtonschen Doppelspirale. Nach Hauswaldt

Fig. 336
Airysche Doppelspirale, erzeugt durch eine rechtsdrehende Platte von Rohrzucker, senkrecht zu einer optischen Achse A_2, im konvergenten Licht zwischen gekreuzten Nicols, nach H. Siedentopf in der oberen Brennebene der Linse O_2, in deren unterer Brennebene der horizontale Spiegel liegt. Kreise mit der Pocklingtonschen Doppelspirale. Nach Hauswaldt

Spiegel liegt, durchsetzt dann einen Analysator, und in der oberen Brennebene der Linse O_2 entsteht das bekannte Interferenzbild für konvergentes Licht. Das Licht geht also zweimal, und zwar in entgegengesetzter Richtung durch die Platte. Ist diese optisch-zweiachsig und drehend und senkrecht zu einer optischen Achse geschnitten, so erhält man eine Doppelspirale (Figg. 335 und 336). Ist die Platte optisch-einachsig und drehend und senkrecht zur Hauptachse, so erhält man eine vierfache Spirale mit den Kreisringen.

f) Wählt man gleichzeitig einen zirkular polarisierenden Polarisator und einen zirkular polarisierenden Analysator, so verschwinden sowohl die Büschel der nicht-drehenden (Figg. 337 und 338), wie die Spiralen der drehenden Kristalle (Figg. 339 und 340), sowohl bei paralleler als bei gekreuzter Stellung der zirkularen Polarisatoren.

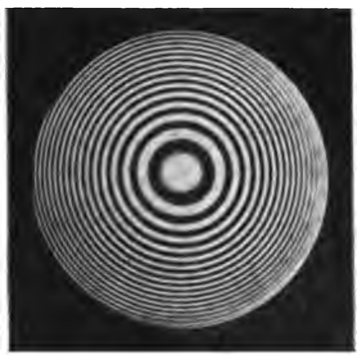


Fig. 337
Kalkspat. Platte senkrecht zur optischen Achse im konvergenten polarisierten grünen Hg-Licht mit zirkularem Polarisator und zirkularem Analysator; Viertelundulationsglimmerblättchen parallel.
Nach Hauswaldt



Fig. 338
Aragonit. Platte senkrecht zur ersten Mittellinie im konvergenten polarisierten grünen Hg-Licht mit zirkularem Polarisator und zirkularem Analysator; Viertelundulationsglimmerblättchen gekreuzt.
Nach Hauswaldt

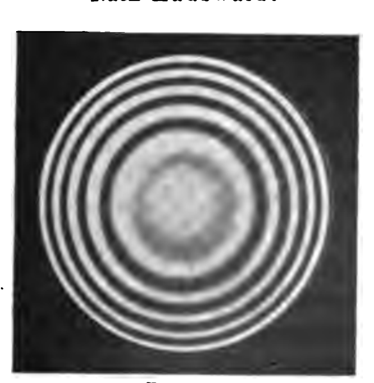


Fig. 339
Quarz. Platte senkrecht zur optischen Achse im konvergenten polarisierten grünen Hg-Licht mit zirkularem Polarisator und zirkularem Analysator, zwischen diagonal gestellten parallelen Viertelundulationsglimmerblättchen.
Nach Hauswaldt



Fig. 340
Quarz. Platte senkrecht zur optischen Achse im konvergenten polarisierten grünen Hg-Licht mit zirkularem Polarisator und zirkularem Analysator, zwischen diagonal gestellten gekreuzten Viertelundulationsglimmerblättchen.
Nach Hauswaldt

Ein Glimmersatz nach Reusch verhält sich im parallelen und im konvergenten Lichte, mag dieses linear oder zirkular polarisiert sein, einer Quarzplatte um so ähnlicher, je geringer die Dicke und je größer die Zahl der Glimmerplatten ist (vgl. Figg. 341 und 342).



Fig. 341
Glimmerkombination nach Reusch.
Zweifache Airysche Spirale, erzeugt durch eine linksdrehende Kombination (L 60°) mit einem Viertelundulationsglimmerblättchen zwischen gekreuzten Nicols.
Nach Hauswaldt



Fig. 342
Glimmerkombination nach Reusch.
Vierfache Airysche Spirale, erzeugt durch R 60° und L 45° im konvergenten Licht zwischen gekreuzten Nicols.
Nach Hauswaldt

§ 82

Fresnels Erklärung der Drehung der Polarisationsebene

A. Fresnel nahm an, daß ein senkrecht auf eine basische Quarzplatte auffallender linear polarisierter Lichtstrahl in zwei zirkular polarisierte Strahlen von entgegengesetzter Drehung und ungleicher Fortpflanzungsgeschwindigkeit zerfalle. In der Eintrittsfläche a (Figg. 343 und 344) verwandelt sich hiernach ein nach $P_1 P_1$ schwingender Strahl in die beiden zirkularen Schwingungen von entgegengesetztem Drehungssinn; nehmen wir etwa an, die rechtsdrehende Schwingung pflanze sich in der zu ihrer Schwingungsebene senkrechten Richtung rascher fort als die linksdrehende. In dem Augenblick, in welchem die rechte Oszillation bis zur Ebene c fortgeschritten ist, kommt die linke erst in der Ebene b an; p_1, p_2, p_3 seien drei in einer der Zylinderachse parallelen Geraden übereinanderliegende Punkte eines Zylindermantels. Die rechte Drehung beginnt also im Punkte p_2 der Ebene b ihre Schwingung schon eher, als die linke dort ankommt. Wenn die linke Oszillation im Punkte p_2 be-

ginnt, hat die rechte sich schon bis p_3 in der Ebene *c* fortgepflanzt und in der Ebene *b* sich schon über p_2 hinaus bis p_2' bewegt (Figg. 344 und 345). Ist die Ebene *b* die Austrittsfläche, so setzen sich die beiden zirkular polarisierten Wellen hier wieder zu einer einzigen linear polarisierten, also nach P_2P_2 schwingenden zusammen. Die Neigung der Geraden P_2P_2 (Fig. 345) gegen P_1P_1 (Fig. 343) ist die Drehung der Polarisationsebene; sie ist proportional dem Abstande der beiden Schichten *a* und *b*, d. h. proportional der Plattendicke.

Fresnel hat experimentell diese Vermutung durch den Nachweis der Doppelbrechung für Strahlen in der Richtung der optischen Achse mit Hilfe des von ihm konstruierten Triprismas bestätigt

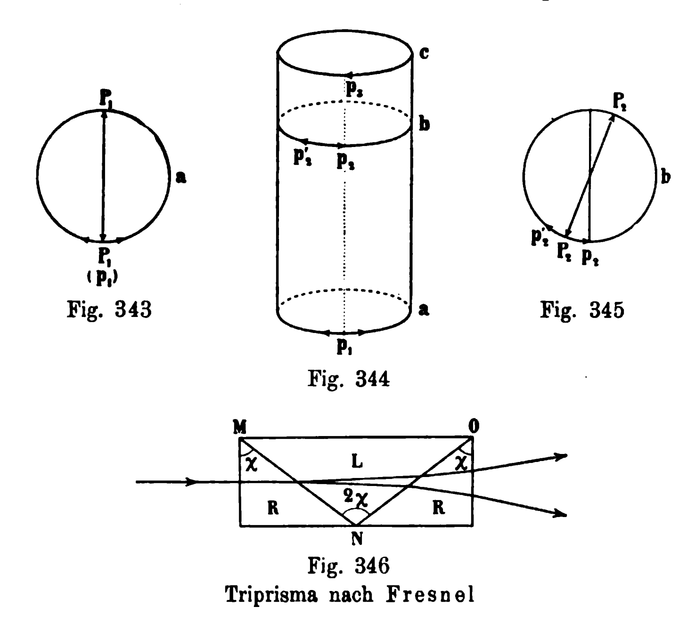


Fig. 343

Fig. 344

Fig. 345

Fig. 346
Triprisma nach Fresnel

(Fig. 346). Zwei Prismen *R* aus rechtem Quarz mit dem brechenden Winkel χ legte Fresnel so an ein Prisma *L* aus linkem Quarz mit dem brechenden Winkel 2χ, daß die drei Prismen zusammen ein rechtwinkliges Parallelepiped mit senkrechten Endflächen bildeten. Die optische Achse stand bei allen drei Prismen genau senkrecht zu diesen beiden Endflächen.

Fresnel[1]) ließ einen Lichtstrahl senkrecht auf die vordere Fläche des Triprismas auffallen und beobachtete auf der gegenüberliegenden Seite zwei austretende Strahlen mit folgenden Eigen-

1) Vgl. Ann. d. Phys. 1831; **21**, 276ff. (spez. 280 bis 284).

schaften: „Wenn man sie mit einem Kalkspatrhomboeder untersucht, gibt jeder von ihnen zwei Bilder von gleicher Stärke; und wenn man sie unter der Incidenz $54\frac{1}{2}^{0}$ zwei totale Reflexionen im Innern eines Glasparallelepipeds erleiden läßt, sind sie vollständig polarisiert nach Ebenen, die um 45^{0} gegen die Reflexionsebene neigen. Die Polarisationsebene des einen Bündels liegt rechts, die des andern links von der Reflexionsebene". „Jeder der beiden zum Prisma hinaustretenden Lichtbündel kann betrachtet werden als bestehend aus zwei Wellensystemen, die gegeneinander rechtwinklig polarisiert und in ihrem Gange um eine Viertelundulation voneinander verschieden sind". „Mit einem Worte, die optischen Eigenschaften beider Bündel sind gleich, nur liegen sie gegeneinander umgekehrt, und dies bewirkt, daß der eine sich so von der Rechten zur Linken verhält, wie der andere von der Linken zur Rechten. Erwägt man überdies, daß ein so modifizierter Strahl, von welcher Seite man ihn auch nehme, keine Verschiedenheit in seinen Reflexionen oder Refraktionen zeigt, während der Strahl, welcher die gewöhnliche Polarisation erlitten hat, senkrecht gegen seine Polarisationsebene ganz andere Eigenschaften wie in Richtung dieser Ebene darbietet, so wird man natürlich darauf geführt, dieser neuen Modifikation des Lichtes den Namen ‚Zirkularpolarisation' zu geben, sie in Zirkularpolarisation von rechts nach links und Zirkularpolarisation von links nach rechts einzuteilen".[1])

„Abgesehen von jeder Hypothese über die Natur der Lichtvibrationen folgt aus den Tatsachen und den allgemeinen Gesetzen der Interferenz polarisierter Lichtstrahlen: 1) Jeder der beiden Lichtbündel, welche durch die längs der Achse des Bergkristalls wirkende Doppelbrechung voneinander getrennt werden, läßt sich betrachten als bestehend aus zwei gegeneinander rechtwinklig polarisierten und im Gange um eine Viertelundulation verschiedenen Wellensystemen, wobei die Polarisationsebene des vorderen Wellensystems in dem einen Bündel rechts, und in dem andern links liegt von der Polarisationsebene des hinteren Wellensystems. 2) Diese beiden Lichtbündel durchlaufen den Bergkristall nicht mit gleicher Geschwindigkeit in Richtung seiner Achse, vielmehr ist die Geschwindigkeit, nach der Natur des Bergkristalls, bald bei dem von

---

1) Zirkularpolarisiert ist hiernach jeder der beiden durch das Fresnelsche Triprisma getrennten Strahlen. Die Drehung der Polarisationsebene des Lichtes als solche sollte man deshalb nicht als Zirkularpolarisation bezeichnen, wie dies nach dem Vorgange von C. F. Naumann zuweilen geschieht.

rechts nach links zirkular polarisierten, bald bei dem von links nach rechts polarisierten etwas größer als bei dem andern, doch ist der Unterschied in der Geschwindigkeit in beiden Fällen gleich.“

Fällt hiernach ein linear polarisierter Lichtstrahl senkrecht auf die vordere Fläche des Triprismas, so wird er hier in zwei zirkular polarisierte Strahlen von entgegengesetzter Drehung und verschiedener Fortpflanzungsrichtung zerlegt. An der Grenzfläche *MN* werden beide infolge ihrer verschiedenen Geschwindigkeit in verschiedener Weise abgelenkt. Für den rechts-rotierenden Strahl ist der rechte Quarz das optisch dünnere, der linke das optisch dichtere Medium; der rechts-rotierende Strahl wird also beim Übertritt in den linken Quarz dem Einfallslote zugebrochen; der linksrotierende Strahl verhält sich umgekehrt; er wird an derselben Grenze *MN* vom Einfallslote weggebrochen. An der Grenze *NO* wird aus denselben Gründen der rechte Strahl vom Einfallslote weggebrochen, der linke dem Einfallslote zugebrochen; hier trennen sich also die beiden Strahlen noch weiter.

Der Fresnelsche Versuch wurde später von anderen Autoren in mehrfacher Weise abgeändert, und das Resultat bestätigt gefunden.

Lang (Viktor von, Professor der Physik an der Universität Wien)[1]) ließ durch ein Quarzprisma, dessen brechende Kante senkrecht zur Hauptachse und dessen Seiten gegen die letztere nahezu gleich geneigt waren, Strahlen parallel zu der Hauptachse gehen; zwischen Flamme und Kollimator wurde ein Nicolsches Prisma und ein Viertelundulationsglimmerblättchen gestellt, dessen Hauptschnitt unter 45° gegen den Hauptschnitt des Nicols stand. Auf diese Weise gelangt nur zirkular polarisiertes Licht in den Kollimator, und es erscheint im Spektrum nur die eine Welle. Wird das Glimmerblättchen um 90° gedreht, so wird das auffallende Licht im entgegengesetzten Sinne zirkular polarisiert, und es erscheint die andere Welle. Ohne diese Vorrichtung überdecken sich die beiden Bilder teilweise. V. v. Lang fand für die beiden Wellen, welche sich in der Richtung der optischen Achse fortpflanzen, bei Verwendung von Na-Licht eine Differenz $\nu_l - \nu_r = 0{,}0000718$.

Sind v_r und v_l die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der beiden zirkular polarisierten Strahlen, so ist das spezifische Drehungsvermögen $\varrho = \left(\frac{1}{v_l} - \frac{1}{v_r}\right)$.

1) Ann. d. Phys. 1870; **140**, 460.

Auch bei drehenden Flüssigkeiten wurde durch E. v. Fleischl[1]) die Zerlegung des linear polarisierten Lichtes in rechts- und links-zirkulares nachgewiesen.

A. Cotton[2]) beobachtete, daß gefärbte Lösungen einiger weinsaurer Salze die rechts- und links-zirkular polarisierten Strahlen ungleich stark absorbieren; bei Verwendung von Na-Licht fand er die rechts- und links-zirkularen Strahlen ungleich hell, bei Anwendung von weißem Licht ungleich gefärbt. Er bezeichnete diese Erscheinung als „Zirkulardichroismus".

Dove[3]) (Heinrich Wilhelm, geb. 6. Oktober 1803 zu Liegnitz, 1826 Privatdozent und 1828 a. o. Professor a. d. Univ. Königsberg, 1829 a. o. Professor a. d. Univ. Berlin, 1845 ord. Professor d. Physik daselbst und zugleich, seit 1848, Vorstand der meteorologischen Stationen in Preußen; gest. 4. April 1879 in Berlin) gibt an, daß auch der rechts-zirkulare und der links-zirkulare Strahl, welche beim Quarz sich in der Richtung der Hauptachse fortpflanzen, bei manchen Varietäten, z. B. bei tief violetten Amethysten, eine verschiedene Absorption erführen.

E. Perucca[4]) fand dies jedoch nicht bestätigt.

§ 83

Normalenfläche und Strahlenfläche der optisch drehenden Kristalle

Nach der Fresnelschen Theorie der optischen Drehung pflanzen sich auch in der Richtung der optischen Achse drehender Kristalle zwei Strahlen mit verschiedener Geschwindigkeit fort. Bei den nicht-drehenden optisch-einachsigen Kristallen berühren sich die beiden Schalen der Normalenfläche (und ebenso auch die beiden Schalen der Strahlenfläche) in der Richtung der optischen Achse; bei den optisch drehenden Kristallen ist dies nach der Fresnelschen Theorie nicht möglich. Airy vermutete, daß die Normalenfläche und die Strahlenfläche des ordentlichen Strahles beim Quarz doch noch durch eine Kugel dargestellt werden, daß aber der Radius der das Ellipsoid umhüllenden Kugel bei der Normalenfläche des Quarzes etwas größer sei als der große Halbmesser des Ellipsoides der

1) Ann. d. Phys. 1885; **24**, 127 und Sitzungsber. der Wiener Akad. d. Wiss. 1884; **90**, II, 478.

2) C. R. 1895; **120**, 989. 1044. — Ann. d. chim. et d. phys. 1896; **8**, 347. — Journ. d. Phys. 1896; **5**, 237. 290.

3) Ann. d. Phys. 1860; **110**, 279.

4) Ebenda 1914; **45**, 463.

außerordentlichen Wellennormale. Infolgedessen könnten sich die beiden Flächen in der Richtung der Hauptachse nicht berühren.

V. v. Lang[1]) bestimmte die Brechungsquotienten des Quarzes für Strahlen, welche gegen die Hauptachse verschieden geneigt waren, und schloß daraus, daß es beim Quarz in der Nähe der Hauptachse keine Welle mit konstanter Geschwindigkeit gibt, und daß auch die außerordentliche Welle sich nach einem anderen Gesetze ändert als bei den nicht-drehenden optisch-einachsigen Kristallen. Für die optisch drehenden einachsigen Kristalle kann also weder die ordentliche Strahlengeschwindigkeit durch eine Kugel, noch die außerordentliche durch ein Ellipsoid dargestellt werden. Bei einer Neigung von 25° gegen die Hauptachse konnte v. Lang keine Wirkung der Drehung auf die Normalenfläche mehr nachweisen. Aus der von ihm beobachteten Ablenkung der Strahlen bestimmte er die Differenz der beiden Brechungsquotienten für Strahlen in der Richtung der Hauptachse: $\nu_1 - \nu_2 = 0{,}0000718$. Dieselbe Differenz kann man auch aus der Drehung ϱ berechnen, welche die Polarisationsebene eines Lichtstrahles erfährt, der parallel der Achse durch eine Quarzplatte von der Dicke d hindurchgeht; es ist: $\varrho = \frac{d}{\lambda}(\nu_1 - \nu_2)\ 180^0$; also kann man aus ϱ, d und λ die Differenz $(\nu_1 - \nu_2)$ berechnen; v. Lang fand auf diese Weise $\nu_1 - \nu_2 = 0{,}0000713$.

Ch. Briot[2]) nimmt an, daß die Lichtschwingungen bei schief zur Achse fortschreitenden Wellen durch Addition von Wirkungen der gewöhnlichen Doppelbrechung mit solchen der Drehung zustande kommen, wobei die ersteren im allgemeinen stärker anzunehmen seien und die letzteren deshalb nur für Strahlen in der Richtung der optischen Achse wahrnehmbar werden.

Denselben Gedanken hat Gouy[3]) ausführlicher entwickelt und dabei wie Briot vorausgesetzt, daß die „reine Drehung“, d. h. die Gesamtwirkung nach Abzug der gewöhnlichen Doppelbrechung isotrop, also unabhängig von der Strahlenrichtung sei und dementsprechend durch eine Kugel dargestellt werden könne.

Die Änderungen, welche die Gesetze der reinen Doppelbrechung durch das Drehungsvermögen bei optisch-zweiachsigen

1) Über die Lichtgeschwindigkeit im Quarze, Sitzungsber. d. Wiener Akad. d. Wiss. 1869; **60**, II, 767. Auszg. Ann. d. Phys. 1870; **140**, 460.

2) Essais sur la théorie math. de la lumière. Paris, Mallet-Bachelier, 1864. Übers. von W. Klinkerfues. Leipzig 1867.

3) Journ. d. Phys. 1885; **4**, 149. Auszg. Zeitschr. f. Krist. 1893; **21**, 164.

Kristallen erleiden, hat O. Weder genauer untersucht.[1]) Auch Weder setzt voraus, daß die reine Rotationspolarisation isotrop sei.

Sind u, v, w die Komponenten des Lichtvektors (d. h. der Verschiebung eines Ätherteilchens), so stellte V. v. Lang[2]) für drehende Kristalle folgende Bewegungsgleichungen auf:

$$\frac{d^2u}{dt^2} = \mathfrak{a}^2\left(\frac{d^2u}{dx^2}+\frac{d^2u}{dy^2}+\frac{d^2u}{dz^2}\right)-\frac{d}{dx}\left(\mathfrak{a}^2\frac{du}{dx}+\mathfrak{b}^2\frac{dv}{dy}+\mathfrak{c}^2\frac{dw}{dz}\right) + K\left(\frac{dv}{dz}-\frac{dw}{dy}\right),$$

$$\frac{d^2v}{dt^2} = \mathfrak{b}^2\left(\frac{d^2v}{dx^2}+\frac{d^2v}{dy^2}+\frac{d^2v}{dz^2}\right)-\frac{d}{dy}\left(\mathfrak{a}^2\frac{du}{dx}+\mathfrak{b}^2\frac{dv}{dy}+\mathfrak{c}^2\frac{dw}{dz}\right) + K\left(\frac{dw}{dx}-\frac{du}{dz}\right),$$

$$\frac{d^2w}{dt^2} = \mathfrak{c}^2\left(\frac{d^2w}{dx^2}+\frac{d^2w}{dy^2}+\frac{d^2w}{dz^2}\right)-\frac{d}{dz}\left(\mathfrak{a}^2\frac{du}{dx}+\mathfrak{b}^2\frac{dv}{dy}+\mathfrak{c}^2\frac{dw}{dz}\right) + K\left(\frac{du}{dy}-\frac{dv}{dx}\right).$$

$\mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \mathfrak{c}$, wobei $\mathfrak{a} > \mathfrak{b} > \mathfrak{c}$, sind die Hauptlichtgeschwindigkeiten, K die „Konstante der Rotationspolarisation". Wird K gleich Null, so gelten dieselben Gleichungen für die nicht-drehenden Körper.

Aus diesen Gleichungen für den Lichtvektor leitet Weder die Normalenfläche und die Strahlenfläche der drehenden optisch-zweiachsigen Kristalle ab. Ist $\omega = \frac{\lambda}{\tau}$ (wobei τ die Schwingungsdauer, λ die Wellenlänge im Kristall darstellt) die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer ebenen Welle im Kristall, so ist die Größe $\sigma = \frac{K\omega\tau}{2\pi}$ nach v. Lang ebenfalls eine Konstante, welche die Drehung charakterisiert. Sind g und g' die Neigungen, welche die Wellennormale mit den beiden optischen Achsen einschließt, so leitet Weder folgende Beziehungen ab:

$$\omega_1{}^2 = \tfrac{1}{2}\left\{\mathfrak{a}^2+\mathfrak{c}^2+(\mathfrak{a}^2-\mathfrak{c}^2)\cos g\cos g' + \sqrt{(\mathfrak{a}^2-\mathfrak{c}^2)^2\sin^2 g\sin^2 g' + 4\sigma^2}\right\}$$

$$\omega_2{}^2 = \tfrac{1}{2}\left\{\mathfrak{a}^2+\mathfrak{c}^2+(\mathfrak{a}^2-\mathfrak{c}^2)\cos g\cos g' - \sqrt{(\mathfrak{a}^2-\mathfrak{c}^2)^2\sin^2 g\sin^2 g' + 4\sigma^2}\right\}.$$

Diese beiden Gleichungen definieren die beiden Schalen der Normalenfläche; wird $\sigma = 0$, dann stellen dieselben Gleichungen die

1) N. Jahrb. f. Min. usw. 1897. 1898; Beil.-Bd. **11**, 1.

2) Sitzungsber. d. Wiener Akad. d. Wiss. 1877; **75**, II, 719. — Ann. d. Phys. 1878; Erg.-Bd. 8, 608.

Normalenfläche desjenigen nicht-drehenden Kristalls dar, welcher die gleichen Hauptlichtgeschwindigkeiten hat wie der vorhin charakterisierte drehende Kristall. Die Leitstrahlen der Normalenflächen eines nicht-drehenden Kristalls werden mit $\mathfrak{o}_1$ und $\mathfrak{o}_2$ bezeichnet. Setzen wir ferner $s = \frac{\sigma^2}{2(\mathfrak{a}^2 - \mathfrak{c}^2)}$, so wird annähernd

$$\omega_1 = \mathfrak{o}_1 + \frac{s}{\mathfrak{o}_1 \sin g \sin g'}, \quad \omega_2 = \mathfrak{o}_2 - \frac{s}{\mathfrak{o}_2 \sin g \sin g'}.$$

Die langsamere Welle erhält hiernach eine Verzögerung, die raschere eine Beschleunigung infolge der Drehung, und die Normalenfläche eines drehenden Kristalls besteht aus zwei getrennten,

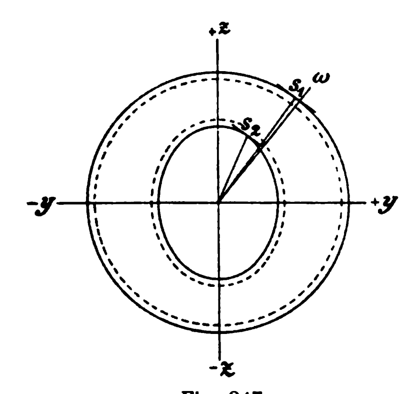


Fig. 347
Symmetrieschnitt parallel der Ebene yz durch die Strahlenfläche eines optisch-zweiachsigen drehenden Kristalls. Nach O. Weder

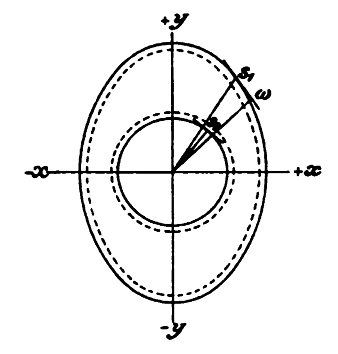


Fig. 348
Symmetrieschnitt parallel der Ebene xy durch die Strahlenfläche eines optisch-zweiachsigen drehenden Kristalls. Nach O. Weder

einander umschließenden Schalen, von welchen die eine ganz außerhalb, die andere ganz innerhalb der Kugel $x^2 + y^2 + z^2 = \mathfrak{b}^2$ liegt. Die Normalenfläche ist die Fußpunktkurve der Strahlenfläche, deren Schnitte mit den drei optischen Symmetrieebenen in den Figg. 347, 348, 349, 350 u. 351 angedeutet sind; die gestrichelten Linien stellen die Strahlenfläche für den Fall $\sigma = 0$ dar; s sind Strahlen, ω Wellennormalen. Die Figuren lassen erkennen, daß nach jeder Richtung sich bei den drehenden Kristallen zwei Strahlen mit verschiedener Geschwindigkeit fortpflanzen. In der Richtung der optischen Achsen (Figg. 349 u. 351) liegt der Schnittpunkt der gestrichelten Linien genau in der Mitte zwischen den beiden Schnittpunkten der Achsenrichtung mit der Strahlenfläche der drehenden Substanz. Bei optisch-einachsigen

Kristallen gilt dasselbe bezüglich der Hauptachse. Läßt man demnach in Fig. 347 die Endpunkte der Radien der beiden gestrichelten Kurven in der Richtung der vertikalen Achse zusammenfallen und für

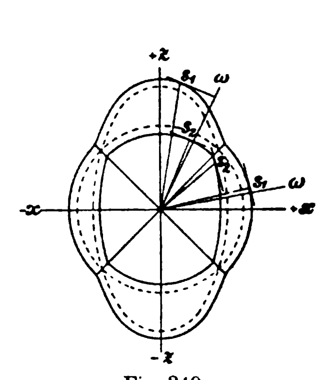


Fig. 349
Symmetrieschnitt parallel der Ebene zx durch die Strahlenfläche eines optisch-zweiachsigen drehenden Kristalls. Nach O. Weder

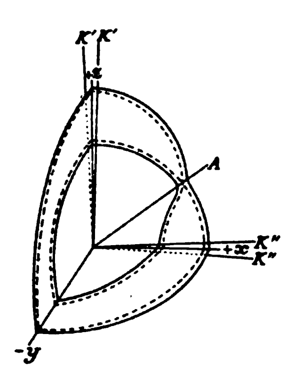


Fig. 350
Perspektivisches Bild eines Oktanten der Normalenfläche eines optisch-zweiachsigen drehenden Kristalls. Nach O. Weder

eine Neigung von etwa 20° gegen die z-Achse die äußere, ausgezogene Kurve in die gestrichelte Kreiskurve übergehen, die innere, ausgezogene Kurve in derselben Richtung in die gestrichelte Ellipse, so stellt der Schnitt einen Hauptschnitt durch die Strahlenfläche eines optisch-einachsigen positiven drehenden Kristalls dar. In der Richtung der z-Achse muß demnach die gestrichelte Kurve in der Mitte zwischen den beiden andern liegen (Fig. 351).

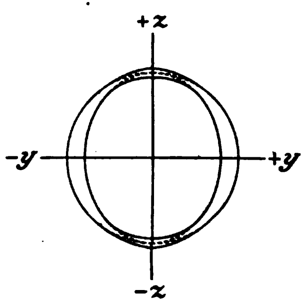


Fig. 351
Hauptschnitt durch die Strahlenfläche eines optisch-einachsigen positiven drehenden Kristalls

Die Erscheinungen der inneren konischen Refraktion werden bei den drehenden optisch-zweiachsigen Kristallen gestört, dagegen bleibt nach Pockels[1]) die Erscheinung der äußeren konischen Refraktion auch beim Vorhandensein von Drehungsvermögen bestehen.

1) F. Pockels, Lehrb. d. Kristalloptik, S. 332.

§ 84

Schwingungsformen bei optisch drehenden Kristallen, „reine Drehung" und „reine Doppelbrechung"

Die Fresnelsche Theorie der optischen Drehung verallgemeinernd, stellte G. B. Airy[1]) die Hypothese auf, daß der ordentliche und der außerordentliche Strahl beim Quarz stets elliptisch polarisiert seien; die große Achse der elliptischen Bahn liege bei dem ordentlichen Strahl im Hauptschnitt, bei dem außerordentlichen senkrecht gegen denselben. Das Achsenverhältnis sei für beide Ellipsen gleich, aber der Rotationssinn sei entgegengesetzt; bei rechten Kristallen rotiere der ordentliche schnellere Strahl rechts. Für Strahlen in der Richtung der Hauptachse werde das Achsenverhältnis gleich 1, also die Schwingung beider Strahlen zirkular, für Strahlen senkrecht zur Achse werde das Verhältnis gleich 0, d. h. die Schwingung beider Strahlen linear. Daß die Schwingungen wenigstens für Strahlen, welche in der Nähe der Hauptachse durch den Kristall gehen, elliptisch polarisiert seien, hat Airy auch experimentell nachgewiesen.

J. Jamin[2]) bestimmte das Achsenverhältnis der Schwingungsellipsen von Lichtstrahlen, welche eine parallel zur Basis geschliffene Quarzplatte schief zur Achse durchsetzten. Je mehr man sich von der Richtung der Hauptachse des Quarzes entfernt, um so gestreckter werden die Ellipsen, und bei einer Neigung von 23° ist es nach Jamin unmöglich, die elliptischen Strahlen von dem linear polarisierten ordentlichen und außerordentlichen Strahle zu unterscheiden.

B. Hecht[3]) stellte die gleichen Untersuchungen an Quarzplatten an, welche schief zur Hauptachse geschliffen waren, während die Lichtstrahlen senkrecht zur Plattenebene gingen, der Einfallswinkel also den Wert Null hatte. Seien die Achsenverhältnisse der beiden Schwingungsellipsen μ_1 und μ_2, wobei $\mu_1 \cdot \mu_2 = 1$, d der Gangunterschied für eine 1 mm dicke Platte, Θ der Winkel zwischen der Plattennormale und der optischen Achse, so fand Hecht folgende zusammengehörige Werte:

Θ	μ_2	$-d$
2° 22′	0,809	0,1235
7 11	0,230	0,2665
14 54	0,084	1,060.

1) Trans. of the Cambr. Phil. Soc. 1833; **4**, 79.

2) Ann. d. chim. et d. phys. 1850; **30**, 55.

3) Ann. d. Phys. 1883; **20**, 426. 1887; **30**, 274.

Gouy[1]) nimmt an, daß, wenn elliptisch polarisiertes Licht senkrecht auf eine planparallele doppeltbrechende und zugleich drehende Platte falle, der Lichtstrahl in der Platte eine Drehung seiner Schwingungsebene und eine Änderung des Achsenverhältnisses der Schwingungsellipse erfahre; daß es aber zwei elliptische Schwingungen von solcher Form, solchem Drehungssinn und solcher Orientierung gebe, daß die Änderung des Achsenverhältnisses beim Durchgang durch die Platte gleich Null werde. Derartige Schwingungen nennt Gouy „privilegierte Schwingungen".

F. Beaulard[2]) bestimmte die Konstanten der Schwingungsellipsen für Strahlen zwischen den Neigungswinkeln $\varphi = 1\frac{1}{2}^0$ bis $\varphi = 20^0$ gegen die Hauptachse des Quarzes, konnte aber ebenso wie Jamin von $\varphi = 20^0$ an keine Abweichung mehr von dem Verhalten der nicht-drehenden Körper nachweisen; die von Gouy theoretisch abgeleiteten Beziehungen fand er in großer Annäherung bestätigt.

G. Quesneville[3]) glaubte, daß die Resultate der Airyschen Theorie mit der Beobachtung in Widerspruch ständen. Airy war der erste, welcher (1831) eine doppelte elliptische Brechung für diejenigen Strahlen angenommen hat, welche nur wenig gegen die Hauptachse geneigt durch eine Quarzplatte gehen. Mac Cullagh zeigte dann, wie die allgemeinen Gleichungen der Doppelbrechung abzuändern seien, damit sie die beiden Airyschen Ellipsen enthalten. Die Airysche Hypothese bildete auch für die späteren theoretischen Untersuchungen die Grundlage. Wenn geradlinig polarisiertes konvergentes Licht zwei Quarzplatten von gleicher Dicke und entgegengesetzter Drehung durchläuft, so sollte man nach jener Theorie Spiralen und Kreise beobachten, welche sich gegenseitig durchschneiden; Quesneville konnte die Kreise weder bei direkter Beobachtung noch an Photographien erkennen. Während Jamin seine Beobachtungen auf einfallendes linear polarisiertes Licht beschränkte, beobachtete Quesneville auch bei einfallendem zirkular polarisiertem Licht und fand hierbei die beobachtete Erscheinung mit der Theorie in Einklang. Die Beobachtung ergibt für linear polarisiertes Licht, welches, nur wenig gegen die Hauptachse geneigt, auf eine zu dieser senkrechte Quarzplatte fällt, beim Austritt aus

1) A. a. O.

2) Comptes rend. 1889; **109**, 140. — Sur la coexistence du pouvoir rotatoire et de la double réfraction dans le quartz. Thèses prés. à la Fac. des sciences de Paris. Marseille 1893.

3) Comptes rend. 1895; **121**, 522. 1136. Ferner: De la double réfraction elliptique et de la tétraréfringence du quartz dans le voisinage de l'axe. Paris 1898.

der Platte zwei elliptisch polarisierte Strahlen, deren Schwingungsellipsen ihre Lage während des Durchganges durch die Platte ändern. Quesneville suchte diese Veränderung der Lage der beiden Schwingungsellipsen durch die Annahme zu erklären, jede derselben entstehe aus zwei senkrecht zueinander stehenden Ellipsen, die von der Lichtschwingung in entgegengesetztem Sinne durchlaufen würden. Hiernach müßte der Quarz für Strahlen, die ihn annähernd in der Richtung der Achse durchsetzen, vierfachbrechend sein, wenn das einfallende Licht geradlinig polarisiert ist, dagegen nur doppeltbrechend bei einfallendem zirkular polarisiertem Licht. Die Beobachtung von Quesneville, daß im ersteren Falle die Kreise fehlten, wird aber von neueren Beobachtungen nicht bestätigt. So lassen auch die Hauswaldtschen Photographien (Figg. 333 u. 334, S. 411) die Kreise sehr wohl erkennen, wenn auch deren Schnittpunkte mit der Spirale infolge der Überlagerung der dunklen Kreuze nicht scharf sind. Die Theorie Quesnevilles wird also durch die Beobachtung nicht bestätigt.

O. Weder gibt in der schon S. 420 erwähnten Arbeit die aus der Theorie sich ergebende Lage und den Drehungssinn der Schwingungsellipsen für Strahlen in der Richtung der drei optischen Symmetrieachsen und für die optischen Achsen optisch-zweiachsiger Kristalle an (vgl. Fig. 352).

Fig. 352
Schwingungsellipsen für Strahlen in der Richtung der drei optischen Symmetrieachsen eines optisch-zweiachsigen drehenden Kristalls. Nach O. Weder

Auch Drude[1]) nimmt wie Briot (vgl. S. 419) nur eine charakteristische Konstante der reinen Drehung an; für das Achsenverhältnis der Schwingungsellipse eines zur Hauptachse eines optisch-einachsigen Kristalls senkrechten Strahles ergibt sich: $\pm \mu_s = \frac{\nu_l - \nu_r}{2(\nu_o - \bar{\nu}_e)}$; für Quarz ist: $\nu_l - \nu_r = 0{,}000071$, $\nu_o - \bar{\nu}_e = 0{,}00911$; hieraus folgt: $\mu_s = 0{,}0039$. Auch die übrigen Theorien, welche die reine Drehung durch eine einzige Konstante charakterisieren, müssen den gleichen Wert für μ_s ergeben.

Die Annahme der Isotropie der reinen Drehung ist eine Beschränkung, welche durch die Symmetrie nicht geboten erscheint.

1) Lehrbuch der Optik. 1900, S. 375.

Im Gegensatz zu den bis jetzt genannten Autoren, welche nicht nur für die regulären, sondern auch für alle anderen Kristalle die sich der Doppelbrechung überlagernde Drehung isotrop annehmen, machten deshalb W. Gibbs[1]) 1882 und H. Chipart[2]) 1904 die Voraussetzung (vgl. S. 392), die der Doppelbrechung superponierte spezifische reine Drehung ϱ sei eine quadratische Funktion der Richtungscosinus der Wellennormale. Die diese Funktion ϱ darstellende Fläche bezeichnet Chipart als „Gyrationsfläche". Aus Symmetriegründen wird für die beiden hier in Frage kommenden regulären Klassen die Gyrationsfläche eine Kugel, also $\varrho =$ Konst. In diesem Falle ist also nur eine Konstante der reinen Drehung vorhanden.

Ist bei einem drehenden optisch-einachsigen Kristall φ die Neigung einer Wellennormale gegen die Hauptachse, so ist die reine Drehung ϱ für die betreffende Schwingung bestimmt durch $\varrho = r_1 \sin^2 \varphi + r_3 \cos^2 \varphi$, wobei r_3 die spezifische Drehung für einen in der Richtung der Hauptachse sich fortpflanzenden Strahl bedeutet, r_1 für einen solchen senkrecht zur Hauptachse. Das Achsenverhältnis der Schwingungsellipse eines zur Achse senkrechten Strahles ist unter Voraussetzung der Geltung dieser zweikonstantigen Formel: $\mu_s = \frac{\lambda r_1}{2\pi (\bar{\nu}_e - \nu_o)}$ [3]); ist μ_s durch Beobachtung ermittelt, so kann man also auch r_1 berechnen.

W. Voigt[4]) bringt an den Grundgleichungen der Lichttheorien für ein gewöhnliches kristallinisches Medium ähnlich wie V. v. Lang (vgl. S. 420) Zusatzglieder an, welche aber nicht wie bei v. Lang mit einer einzigen Rotationskonstanten K behaftet sind, sondern deren Konstanten für jede Kristallklasse den speziellen Symmetrieverhältnissen der betreffenden Klasse Rechnung tragen.

Für die Lichtgeschwindigkeiten, d. h. für die Normalenfläche bzw. die Strahlenfläche, ergibt die Voigtsche Theorie keine größeren Abweichungen von den einkonstantigen Theorien; deshalb gelten auch die Wederschen Formeln (S. 420) der Brechungsquotienten als Näherungsformeln.

Für die Richtungen der optischen Achsen zweiachsiger Kristalle ergibt auch die mehrkonstantige Theorie „merklich zirkulare Polarisation". Für das Achsenverhältnis der Schwingungsellipsen eines zur Hauptachse eines optisch-einachsigen Kristalls senkrechten

1) Am. Journ. of Science 1882; **23**, 460.

2) Nach F. Pockels, Lehrb. d. Kristalloptik, S. 313. 3) Ebenda, S. 329.

4) Nachr. v. d. k. Ges. d. Wiss. zu Göttingen 1903, 155, spez. 160 und Ann. d. Phys. 1905; **18**, 645.

Strahles gibt die letztere Theorie die von der älteren abweichende Beziehung: $\pm \mu_s = \frac{\nu_l - \nu_r + 2\delta'}{4(\nu_0 - \bar{\nu}_e)}$, wobei δ' eine weitere zu $(\nu_l - \nu_r)$ hinzukommende Konstante bedeutet.

Die quantitative Bestimmung des Achsenverhältnisses μ_s für einen Strahl, welcher sich senkrecht zur Hauptachse fortpflanzt, ist wegen des sehr geringen Betrages der Elliptizität schwierig. Man setzt diese sogar in der Regel beim Quarz gleich Null, indem man annimmt, ein senkrecht zur Hauptachse durch einen Quarzkristall gehender Strahl sei linear polarisiert. Daß diese Annahme nicht genau richtig ist, beweist die Tatsache, daß man eine parallel zur Achse geschliffene Quarzplatte bei einer genügend hellen Lichtquelle zwischen gekreuzten Nicols nicht völlig dunkel bekommen kann. Voigt bestimmte bei Verwendung von Na-Licht bei einer rechts-drehenden Platte $\mu_s = 0{,}00173$, bei einer weniger guten linksdrehenden Platte $\mu_s = 0{,}0028$ bis $0{,}0022$. Als besten Mittelwert hält Voigt $\mu_s = 0{,}0019$. Dieser Wert weicht von dem Drudeschen (S. 425) bedeutend ab. Merkwürdig ist, daß die Voigtsche Formel den Wert $\mu_s = 0{,}00195$, also fast genau den beobachteten Wert für Quarz gibt, wenn die Konstante $\delta' = 0$ gesetzt wird; wir hätten also zur Bestimmung von μ_s wieder nur eine Konstante $(\nu_l - \nu_r)$ nötig, aber die Formel an sich ist wesentlich anderer Art als diejenige, welche optische Isotropie der reinen Drehung voraussetzt. Dementsprechend ergibt sich für die reine Drehung eines Strahles senkrecht zur Hauptachse unter Einsetzung des Wertes $\mu_s = 0{,}0019$ in die Gleichung für μ_s (S. 426): $r_1 = 0{,}184$. Da für die Richtung der Hauptachse für Na-Licht beim Quarz $r_3 = 0{,}379$, so folgt, daß beim Quarz das Drehungsvermögen für einen zur Achse senkrechten Strahl ungefähr halb so groß ist als für einen zur Achse parallelen Strahl.

§ 85

Darstellung des Schwingungszustandes durch einen Punkt in der komplexen Ebene und durch einen Punkt auf der Kugelfläche nach H. Poincaré[1])

Fällt auf eine Kristallplatte eine in der Richtung $\mathfrak{P}$ geradlinig polarisierte Welle, und sind $\mathfrak{P}_1$ und $\mathfrak{P}_2$ die Polarisationsebenen

1) Théorie mathém. de la lumière, II. Paris 1892, 275; nach einem Auszuge von H. Joachim, Über Interferenzerscheinungen an aktiven Kristallplatten im polarisierten Licht, Inaug.-Diss. Göttingen 1906. N. Jahrb. f. Min. usw. 1906; Beil.-Bd. 21, 540ff.

der beiden gebrochenen Wellen, und ist φ der Winkel zwischen $\mathfrak{P}_1$ und $\mathfrak{P}$, und Γ der in der Platte zustande kommende Gangunterschied, so vereinigen sich beim Austritt aus der Platte die beiden Komponenten wieder zu einer einzigen Welle, deren Schwingung aber im allgemeinen elliptisch ist. Der Drehungssinn der austretenden Welle hängt in der durch nachstehende kleine Tabelle angegebenen Weise von φ und Γ ab.

	$0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2} < \varphi < \pi$
$0 < \Gamma < \frac{\lambda}{2}$	l	r
$\frac{\lambda}{2} < \Gamma < \lambda$	r	l

Die große Halbachse der Schwingungsellipse bildet mit $\mathfrak{P}_1$ den Winkel Θ, für welchen die Gleichung gilt: $\operatorname{tg} 2\Theta = \operatorname{tg} 2\varphi \cos\Delta$, wobei $\Delta = 2\pi \frac{\Gamma}{\lambda}$. Das Achsenverhältnis der Ellipse ist $\mu = \operatorname{tg} J$, wobei $2J = \pm \sin 2\varphi \sin\Delta$. Die Größen Γ und φ sind somit maßgebend für die austretende Schwingung. Die Funktion

$$\mathfrak{C}(\varphi, \Gamma) = \operatorname{tg}\varphi\,(\cos\Delta - i\sin\Delta),$$

wobei $i = \sqrt{-1}$, heißt die „Charakteristik der austretenden Welle“.

Man kann sämtliche möglichen Polarisationszustände sowohl durch entsprechende Werte von Γ bei festem φ (Babinets Kompensator) als auch durch entsprechende Werte von φ bei konstantem Γ (Sénarmonts Kompensator) erzeugen. Setzt man $\mathfrak{C}(\varphi, \Gamma) = \mathfrak{u} + i\mathfrak{v}$, so entspricht jedem Schwingungszustande ein bestimmter Punkt $\mathfrak{u}, \mathfrak{v}$ der komplexen Ebene.

Anschaulicher und namentlich den üblichen Methoden der Kristallographie mehr entsprechend ist die Darstellung der Charakteristik durch eine Abbildung der komplexen Ebene mit Hilfe der stereographischen Projektion auf eine Kugel. Auf den Schnittpunkt P_1 der den Polarisationsrichtungen der Platten $\mathfrak{P}_1$ und $\mathfrak{P}_2$ parallelen Achsen $\mathfrak{u}$ und $\mathfrak{v}$ lege man eine Kugel mit dem Radius 1. Als Augenpunkt (Projektionszentrum) wähle man den dem Punkte P_1 auf der Kugel gegenüberliegenden Punkt P_2 (Fig. 353).

Verbindet man irgendeinen Punkt der komplexen Ebene mit P_2, so stellt der Schnittpunkt dieser Verbindungslinie mit der Kugel den Repräsentanten des Punktes der komplexen Ebene auf der Kugel dar; und da jeder Punkt der komplexen Ebene einen

bestimmten Schwingungszustand darstellt, so gilt dasselbe auch für jeden Punkt der Kugeloberfläche.[1])

Die Repräsentanten aller Punkte der Achse $\mathfrak{u}$ liegen auf einem Großkreise der Kugel, welcher als Äquator gedacht werde; die Repräsentanten aller Punkte der Achse $\mathfrak{v}$ liegen auf einem Großkreise, welcher zu dem vorigen senkrecht steht und als Anfangsmeridian gelte. Die beiden vom Äquator um 90° abstehenden Punkte werden als Nordpol K_1 und als Südpol K_2 unterschieden; alle auf der Kugeloberfläche liegenden Kreise, deren Ebenen der Äquatorebene parallel gehen, heißen Breitenkreise, alle Großkreise durch die beiden Pole Längenkreise. Die Längenkreise und Breitenkreise schneiden einander senkrecht. Die Länge l wird auf dem Äquator von P_2 aus gemessen und von 0 bis 2π gerechnet, die Breite f vom Äquator aus bis zu den Polen gezählt und auf der nördlichen Halbkugel von 0 bis π positiv, auf der südlichen Halbkugel von 0 bis π negativ gerechnet. Zur Darstellung der optischen Verhältnisse nach dieser Methode verwendet man am bequemsten die S. 19 u. 21 erwähnten Gradnetze. In dieser Darstellung entsprechen K_1 und K_2 zirkularen Schwingungen mit entgegengesetztem Drehungssinn; die Breitenkreise f entsprechen Schwingungen mit konstantem Achsenverhältnisse $\mu = \operatorname{tg}\frac{f}{2}$, die Längenkreise l Schwingungen von konstanter Orientierung $\Theta = \frac{l}{2}$ der Hauptachsen der Schwingungsellipsen gegen die Richtung $\mathfrak{P}_1$. Irgend zwei auf der Kugel gegenüberliegende Punkte entsprechen zwei ähnlichen, aber entgegengesetzt umlaufenen Schwingungsellipsen mit gekreuzt liegenden

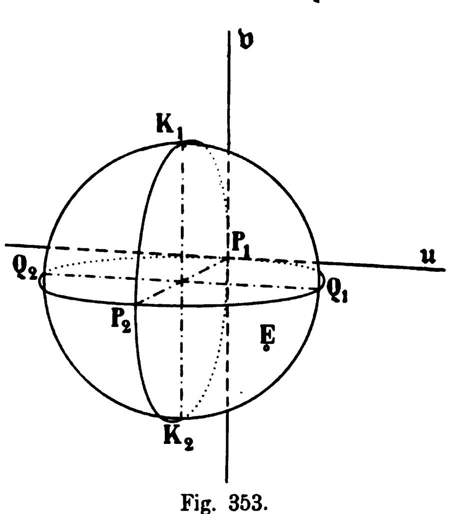


Fig. 353.

1) Bei der gnomonischen Projektion ist in ähnlicher Weise die Ebene $\mathfrak{uv}$ Projektionsebene, aber der Augenpunkt liegt im Zentrum der Kugel. Bei der stereographischen Projektion geht die Projektionsebene parallel zur Ebene $\mathfrak{uv}$ durch das Zentrum und der Augenpunkt liegt in P_1 (vgl. erster Teil, S. 25).

großen Achsen. Ein Punkt des Äquatorkreises von der Länge l stellt eine geradlinige Schwingung von der Neigung $\varphi = \frac{l}{2}$ der Polarisationsrichtung gegen $\mathfrak{P}_1$ dar. Ein Punkt des ersten Meridiankreises von der Breite f entspricht einer in bezug auf die Richtungen $\mathfrak{P}_1$ und $\mathfrak{P}_2$ „in der Hauptlage" befindlichen elliptischen Schwingung; d. h. die beiden Hauptachsen der Schwingungsellipse gehen den Richtungen $\mathfrak{P}_1$ und $\mathfrak{P}_2$ parallel, und das Achsenverhältnis ist $\mu = \operatorname{tg} \frac{f}{2}$. Zwei Punkten der Kugel, welche in bezug auf den Anfangsmeridian spiegelbildlich liegen, entsprechen Schwingungen, deren Hauptachsen in bezug auf die Richtung $\mathfrak{P}_1$ spiegelbildlich liegen; einer positiven Breite entspricht ein rechter, einer negativen Breite ein linker Drehungssinn der Ellipse.

Dem Übergang von der auf die Kristallplatte einfallenden linear polarisierten Welle, deren Repräsentant ein auf dem Äquator gelegener Punkt P sei, zur austretenden Welle, welche durch E auf der Kugel dargestellt werde, entspricht eine Drehung $\varDelta$ um den Äquatordurchmesser $P_1 P_2$, wobei P_1 und P_2 die Repräsentanten der beiden zueinander senkrechten linearen Schwingungen der Platte sind. Der Winkel PP_1E bestimmt den Gangunterschied, der Bogen P_1E das Amplitudenverhältnis der elliptischen Schwingung bezogen auf die Richtungen $\mathfrak{P}_1$ und $\mathfrak{P}_2$ der Kristallplatte; denn es ist $PP_1E = \varDelta$, $P_1E = 2\varphi$, wobei $\operatorname{tg}\varphi = \mu$ das Amplitudenverhältnis darstellt.

Werden mehrere doppeltbrechende Platten in nicht paralleler Lage der Auslöschungsrichtungen hintereinander geschaltet, und soll deren Wirkung auf den Polarisationszustand einer einfallenden Welle geprüft werden, dann muß für jede Platte die Drehung um einen anderen Äquatordurchmesser vorgenommen werden, welcher jedesmal die Verbindungslinie der beiden gegenüberliegenden Repräsentanten der Auslöschungsrichtungen der betreffenden Platte darstellt. Ist Γ der Gangunterschied der Platte, so ist $\varDelta$ der Winkel, um welchen gedreht werden muß, damit der Repräsentant der einfallenden Schwingung in die Lage des Repräsentanten der austretenden Welle übergeführt werde. Ist die Neigung der rascheren Welle der einen Platte gegen dieselbe Richtung der nächstfolgenden Platte χ, so liegen die Äquatorialachsen der beiden nacheinander folgenden Drehungen um den Winkel 2χ auseinander.

Sind von den vier Größen Γ, φ, μ, Θ zwei gegeben, so lassen sich nach den vorstehenden Angaben die beiden anderen geometrisch konstruieren, also auch berechnen.

Es wurde bisher angenommen, die Platte sei doppeltbrechend, aber nicht drehend.

Besitzt die Platte ein Drehungsvermögen ϱ_0, aber keine Doppelbrechung, wie z. B. die optisch drehenden regulären Kristalle für jede beliebig orientierte Platte und die übrigen für die Platten senkrecht zu einer optischen Achse, so erhält man den Repräsentanten des Schwingungszustandes des aus der Platte austretenden Strahles aus dem ursprünglichen durch Drehung um die polare Achse um den Betrag $2\varrho_0$.

Besitzt die Platte gleichzeitig ein reines Drehungsvermögen ϱ_0 und einen Gangunterschied Γ_0 infolge reiner Doppelbrechung, so trage man auf denjenigen äquatorialen Durchmesser, welcher zu den Schwingungsrichtungen infolge der reinen Doppelbrechung gehört, vom Kugelmittelpunkte aus die Größe Δ_0 als Strecke auf, und auf den polaren Durchmesser die Größe $2\varrho_0$ ebenfalls vom Kugelmittelpunkte aus. Diese beiden zueinander senkrechten Strecken bestimmen ein Rechteck, und dessen eine Diagonale, welche durch den Kugelmittelpunkt geht, bestimmt durch ihre Schnittpunkte auf der Kugelfläche einen Durchmesser XX'. Man erhält nun den Repräsentanten einer aus der Platte austretenden Schwingung, wenn man den Repräsentanten der in die Platte eintretenden Schwingung um den Durchmesser XX' um den Betrag $\sqrt{\Delta_0^2 + (2\varrho_0)^2}$ dreht.

Liegt der Repräsentant der in die Platte eintretenden Schwingung im Punkte X oder im Punkte X', so erleidet die einfallende Schwingung beim Durchgang durch die Platte keine Änderung. Die Punkte X und X' stellen also die „privilegierten Schwingungen“ dar (vgl. S. 424).

Durch die vorstehend angedeutete Methode von Poincaré (Henry, geb. 29. April 1854 zu Nancy, gest. 17. Juli 1912 zu Paris) hat die Mallardsche Entwicklung (vgl. S. 354) jedenfalls eine viel elegantere geometrische Form erhalten. Die von Fresnel aufgestellte Theorie der optischen Drehung bezeichnet Poincaré nicht als eine physikalische, sondern sie sei, wie er sich ausdrückt, „seulement la constatation d'une identité cinématique“; und bezüglich der Theorie von Airy bemerkt er: „De même les théories d'Airy se réduisent à l'adjonction, aux équations des termes nécessaires pour faire concorder leurs conséquences avec les résultats observés“. H. Joachim[1]) wies nach, daß sich auch die

1) A. a. O. S. 542.

Helligkeit des aus einem elliptischen Analysator austretenden Lichtes mit Hilfe der Poincaréschen Methode geometrisch darstellen läßt, wenn der Polarisationszustand der einfallenden und der durch den Analysator ungeschwächt hindurchgehenden Wellen bekannt sind, und zeigte, „daß die Poincarésche Methode der geometrischen Darstellung polarisierter Wellen durch Punkte der komplexen Ebene oder der Kugeloberfläche ein allgemein anwendbares Hilfsmittel zur Konstruktion und Berechnung der Interferenzerscheinungen an doppeltbrechenden inaktiven oder aktiven Kristallplatten im parallelen oder im konvergenten polarisierten Licht darbietet“.

§ 86

Interferenzerscheinungen im konvergenten polarisierten Licht bei Kombination zweier oder mehrerer gegen die optische Achse beliebig geneigter nicht-drehender oder auch drehender Kristallplatten

Während bei den in § 81 (und § 75) behandelten Fällen die Platten senkrecht zu einer optischen Achse oder zur ersten Mittellinie geschnitten sind, untersuchte H. S. M. van der Willigen[1]) die Interferenzerscheinungen, welche man in einem Polarisationsapparate bei Anwendung von konvergentem homogenen Lichte an einer Kombination von zwei planparallelen, aus einem optisch-einachsigen nicht-drehenden Kristalle unter gleicher Neigung ϑ gegen die optische Achse geschnittenen Platten beobachtet, wenn die Platten so übereinander gelegt sind, daß ihre Hauptschnitte zusammenfallen, die optischen Achsen A_1 und A_2 aber in entgegengesetztem Sinne gegen die gemeinsame Plattennormale Z' geneigt sind.[2]) Er fand, daß die zu beobachtende Interferenzerscheinung aus einer Überlagerung von vier Kurvensystemen besteht, nämlich der beiden Kurven gleichen Gangunterschiedes in je einer der beiden kombinierten Platten und derjenigen beiden Kurven, in welchen die Summe oder die Differenz dieser Gangunterschiede konstant ist.

Eine eingehende Untersuchung der Kurven, auf welchen die Summe der beiden primären Kurven konstant ist, gab A. Bertin[3]), während F. Pockels[4]) die gesamten Interferenzerscheinungen des

---

1) Ann. d. Phys. 1874, Jubelband, S. 491.

2) Die gleiche Erscheinung erhält man auch, wenn man statt der Zwillingsplatte eine entsprechend geschnittene einfache Platte in dem S. 411 und 412 beschriebenen abgeänderten Nörrenbergschen Polarisationsapparat verwendet.

3) Ann. d. chimie et d. phys. 1884; (6) 2, 485. Ausz. Ztschr. f. Krist. **11**, 613.

4) Nachr. v. d. k. Ges. d. Wiss. zu Göttingen 1890, 259ff.

genannten Plattenpaares systematisch ableitet. Sind ϑ der Winkel, welchen die beiden Plattennormalen mit der optischen Achse bilden, ψ_1 und ψ_2 die von der Achsenebene aus gerechneten Schwingungsazimute der ordinären Welle eines Strahles in den beiden Platten, J_0 die Intensität des angewendeten Lichtes, Δ_1 und Δ_2 die relativen Verzögerungen der ordinären Welle gegen die extraordinäre in der ersten und zweiten Platte, so wird die Intensität des austretenden Strahles bei gekreuzten Nicols:

$$J = J_0 \left(a_1 \sin^2 \frac{\Delta_1}{2} + a_2 \sin^2 \frac{\Delta_2}{2} + b_1 \sin^2 \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{2} + b_2 \sin^2 \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{2} \right).$$

Beträgt der Winkel, welchen der Hauptschnitt der betrachteten Doppelplatte mit dem Hauptschnitt der Nicols bildet, 0° oder 90° (Normalstellung), so wird:

$$\begin{aligned} a_1 &= \sin 2\psi_1 \cos 2\psi_2 \sin 2(\psi_1 - \psi_2), \\ a_2 &= \sin 2\psi_2 \cos 2\psi_1 \sin 2(\psi_2 - \psi_1), \\ b_1 &= \sin 2\psi_1 \sin 2\psi_2 \cos^2(\psi_2 - \psi_1), \\ b_2 &= -\sin 2\psi_1 \sin 2\psi_2 \sin^2(\psi_2 - \psi_1). \end{aligned}$$

Beträgt dagegen jener Winkel $\pm 45^\circ$ (Diagonalstellung), so wird:

$$\begin{aligned} a_1 &= \sin 2\psi_2 \cos 2\psi_1 \sin 2(\psi_2 - \psi_1), \\ a_2 &= \sin 2\psi_1 \cos 2\psi_2 \sin 2(\psi_1 - \psi_2), \\ b_1 &= \cos 2\psi_1 \cos 2\psi_2 \cos^2(\psi_2 - \psi_1), \\ b_2 &= -\cos 2\psi_1 \cos 2\psi_2 \sin^2(\psi_2 - \psi_1). \end{aligned}$$

Die dunklen Stellen der Interferenzerscheinung kommen durch Überlagerung der beiden primären Kurven:

$$1)\ \sin \frac{\Delta_1}{2} = 0 \quad \text{und} \quad 2)\ \sin \frac{\Delta_2}{2} = 0,$$

sowie der sekundären Kurven:

$$3)\ \sin \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{2} = \text{Konst. und } 4)\ \sin \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{2} = \text{Konst.}$$

zustande.

Im allgemeinen tritt das durch $\Delta_1 + \Delta_2 = \text{Konst.}$ gegebene Kurvensystem hervor; es herrscht Dunkelheit auf den Kurven, für welche $\Delta_1 + \Delta_2 = (2n+1)\pi$, dagegen maximale Helligkeit auf den Kurven, für welche $\Delta_1 + \Delta_2 = 2n\pi$, wobei n irgendeine ganze Zahl bedeutet. Wird die Normale zur Platte Achse Z', die in der Ebene der Platte liegende Spur der optischen Achsen Achse X', so ist die Gleichung der Kurven[1]):

1) Nach F. Pockels, Lehrb. d. Kristalloptik, S. 274.

$$x'^2(\cos^2\vartheta - \tfrac{1}{2}\sin^2\vartheta) + y'^2(\cos^2\vartheta + \tfrac{1}{2}\sin^2\vartheta) - x'\frac{d_1 + d_2}{d_1 - d_2}\sin 2\vartheta = \text{Konst.},$$

wobei d_1 und d_2 die Dicke der beiden Platten bedeuten. Diese Kurven zweiten Grades sind im allgemeinen Kegelschnitte, deren Mittelpunkt





Fig. 354 Fig. 355

Interferenzfiguren einer Kombination zweier Kalkspat-Platten, welche unter 80° gegen die optische Achse geneigt ($\vartheta = 10°$) und um 180° gegeneinander gedreht sind, zwischen gekreuzten Nicols im konvergenten Na-Licht. Nach Hauswaldt

Normalstellung Diagonalstellung

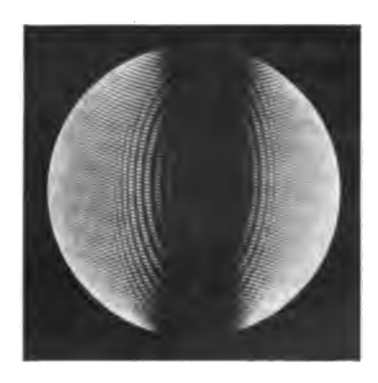




Fig. 356 Fig. 357

Interferenzfiguren einer Kombination zweier Kalkspat-Platten, welche unter 45° gegen die optische Achse geneigt ($\vartheta = 45°$) und um 180° gegeneinander gedreht sind, zwischen gekreuzten Nicols im konvergenten Na-Licht. Nach Hauswaldt

Normalstellung Diagonalstellung

nur dann im Zentrum des Gesichtsfeldes liegt, wenn $d_1 = d_2$ ist. Wie bei den einfachen Platten, so stellen auch hier die Kurven Ellipsen dar, wenn $\vartheta < 54° 44'$ (vgl. Figg. 354 bis 357), Hyperbeln, wenn

$\vartheta > 54^0 44'$ (vgl. Figg. 358 und 359), oder zum Hauptschnitt parallele Geraden, wenn $\vartheta = 54^0 44'$ (vgl. S. 202). Nur die dem Hauptschnitt annähernd parallelen dunklen Kurven erscheinen in der Nähe der Mitte des Gesichtsfeldes kontinuierlich, im allgemeinen treten sie nur durch Striche oder Punkte in die Erscheinung.

An gewissen Stellen verschwinden drei der Kurven a_1, a_2, b_1, b_2 und es erscheint dann das andere Kurvensystem für sich.

I. Normalstellung.

1. Es verschwinden alle vier Größen a_1, a_2, b_1, b_2, wenn $\psi'_1 = 0$ oder 180^0 ist; durch den Mittelpunkt des Gesichtsfeldes geht deshalb ein der Achsenebene paralleler Balken (vgl. Figg. 354 und 356);



Fig. 358

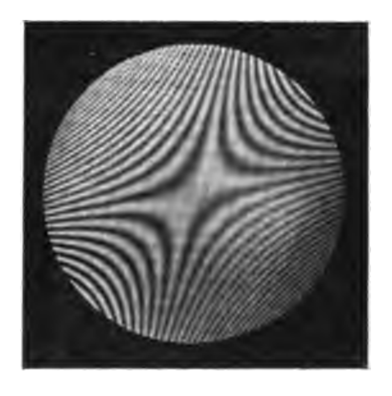


Fig. 359

Interferenzfiguren zweier Kalkspat-Platten, welche unter $22^1/_2{}^0$ gegen die optische Achse geneigt ($\vartheta = 67^1/_2{}^0$) und um 180^0 gegeneinander gedreht sind, zwischen gekreuzten Nicols im konvergenten Na-Licht.
Nach Hauswaldt
Normalstellung — Diagonalstellung

2. für $\psi'_2 = \pm 90^0$ ist nur $a_1{}^0$, für $\psi'_2 = \pm 90^0$ nur $a_2{}^0$ von Null verschieden; deshalb ist auf den zur Achsenebene senkrechten Linien, welche durch die Austrittspunkte der Achsen der beiden Platten gehen, nur das eine primäre Kurvensystem sichtbar (Fig. 354);

3. für $\psi'_2 - \psi'_1 = \pm 90^0$ ist nur $b_2{}^0$ von Null verschieden; auf demjenigen Kreise, welcher durch die Achsenaustrittspunkte geht und deren Verbindungslinie zum Durchmesser hat, ist deshalb das System 4 allein vorhanden (vgl. Fig. 354).

II. Diagonalstellung.

1. In der Achsenebene, wo $\psi'_1 = 0$, ist nur b_1' von Null verschieden, und es erscheint deshalb hier nur das System 3 (Fig. 355).

2. Für $\psi'_1 = \pm 45^0$ oder $\pm 135^0$ ist nur a_2', für $\psi'_2 = \pm 45^0$ oder $\pm 135^0$ nur a_1' von Null verschieden, d. h. auf den unter I. 2 genannten Stellen erscheint auch hier nur eines der beiden primären Systeme (Fig. 355).

3. Für $\psi'_2 - \psi'_1 = \pm 90^0$ bleibt nur b_2' übrig, d. h. auf dem unter I. 3 erwähnten Kreise ist auch jetzt nur die Kurve 4 sichtbar (vgl. Fig. 355).

Ähnliche Interferenzstreifen erhält man auch dann, wenn man eine Plattenkombination wie die vorige verwendet, bei welcher aber die beiden Hauptschnitte zueinander senkrecht stehen. Für zwei gleiche Platten mit nicht zu kleinem Werte ϑ ist die Kurve gleichen Gangunterschiedes in diesem Falle:

$$(x'^2 - y'^2)\sin^2\vartheta + (x' - y')\sin 2\vartheta = \text{Konst.}$$

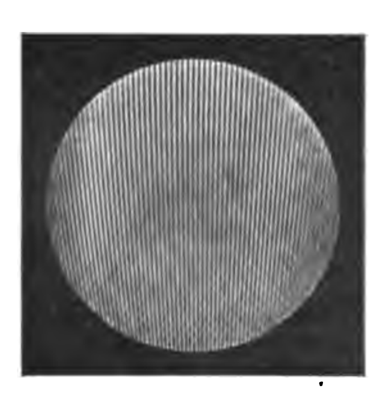


Fig. 360
Zwei gleiche Kalkspat-Platten unter 45° gegen die Hauptachse geschnitten und in gekreuzter Stellung übereinandergelegt im konvergenten Licht zwischen gekreuzten Nicols in der Normalstellung.
Nach Hauswaldt

Die Kurven gleichen Gangunterschiedes sind dann gleichseitige Hyperbeln, deren Asymptoten parallel zu den Halbierungslinien der Winkel zwischen den beiden Hauptschnitten gehen (Fig. 360), und deren Mittelpunkt im Gesichtsfelde exzentrisch liegt. Für $\vartheta = 90^0$ werden die gleichseitigen Hyperbeln zentrisch. Eine Anwendung dieser Interferenzstreifen enthält Savarts Polariskop (S. 231).

Th. Liebisch gab zuerst in seiner Physikalischen Kristallographie (1891) und H. Hauswaldt in seiner ersten Reihe (1902) [1]) einige photographische Abbildungen dieser Interferenzerscheinungen.

H. Joachim [2]) bestimmte mit Hilfe der Poincaréschen Methode die Interferenzfiguren an optisch-einachsigen und optisch-zweiachsigen drehenden Plattenpaaren,

1) Vgl. die Fußnote S. 325.
2) A. a. O. S. 603 ff.

welche senkrecht zu einer optischen Achse geschliffen sind (vgl. Figg. 322, 329 und 330).

O. Gall[1]) behandelt nach der gleichen Methode rechnerisch den allgemeinsten Fall zweier optisch drehender Kristallplatten zwischen einem elliptischen Polarisator und einem elliptischen Analysator. Die Interferenzerscheinung, welche durch beliebig viele übereinanderliegende drehende oder nicht-drehende Kristallplatten zwischen einem elliptischen Polarisator 𝔓 und einem elliptischen Analysator 𝔄 im parallelen oder konvergenten Licht hervorgerufen wird, geht immer in die komplementäre über, wenn die aus 𝔓 austretende oder von 𝔄 ungeschwächt hindurchgelassene Welle durch die entgegengesetzte elliptische ersetzt wird.

Es wurde bereits (S. 36) erwähnt, daß der durch ein beliebiges System von Brechungen erzeugte Lichtweg derselbe ist, wenn der Bildpunkt und der Lichtpunkt vertauscht werden, d. h. die Fortpflanzungsrichtung entgegengesetzt ist. Helmholtz[2]) (Hermann Ludwig Ferdinand, geb. 31. August 1821 in Potsdam, wurde 1843 Militärarzt, 1849 außerord., 1852 ord. Professor der Physiologie in Königsberg, 1856 in Bonn, 1859 in Heidelberg, 1871 ord. Professor der Physik a. d. Universität Berlin, 1888 erster Präsident der physikalischen Reichsanstalt in Charlottenburg, gest. 8. Sept. 1894 in Berlin) hat diesen Satz erweitert durch Berücksichtigung der Schwingungszustände und Intensitäten der aus einem beliebigen System austretenden Wellen, je nachdem man das Licht in einer oder in der entgegengesetzten Richtung gehen läßt. Dieses „Reziprozitätsgesetz“ gilt aber nicht mehr, wenn der Lichtstrahl ein Magnetfeld durchläuft.

Mit Hilfe der Poincaréschen Methode leitet Gall einige Sätze für die von optisch drehenden und nicht-drehenden Kristallplattenkombinationen im konvergenten Lichte erzeugten Interferenzfiguren ab. Kehrt man in einer Anordnung, bestehend aus einem elliptischen Polarisator, beliebig vielen übereinanderliegenden optisch drehenden oder nicht-drehenden Kristallplatten und einem elliptischen Analysator, die Richtung der senkrecht eintretenden Lichtstrahlen um, so bleibt die Helligkeit der austretenden Welle ungeändert.

---

1) Über Interferenzerscheinungen an übereinanderliegenden aktiven Kristallplatten im polarisierten Lichte. Inaug.-Diss. der Universität Berlin, 1914. N. Jahrb. f. Min. usw. 1914; Beil.-Bd. 38, 685 ff.

2) Vorlesungen über Theorie der Wärme. Leipzig 1903, S. 158.

Fig. 361 gibt den Strahlengang im Konoskop; gehen die Strahlen im Sinne der Pfeile von unten nach oben, so vereinigen sich alle Strahlen, welche von F_1 ausgehen, im zugeordneten Punkte F_1'; gehen die Strahlen umgekehrt, so wird F_1 der Bildpunkt von F_1'. Vertauscht man also beim Durchgange von konvergentem Lichte durch eine beliebige Kombination von Kristallplatten die Lichtquelle und das beobachtende Auge, so tritt an die Stelle des von oben in der Brennebene F' gesehenen Bildes ein von unten in der Brennebene F gesehenes Bild, wobei die Helligkeit der einzelnen Punkte des neuen Bildes dieselbe ist wie die der zugeordneten Punkte des früheren Bildes. — Besitzt eine sonst beliebige Kombination von Kristallplatten eine zur Plattenebene senkrechte Spiegelebene, so erzeugt sie zwischen gekreuzten Nicols im konvergenten Lichte ein zentrisch-symmetrisches Interferenzbild, und wenn die Spiegelebene der Kombination zu einem der beiden Nicolhauptschnitte parallel liegt, oder den Winkel zwischen den beiden Hauptschnitten halbiert, dann ist die Interferenzfigur spiegelbildlich nach dem Symmetrieschnitt der Plattenkombination. — Besitzt die Plattenkombination eine zweizählige Deckachse senkrecht zur Plattennormalen, und steht die Deckachse parallel oder diagonal zu den Nicolhauptschnitten, so ist das Interferenzbild spiegelbildlich in bezug auf den zur Deckachse senkrechten Durchmesser. — Hieraus folgen für die Interferenzfiguren an Plattenkombinationen optisch drehender Kristalle folgende Regeln.

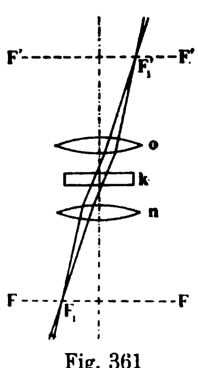


Fig. 361

Die Interferenzfigur, welche Kombinationen von zwei optisch drehenden identischen, um 180° gegeneinander gedrehten Platten im konvergenten Lichte zwischen gekreuzten Nicols zeigt, unterscheidet sich nur dann von der Interferenzfigur zweier entsprechender nicht-drehender Platten, wenn die Ebene der optischen Achsen im Gesichtsfelde liegt. Die dunklen Balken, welche zwischen gekreuzten Nicols bei nicht-drehenden Platten in der Normalstellung durch die Spuren der optischen Achsen gehen, werden bei optisch drehenden Platten in der Nähe der optischen Achsen unterbrochen. — Die Interferenzfigur einer Kombination zweier um 180° gegeneinander gedrehter Platten von drehenden oder nicht-drehenden optisch-einachsigen Kristallen ist zwischen gekreuzten Nicols in der Normal- und in der Diagonalstellung spiegelbildlich nach dem

zu der Ebene der optischen Achsen senkrechten Durchmesser (Figg. 362 und 363). — Die Interferenzbilder für rechtsdrehende Platten ergeben sich aus denen für linksdrehende Platten durch Spiegelung an der Ebene der optischen Achsen.

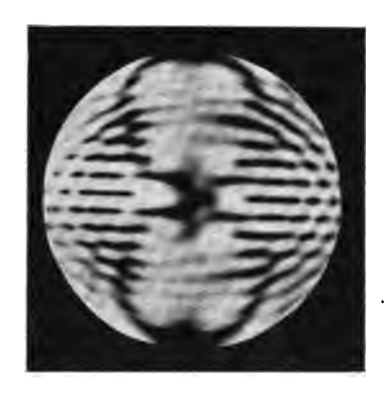




Fig. 362 Fig. 363
Zwei linksdrehende Quarz-Platten, unter 78° gegen die optische Achse geneigt ($\vartheta = 12°$), um 180° gegeneinander gedreht.
Nach Hauswaldt
Normalstellung Diagonalstellung





Fig. 364 Fig. 365
Zwei linksdrehende Quarz-Platten, unter 78° gegen die optische Achse geneigt ($\vartheta = 12°$) und zueinander in gekreuzter Stellung.
Nach Hauswaldt
Normalstellung Diagonalstellung

Zwei identische optisch drehende oder nicht-drehende übereinanderliegende Platten eines optisch-einachsigen Kristalls, welche um 90° gegeneinander um die Plattennormale gedreht sind,

geben zwischen gekreuzten Nicols in der Normal- und in der Diagonalstellung Interferenzbilder, welche spiegelbildlich nach demjenigen Durchmesser sind, welcher in gleichem Abstande zwischen den Spuren der optischen Achsen hindurchläuft (Figg. 364 und 365).



Fig. 366
Kombination von einer linksdrehenden Quarz-Platte (L) unten und einer rechtsdrehenden (R) oben, unter 78° gegen die optische Achse geneigt ($\vartheta = 12°$); L und R parallel; Normalstellung.
Nach Hauswaldt
Wenn R unten, dann ist die Interferenzfigur das Spiegelbild zu Fig. 366 an der Ebene der optischen Achsen.

Eine Kombination einer optisch linksdrehenden (L) mit einer rechtsdrehenden (R) Platte, bei welcher L und R parallel liegen, gibt ein verzerrtes Bild des Systems der vierfachen Airyschen Spirale und Kreise mit exzentrischer Lage des Schnittpunktes der Spirale (Fig. 366). — Sind L und R gegeneinander um 180° gedreht, so ist das Interferenzbild in jeder Stellung zwischen gekreuzten Nicols zentrisch-symmetrisch (vgl. Figg. 367, 368, 369). Vertauscht man die obere Platte mit der unteren, so entsteht das neue Interferenzbild aus dem früheren durch Spiegelung an der optischen Achsenebene. — Ist der Winkel zwischen den beiden Plattenhaupt-

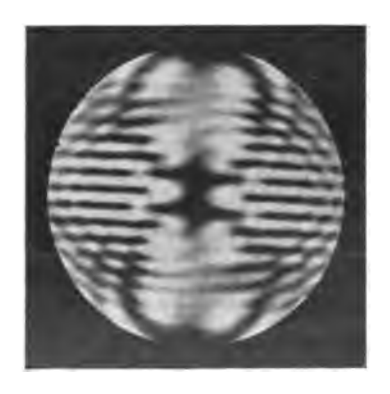




Fig. 367 Fig. 368
Kombination von links- (L) und rechts- (R) drehenden Quarz-Platten, unter 78° gegen die optische Achse geneigt ($\vartheta = 12°$), im konvergenten Na-Licht zwischen gekreuzten Nicols. L und R um 180° gegeneinander gedreht; L unten.
Nach Hauswaldt
Normalstellung Diagonalstellung

schnitten von 0° und 180° verschieden, dann ist das Interferenzbild asymmetrisch (Figg. 370 und 371).

Photographische Aufnahmen der Plattenkombinationen optisch drehender Kristalle wurden von H. Hauswaldt (1907) veröffentlicht.[1]) Die Fig. 369 wurde von dessen Mitarbeiter W. Berger (1914) aufgenommen.[2])

Ähnliche Untersuchungen für optisch-zweiachsige Platten liegen bis jetzt nicht vor.

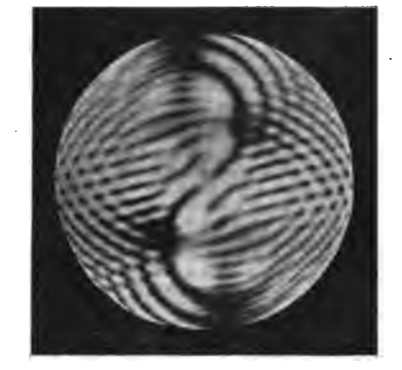


Fig. 369
Interferenzfigur einer links- und einer rechtsdrehenden Quarz-Platte, deren Plattennormalen mit der optischen Achse einen Winkel $\vartheta = 12°$ bilden, und welche so aufeinander gelegt sind, daß ihre beiden Hauptschnitte um 180° gegeneinander gedreht sind, im konvergenten Na-Licht zwischen gekreuzten Nicols. Der Hauptschnitt des Polarisators geht von vorn nach hinten. Der Plattenhauptschnitt ist 15° gegen den Nicolhauptschnitt geneigt und geht von vorn rechts nach hinten links. Jeder der beiden in diesem Schnitte liegenden Achsenaustritte wird von halbkreisförmigen primären Kurven umgeben, vorn rechts und hinten links liegen sekundäre Kurven. Die linksdrehende Platte liegt unten. Werden beide Platten vertauscht, so erhält man das Interferenzbild durch Spiegelung an der optischen Achsenebene.
Nach O. Gall

§ 87

Drehung der Polarisationsebene des Lichtes in flüssigen und gasförmigen Körpern

Es gibt nicht nur unter den Kristallen, sondern auch unter den flüssigen und gasförmigen Körpern optisch drehende; man nennt sie „optisch aktive". Bedeutet α den Winkel, um welchen Licht von einer bestimmten Wellenart, etwa der Natriumlinie D, bei einer bestimmten Temperatur, etwa 20°, gedreht wird, wenn es eine Flüssigkeit oder ein Gas auf einer Strecke l (in Dezimetern) durchsetzt, und ist c die Anzahl von Grammen, welche in 1 ccm der untersuchten Flüssigkeit (Lösung oder reiner Substanz) enthalten sind, so ist

$$[\alpha]_D^{20°} = \frac{\alpha}{lc}$$

das „spezifische Drehungsvermögen". Das Produkt von spezifischem Drehungsvermögen und Molekulargewicht nennt man „molekulares Drehungsvermögen".

1) Vgl. die Fußnote S. 325.

2) Veröffentlicht von O. Gall a. a. O.

Eines der bekanntesten Beispiele ist die **Weinsäure**, $C_4H_6O_6$. Es gibt im ganzen von dieser prozentigen Zusammensetzung vier Säuren, die man deswegen als „isomer“ bezeichnet.





Fig. 370 Fig. 371
Kombination von einer linksdrehenden Quarz-Platte (L) unten und einer rechtsdrehenden (R) oben, unter 78° gegen die optische Achse geneigt ($\vartheta = 12°$); L und R gekreuzt.
Nach Hauswaldt
Normalstellung Diagonalstellung
Wenn R unten, dann ist die Interferenzfigur das Spiegelbild zu Fig. 370 bzw. 371 an der Ebene der optischen Achsen

1. Das Salz $C_4H_5O_6K$, der Weinstein, kommt im Traubensaft vor, und aus diesem kann bei geeigneter Behandlung K entfernt und durch H ersetzt werden. Aus der übrigbleibenden Lösung scheidet sich die Weinsäure in großen durchsichtigen Kristallen aus (Fig. 372).

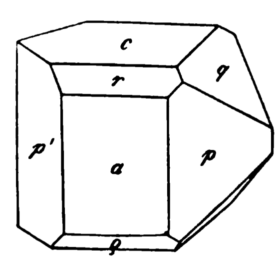


Fig. 372
Rechts-Weinsäure.
Nach P. Groth

Diese Kristalle spalten vollkommen nach einer Fläche, welche gewöhnlich als erstes Pinakoid orientiert und demnach als a (100) bezeichnet wird. Außer a herrscht in der Regel noch eine Fläche vor, welche mit a einen Winkel von 79° 43′ bildet und als c (001) bezeichnet wird. Stellt man a und c so auf, daß a vorn vertikal steht und c über a nach vorn geneigt ist, während die Kante $a:c$ am Beschauer vorbeigeht, so tritt bei den Kristallen, welche man in der vorhin angegebenen Weise erhält, auf der rechten Seite ein Sphenoid erster Art q auf, welches links fehlt. Durch diese Verschiedenheit der Ausbildung zwischen den rechten und linken Enden der b-Achse sind die Kristalle als monoklin-sphenoidisch

charakterisiert. Nun finden sich zuweilen unter diesen Kristallen auch Zwillinge, bei welchen die vertikale Achse Zwillingsachse ist; derartige Zwillinge haben an beiden Enden der b-Achse zwar die gleiche Flächenbildung, aber der Mangel der Spiegelebene läßt doch den enantiomorphen Charakter erkennen, wenn er auch bei den Zwillingen weniger auffallend erscheint als bei den einfachen Kristallen.

Die Lösung dieser Kristalle dreht rechts, und deshalb heißt diese Säure Rechtsweinsäure. Dagegen drehen die Kristalle der Rechtsweinsäure in der Richtung der beiden optischen Achsen links, und zwar nach beiden Achsen gleich stark (vgl. S. 389).

2. Wird die Lösung der Rechtsweinsäure längere Zeit erhitzt, so verliert sie ihr Drehungsvermögen; es entsteht Traubensäure. Beim Verdampfen scheidet sich diese mit Kristallwasser in Form von Kristallen aus, welchen man die Formel $2\,C_4H_6O_6 + 2\,H_2O$ gibt. Auf Grund der Gefrierpunktserniedrigung ihrer verdünnten Lösung nimmt man also an, daß die Traubensäure in Lösung nur aus einer Mischung der beiden aktiven Weinsäuren besteht.

Die Kristalle der Traubensäure gehören der triklin-pinakoidalen Klasse an und zeigen stets eine Zwillingsbildung von monoklinem Aussehen. Das Achsenverhältnis $b:c$ der Kristalle der Traubensäure ist fast das gleiche wie das der Weinsäure, aber die übrigen Konstanten und namentlich die Kohäsionsverhältnisse sind so abweichende, daß eine nähere Beziehung zwischen den beiderlei Formen nicht anzunehmen ist.[1])

Das Verhältnis der Kristalle der Traubensäure zu den Kristallen der Weinsäure ist das gleiche wie das einer Molekularverbindung zu ihren Komponenten. So kristallisieren $BaCO_3$ (Witherit) und $CaCO_3$ (Aragonit) jedes für sich rhombisch-bipyramidal mit ähnlichem Achsenverhältnis; dagegen gibt es eine Molekularverbindung $BaCO_3 + CaCO_3$ (Barytocalcit), welche monoklin kristallisiert und gewisse Ähnlichkeit mit der verbreitetsten Form von $CaCO_3$, dem Calcit, zeigt, „welche vielleicht nicht auf Zufall beruht".[2])

3. In der gelösten Traubensäure kann durch später zu beschreibende Mittel die Rechtsweinsäure entfernt oder zerstört werden; dann bleibt eine Säure übrig, welche in Lösung links dreht, die Linksweinsäure. Die beim Abdampfen des Lösungsmittels sich

1) Nach P. Groth, Chem. Krist. III, 1910, S. 302.

2) Derselbe, Tabellarische Übers. d. Min., 1898, S. 59.

ausscheidenden Kristalle haben nach L. Pasteur die gleichen Flächen wie die Kristalle der Rechtsweinsäure; stellt man aber die Flächen *a* und *c* genau so auf wie bei der Rechtsweinsäure, dann erscheint das Sphenoid *q* am linken Ende der *b*-Achse. Die Kristalle der Rechts- und Linksweinsäure sind also enantiomorph.

Die Erfahrung lehrt, daß optisch-aktive isomere Körper mit entgegengesetztem Drehungssinn in bezug auf Löslichkeit, Schmelzpunkt, Kristallwassergehalt usw. völlig übereinstimmen; entgegengesetzt verhalten sie sich jedoch in bezug auf den Drehungssinn und die Kristallform. Die Kristalle der Linksweinsäure drehen dementsprechend rechts. Der durch die Vereinigung der beiden entgegengesetzten Körper entstehende neutrale Körper heißt nach der Traubensäure, acidum racemicum, „racemische Verbindung".

4. Neben der Traubensäure entsteht unter besonderen Bedingungen eine weitere Säure, welche wie diese inaktiv ist, deren Salze aber eine etwas andere Löslichkeit haben als die der Traubensäure. Sie läßt sich auch nicht wie die Traubensäure in Rechts- und Linksweinsäure spalten. Sie wird Antiweinsäure oder Mesoweinsäure genannt.

Pasteur (Louis, geb. 27. Dezember 1822 zu Dôle, Dép. Jura, 1848 Prof. d. Physik am Lyzeum zu Dijon, 1849 Prof. d. Chemie zu Straßburg, 1854 in Lille, 1857 an der École Normale in Paris, 1867 an der Sorbonne; emeritiert 1875; gest. 28. September 1895) gab 1861[1]) drei Methoden an, die Komponenten einer racemischen Verbindung zu trennen:

1. Die beiden Komponenten kristallisieren nicht immer wie die Traubensäure als eine einheitliche Substanz aus. So z. B. kristallisiert das Natrium-Ammoniumsalz der beiden Weinsäuren, das Natrium-Ammoniumtartrat, unterhalb 28° als Salz der Rechtsweinsäure und als Salz der Linksweinsäure getrennt aus, und es können durch ihre enantiomorphen Formen beide für sich ausgelesen werden. Bei höherer Temperatur dagegen scheidet sich das Racemat der beiden Salze als einheitlicher Körper aus.

2. Vereinigt sich eine aktive Säure mit einer aktiven Base, so verhalten sich die Salze, welche die entgegengesetzten Säuren mit einer und derselben Base bilden, in bezug auf Löslichkeit verschieden, können also auf Grund dieser Verschiedenheit getrennt werden.

---

1) Eine zusammenhängende Darstellung der Untersuchungen von L. Pasteur vgl. bei H. Landolt, Das optische Drehungsvermögen organischer Substanzen. 2. Aufl. Braunschweig 1898, S. 40 ff.

3. Manche Organismen (Schimmelpilze und Bakterien) wandeln die eine Art der gelösten Komponenten einer racemischen Mischung um und lassen die andere unverändert; so z. B. zerstört Penicillium glaucum, ein Schimmelpilz, die Rechtsweinsäure.

Van't Hoff[1]) (Jakobus Hendricus, geb. 30. August 1852 zu Rotterdam, widmete sich anfänglich technischen Studien, später den Naturwissenschaften an den Universitäten Leiden, Bonn (unter A. Kékulé 1873), Paris (unter A. Wurtz 1874) und Utrecht; wurde 1876 Dozent der Physik an der Tierarzneischule in Utrecht, 1878 Professor der Chemie und Mineralogie an der Universität Amsterdam und übernahm 1888 auch die Leitung des neuen Instituts für physikalische Chemie. Seit 1896 gehörte er der Akademie der Wissenschaften sowie der Universität Berlin an. Er starb daselbst am 1. März 1911) und Le Bel[2]) machten gleichzeitig die Entdeckung, daß in den optisch-aktiven Kohlenstoffverbindungen mindestens ein Kohlenstoffatom vorkommt, welches mit vier verschiedenen Atomen oder Atomgruppen verbunden ist. Ein solches Kohlenstoffatom nannte van't Hoff ein „asymmetrisches". Beide Forscher nahmen an, daß die vier Valenzen des Kohlenstoffs im Raume so verteilt seien, daß sie nach den vier Ecken eines Tetraeders gerichtet sind, in dessen Innern das Atom selbst gedacht wird. Sobald zwei oder mehr Valenzen mit zwei gleichen Atomen oder Gruppen verbunden sind, so ist die Anordnung spiegelbildlich im Raume, verbinden dagegen alle Valenzen verschiedene Atome oder Gruppen mit dem Kohlenstoff, so ist die Anordnung unsymmetrisch. Bei der Weinsäure sind zwei C-Atome vorhanden, welche mit je einer Valenz aneinander haften, und von welchen jedes außerdem durch je eine Valenz mit H, OH, COOH verbunden ist. Denken wir mit jedem der beiden C-Atome die Gruppe COOH mit Rücksicht auf die schon besetzte Valenz in gleicher Weise verbunden, so kann die Verteilung von OH und H bei jedem C-Atom nach zwei zueinander spiegelbildlichen Arten geschehen. Geschieht sie an beiden C-Atomen in der gleichen Weise, so ist das Molekül entweder ein rechtes oder ein linkes, je nachdem die Verteilung in der einen oder in der anderen Weise geschieht. Werden OH und H an beiden

---

1) Vorstel tot uitbreiding der tegenwoordig in de scheikunde gebruikte structur-formules in de ruimte (usw.). Utrecht, 5. September 1874.

2) Sur les relations qui existent entre les formules atomiques des corps organiques et le pouvoir rotatoire de leurs dissolutions. Bull. d. l. soc. chim. de Paris 1874; 22, 337 (Novemberheft).

C-Atomen in entgegengesetzter Weise angelegt, so entsteht das inaktive Molekül der Mesoweinsäure.

Die Stärke und sogar der Sinn der molekularen Drehung ist nicht immer unabhängig vom Lösungsmittel, von der Konzentration und der Temperatur. Nikotin-Acetat und Nikotin-Sulfat drehen in alkoholischer Lösung umgekehrt wie in wässeriger Lösung.[1]) Das rechtsweinsaure Calcium ist in wässeriger Lösung rechtsdrehend, in salzsaurer Lösung linksdrehend. Die natürlich vorkommende Äpfelsäure dreht rechts, mit abnehmender Konzentration nimmt auch das Drehungsvermögen ab, bei einem Gehalt von 34,24 % Säure ist es gleich Null und von da ab wird die Lösung steigend linksdrehend.[2]) Die Rechtsdrehung der Milchsäure nimmt durch Verdünnen ab, ihre Salze drehen links; Säuren dagegen, welche keine Änderung der Drehung beim Verdünnen erleiden, haben ungefähr dasselbe molekulare Drehungsvermögen wie ihre Salze. Verdünnung und Erwärmung wirken im gleichen Sinne, und man bringt deshalb die beim Verdünnen und Erwärmen beobachtete Änderung der Drehung mit der Dissoziation in Zusammenhang.[3])

Biot hat optische Drehung im Dampf des Terpentinöls beobachtet.

§ 88

Zusammenhang zwischen optischer Drehung von Flüssigkeiten und Kristallform der betreffenden Körper im festen Zustande

Über den Zusammenhang der optischen Drehung flüssiger oder gelöster Körper mit der Kristallform der betreffenden Körper im festen Zustande hat L. Pasteur[4]) die grundlegenden Untersuchungen veröffentlicht. Er stellte auf Grund seiner Beobachtungen den Satz auf, daß Stoffe, deren Lösungen ein optisches Drehungsvermögen besitzen, im festen Zustande einer Kristallklasse mit enantiomorphen Formen angehören. Im Laufe der Zeit wurden aber Kristalle bekannt, welche in Lösung drehten, ohne daß an ihnen enantiomorphe Formen nachgewiesen

1) Nach J. H. van't Hoff, Die Lagerung der Atome im Raume. Braunschweig 1894, S. 105.

2) G. H. Schneider, Ber. d. D. chem. Ges. 1880; **13**, 620. — Vgl. auch H. Landolt, ebenda 1880; **13**, 2333. — Ferner J. H. van't Hoff a. a. O. S. 107.

3) J. H. van't Hoff a. a. O. S. 107.

4) Nouvelles recherches sur les relations qui peuvent exister entre la forme cristalline, la composition chimique et le phénomène de la polarisation rotatoire. Ann. de chim. et de phys. 1851; **31**, 67.

werden konnten. Traube[1]) (Hermann, geb. 24. September 1860 zu Ratibor (Schlesien), 1884 Dozent der Mineralogie an der Universität Berlin, 1906 a. o. Professor der Mineralogie in Greifswald; 1907 zurückgetreten; gest. 1913 in Berlin) untersuchte deshalb eine große Anzahl von Körpern, welche mit dem Pasteurschen Gesetze in Widerspruch zu stehen schienen, genauer und sah das Gesetz in allen Fällen bestätigt.

J. Beckenkamp fand an Kristallen des Cholsäurehydrates, einer in Lösung rechtsdrehenden Substanz, welche aus Isobutylalkohol auskristallisiert waren, monoklin-sphenoidische Symmetrie, und zwar zeigten alle Kristalle die gleiche enantiomorphe Form. Wurden aber die Kristalle in einem Gemisch von Äther und Wasser aufgelöst, so schieden sich aus der Lösung Kristalle aus[2]), an welchen der enantiomorphe Charakter nicht zu erkennen war.[3]) Zwillingsbildungen, wie sie bei der Rechtsweinsäure beschrieben wurden,

1) Über die Kristallformen optisch-einachsiger Substanzen, deren Lösungen ein optisches Drehungsvermögen besitzen. N. Jahrb. f. Min. usw. 1893; Beil.-Bd. **8**, 269 und 510.

Über die Kristallform einiger weinsaurer Salze. Ebenda S. 499 und 523.

Über die Kristallform einiger Derivate des Traubenzuckers. Ber. d. D. chem. Ges. 1893; **26**, 733 und 741 (mitgeteilt von A. Wohl).

Über die Drehung der Polarisationsebene des Lichtes im geschmolzenen und im kristallisierten Maticocampher. Ztschr. f. Krist. 1894; **22**, 47.

Kristallform der Bitartrate des Pipecolins und Tetrahydrochinaldins. Ber. d. D. chem. Ges. 1894; **27**, 76, 77 und 1409 (mitgeteilt von A. Ladenburg).

Kristallform des Borneols und Isoborneols. Journ. f. prakt. Chem. 1894; **49**, 3 (mitgeteilt von Bertram und Walbaum).

Über die Doppelsalze des weinsauren Antimonoxyd-Bleis und Baryums mit salpetersaurem Kalium. N. Jahrb. f. Min. usw. 1894; I, 245.

Über die Kristallformen regulärer und optisch-einachsiger Substanzen, deren Lösungen ein optisches Drehungsvermögen besitzen. N. Jahrb. f. Min. usw. 1894. 1895; Beil.-Bd. **9**, 625.

Über das optische Drehungsvermögen von Körpern im kristallisierten und im amorphen Zustande. N. Jahrb. f. Min. usw. 1895. 1896; Beil.-Bd. **10**, 788.

Kristallform des Pseudoconin-Acetons. Ber. d. D. chem. Ges. 1896; **29**, 857 (mitgeteilt von M. Freund und R. Niederhofheim).

Beiträge zur Kenntnis der chemischen Zusammensetzung und Kristallform der äpfelsauren Salze. Ztschr. f. Krist. 1899; **31**, 160.

Die pyroelektrischen Eigenschaften des Titanits und des Strontiumbitartrates. N. Jahrb. f. Min. usw. 1897. 1898; Beil.-Bd. **11**, 209.

Kristallform der Dextro-Mandelsäure. Ber. d. D. chem. Ges. 1899; **32**, 2386 (mitgeteilt von E. Rimbach).

2) Vgl. erster Teil, S. 83, Fig. 118.

3) Ztschr. f. Krist. 1900; **33**, 606.

waren nicht zu erkennen. Ob die Kristalle durch die Auflösung in eine racemische Verbindung übergeführt wurden oder ob je nach dem Lösungsmittel auch Formen entgegengesetzten Charakters möglich sind, läßt sich bis jetzt nicht entscheiden.

Dem Pasteurschen Gesetze kann nicht die umgekehrte Fassung gegeben werden, daß alle Kristalle, welche einer Klasse mit enantiomorphen Formen angehören, in Lösung drehen; denn es gibt sowohl optisch-zweiachsige wie optisch-einachsige und optisch-isotrope Kristalle mit enantiomorphen Formen, bei welchen ein Drehungsvermögen sicher nicht besteht. Es kann aber die weitere Frage gestellt werden, ob ein Drehungsvermögen allen Kristallen zukommt, welche in Lösung drehen.

H. Marbach[1]) vermutet, daß bei einigen im gelösten Zustande drehenden Körpern die optische Wirkung durch die Kristallbildung aufgehoben werde.

A. Des Cloizeaux[2]) konnte keine Drehung bei den Kristallen des Laurineen-Camphers nachweisen, obwohl dieser Körper im geschmolzenen und im gelösten Zustande dreht; auch bei einigen anderen Campherkristallen, welche in Lösung drehen, fand er kein Drehungsvermögen; er sprach deshalb die Vermutung aus[3]), daß das Drehungsvermögen der Kristalle von dem des gelösten oder geschmolzenen Zustandes ganz unabhängig sei. Nachdem aber schon E. Mallard[4]) die Vermutung ausgesprochen hatte, daß die zu diesen Versuchen verwendeten Platten nicht dick genug gewesen seien, kam Traube auf Grund seiner Beobachtungen zu der Ansicht[5]), daß alle Körper, welche in Lösung drehen, auch als Kristalle drehen. Dabei kann

1. das molekulare Drehungsvermögen in Kristallen und im gelösten oder geschmolzenen Zustande dem Sinne und der Stärke nach gleich sein, z. B. beim Patchouli- und beim Laurineencampher; oder

2. das molekulare Drehungsvermögen der Kristalle ist stärker als das der Lösung, aber dem Sinne nach gleich, z. B. 24:1 beim schwefelsauren Strychnin und 6:1 beim Maticocampher; oder

3. zwischen dem Sinne des Drehungsvermögens im gelösten oder geschmolzenen Zustande und dem des kristallisierten Zustandes

1) Ann. d. Phys. 1856; **99**, 451, spez. 457.
2) Ann. des mines 1858; **14**, 18. — C. R. 1859; **48**, 1064.
3) C. R. 1870; **70**, 1209.
4) Traité de Christ. Paris 1884; II, 332.
5) N. Jahrb. f. Min. usw. 1895. 1896; Beil.-Bd. **10**, 788.

besteht ein Zusammenhang nur in der Art, daß aus einer Lösung aktiver Substanz immer nur Kristalle einer Drehungsrichtung entstehen können, ohne daß der Sinn der Drehung bei der Lösung und bei dem Kristall derselbe zu sein braucht. Die beiden Weinsäuren sowie ihre Rubidium- und ihre Caesiumsalze drehen in Lösung umgekehrt wie in Kristallform. Die Ursache, daß das Drehungsvermögen in den Kristallen gegenüber dem molekularen an Stärke zunimmt oder dem Sinne nach wechselt, kann nur darauf beruhen, daß zu der molekularen Drehung noch ein durch die Art der Anordnung der Moleküle im Kristall bewirktes Drehungsvermögen hinzukommt, welches zu dem ersteren nicht proportional ist und sogar entgegengesetzt gerichtet sein kann. Die tatsächlich bei den Kristallen beobachtete Drehung stellt die algebraische Summe der molekularen Drehung und der Drehung der Kristallstruktur dar.

Kein molekulares Drehungsvermögen, sondern nur ein solches infolge der Kristallstruktur besitzen unter andern das Natriumchlorat und das Natriumbromat; ihre Kristallform ist enantiomorph; werden aber linke oder rechte Kristalle von Natriumchlorat gelöst, so ist die Lösung inaktiv. Überläßt man die Lösung der Verdunstung, so können sich linke und rechte Kristalle aus der Lösung ausscheiden, welche an ihrer Kristallform unterschieden werden können; die einen drehen links, die anderen rechts. Wirft man auch nur ein kleines Stückchen eines rechten Kristalls in die konzentrierte Lösung, so gibt dieses die Veranlassung zur Bildung von rechten Kristallen; sät man minimale Bruchstücke eines linken Kristalls in dieselbe Lösung, so entstehen linke Kristalle.

Aus den bisher mitgeteilten Beobachtungen ergeben sich folgende Sätze:

1. Geometrisch enantiomorphe Kristallformen können sowohl bei einer aktiven als bei einer inaktiven chemischen Substanz auftreten. Die enantiomorphe Form einer etwa vorhandenen festen Phase ist demnach zwar eine notwendige, aber nicht die einzige Bedingung für die Drehung der Polarisationsebene. Zur Ableitung der optischen Drehung genügen daher die zur Charakterisierung der 32 Klassen benutzten Symmetrieelemente nicht, sondern es bedarf zu diesem Zwecke noch besonderer strukturtheoretischer Hypothesen.

2. Ein und dasselbe asymmetrische Molekül bevorzugt bei gleichbleibenden Kristallisationsbedingungen stets nur die eine der beiden

möglichen aktiven Anordnungen; entgegengesetzte asymmetrische Moleküle bevorzugen auch die entgegengesetzten aktiven Anordnungen. Körper mit symmetrischem Molekül können im kristallisierten Zustande sowohl aktive als inaktive Anordnungen der Moleküle haben und begünstigen im ersteren Falle die beiden enantiomorphen Anordnungen gleichmäßig.

3. Ist das Molekül asymmetrisch, so daß es sich etwa im Sinne von van't Hoff auf ein Tetraeder zurückführen läßt, dessen vier Ecken verschiedenartig mit Atomen oder Atomgruppen besetzt sind, so ist jede innerhalb dieses Moleküls in einer beliebigen Ebene verlaufende Drehung in einem Sinne nicht gleichwertig mit einer in der gleichen Ebene vor sich gehenden Drehung im entgegengesetzten Sinne, und infolgedessen ist eine rechte schraubenförmige Drehung nicht gleichwertig mit einer linken. Die eine dieser beiden Drehungen muß also vor der anderen bevorzugt werden. Das SiO_2-Molekül jedoch und ebenso das Molekül $NaClO_3$ und noch einige andere, welche als Kristalle drehen, sind symmetrisch gebaut.

Begünstigt ein spiegelbildliches Molekül für irgendeine Richtung etwa eine rechte Drehung, so begünstigt dasselbe für die zu ihr spiegelbildliche Richtung in gleichem Maße eine linke Drehung. In Lösung fallen in irgendeine bestimmte Richtung ebensoviele Richtungen der Moleküle mit der einen bevorzugten Drehungsrichtung als mit der entgegengesetzten; in Lösung kann also ein Körper mit spiegelbildlichem Molekül keine Drehung hervorrufen.

Die optische Drehung der festen Phase eines Körpers mit symmetrisch gebautem Molekül kann nur strukturtheoretisch erklärt werden, d. h. sie ist auf eine derartige Anordnung der Moleküle im Raume zurückzuführen, welche zwei entgegengesetzte schraubenförmige Drehungen in verschiedener Weise begünstigt.

F. Entwicklung der mechanischen Lichttheorien

§ 89

Hypothese eines elastischen Äthers

Die Grundlagen aller Lichttheorien bilden die Fresnelschen Gesetze über die Ausbreitung des Lichtes; aber schon Fresnel fühlte das Bedürfnis, seine durch die Beobachtung bestätigten Gesetze mit anderen physikalischen Erscheinungen in Beziehung zu bringen, und legte damit den Grund für die mechanischen oder

elastischen Lichttheorien. Von der Überzeugung ausgehend, daß das Licht in einer ähnlichen Wellenbewegung bestehe wie der Schall, postulierte er einen Träger, ein Subjekt dieser Bewegung, den er „Äther“ nannte, und setzte voraus, daß in gleicher Weise wie die Luft den Schallwellen gegenüber, so der Äther den Lichtwellen gegenüber elastisch sei. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit innerhalb eines elastischen Mediums wird durch zwei Faktoren bestimmt, den Elastizitätswiderstand e und die Dichte d des betreffenden Mediums; die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Welle ist $v = \sqrt{\frac{e}{d}}$. Fresnel erklärte die Abhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit vom Medium durch Annahme einer verschiedenen Dichte des Äthers, welcher das Medium durchdringt; die Verschiedenheit der Geschwindigkeit innerhalb eines und desselben Kristalls je nach der Fortpflanzungsrichtung sollte dagegen durch eine mit der Richtung veränderliche Elastizität des Äthers bedingt sein. Entsprechend der aus der Mechanik übernommenen Formel sollte die Energie der Lichtbewegung $\frac{1}{2} mc^2$, d. h. gleich dem halben Produkt aus der Masse oder Dichte des Äthers und dem Quadrate der Primitivbewegung sein. Die Dichte des Äthers muß dann sehr klein sein, weil c sehr groß ist.

A. L. Cauchy[1]) gab der unvollkommenen Fresnelschen Theorie eine mathematisch strengere Form. Die mechanische Elastizitätslehre Cauchys ging von der Ansicht aus, daß zwischen benachbarten Molekülen Kräfte wirken, welche nur von der gegenseitigen Entfernung abhängig sind. Indem Cauchy dieselbe Anschauung auch auf den Äther übertrug, kam er zu dem Resultat, daß eine Störung des elastischen Gleichgewichtes in einem anisotropen Kristall drei verschiedene Wellen erregen müsse, nämlich eine longitudinale und zwei transversale, während die Beobachtung im allgemeinsten Falle des kristallinischen Mediums nur zwei Wellen kennen lehrt. Für isotrope Medien fallen die beiden transversalen Wellen in eine einzige zusammen. Ist B der Widerstand gegen eine transversale Verschiebung, k der Widerstand gegen eine Kompression, so ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der transversalen Welle $\sqrt{\frac{B}{d}}$, die der longitudinalen Welle $\sqrt{\frac{A}{d}}$, wobei $A = k + \frac{4}{3} B$. Wäre die obige An-

1) Mém. d. l'Acad. des sciences 1830; **9.** 1831; **10.** 1842; **18.** — Exercises d. Math. 1828; **3.** 1829; **4. 5.** — Vgl. im übrigen P. Drude bei A. Winkelmann, Handb. d. Phys. 1906; Bd. **6**, 1145ff.

nahme Cauchys über die elastische Wirkung zwischen den Molekülen richtig, dann bestünde für isotrope Medien nur eine unabhängige Konstante $A = 3B$.

Seien[1]) irgend zwei Mengen q und q' von aufeinander wirkenden Agentien gegeben, von welchen angenommen werde, daß sie in bestimmten Punkten konzentriert seien; die nach irgendeiner Einheit gemessene Menge q befinde sich im Punkte p, die Menge q' im Punkte p'. Setzen wir voraus, daß die Agentien q und q' mit Kräften aufeinander wirken, welche dem Quadrate der Entfernung r umgekehrt proportional sind, so ist die zwischen p und p' wirkende Kraft $f(r) = e\frac{q \cdot q'}{r^2}$, wobei e eine von der Natur der in Betracht kommenden Agentien und den gewählten Einheiten abhängige Größe ist.

Denken wir, auf den Punkt p wirken beliebig viele Punkte mit einer Gesamtkraft P ein, so können wir P in drei nach den Koordinatenachsen wirkende Komponenten X, Y, Z zerlegen. Diese drei Komponenten können, wenn man nur von Kräften im allgemeinen spricht, als ganz voneinander unabhängig angesehen werden, indem sich aus irgend drei Komponenten jedesmal eine Kraft zusammensetzen läßt. Betrachtet man aber die in der Wirklichkeit vorkommenden Kräfte, so findet man, daß deren Komponenten sehr häufig in einer eigentümlichen Beziehung zueinander stehen, indem sie durch die drei partiellen Differentialquotienten einer und derselben Funktion nach den drei Raumkoordinaten dargestellt werden können, daß nämlich die Beziehungen bestehen:

$$X = -\frac{dU}{dx}, \quad Y = -\frac{dU}{dy}, \quad Z = -\frac{dU}{dz}.$$

Damit dies möglich sei, müssen X, Y, Z folgende Bedingungsgleichungen erfüllen:

$$\frac{dX}{dy} = \frac{dY}{dx}; \quad \frac{dY}{dz} = \frac{dZ}{dy}; \quad \frac{dZ}{dx} = \frac{dX}{dz}.$$

Nehmen wir an, auf den Punkt p wirken beliebig viele Punkte in der vorhin angegebenen Weise, und zwar in gleicher Stärke ein; es sei in p die Einheit der Agentien vorhanden und e nehme für diesen Fall den Wert ε an; dann erhält die „Kraftfunktion" U die Bezeichnung V und es ist $V = \varepsilon \Sigma \frac{q'}{r}$. Die Größe V wurde von

1) Nach R. Clausius, Die Potentialfunktion und das Potential. Leipzig 1877.

G. Green „Potentialfunktion" genannt, später von C. F. Gauß als „Potential" bezeichnet.

G. Green[1]) zeigte (1839), daß das System der elastischen Kräfte bei isotropen Körpern nicht, wie vorhin angenommen wurde, zwei Elastizitätskonstanten besitze, von welchen die eine ein bestimmtes Multiplum der andern ist, sondern zwei voneinander unabhängige Elastizitätskonstanten, wenn man annehme, daß das System ein Potential habe. Nur unter dieser Annahme, nicht aber unter der Annahme der älteren Elastizitätstheorie, kann man bezüglich der einen der beiden Größen A und B bestimmte Voraussetzungen machen.

Cauchy setzte nun für die optischen Schwingungen $A = 0$; dann wird die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der longitudinalen Welle unendlich klein; Green setzt $A = \infty$; dann wird dieselbe Geschwindigkeit unendlich groß. Bei beiden Annahmen fällt daher die longitudinale Welle tatsächlich fort. Cauchy hielt mit Fresnel Gleichheit der elastischen Kräfte des Äthers in allen isotropen Medien für wahrscheinlicher als Gleichheit der Dichte. F. Neumann[2]) (1835) und J. Mac Cullagh[3]) (1837) setzen dagegen die Dichte des Äthers in allen Medien gleich, die Elastizität veränderlich (vgl. S. 260), während A. Cornu[4]) (1866) für die Dichte im Kristall eine mit der Richtung veränderliche Größe annimmt. Nachdem Green bereits gezeigt hatte, daß man die zur Ableitung der Fresnelschen Gesetze nötigen Relationen zwischen den elastischen Konstanten erhalte und zugleich die longitudinalen Wellen ausschließe, wenn man den Äther als inkompressibel betrachte, nahm auch C. Neumann[5]) (1863) an, daß der Äther so schwachen Kräften gegenüber, wie sie bei der Lichtbewegung wirken, als merklich „inkompressibel" anzusehen und die Anordnung der Ätherteilchen innerhalb eines Kristalls nur wenig von der Anordnung innerhalb eines isotropen Körpers verschieden sei. Aus der Inkompressibilitätsbedingung folgen die drei Differentialgleichungen für die Elongationen u, v, w der Lichtschwingung:

1) Trans. of the Cambr. Phil. Soc. 1839; **7**, 120.
2) Abh. d. Berl. Akad. d. Wiss. aus d. Jahre 1835, Math. Kl. S. 1.
3) Trans. of the R. Irish Acad. 1837, **13**.
4) C. R. 1866; **63**, 1058 — Ann. d. chim. et d. phys. 1867; **11**, 283.
5) Die magnetische Drehung der Polarisationsebene des Lichtes. Halle 1863, S. 34. — Math. Ann. 1869; **1**, 325. 1870; **2**, 182.

$$\varrho \frac{d^2 u}{dt^2} = c \frac{d}{dy}\left(\frac{du}{dy} - \frac{dv}{dx}\right) - b \frac{d}{dz}\left(\frac{dw}{dx} - \frac{du}{dz}\right),$$
$$\varrho \frac{d^2 v}{dt^2} = a \frac{d}{dz}\left(\frac{dv}{dz} - \frac{dw}{dy}\right) - c \frac{d}{dx}\left(\frac{du}{dy} - \frac{dv}{dx}\right),$$
$$\varrho \frac{d^2 w}{dt^2} = b \frac{d}{dx}\left(\frac{dw}{dx} - \frac{du}{dz}\right) - a \frac{d}{dy}\left(\frac{dv}{dz} - \frac{dw}{dy}\right).$$

Nach diesen Gleichungen ist das optische Verhalten bei einfarbigem Lichte symmetrisch nach den drei Koordinatenebenen, auch wenn das Medium nur eine geringere Symmetrie hat.

Allgemein wird angenommen, daß die durch die Ätherschwingungen veranlaßten Exkursionen der ponderablen Teile verschwindend klein seien gegenüber denjenigen der Ätherteilchen, und daß die erregten Kräfte als lineare Funktionen der Exkursionen vorausgesetzt werden können.

Cauchy[1]) stellte sich vor, daß die Wirkungsweite des Äthermoleküls mit der Wellenlänge des Lichtes vergleichbar sei, und deshalb die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes auch von der Wellenlänge abhänge. Dagegen spricht aber die Tatsache, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes nicht im freien Äther, sondern nur in einem mit Massenteilen erfüllten Raume von der Wellenlänge abhängt.

F. Neumann[2]) nahm (1841) deshalb eine Einwirkung der Körperteilchen, welche zwar selbst in Ruhe bleiben sollten, auf die Ätherschwingungen an, während Ch. Briot[3]) (1864) von der Vorstellung ausging, daß die wägbaren Teile den Äther in ihrer Umgebung verdichteten.

J. Boussinesq, W. Sellmeier, H. Helmholtz und E. Ketteler setzten dagegen zur Erklärung der Absorption auch Schwingungen der Körpermoleküle voraus (vgl. S. 343).

W. Voigt[4]) ersetzt die Annahme der Inkompressibilität des Äthers durch eine andere, indem er den Kräften die Bedingung auferlegt, unter keinen Umständen eine Kompression des Äthers hervorzurufen, wodurch dann die Inkompressibilitätsbedingung $\delta = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} = 0$ für die Lichterscheinungen erfüllt wird. Ferner stellt Voigt die Forderung auf, daß die allgemeinsten Aus-

1) Mém. sur la dispersion de la lumière. Prag 1835.
2) Abh. d. Berl. Akad. d. Wiss. aus d. Jahre 1841, 2. Teil.
3) Essais sur la théorie math. d. l. lumière. Paris 1864.
4) Ann. d. Phys. 1891; **43**, 410.

drücke für die Kräfte, die auf den Äther innerhalb eines ponderablen Körpers wirken, „unter allen Umständen die Energie fortgepflanzter Verrückungen ungeändert erhalten sollen". Die allgemeinsten, unter diesen Voraussetzungen abgeleiteten Kräfte „stimmen weder mit den Neumannschen noch mit den Fresnelschen Ausdrücken überein, sind auch nicht einmal symmetrisch gegen drei aufeinander senkrechte Achsen, aber sie stellen sich für jede Farbe dar als die Superposition zweier Kraftsysteme, die in bezug auf zwei im allgemeinen verschiedene Achsenkreuze symmetrisch verteilt sind und von denen das eine mit den Neumannschen, das andere mit den Fresnelschen Werten identisch ist". Führt man „die auf die Beobachtung gegründete Annahme ein, daß für eine jede Farbe die optischen Erscheinungen in durchsichtigen nicht aktiven Kristallen in bezug auf drei zueinander normale Achsen symmetrisch sind", so führen die Voigtschen Voraussetzungen mit Notwendigkeit entweder zu dem Neumannschen oder zu dem Fresnelschen System der Gesetze der Doppelbrechung. Ganz analog ist der von Voigt für absorbierende Kristalle abgeleitete Satz: „Die allgemeinsten, jederzeit absorbierenden Kräfte, welche mit der Bedingung $\delta = 0$ vereinbar sind, stellen sich dar als die Superposition von zwei Kraftsystemen, die in bezug auf zwei im allgemeinen verschiedene Achsenkreuze symmetrisch liegen, und von denen das eine die Ausdehnung der Neumannschen, das andere die der Fresnelschen Gesetze des Lichtes von durchsichtigen auf absorbierende Kristalle liefert."

Nach der mechanischen Theorie soll der Lichtvektor die Verschiebung der Ätherteilchen aus ihrer Gleichgewichtslage sein, und der Raum, in welchem sich Lichtschwingungen fortpflanzen können, der Äther, wird als ein elastischer Stoff von sehr geringer Dichte aufgefaßt. Durch diesen Raum bewegen sich aber auch die Himmelskörper, und soweit wir zu beurteilen imstande sind, im freien Äther widerstandslos; daraus müßten wir schließen, der Äther habe die Eigenschaft eines flüssigen Körpers; aber in einer Flüssigkeit pflanzen sich nur longitudinale Wellen fort, während das Licht sich nur in transversalen Wellen ausbreitet. Nur transversale mechanische Wellen pflanzen sich in einem festen Körper fort, welcher keine Volumveränderung gestattet, d. h. in einem absolut starren festen Körper. P. Drude[1]) bemerkt in dieser Hinsicht:

1) Lehrbuch der Optik, S. 240.

„Indessen kann man vielleicht diese Schwierigkeit durch die Überlegung überwinden, daß sich der Äther solchen groben Kräften gegenüber, wie sie bei der Massenbewegung der Himmelskörper auftreten, wie eine reibungslose Flüssigkeit verhält, daß aber bei den so außerordentlich schnell wechselnden Kräften, wie sie bei Lichtschwingungen vorkommen, doch ein kleiner Rest von Reibung im Äther derartigen Einfluß gewinnt, daß er sich Lichtschwingungen gegenüber wie ein starrer Körper verhält." „Selbst bei einer vollkommenen Flüssigkeit werden die Moleküle, wenn die tangentielle Verschiebung einen gewissen, wenn auch sehr kleinen Betrag nicht überschreitet, noch nicht neue Gleichgewichtslagen angenommen haben. Wenn also bei der Lichtbewegung die Dilatationen unter jenem Betrage bleiben, so sind dadurch transversale Wellen und die Berechtigung der Auffassung des Lichtäthers als eines starren Körpers erklärt, wogegen der Äther beim Auftreten bedeutender relativer Dilatationen, wie bei Bewegungen ponderabler Körper im Äther, als Flüssigkeit zu behandeln ist." [1])

§ 90

Absolute und relative Lichtgeschwindigkeit

Bewegt sich ein leuchtender Körper in der Richtung auf den Beobachter zu, so folgen die Wellenberge und Wellentäler bei dem Beobachter rascher aufeinander, als wenn der leuchtende Körper ruht. Die Schwingungszahl ist also im ersteren Falle größer für den betreffenden Beobachter, als wenn die Lichtquelle ruht, und die zu der Lichtart gehörende Spektrallinie erhält eine Verschiebung in der Richtung nach dem violetten Ende. Dieselbe Erscheinung tritt aber auch ein, wenn die Lichtquelle ruht, aber der Beobachter sich dieser nähert. Eine Verschiebung der Spektrallinien nach der Seite der größeren Wellenlängen tritt ein, wenn die Entfernung zwischen Lichtquelle und Beobachter zunimmt. Bei Schallwellen wurde die dieser Erscheinung entsprechende Änderung der Tonhöhe zuerst von Ch. Doppler (1842) nachgewiesen. Bei Lichtwellen muß entsprechend der Geschwindigkeit des Lichtes auch die Geschwindigkeit der Änderung der relativen Entfernung zwischen Lichtquelle und Beobachter sehr groß sein, wenn die Verschiebung der Spektrallinien wahrnehmbar sein soll. Verschiebungen gewisser Linien im Spektrum von Fixsternen werden nach dem „Dopplerschen

1) P. Drude bei A. Winkelmann, Handb. d. Phys. 1906, Bd. 6, 1147.

Prinzip" durch die Veränderung der Entfernung zwischen Erde und dem betreffenden Fixsterne erklärt.

Eine ähnliche Erscheinung müßte eintreten, wenn der Träger der Lichtschwingung, der Äther, eine Bewegung in der Richtung der Verbindungslinie zwischen Lichtquelle und Beobachter ausführt. Ist der Sinn dieser Bewegung von der Lichtquelle zum Beobachter, so muß die Schwingungsdauer, also auch die Wellenlänge, kleiner werden, ist er entgegengesetzt, so müssen beide größer werden.

H. Fizeau[1]) ließ (1851 und 1859) durch zwei nebeneinander liegende Röhren Wasser in entgegengesetztem Sinne strömen. Von einer Lichtquelle aus ließ er gleichzeitig Strahlen durch beide Röhren gehen, so daß die eine Hälfte der Strahlen nur mit der Wasserströmung, die andere nur gegen dieselbe sich fortpflanzte. Durch Beobachtung von Interferenzerscheinungen konnte nachgewiesen werden, daß die Lichtgeschwindigkeit tatsächlich von der Wasserströmung beeinflußt wurde. Fresnel nahm an, daß in einem solchen Falle eine teilweise Mitführung des Äthers stattfinden müsse. Ist ν der Brechungsquotient des bewegten materiellen Mediums, so sollte nach Fresnel der „Mitführungskoeffizient" $\frac{\nu^2-1}{\nu^2}$ sein; die Beobachtung von Fizeau stimmt tatsächlich damit überein.

Nach H. A. Lorentz dagegen wird das materielle Medium von der durch dasselbe hindurchgehenden Welle zum Mitschwingen veranlaßt, und da das Lichtbrechungsvermögen einer Substanz durch das Mitschwingen ihrer kleinsten Teile bedingt wird, so ergibt sich hieraus nach Lorentz der oben angegebene Zusammenhang zwischen dem Brechungsquotienten und dem Fresnelschen Mitführungskoeffizienten. Es besteht somit keine Mitführung, „Korreption" des Äthers, sondern nur eine solche der Energie. Den Äther betrachtet Lorentz als feststehend.[2])

Bei Verwendung von Luftströmen nach der Fizeauschen Methode hat die Korreptionskonstante $\frac{\nu^2-1}{\nu^2}$ nur eine sehr geringe Wirkung, wenn die Geschwindigkeit der Strömung nicht außerordentlich groß ist. A. A. Michelson[3]) brachte zwei Strahlen

1) C. R. 1851; **33**, 349. — Ann. d. Phys. 1851; Erg.-Bd. **3**, 457. — Ann. d. chim. et d. phys. 1859; **57**, 385.

2) Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern. Leiden 1895.

3) Americ. Journ. of Science 1881; **22**, 120.

zur Interferenz, von welchen der eine mit der Erdbewegung, der andere senkrecht zu derselben sich fortpflanzte. Bewegte sich hierbei die Erde durch den ruhenden Äther, so müßte zwischen den beiden Strahlen eine wahrnehmbare Interferenz zustande kommen. Ist l der Abstand zwischen der Lichtquelle und einem Spiegel, welcher das Licht wieder in der Richtung nach der Lichtquelle reflektiert, v die Lichtgeschwindigkeit, c die Geschwindigkeit der Erdbewegung, so wäre die Zeit für den Hin- und Hergang des Lichtes in der Richtung der Erdbewegung $\tau_1 = \frac{2l}{v}\left(1 + \left[\frac{c}{v}\right]^2\right)$, für den Hin- und Hergang senkrecht zur Erdbewegung $\tau_2 = \frac{2l}{v}$. Die Beobachtung mit Hilfe der Interferenz ließ aber keinen Unterschied von τ_2 und τ_1 erkennen. Zur Erklärung dieser Beobachtung stellte Lorentz (1904) die Hypothese auf, daß die Länge eines festen Körpers von seiner absoluten Bewegung im Raume abhängig sei, und daß infolgedessen beim Michelsonschen Versuche die Differenz des Maßstabes die Differenz der zu beobachtenden Geschwindigkeiten kompensiere.

G. G. Stokes war der Begründer der Hypothese vom mitbewegten Äther, welche annimmt, daß die Erde bei ihrer Bewegung um die Sonne ihren Äther gerade so wie ihre Lufthülle mit sich führt. Auch H. Hertz schloß sich dieser Auffassung an. Gegen die Mitführungstheorie machte Lorentz geltend, daß die gemessenen Werte der Aberration des Sternenlichtes mit dieser Theorie nicht übereinstimmen; ferner müßte der Korreptionskoeffizient gleich 1 sein.

A. Einstein (1905) und W. Ritz (1906) beseitigten den Lichtäther vollständig aus der Theorie, und damit fällt auch die Möglichkeit fort, die Lichtvorgänge auf Bewegungen zurückzuführen. An die Stelle des freien Äthers tritt das reine oder absolute Vakuum, in welchem sich die Lichtenergie ebenso selbständig fortpflanzt wie die ponderablen Atome; diese beiden Autoren knüpfen also wieder mehr an die Emissionstheorie von Newton an. Da die Ätherfrage gegenwärtig das meist umstrittene Problem der theoretischen Physik darstellt, so möge der Hinweis auf die spezielle Literatur genügen; die unten [1]) erwähnten Autoren vertreten drei verschiedene Ansichten.

---

1) M. Planck, Acht Vorlesungen über theoretische Physik, gehalten an der Columbia-Universität, New York, im Frühjahr 1909. Leipzig 1910.

Derselbe, Die Stellung der neueren Physik zur mechanischen Natur-

G. Durch Spannungsausgleich elektrischer Ladungen erzeugte Strahlen

Während man in Frankreich im Anschluß an A. Fresnel, in Deutschland im Anschluß an F. Neumann die Lehre von den Lichterscheinungen auf die Gesetze der Mechanik zu begründen versuchte, wurde in England zuerst von Faraday (Michael, geb. 22. September 1791 zu Newington Butts bei London, Sohn eines Hufschmieds, erst Buchbinder, später (1813) Assistent von Davy, dann (1827) Prof. der Chemie an der Roy. Institution in London, darauf (1829 bis 1842) Prof. an der Militärakademie zu Woolwich, gest. 25. August 1867 in Hampton Court bei London) die Hypothese ausgesprochen, daß die Fortpflanzung des Lichtes in einem völlig durchsichtigen Medium identisch sei mit der Fortpflanzung elektromagnetischer Wellen in einem Nichtleiter. Diese Hypothese wurde 1861 von Maxwell[1]) (James Clerk, geb. 13. Juni 1831 zu Edinburgh, 1856 bis 1857 Prof. of nat. philos. in Aberdeen, 1860 bis 1865 am King's College in London, seit 1871 Prof. der Exper.-Phys. an der Universität Cambridge, gest. 5. Nov. 1879 daselbst) mathematisch ausgebaut. Eine ausführliche Darstellung der Beziehungen zwischen den optischen Erscheinungen einerseits und den elektrischen und magnetischen andererseits kann natürlich nur im Anschluß an die Besprechung der letzteren gegeben werden. Der Versuch, die von Maxwell theoretisch gewonnenen Resultate durch die Beobachtung zu bestätigen, führte zur Entdeckung von Strahlen, welche sich in bezug auf die Art ihrer Ausbreitung den Lichtstrahlen genau anschließen und bis dahin völlig unbekannt waren.

§ 91

Strahlen mit sehr großen Wellenlängen und deren Ausbreitung in isotropen und anisotropen Medien — Hertzsche Strahlen

Diejenigen Strahlen, deren Wellenlänge etwa zwischen 400 bis 800 Milliontel Millimeter beträgt (vgl. S. 60 u. 61), können, durch

---

anschauung. Vortrag, gehalten am 23. Sept. 1910 auf der Naturf.-Versammlung zu Königsberg. Leipzig 1910.

P. Ehrenfest, Zur Krise der Lichtäther-Hypothese. Antrittsrede, gehalten am 4. Dezember 1912 a. d. Universität Leiden.

L. Zehnder, Über Elektronen, Relativitätsprinzip und Äther. Verhandl. d. D. phys. Ges. 1912; **14**, 438.

1) Eine zusammenfassende Darstellung vgl. in A Treatise on Electricity and Magnetism. 2 Bde. 1. Aufl. Oxford 1873. (3. Aufl. 1892). Deutsch von B. Weinstein 1883.

das Auge auf der Netzhaut gesammelt, unsere Sehnerven in entsprechende Schwingungen versetzen und als Lichteindruck wahrgenommen werden. Dieselben Strahlen können aber auch die Elementarbestandteile der festen, flüssigen und gasförmigen Körper in entsprechender Weise bewegen, und diese Bewegung kann von unseren Gefühlsnerven als Wärme empfunden werden. Für diese letztere Eigenschaft kommen merklich nur die größeren Wellen des sichtbaren Spektrums in Betracht, und das „Wärmespektrum" erstreckt sich noch weit über das sichtbare Spektrum hinaus; man hat Wellenlängen an Wärmestrahlen bis zu 60 μ, d. h. bis zu 60 000 Milliontel Millimeter gleich 0,06 mm in den sog. Reststrahlen (vgl. S. 342) nachweisen können.

Es gelang Hertz (Heinrich Rudolf, geb. 22. Februar 1857 zu Hamburg, 1880 bis 1883 Assistent bei Helmholtz, 1883 Privatdozent für theor. Physik in Kiel, 1885 Prof. der Physik an der Techn. Hochschule zu Karlsruhe, 1889 in Bonn, gest. daselbst 1. Januar 1894), Strahlen nachzuweisen, deren Wellenlänge noch bedeutend größer ist.

Führt man zwei Metallkugeln, Konduktoren, welche sich in einem bestimmten Abstande voneinander befinden, entgegengesetzte Elektrizitäten zu, so nimmt die Ladung der beiden Konduktoren bis zu einer gewissen Maximalgröße zu, bei welcher die gegenseitige Entladung in Form eines überspringenden elektrischen Funkens erfolgt. H. Helmholtz[1]) wies nach, daß hierbei die Elektrizität mehrmals mit abnehmender Stärke hin und her fließen müsse, die Entladung demnach „oszillatorisch" sei. Die beiden Leiter wechseln also nacheinander den Charakter der Ladung, deren Stärke dabei stetig abnimmt. Man vergleicht den Austausch der Elektrizität zweier leitend miteinander verbundener Konduktoren mit dem Ausgleich zweier durch ein Rohr miteinander verbundener Wassergefäße; die Wassermassen beider Gefäße sind im Gleichgewicht, wenn beide Wasseroberflächen sich im gleichen Niveau befinden. Ist das Verbindungsrohr verschlossen, so können beide Gefäße auf ein verschiedenes Niveau gefüllt werden; wird die Verbindung plötzlich geöffnet, so steigt zunächst das vorher niedrigere Niveau über das Mittelniveau, dann fällt es wieder unter dasselbe, bis allmählich in beiden Gefäßen das gleiche Niveau dauernd wird.

---

1) „Über die Erhaltung der Kraft." Berlin 1847. Auch enthalten in den „Wissenschaftl. Abhandl. von H. Helmholtz", Leipzig 1882, Bd. I, S. 12ff.

Beim Überschlagen des elektrischen Funkens wird in ähnlicher Weise durch die Luft die Verbindung zwischen den beiden auf ein verschiedenes Niveau geladenen Konduktoren hergestellt. Zwei Konduktoren befinden sich auf dem gleichen „elektrischen Niveau", wenn sie auf ein Elektroskop in gleicher Weise wirken, d. h. den gleichen Ausschlag der Blättchen veranlassen.

Das Verhältnis der Elektrizitätsmengen (der Anzahl von übergesprungenen Funken aus einer „elektrischen Maßflasche") zweier bis zum gleichen Niveau geladener Konduktoren ist auch das Verhältnis der „Kapazitäten" der Konduktoren. Ist die Form des Konduktors kugelförmig, so ist die Kapazität proportional dem Radius. Als Einheit der Kapazität gilt dementsprechend die Kapazität einer Kugel mit dem Radius 1 cm, und als Einheit des Niveaus kann dasjenige Niveau gesetzt werden, welches in einem Leiter von der Kapazität 1 durch die Elektrizitätsmenge 1 erzeugt wird.

Die gleichmäßige Bewegung der Elektrizität auf einem Leiter in einer bestimmten Richtung wird in ähnlicher Weise mit der Wasserbewegung verglichen und als galvanischer Strom bezeichnet. Ändert sich die Stärke eines Stromes, so bewirkt dessen Abnahme das Auftreten eines gleich gerichteten Stromes in einem benachbarten Leiter oder auch an benachbarten Stellen desselben Leiters, während die Zunahme des primären Stromes einen entgegengesetzt gerichteten Strom an benachbarten Stellen „induziert". Ist die während der Zeit t erfolgende Änderung des primären Stromes $J' - J$, so ist die den Induktionsstrom erzeugende Kraft $e = L\frac{J' - J}{t}$, wobei L nur eine von der Gestalt des Leiters und den gewählten Einheiten abhängige Größe bezeichnet und „Selbstinduktionskoeffizient" genannt wird.

Nach W. Thomson[1]) beträgt die Schwingungsdauer der elektrischen Entladung zweier Konduktoren $\tau = 2\pi\sqrt{LC}$ oder genauer $\tau = 2\pi : \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{W^2}{4L^2}}$, wenn W der Gesamtwiderstand der Leitungsstücke und der Funkenstrecke ist. Dieser Widerstand bleibt während der Entladung nicht genau gleich; also nimmt auch τ bis zu einem gewissen Grade verschiedene Werte an. Wird $W \geqq 2\sqrt{L/C}$, dann ist die Entladung nicht mehr oszillatorisch.

Dieses theoretische Resultat wurde von B. W. Feddersen[2])

1) Phil. Mag. 1853; (4) 5, 393.

2) Ann. d. Phys. 1858 bis 1867. Vgl. auch den Abdruck dieser Abhandlungen in „Ostwalds Klassiker", Nr. 166, Leipzig 1908.

durch Beobachtung des überspringenden Funkens im rotierenden Spiegel bestätigt.

In Fig. 373 stelle *A* einen Induktionsapparat mit veränderlichen Konduktoren und einer „primären“ Funkenstrecke *B* dar, der untere Teil *abcd* einen „sekundären“ Leiter mit einer Funkenstrecke *M* zwischen 1 und 2. H. Hertz[1]) verband (1887) den einen Teil des primären Leiters mit dem sekundären Leiter und beobachtete im allgemeinen einen sekundären Funken zwischen 1 und 2, wenn ein primärer Funken bei *B* übersprang. Die Intensität des sekundären Funkens konnte durch Änderung der Kapazität (der Stablänge) der Konduktoren des primären Leiters oder auch

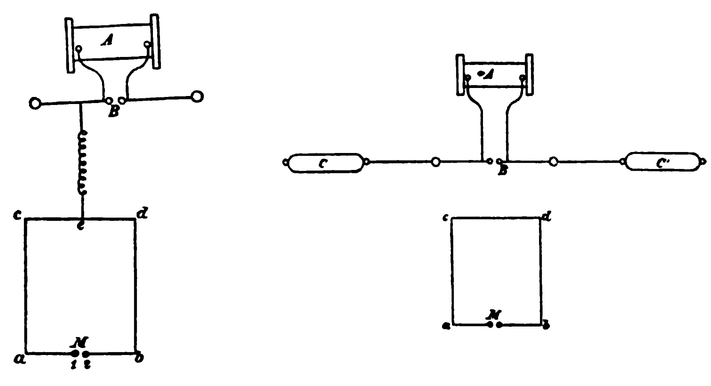


Fig. 373
Ein sekundärer Leiter *abcd* ist mit einem der beiden Konduktoren eines Induktionsapparates *A* leitend verbunden.
Nach H. Hertz

Fig. 374
Der sekundäre Leiter ist mit den Konduktoren nicht verbunden.
Nach H. Hertz

durch Änderung der Kapazität des sekundären Leiters geändert und auf einen maximalen Wert gebracht werden. Der Leiter *abcd* verhält sich also wie eine Klaviersaite, welche mitschwingt, sobald sie von einer Schallwelle mit bestimmter Schwingungszahl getroffen wird; er wird deshalb auch als „Resonator“ bezeichnet. Seine Schwingungsdauer ist die Zeit, während welcher eine Schwingungsphase von einem Ende des Drahtes bis zum andern und wieder zurück läuft. Der sekundäre Funke fällt aus, wenn der Verbindungsdraht wie in Fig. 373 in der Mitte *e* des von rechts nach

1) Untersuchungen über die Ausbreitung der elektr. Kraft. Ges. Werke, Bd. II. Leipzig 1892.

links gehenden Drahtteiles mit dem Konduktor verbunden ist; dann kommt bei 1 und 2 stets gleichzeitig dieselbe Schwingungsphase an; zwischen 1 und 2 besteht also dann zu keiner Zeit eine Niveaudifferenz, daher kann dann auch kein Ausgleich in Form eines Funkens erfolgen. Hertz fand, daß der Resonator auch dann anspricht, wenn er wie in Fig. 374 mit dem primären Leiter gar nicht verbunden ist, der Zwischendraht also beseitigt wird. Befindet sich der Mittelpunkt B (Fig. 375) des vertikal gestellten, kreisförmig gedachten sekundären Leiters in der Horizontalebene des primären Leiters AA', und dreht man den sekundären Leiter in seiner eigenen Ebene so, daß die Funkenstrecke f horizontal läuft, daß also f entweder die höchste oder die tiefste Stelle des Kreises einnimmt, so liefert der Resonator im allgemeinen maximale Funken; dreht man den Kreis in seiner Ebene jetzt um 90°, so daß die Funkenstrecke f wie in Fig. 375 vertikal liegt, so fällt in diese Richtung keine Komponente der elektrischen Kraft, es gehen bei dieser Stellung daher keine Funken über. Dreht man den derartig vertikal stehenden Resonator, daß f die oberste oder unterste Lage hat, um seinen dann vertikal gestellten Durchmesser aa', so kommt er ebenfalls einmal in eine Lage, bei welcher er keine Funken gibt, weil die elektrische Kraft senkrecht zur Funkenstrecke ist, während er in einer gegen diese um 90° gedrehten Stellung maximale Wirkung zeigt.

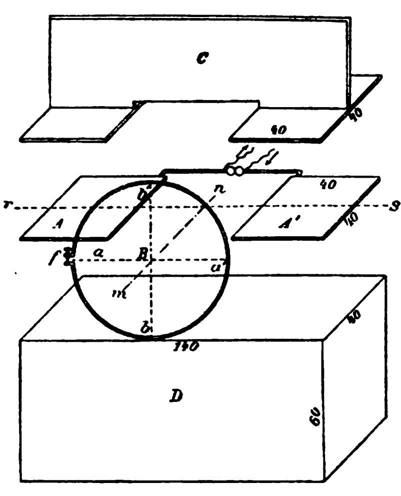


Fig. 375
Vertikal gestellter kreisförmiger Resonator; die Kapazität der Konduktoren A und A' ist durch angelegte Metallplatten vergrößert. Ein metallischer Leiter C oder ein Asphaltblock D können den Leitern genähert werden.
Nach H. Hertz

Bringt man den Resonator durch geeignete Drehung in die Nullstellung und nähert man dann den primären Konduktoren A und A' einen Leiter C (Fig. 375) (aus Metallblech), so entstehen wieder merkliche Funken. Der primäre Funke erregt in C eine Induktionswirkung und der Induktionsstrom in C wirkt wieder seinerseits auf die primäre Entladung und auf den Resonator ver-

stärkend oder schwächend ein, je nach der Dauer seiner Eigenschwingung. In der Nullstellung des Resonators erschienen aber auch dann wieder Funken, wenn statt des Leiters C ein dielektrischer Körper, d. h. eine nichtleitende Masse D (ein Asphaltblock von 800 kg) dem Resonator genähert wurde. Hertz schloß daraus, daß auch in dem Dielektrikum, entsprechend der Faraday-Maxwellschen Theorie, Induktionsschwingungen stattfinden.

Mit Hilfe des Resonators kann man die Richtung und Stärke der von einem primären Leiter im Raume induzierten elektrischen Kraftwirkung feststellen.

Denkt man sich durch die Funkenstrecke des primären Leiters irgendeine Ebene gelegt, so verhalten sich die elektrischen Kraftrichtungen in der Nähe des Leiters wie die magnetischen Kraftrichtungen in der Nähe zweier entgegengesetzter magnetischer Pole; in größerer Entfernung werden sie geradlinig (Fig. 376). Auf zwei Ringen, von welchen der eine die gedachte Ebene in den Punkten B und C schneidet, der andere in den Punkten D und E, ist die Richtung der elektrischen Kraft unbestimmbar.

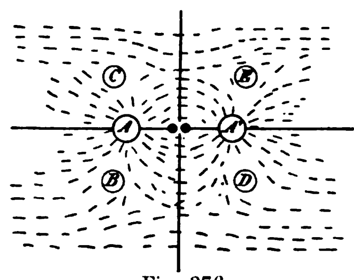


Fig. 376
Elektrische Kraftrichtungen in der Nähe der Konduktoren.
Nach H. Hertz

In die Brennlinie eines zylindrischen Hohlspiegels aus Zinkblech mit parabolischem Querschnitt brachte Hertz die Funkenstrecke eines primären Leiters und in die Brennlinie eines gleichen Hohlspiegels die Funkenstrecke eines passenden Resonators; beide Spiegel wurden mit ihren konkaven Seiten so gegenübergestellt, daß der von den Achsen der Querschnittsparabeln und der Zylinderachse gebildete Längsschnitt des einen Spiegels mit dem entsprechenden Längsschnitt des anderen Spiegels in die gleiche Ebene fiel; der Resonator gab dann noch kräftige Funken in solchen Entfernungen von der primären Funkenstrecke, in welchen ohne die Spiegel keine Wirkung mehr zu erkennen war. Lichtstrahlen, welche von dem Brennpunkte einer Parabel ausgehen, werden von der Innenseite der Parabel parallel zur Achse der Parabel reflektiert, und Strahlen, welche parallel zur Achse auf die Innenseite einer Parabel fallen, werden (ohne sphärische Aberration) nach dem Brennpunkte der Parabel reflektiert. Es gehen also von den primären Funken Strahlen aus, welche von dem Metall nach den für die

sichtbaren Strahlen geltenden Gesetzen reflektiert werden. Dreht man einen der beiden Spiegel, etwa denjenigen, welcher den Resonator enthält, um die Richtung der ankommenden Strahlen, so verschwinden die sekundären Funken mehr und mehr, und man erhält bei gekreuzter Lage der beiden Brennlinien keine Funken, selbst wenn die Spiegel auf geringe Entfernung zusammengerückt werden. Die von dem Erreger ausgehenden Strahlen sind also senkrecht zur Strahlenrichtung linear polarisiert.

Wird in den Gang der Strahlen ein Prisma aus einem anderen isolierenden (d. h. die Elektrizität nicht leitenden) Material als Luft eingeschaltet, dann werden die Strahlen abgelenkt. Hertz bestimmte nach der Methode des Minimums der Ablenkung (S. 32) den Brechungsquotienten eines Prismas[1]), dessen Querschnitt ein gleichschenkliges Dreieck von 1,2 m Schenkellänge war, aus Hartpech, einer asphaltartigen Masse, und fand dafür den Wert $\nu = 1{,}69$. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Hertzschen Strahlen ist also wie die der Lichtstrahlen abhängig vom Medium, welches der Strahl durchsetzt.

Hertz stellte den Parabolspiegel mit dem Erreger, d. h. der primären vertikalen Funkenstrecke, in 13 m Abstand vor eine vertikale Metallwand. Das Lot von der Mitte des Erregers auf die Wand ist das Einfallslot; die zum Einfallslot senkrechte (vertikale) Ebene ist die Wellenebene, die vom Einfallslot und der Zylinderachse gebildete (vertikale) Ebene die Einfallsebene. Ein kreisförmiger Resonator wurde so angebracht, daß das Einfallslot durch den Mittelpunkt desselben ging.

a) Die Kreisebene des Resonators wurde parallel zur Wellenebene gebracht (wie bei I in Fig. 377); die sekundäre Funkenstrecke wurde vertikal gestellt, so daß ihre Mitte in der gleichen Horizontalebene lag wie das Einfallslot. Befand sich der Resonator in der Nähe der Wand, dann gab er keinen Funken, wohl aber in einiger Entfernung davon, bei B; bei C fehlte die Funkenbildung, sie nahm aber bei weiterem Fortschreiten nach D hin wieder zu. Bei C liegt also ein Knotenpunkt, bei B ein Bauch; durch die Reflexion an der Metallwand bildet sich ein System stehender Wellen (vgl. S. 25). Der Abstand zwischen einem Bauch und einem benachbarten Knoten, also $\frac{1}{4}\lambda$, betrug bei dem Hertzschen Versuche ungefähr 2,5 m, demnach war bei diesem Versuche die Wellenlänge $\lambda = 10$ m.

1) A. a. O. S. 194.

Durch Verminderung der Kapazität des Erregers kann man Wellenlängen von wenigen Millimetern erreichen.[1])

Ist die Wand ein vollkommener Leiter, dann liegt in der Wandfläche selbst ein Knotenpunkt, weil eben wegen der vollkommenen Leitfähigkeit hier die elektrische Kraft verschwinden muß; bei dem Hertzschen Versuche war aber die Wand kein vollkommener Leiter, und deshalb drang die elektrische Welle noch etwas in die Wand ein, der Knotenpunkt kam bei *A* zustande (Fig. 377).

Wurde die Funkenstrecke des sekundären Leiters innerhalb der Wellenebene horizontal gestellt, also in die höchste oder in die tiefste Stelle des Kreises gedreht, dann fehlte die Funkenbildung, weil jetzt auf beiden Seiten der Funkenstrecke in bezug auf die elektrische Kraft die gleichen Verhältnisse bestanden.

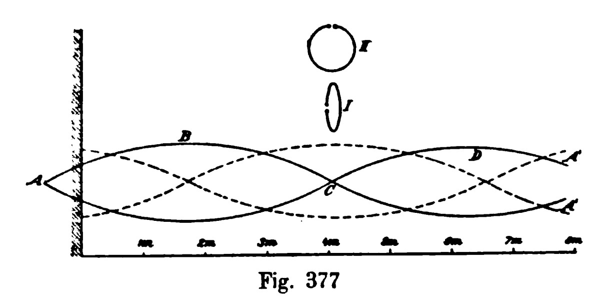


Fig. 377
Reflexion von Hertzschen Wellen an einer metallischen Wand.
Nach H. Hertz, etwas abgeändert von K. Waitz

b) Die Ebene des Resonators wurde in die Einfallsebene gestellt (wie bei II in Fig. 377) und die sekundäre Funkenstrecke parallel zum Einfallslot, also an die höchste oder an die tiefste Stelle des Resonators. Hertz bemerkt in bezug auf diese Versuchsanordnung: „In dieser Lage vermöchte die elektrische Kraft, wenn sie homogen im ganzen Bereiche des sekundären Kreises wäre, keine Funken hervorzurufen. Sie bringt eine Wirkung nur dadurch hervor, daß sie verschieden groß in den verschiedenen Teilen des Kreises ist, und daß ihr um den Kreis genommenes Integral nicht verschwindet. Dies Integral ist proportional der Zahl der magnetischen Kraftlinien, welche durch den Kreis hin und her schwanken. Insofern dürfen wir sagen, daß die Funken in dieser Lage die magnetische Kraft, welche

1) Vgl. P. Lebedew, Ann. d. Phys. 1895; **56**, 1 und A. Lampa, ebenda 1897; **61**, 79.

senkrecht auf der Ebene des Kreises steht, messen. Wir finden nun aber in dieser Lage in der Nähe der Wand lebhafte Funken, welche schnell abnehmen, in *B* verschwinden, wieder wachsen bis *C*, dann wieder abnehmen bis zu einem deutlichen Minimum in *D*, um bei weiterer Annäherung an die primäre Schwingung dauernd zu wachsen.“[1])

In Fig. 377 stellen die vollen Linien die stehenden Schwingungen der elektrischen Kraft, die gestrichelten Linien die der magnetischen Kraft dar; die Knotenpunkte der elektrischen Schwingung fallen mit den Bäuchen der magnetischen Schwingung zusammen und umgekehrt; die elektrischen Schwingungen erfolgen in der Einfallsebene, die magnetischen stehen senkrecht zur Einfallsebene; beide Schwingungsarten stehen senkrecht zum Strahl.

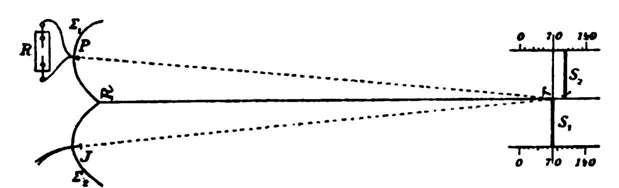


Fig. 378
Interferenz der Hertzschen Strahlen.
Nach J. Klemenčič und P. Czermak

Nach L. Boltzmann[2]) und J. Klemenčič und P. Czermak[3]) werden der Erregerspiegel Σ_1 und der Empfängerspiegel Σ_2 so nebeneinander gestellt, daß ihre (Parabel-)Achsen sich in einigem Abstand schneiden (Fig. 378). Hier befinden sich zwei ebene Metallspiegel S_1 und S_2 so orientiert, daß beide die vom Erreger *P* kommenden Strahlen dem Empfänger zureflektieren. Sind beide Spiegel vom Empfänger und vom Erreger gleichweit entfernt, dann kommen die von beiden Spiegeln reflektierten Strahlen beim Empfänger mit gleicher Phase an, verstärken sich also. Schiebt man dann den einen der beiden Planspiegel um $\frac{1}{4}\lambda$ weiter oder näher vom Erreger und Empfänger, dann wird die Gesamtwegdifferenz der von den beiden Planspiegeln reflektierten Strahlen $\frac{1}{2}\lambda$, es erscheint ein Minimum der sekundären Funken. Dieser Versuch beweist die Interferenz, also das Vorhandensein von Wellen, die aber auch

1) A. a. O. S. 140.
2) Ann. d. Phys. 1890; **40**, 399.
3) Ebenda 1893; **50**, 174.

schon in den vorhin beschriebenen stehenden Wellen sichergestellt war.

Die Versuchsanordnung enthält eine genauere Methode zur Bestimmung der Wellenlänge λ.

A. D. Cole[1]) untersuchte das Reflexionsvermögen R_s und R_p für die beiden Fälle, daß die elektrische Schwingung senkrecht oder parallel zur Einfallsebene liegt. Es wurde sowohl bei metallischen als auch bei flüssigen Oberflächen beobachtet, daß $R_s > R_p$. Bei Reflexion an einer Petroleumfläche unter einem Inzidenzwinkel von 45° wurde R_p = Null beobachtet. Da nach Fresnel (vgl. S. 265) die Schwingung des unter dem Polarisationswinkel reflektierten Strahles senkrecht zur Einfallsebene stattfindet, so folgt aus diesen Versuchen, daß die Fresnelsche Schwingung des Lichtes gleichbedeutend ist mit der Schwingung der elektrischen Kraft; die Neumannsche Schwingung des Lichtes muß dann gleichbedeutend sein mit der Schwingung der magnetischen Kraft.

Der Inzidenzwinkel von 45° muß für Petrol annähernd gleich dem Polarisationswinkel des Petrols sein.

Hertz stellte einen Holzrahmen von 2 m Höhe und 2 m Breite her und bespannte denselben mit Kupferdrähten von 1 mm Dicke; alle Drähte waren einander parallel und jeder stand von seinen Nachbarn um 3 cm ab. Ließ er senkrecht auf dieses Drahtgitter die Strahlen auffallen, so wurden diese nahezu vollständig reflektiert, wenn die elektrische Schwingung parallel den Drähten war, dagegen nahezu vollständig durchgelassen, wenn die elektrische Schwingung zu den Drähten senkrecht war. War die elektrische Schwingung zwar in der Ebene der Drähte, aber schief zu der Drahtrichtung, dann zerfiel sie in zwei Komponenten, von welchen die zu den Drähten parallele reflektiert, die dazu senkrechte durchgelassen wurde. Das Drahtgitter verhielt sich also den Hertzschen Strahlen gegenüber ähnlich wie eine zur Hauptachse parallele Turmalinplatte gegenüber den Lichtstrahlen.

H. E. J. G. Du Bois[2]) fand, daß das durch ein sehr feines Silberdrahtgitter senkrecht zu den Drähten polarisierte Licht in größerer Intensität durchgelassen wird als das parallel dazu polarisierte. Die Fresnelsche Schwingung eines Lichtstrahles verhält sich also einem Drahtgitter gegenüber gerade umgekehrt als die

1) Ann. d. Phys. 1896; 57, 301.
2) Ebenda 1892; 46, 542.

Schwingung der Hertzschen Wellen. Du Bois und H. Rubens[1]) untersuchten dann das entsprechende Verhalten von Wärmestrahlen und fanden, daß bei einer bestimmten Wellenlänge der senkrecht und der parallel polarisierte Anteil des durchgelassenen Strahles gleich groß sei; diese neutrale Wellenlänge hat bei Platin den Wert 1,9 μ, bei Kupfer 3,1 μ; Strahlen mit größeren Wellenlängen verhalten sich wie die Hertzschen Strahlen, kleinere wie die Lichtstrahlen. Der Grund für dieses verschiedene Verhalten ist bis jetzt nicht bekannt.

F. Braun[2]) (Professor der Physik in Straßburg, früher in Tübingen) baute ein Raumgitter aus Backsteinen von je $6 \times 12 \times 24$ cm mit dazwischen liegenden Luftschächten. Dieser Aufbau verhielt sich den Hertzschen Strahlen gegenüber wie ein doppeltbrechender Kristall. Als Differenz der Brechungsquotienten fand Braun den Wert 0,22, d. h. eine stärkere Doppelbrechung als beim Calcit. Optisch-anisotrope Kristalle, so namentlich Schwefel, erweisen sich auch gegen Hertzsche Wellen doppeltbrechend.

Drehung der Schwingungsrichtung wurde durch einen dem Reuschschen Glimmersatz entsprechenden Aufbau erzielt.

Die Schwingungsdauer τ berechnete G. V. Mac Lean[3]) mit Hilfe der photographierten Bilder, welche ein rotierender Spiegel von den Funken erzeugt. Nach der Formel $v = \frac{\lambda}{\tau}$ ergab sich aus dem beobachteten Werte τ für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Hertzschen Wellen in Luft $v = 2{,}991 \cdot 10^{10}$ cm/sec, also genau derselbe Wert wie für die Lichtgeschwindigkeit.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Hertzschen Wellen längs Metalldrähten entspricht der Geschwindigkeit dieser Wellen in dem betreffenden, den Draht umgebenden Dielektrikum (Nichtleiter). Umgibt man einen Draht nacheinander mit verschiedenen dielektrischen Medien x und bestimmt etwa mit Hilfe der am Draht entstehenden Knotenpunkte die Wellenlänge λ_l bei Anwendung von Luft als umgebendem Dielektrikum und die Wellenlänge λ_x bei Anwendung des Dielektrikums x, so ist $\nu = \lambda_l / \lambda_x$ der Brechungsquotient des Dielektrikums x.

Die Durchlässigkeit für Hertzsche Strahlen wurde mehrfach geprüft und es ergab sich, daß die Absorption mit der

1) Ann. d. Phys. 1893; **49**, 593.
2) Phys. Zeitschr. 1904; **5**, 199.
3) Phil. Mag. 1899; (5) **48**, 115.

elektrischen Leitfähigkeit zusammenhängt. Der am besten isolierende Schwefel erwies sich als vollkommen durchlässig.

Alle charakteristischen Eigenschaften der sichtbaren Strahlen sind somit bei den Hertzschen Strahlen nachgewiesen. Da dasselbe auch bezüglich der Wärmestrahlen gilt, bei welchen z. B. Polarisation durch Nicolsche Prismen, Drehung der Polarisationsebene durch Quarz usw. nachgewiesen wurde, so besteht zwischen Lichtstrahlen, Wärmestrahlen und Hertzschen Strahlen nur ein quantitativer Unterschied bezüglich der Wellenlänge und außerdem ein Unterschied in der Art der Erzeugung und der Wahrnehmung. Bei den Lichtstrahlen, Wärmestrahlen und Hertzschen Strahlen besteht eine elektrische Schwingung senkrecht und eine magnetische Schwingung parallel zur Polarisationsebene; alle diese Strahlen werden deshalb „elektromagnetische Strahlen" genannt.

§ 92
Korpuskulare Strahlen

Plücker (Julius, geb. 6. Juli 1801 zu Elberfeld, 1825 Privatdozent, 1829 a. o. Professor in Bonn, 1833 bis 1834 Lehrer am Friedr.-Wilh.-Gymnasium in Berlin, 1834 ord. Professor der Mathematik in Halle, 1836 ord. Professor der Mathematik und Physik in Bonn, gest. daselbst 22. Mai 1868) ließ zur Untersuchung des Spektrums von Gasen und Dämpfen durch Geißler (Heinrich, geb. 26. Mai 1814 zu Igelshieb in Meiningen, erlernte die Glasbläserkunst, gründete 1854 in Bonn eine Werkstätte für chemische und physikalische Apparate, welche er vielfach unter Plückers Anleitung herstellte, wurde 1868 Doctor honoris causa; gest. 24. Juni 1879 in Bonn) Glasröhren verfertigen, welche mit Gasen gefüllt und bis auf einen minimalen Gasdruck mit Hilfe einer Luftpumpe entleert werden konnten. An beiden Enden oder auch an beliebigen anderen Stellen der Röhre werden in die Glaswand Platindrähte eingeschmolzen, deren innere Enden mit je einer metallischen Spitze oder einer metallischen Fläche (Elektrode) zusammengelötet sind und deren äußere Enden mit je einem Konduktor einer Elektrisiermaschine oder eines Induktionsapparates in leitender Verbindung stehen. Ist das Gas genügend ausgepumpt, so geht ein elektrischer Strom durch die Röhre und man bezeichnet diejenige Elektrode, welche direkt leitend mit dem positiven Konduktor der Elektrisiermaschine verbunden ist, als Anode, die andere als Kathode. Da bei Verwendung eines Induktionsapparates nur der

sog. Öffnungsstrom die zum Durchgange durch den Luftraum nötige Spannung besitzt, so kann auch bei diesem Apparat ein positiver und ein negativer Konduktor unterschieden werden, und somit kann auch der Induktionsapparat zur Erzeugung des Stromes in der Geißlerschen Röhre verwendet werden.

Wird die Röhre etwa mit Luft (oder einem anderen Gase) gefüllt und bis auf 1 mm Quecksilberdruck entleert, so ist die Anode beim Durchgange des Stromes von einer dünnen leuchtenden Schicht, der „Anodenschicht“, umgeben; es folgt dann eine Reihe (je nach der Gasart und dem Gasdruck verschieden) gefärbter Schichten, das „positive Licht“, welche durch dunkle Schichten voneinander getrennt sind; daran schließt sich der „Faradaysche dunkle Raum“, daran das violette „Glimmlicht“, dann der kürzere „dunkle Kathodenraum“ und endlich unmittelbar auf der Kathode liegend die leuchtende gelbe „Kathodenschicht“. Wird die Verdünnung noch weiter fortgesetzt, dann nimmt das Glimmlicht zu, und es tritt aus der Kathode ein Lichtbüschel, dessen Strahlen durch das positive Licht hindurchgehen.

Hittorf[1]) (Johann Wilhelm, geb. 27. März 1824 in Bonn, seit 1852 Professor der Physik und Chemie in Münster, emeritiert 1890, gest. 28. November 1914 daselbst) zeigte, daß das Kathodenlicht nahezu senkrecht aus der Kathodenfläche austritt und sich geradlinig ausbreitet; ist die Röhre knieförmig und befindet sich die Kathode an dem äußersten Ende des einen Kniestückes, die Anode an der gleichen Stelle des anderen Teiles, dann gehen die Kathodenstrahlen nicht zur Anode, sondern treffen in der Biegung die Glaswand; bringt man in den Gang der Strahlen im Innern des Rohres einen festen Körper, so erzeugt dieser auf der Glaswand einen Schatten. — Die Kathodenstrahlen erregen an den von ihnen getroffenen Stellen der Glaswand Elektrolumineszenz (vgl. S. 378). Auch Uransalze, Baryumplatincyanür und verschiedene feste Körper, welche geringe Mengen fremder Substanzen in fester Lösung enthalten (vgl. S. 375 und 378), fluoreszieren, wenn sie von Kathodenstrahlen getroffen werden, während andere Körper, wie in Gelatine gemischte Anilinfarbstoffe, welche durch gewöhnliche Belichtung stark fluoreszierend werden, bei Beleuchtung mit Kathodenstrahlen nicht fluoreszieren.[2]) Kathodenstrahlen erwärmen die von ihnen getroffenen Körper.

1) Über die Elektrizitätsleitung der Gase. Ann. d. Phys. 1869; **136**, 1 u. 197.

2) Vgl. G. C. Schmidt, Die Kathodenstrahlen, 2. Aufl. Braunschweig 1907, S. 101.

Ferner beobachtete Hittorf, daß ein paralleles Bündel von Kathodenstrahlen von einem Magneten abgelenkt wird. Dabei verhält sich das Strahlenbündel wie ein dünner geradliniger Stab, welcher nur an dem einen Ende, nämlich da, wo er die Kathode berührt, festgehalten, aber von der Anode weggebogen wird. Nähert man den Kathodenstrahlen einen elektrisch positiven Körper, so werden sie von diesem angezogen; von einem elektrisch negativen Körper werden sie abgestoßen. Dringen Kathodenstrahlen in einen Metallzylinder, welcher mit einem Elektrometer verbunden ist, in einen „Faradayschen Käfig", so zeigt das Elektrometer negative Ladung an.

Lenard (Philipp, Professor der Physik in Heidelberg, früher in Kiel)[1]) brachte auf das eine Ende eines Glasrohres, welches am anderen Ende zugeschmolzen war, eine Metallkapsel mit einer zentralen Durchbohrung und verschloß diese Durchbohrung luftdicht durch ein Aluminiumblättchen, ein „Aluminiumfenster". War das Rohr genügend luftleer, so daß der elektrische Strom hindurchging, dann beobachtete Lenard, daß die Kathodenstrahlen durch das Fenster in die Atmosphäre austraten. Die Luft verhält sich aber bei gewöhnlichem Drucke den Kathodenstrahlen gegenüber wie ein trübes Medium. Beim Eintritt der Kathodenstrahlen in ein solches Medium wird ein Teil i_r der Energie der Strahlung reflektiert, ein anderer Teil i_a wird in dem Inneren des Mediums absorbiert und der Rest i_d tritt auf der anderen Seite aus dem Medium heraus. In diesem verlieren die Strahlen einen Teil ihrer kinetischen Energie, d. h. ihrer Geschwindigkeit, und zwar ist dieser Verlust nicht für alle Strahlen gleich; infolgedessen ist das aus dem Medium, z. B. dem Aluminiumfenster austretende Strahlenbündel inhomogen und erhält durch den Magneten eine verschieden starke Ablenkung. Nach den Beobachtungen von Lenard nimmt der Zerstreuungskoeffizient oder das Absorptionsvermögen eines Körpers für Kathodenstrahlen mit der Dichte des Körpers zu, aber mit der Geschwindigkeit der Strahlen ab.

Kathodenstrahlen wirken auf gewisse Körper chemisch reduzierend, z. B. aus AgCl wird Ag_2Cl; auf der Bildung von Subchloriden, vielleicht aber auch auf der Ausscheidung von Metallen in fein verteiltem Zustande, beruht die bläuliche oder violette Färbung der Alkalihalogene unter dem Einflusse der Kathodenstrahlen

1) Ann. d. Phys. 1895; **56**, 255. 1903; **12**, 714. 1904; **15**, 225.

(vgl. S. 294 u. 297). Auch auf der photographischen Platte sind die Kathodenstrahlen wirksam.

Hittorf wies nach, daß das Gas durch den Strom leitend wird, und verglich den Vorgang mit der Leitung der Elektrolyte, welche durch den Strom in die elektrisch positiven (Metalle) und die elektrisch negativen Atome gespalten werden.

Crookes[1]) (William, geb. 17. Juni 1832 in London, 1855 Prof. der Chemie in Chester, später Privatgelehrter in London) vertrat die Ansicht, daß die in der ausgepumpten Röhre zurückbleibenden Moleküle sich an der Kathode negativ laden und dann fortgeschleudert werden; er hält es indessen für möglich, daß die Träger der elektrischen Ladung in diesem Falle die „Uratome" seien und bezeichnet deshalb diesen Zustand des Gases mit einem von Faraday zuerst gebrauchten Ausdrucke als „strahlende Materie" oder als „vierten Aggregatzustand".

A. Schuster[2]) nahm zuerst an, daß die Moleküle infolge des Stromes in ihre Ionen zerfallen und daß diese die Elektrizität von der einen Elektrode zu der andern tragen; die Niveau- oder Spannungsdifferenz zwischen der Anode und einem Punkte der Anodenschicht heißt der „Anodenfall", die Spannungsdifferenz zwischen der Kathode und dem Anfang des negativen Glimmlichtes der „Kathodenfall"; die Beobachtung ergibt, daß der letztere stärker ist. Die negativen Ionen sollen dem Kathodenfall entsprechend mit größerer Geschwindigkeit fortgeschleudert werden als die positiven, und durch Zusammenstöße soll die Bewegungsenergie der negativen Ionen in die strahlende Energie des Glimmlichtes umgewandelt werden, während im Faradayschen dunklen Raume Wiedervereinigung der positiven und negativen Ionen stattfinde. Nun verhalten sich aber auch einatomige Gase in gleicher Weise; hier kann es aber positive und negative Ionen im Sinne der Elektrolyse nicht geben.

Wirkt auf die Kathodenstrahlen ein magnetisches Feld von der Stärke H senkrecht zu der Richtung der Strahlen, so ist evH die Kraft, mit welcher das Feld senkrecht zu H und zu den Kathodenstrahlen auf ein Massenteilchen m wirkt, welches mit der Elek-

---

1) Strahlende Materie oder der vierte Aggregatzustand. Vortrag, gehalten vor der engl. Naturforscherversammlung in Sheffield 1874; in deutscher Übersetzung, 4. Aufl., Leipzig 1894.

2) Proc. of the Roy. Soc. of Lond. 1890; **47**, 526, spez. 557.

trizitätsmenge e geladen ist und die Geschwindigkeit v besitzt. Erleidet die Strombahn hierdurch eine Krümmung mit dem Radius r, so wirkt die Zentrifugalkraft $\frac{mv^2}{r}$ dieser entgegen; es ist also

$$evH = \frac{mv^2}{r} \quad \text{oder} \quad \frac{e}{m} = \frac{v}{Hr} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{I)}$$

Die kinetische Energie eines Teilchens ist $\frac{1}{2}mv^2$; ist N die Anzahl der Teilchen, welche in der Zeiteinheit durch den Querschnitt geht, so ist die in der Zeiteinheit durch den Querschnitt gehende Energie $\frac{1}{2}Nmv^2$. Die in der Zeiteinheit durch den Querschnitt gehende Elektrizitätsmenge ist $Ne = J$; also ist $N = J/e$. Wird die gesamte kinetische Energie in Wärme verwandelt, so ist die in der Zeiteinheit erzeugte Wärmemenge $W = \frac{1}{2}Nmv^2$; folglich wird

$$W = \frac{Jmv^2}{2e} \quad \text{oder} \quad \frac{e}{m} = \frac{Jv^2}{2W} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{II)}$$

In den beiden Gleichungen I und II sind alle Größen meßbar, außer $\frac{e}{m}$ und v; diese lassen sich deshalb berechnen.

Zur direkten Bestimmung der Geschwindigkeit v hat Th. Des Coudres[1]) (Prof. der theoret. Physik in Leipzig) folgende Versuchsanordnung vorgeschlagen.

Im Brennpunkte der konkaven Kathode (Fig. 379) befindet sich eine Metallblende B_1 mit einer kleinen zentralen Öffnung; in einem gewissen Abstande von B_1 ist eine zweite Blende B_2 mit einem schmalen Schlitze und dahinter ein fluoreszierender Glasstreifen G angebracht. Um die Glasröhre zieht sich in einem Längsschnitt derselben ein Drahtstück $abcd$ und ein zweites Drahtstück $a'b'c'd'$. Würden die Drähte von einem Gleichstrom durchflossen, so würden sie sich verhalten wie ein zur Drahtebene senkrechter Magnetstab und dementsprechend die Kathodenstrahlen ablenken. Fließt aber durch die Drähte ein Wechselstrom, so

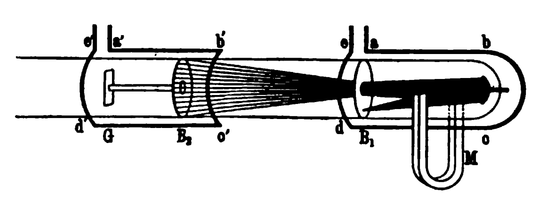


Fig. 379
Vorrichtung zur Bestimmung der Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen.
Nach Th. Des Coudres, abgeändert von G. C. Schmidt

1) Verh. d. D. Physik. Ges. 1895; **14**, 85 und 1897; **16**, 157.

verhalten sich diese wie Magnetstäbe, deren Nord- und Südpole fortgesetzt miteinander wechseln. In einem bestimmten Augenblicke hat das eine Ende Maximalwirkung als Nordpol, im nächsten Augenblicke als Südpol; in der Mitte zwischen diesen beiden Augenblicken besteht keinerlei magnetische Wirkung. Die Kathodenstrahlen werden deshalb abwechselnd nach entgegengesetzten Richtungen abgelenkt, bewegen sich also hin und her und gehen durch die Mittellage mit einer solchen Geschwindigkeit, daß diese gar nicht zum Ausdruck kommt, sondern der ursprüngliche Strahl in zwei Strahlen gespalten erscheint, welche den beiden äußersten Richtungen entsprechen. Durch einen vorgelagerten Hufeisenmagneten M kann man den einen der beiden Zweigstrahlen nach der Öffnung der Blende B_1 richten. Werden aber $abcd$ und $a'b'c'd'$ von dem gleichen Wechselstrom durchflossen, dann wird im allgemeinen die Öffnung von B_2 von der Strahlung oder doch wenigstens von einer maximalen Strahlenmenge infolge der ablenkenden Wirkung von $a'b'c'd'$ nicht getroffen. Die letztere verschwindet dann, wenn die Kathodenstrahlenteilchen, welche die Blende B_1 zu einer Zeit passierten, als der Wechselstrom hier in dem einen Sinne eine Maximalwirkung hatte, in B_2 zu einer Zeit eintreffen, wenn der Wechselstrom hier gerade die Wirkung Null hat. Man ändere also die Weglänge zwischen $abcd$ und $a'b'c'd'$ so lange, bis das Glas G maximale Fluoreszenzwirkung zeigt. Die Zeit, welche zwischen einer Maximalwirkung des Wechselstromes bei B_1 bis zu einer Wirkung Null desselben Stromes in B_2 verfließt, läßt sich bestimmen. Dieselbe Zeit braucht auch das in G wirksame Kathodenteilchen von der Blendenöffnung B_1 bis zur Blendenöffnung B_2. Die Zeit dividiert durch den Abstand von B_1 bis zu B_2 gibt die Geschwindigkeit des Kathodenstrahles.

E. Wiechert[1]) fand nach dieser Methode Geschwindigkeiten der Kathodenstrahlen zwischen 22000 bis 50000 km pro Sekunde. Zu ähnlichen Werten führte auch die vorher besprochene indirekte Methode; diese sind also von der Größenordnung $^1/_5$ bis $^1/_2$ der Lichtgeschwindigkeit. Der Wert v wächst mit der Spannungsdifferenz der Elektroden.

Der für e/m gefundene Wert wurde bei den Kathodenstrahlen etwa 2000mal größer gefunden als beim Wasserstoffion eines Elektrolyten. J. J. Thomson[2]) beobachtete auf Grund einer Ent-

1) Ann. d. Phys. 1899; **69**, 739. Vgl. auch G. C. Schmidt a. a. O. S. 68.
2) Phil. Mag. 1898; **46**, 528. 1899; **48**, 547.

deckung von C. T. R. Wilson[1]), daß Kathodenstrahlen, welche in einen mit Wasserdampf übersättigten Luftraum austreten, die Luft ionisieren und zugleich Kondensation des Wasserdampfes zu einzelnen Nebeltröpfchen verursachen. Die Zahl der in einem gegebenen Raume gebildeten Tropfen sowie die Gesamtladung dieser Tropfen lassen sich bestimmen. Thomson fand, daß die daraus sich ergebende Ladung eines einzelnen Tropfens gleich war der elektrischen Ladung eines Wasserstoffions bei der Elektrolyse, und schloß daraus, daß auch bei den Kathodenstrahlen der einzelne Träger der Ladung stets mit der gleichen Elektrizitätsmenge geladen sein muß wie der Tropfen bei der ionisierten Luft und wie das Wasserstoffion bei der Elektrolyse.

Da nun aber e/m im letzteren Falle 2000mal kleiner ist als bei den Kathodenstrahlen, so nahm er an, daß das Wasserstoffion 2000mal größer sei als die elementare Masse m der Kathodenstrahlen. Die Elementarteilchen der Kathodenstrahlen werden „Elektronen" genannt. Die überall gleiche elektrische Ladung e der Elektronen stellt die kleinste Elektrizitätsmenge dar, welche bis jetzt nachgewiesen werden konnte; sie hat in elektrostatischem Maße gemessen den Wert $3 \cdot 10^{-10}$ und wird als „Elementarquantum" der Elektrizität bezeichnet.

Das Radium sendet verschiedenartige Strahlen aus, von welchen die eine Art, die sog. β-Strahlen, als Kathodenstrahlen von sehr großer Geschwindigkeit erkannt wurden. Bei diesen nimmt der Wert e/m mit zunehmender Geschwindigkeit ab; da e nach dem vorhergehenden eine konstante Größe sein muß, so müßte m mit der Geschwindigkeit zunehmen. Erteilt eine Kraft K einer Masse m die Beschleunigung g, so ist $K = mg$. Muß dabei ein Reibungswiderstand R überwunden werden, so ist $K = mg' + R$, wobei g' kleiner ist als g. Der Reibungswiderstand wirkt wie das Produkt aus einer zweiten Masse m' mit der resultierenden Beschleunigung g', also wird $K = mg' + m'g' = (m + m')g'$; m heißt die „wahre", m' die „scheinbare" Masse. Beobachtungen ergaben, daß m neben m' sehr klein ist, und daß die ganze Masse der Elektronen als scheinbare Masse aufgefaßt werden kann. Das Elektron besteht also nur aus dem unzerstörbaren Elementarquantum der Elektrizität.

Durch Erwärmen oder durch Beleuchtung mit ultraviolettem

1) Proc. of the Cambr. Phil. Soc. 1897; **9**, 333. — Phil. Trans. 1897, S. 265.

Lichte kann man Kathodenstrahlen bei einer geringeren Spannungsdifferenz der Elektroden erzeugen, als unter gewöhnlichen Verhältnissen nötig ist. Jedoch ist die Geschwindigkeit v der Kathodenstrahlen um so größer, je höher die Spannungsdifferenz ist; Kathodenstrahlen mit geringerer Geschwindigkeit heißen „weiche Kathodenstrahlen“.

Im Gegensatze zu den Kathodenstrahlen bewegen sich die „Kanalstrahlen“ zur Kathode hin; sie führen positive Ladung und erlangen in der Nähe der Kathodenstrahlen infolge des starken Kathodenfalles ebenfalls eine beträchtliche Geschwindigkeit. Ist die Kathode durchlöchert, so schießt ein Teil dieser Strahlenträger durch die Poren hindurch und infolgedessen führen diese Strahlen den Namen „Kanalstrahlen“. Auch diese werden im Magnetfelde abgelenkt, aber in entgegengesetzter Richtung und in geringerem Grade als die Kathodenstrahlen. Der bei den Kanalstrahlen gefundene Wert e/m ist weit geringer als bei den Kathodenstrahlen und läßt erkennen, daß Ionen die bewegten Teilchen sind. Im Gegensatze zur negativen Elektrizität haftet also die positive Elektrizität an Atomen (bzw. Atomkomplexen). Fluoreszenz erregen die Kanalstrahlen in ähnlicher Weise wie die Kathodenstrahlen; doch setzen nach E. Rüchardt[1]) schnelle Kathodenstrahlen einen rund zehnmal größeren Bruchteil ihrer Energie in Phosphoreszenzlicht um als Kanalstrahlen. Chemisch wirken die Kanalstrahlen im wesentlichen zersetzend; so wird sowohl das Sauerstoffmolekül wie das Wasserstoffmolekül in seine Atome gespalten, und die freien Atome wirken dann sekundär auf ihre Umgebung; in einem mit Sauerstoff erfüllten Raume wirken deshalb die Kanalstrahlen ozonisierend und oxydierend, in einem mit Wasserstoff erfüllten Raume reduzierend.

Ähnlich wie die Kanalstrahlen verhalten sich die „Anodenstrahlen“, welche von der positiven Elektrode ausgehen, wenn diese aus einem leicht zu verdampfenden Salze besteht und erhitzt wird. Die Anodenstrahlen führen wie die Kanalstrahlen positive Ladung, welche aber an Teilchen der Anode haftet, während die Kanalstrahlen ihren Ausgang in dem Gase vor der Kathode haben.

H. Becquerel[2]) entdeckte zuerst an Uran spontane Aussendung vorgenannter Strahlen, die sog. „Radioaktivität“; dann

---

1) Über den Wirkungsgrad bei der Phosphoreszenzerregung durch Kanalstrahlen. Inaug.-Diss. d. Univ. Würzburg 1914.

2) C. R. 1896; **122** und **123**.

fanden Frau S. Curie und Herr P. Curie[1]), daß die Radioaktivität des Uranpecherzes (Pechblende oder Uraninit, $\overset{IV}{U}(\overset{VI}{U}O_4)_2$) bei gleicher Gewichtsmenge fünfmal größer sei als die des Urans, und sie isolierten aus dem Uranpecherz das Radium, welches etwa ein millionmal stärker wirkt als das Uran. Durch die Untersuchungen namentlich von J. Elster und H. Geitel (1899), von H. Becquerel (1899), von S. und P. Curie wurde festgestellt, daß die Radioaktivität in der Aussendung verschiedenartiger Strahlen besteht. Man unterscheidet zurzeit: 1. α-Strahlen, welche schon durch sehr dünne Schichten, z. B. ein Blatt Papier völlig absorbiert werden; sie führen positive Ladung mit sich, und als deren Träger betrachtet man das Heliumatom; sie entsprechen also den Kanalstrahlen; 2. β-Strahlen, welche eine besondere Varietät der Kathodenstrahlen sind (vgl. S. 476); 3. γ-Strahlen, welche eine besondere Varietät der noch zu besprechenden Röntgenstrahlen bilden.

Wirkt eine Substanz ionisierend auf die Luft, und absorbiert ein dünnes Aluminiumblättchen schon einen Teil der Strahlung, so sind α-Strahlen vorhanden; absorbiert eine 2 cm dicke Bleiplatte noch nicht die ganze Strahlung vollständig, so sind auch γ-Strahlen vorhanden.[2])

Mit Ausnahme der zuletzt erwähnten γ-Strahlen besteht bei den in diesem Paragraphen besprochenen Erscheinungen die Strahlung in einer geradlinigen Fortpflanzung elektrisch geladener Teilchen. Diese Strahlen werden deshalb „korpuskulare Strahlen“ genannt im Gegensatze zu den früher besprochenen Strahlen, bei welchen die Strahlung durch elektromagnetische Schwingungen zustande kommt.

§ 93

Strahlen mit sehr kurzen Wellenlängen und deren Ausbreitung in isotropen und anisotropen Medien — Röntgenstrahlen

Röntgen[3]) (Wilhelm Conrad, seit 1876 a. o. Prof. d. Physik an der Universität Straßburg, 1879 ord. Prof. d. Physik in Gießen,

---

1) C. R. 1898; **126** und **127**.

2) Ausführliche Angaben über die Literatur der korpuskularen Strahlen finden sich bei G. C. Schmidt a. a. O.

3) „Über eine neue Art von Strahlen“, Sitzungsber. d. phys.-med. Ges. zu Würzburg 1895, S. 132. 1896, S. 11 und 17. — Sitzungsber. d. Berl. Akad. d. Wiss. 1897; I, 576. — Ann. d. Phys. 1898; **64**, 1, 12 und 18.

1888 in Würzburg, seit 1900 in München) machte die Entdeckung, daß von den Stellen, auf welche Kathodenstrahlen fallen, Strahlen mit anderen Eigenschaften ausgehen, als sie die Kathodenstrahlen besitzen. Wie diese, so wirken auch die von Röntgen entdeckten Strahlen, die „Röntgenstrahlen" (vom Entdecker zuerst als „X-Strahlen" bezeichnet) fluoreszenzerregend auf Baryumplatincyanür, auf die (S. 378 u. 379) genannten Phosphore, auf Uranglas u. a., ionisierend auf Gase und schwärzend auf die photographische Platte. Während die Kathodenstrahlen, sobald sie aus dem Lenardschen Aluminiumfenster in Luft von gewöhnlichem Atmosphärendruck ausgetreten sind, sehr bald absorbiert werden, können die Röntgenstrahlen noch auf beträchtlich größere Entfernung nachgewiesen werden. Die Intensität der Röntgenstrahlen kann bestimmt werden: 1. durch die von ihnen in den bestrahlten Körpern erzeugte Wärmemenge, 2. durch den Grad der Ionisation der durchstrahlten Luft, 3. durch den Grad der Schwärzung der photographischen Platte. Die Intensität der durch Kathodenstrahlen erzeugten Röntgenstrahlen wächst mit der Anzahl der Körperteilchen, welche von den Kathodenstrahlen getroffen werden. Die Erfahrung lehrt, daß sie mit dem Atomgewichte des getroffenen Körpers zunimmt. Röntgen ersetzte deshalb die Glaswand durch eine Metallfläche, die „Antikathode", welche innerhalb der Glasröhre im Brennpunkte einer konkaven Kathode angebracht wird. Nach H. Kirschbaum[1]) ist bei gleicher Elektrodenspannung die Pt-Antikathoden-Röntgenstrahlung ungefähr 17mal intensiver als die einer C-Antikathode.

Versteht man unter der spezifischen Durchlässigkeit eines Körpers für Röntgenstrahlen denjenigen Teil der auffallenden Intensität, welcher von der Masseneinheit des Körpers durchgelassen wird, wenn diese die Form eines rechteckigen Parallelepipeds mit der Grundfläche 1 qcm hat, dann nimmt die spezifische Durchlässigkeit eines chemisch einfachen Körpers für Röntgenstrahlen ab, wenn das Atomgewicht des letzteren zunimmt. Die Absorption nimmt daher mit dem Atomgewichte des durchstrahlten Elementes zu. Durchlässigkeit und Absorption sind unabhängig vom Aggregatzustande und von der Art der chemischen Bindung der Atome.

Röntgen fand, daß in bezug auf die Durchlässigkeit sich nicht alle Röntgenstrahlen gleich verhalten. Je geringer der Gasdruck in dem die Röntgenstrahlen erzeugenden Rohre ist, desto größer

---

1) Ann. d. Phys. 1915; **46**, 85, spez. 128.

muß die Spannungsdifferenz der Elektroden sein, damit Kathodenstrahlen auftreten; desto größer ist auch die Geschwindigkeit der letzteren. Röhren mit sehr hohem Vakuum heißen „harte Röhren"; Röhren, welche weniger stark ausgepumpt sind, heißen „weiche Röhren". Die Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen ist in harten Röhren größer als in weichen Röhren. In harten Röhren erzeugte Röntgenstrahlen werden vom gleichen Körper weniger stark absorbiert als in weichen Röhren erzeugte. Auch in einem und demselben Rohre schwankt die Elektrodenspannung fortwährend; die Röntgenstrahlen sind deshalb nicht von gleicher Art, sondern inhomogene, d. h. je nach der Elektrodenspannung verschiedenartige Strahlen wechseln in kurzen Zeitintervallen fortwährend miteinander ab und werden also auch in verschiedener Weise absorbiert.

Nach H. Kirschbaum ist der Al-Absorptionsindex der C-Strahlung für alle Elektrodenspannungen etwa im Verhältnis 1 : 0,77 größer als derjenige der Pt-Strahlung.

Wie die Kathodenstrahlen, so breiten sich auch die Röntgenstrahlen geradlinig aus und werfen deshalb einen Schatten von zwischengehaltenen Körpern; aber im Gegensatze zu den Kathodenstrahlen können die Röntgenstrahlen weder durch einen Magneten noch durch einen elektrisch geladenen Körper abgelenkt werden. Die Röntgenstrahlen gehören infolgedessen nicht zu den im vorigen Paragraphen besprochenen korpuskularen Strahlen.

Nach H. A. Lorentz wird Licht- und Wärmestrahlung hervorgerufen durch den Zusammenstoß der freien, in ungeordneter Wärmebewegung befindlichen Elektronen mit den Atomen. Es muß angenommen werden, „daß die Elektronen durch die Wirkungssphären (der Atome), die sich gegenseitig nicht durchdringen können, hindurchfliegen können, daß aber ein sogenannter Zusammenstoß bzw. eine große Beschleunigung nur dann in Erscheinung tritt, wenn das Elektron auf einen im Innern der Wirkungssphäre befindlichen Kern trifft."[1]) (Vgl. S. 66 und 67.)

Röntgenstrahlen entstehen, wenn die Elektronen der Kathodenstrahlen von den Atomen der Antikathode gehemmt, „gebremst" werden. Man nimmt an, daß die durch die Geschwindigkeitsänderung der Elektronen hervorgerufene Störung des elektrischen und des magnetischen Gleichgewichts sich in der Form von elektromagnetischen Schwingungen allseitig fortpflanzt. Die Röntgenstrahlen sind

1) Vgl. F. A. Lindemann, Sitzungsber. d. Berl. Akad. d. Wiss. 1911; I, 316, spez. 318.

dann Strahlen von der gleichen Natur wie die Hertzschen Strahlen und die Lichtstrahlen und können sich von diesen nur durch ihre Wellenlänge unterscheiden. Die rascheren Kathodenstrahlen müssen hiernach Röntgenstrahlen von größerer Frequenz, also von kürzerer Wellenlänge erzeugen, und dementsprechend werden Röntgenstrahlen mit kürzeren Wellenlängen von demselben Körper weniger stark absorbiert. Der Satz, daß der stärker absorbierbare Röntgenstrahl die größere Wellenlänge habe, war längere Zeit das einzige Mittel, Röntgenstrahlen von verschiedener Wellenlänge zu unterscheiden.

Da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Hertzschen Strahlen und der Lichtstrahlen in flüssigen und in festen Körpern merklich geringer ist als in Luft oder im leeren Raum, so werden diese beim Eintritt in einen flüssigen oder festen Körper gebrochen. Röntgen konnte aber beim Eintritt von Röntgenstrahlen in Prismen aus Wasser, Schwefelkohlenstoff, Hartgummi usw. keine Ablenkung nachweisen. Ebensowenig konnten von anderen Autoren an anderem Materiale ausgeführte Beobachtungen eine Ablenkung nachweisen. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Röntgenstrahlen ist daher in allen Medien von der Fortpflanzungsgeschwindigkeit derselben in Luft oder im Vakuum nicht nachweisbar verschieden; der Brechungsquotient ν für Röntgenstrahlen ist also für alle Körper gleich 1. Damit steht im Einklang, daß auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Röntgenstrahlen nach verschiedener Richtung innerhalb doppeltbrechender Kristalle nicht verschieden ist. Röntgen fand dementsprechend bei Quarz, Kalkspat, Apatit, Turmalin, Beryll, Aragonit und Baryt auch keine Abhängigkeit der Durchlässigkeit von der kristallographischen Richtung. Aus der Ketteler-Helmholtzschen Dispersionsformel (S. 343) $\nu^2 = 1 + \Sigma \frac{m_k \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_k^2}$ folgt $\nu = 1$, wenn λ sehr klein ist.

Wenn also die Röntgenstrahlen elektromagnetische Schwingungen darstellen, dann muß deren Wellenlänge sehr klein sein.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Röntgenstrahlen versuchten R. Blondlot[1]) und E. Marx[2]) nach einem ähnlichen Ver-

---

1) C. R. 1902; **135**, 666. 721. 763.

2) Ann. d. Phys. 1906; **20**, 677. 1909; **28**, 37 u. 153. 1910; **33**, 1305. 1911; **35**, 397.

fahren zu bestimmen, wie es Des Coudres (S. 474) für die Bestimmung der Kathodenstrahlengeschwindigkeit vorgeschlagen hatte. Sie kamen zu dem Resultate, daß die Geschwindigkeit der Röntgenstrahlen gleich der Lichtgeschwindigkeit sei. Da zwar nicht die gefundenen Werte, wohl aber die Beweiskraft für diese Bestimmung der Geschwindigkeit der Röntgenstrahlen von J. Franck und R. Pohl[1]) bestritten werden, so möge der Hinweis auf die Originalarbeiten genügen.

Fallen Kathodenstrahlen auf eine etwa unter 45° gegen dieselben geneigte Antikathode, so nehme man an, der elektrische Vektor der in der Einfallsebene E unter 90° gegen die Kathodenstrahlen geneigt fortschreitenden Röntgenstrahlen liege in der Einfallsebene senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung der Röntgenstrahlen, er sei also polarisiert. Schaltet man in den Strahlengang dieser Röntgenstrahlen einen zweiten festen Körper, so könnte dieser nach der vorigen Annahme nur „sekundäre Röntgenstrahlen" aus-

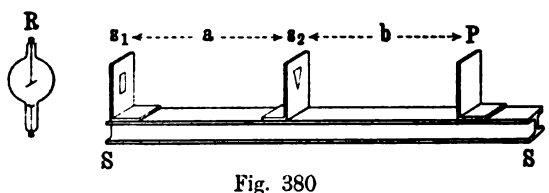


Fig. 380
Versuchsanordnung nach H. Haga und C. H. Wind
zum Nachweis der Beugung von Röntgenstrahlen.
Nach R. Pohl

senden, deren Fortpflanzungsrichtung senkrecht zur Ebene E liegt. C. G. Barkla[2]) fand aber, daß die sekundären Strahlen in der Richtung senkrecht zur Ebene E nur eine maximale Intensität besitzen, und schloß daraus, daß die an der Antikathode erzeugten primären Röntgenstrahlen nur teilweise polarisiert seien.

Zum direkten Nachweise der Wellennatur der Röntgenstrahlen und zur Bestimmung der Wellenlänge derselben versuchte man Interferenz- bzw. Beugungserscheinungen hervorzurufen.

H. Haga und C. H. Wind[3]) ließen (Fig. 380) Röntgenstrahlen senkrecht auf einen Schirm s_1 fallen, welcher in der Mitte einen

1) Ann. d. Phys. 1911; **34**, 936.

2) Philos. Trans. London 1905; **204**, 467. — Proc. of the Roy. Soc. of London 1906; **77**, 247.

3) Ann. d. Phys. 1903; **10**, 305.

feinen Spalt mit parallelen Backen von $15\,\mu$ Abstand hatte; das von diesem Spalt durchgelassene Strahlenbündel fiel auf einen zweiten Schirm s_2, in welchem sich ein Spalt von der Form eines schmalen spitzen, gleichseitigen Dreiecks befand. Aus diesem gelangte dann das Strahlenbündel auf eine photographische Platte P. Aus der etwaigen Abweichung des auf der Platte erzeugten Bildes von dem unter der Annahme geradliniger Fortpflanzung geometrisch konstruierten Bilde sollte die Beugung ermittelt werden. B. Walter und R. Pohl[1]) haben diesen Versuch mit verfeinerten Mitteln wiederholt und kamen zu dem Schlusse, daß die Wellenlänge der von ihnen untersuchten Strahlen nicht größer sein könne als $1{,}2 \cdot 10^{-9}$ cm. A. Sommerfeld[2]) berechnete aus den Dimensionen des vorigen Versuches die Lage der Linien gleicher Intensität auf der photographischen Platte zunächst unter der Annahme, daß die Wellenlänge gleich Null sei, dann unter der Annahme, daß sie $\frac{1}{2} \cdot 10^{-9}$ cm sei; die auf dem photographischen Bilde nachweisbaren Linien gleicher Schwärze stimmten mit dem Verlaufe der Linien gleicher Intensität bei der zweiten Annahme besser überein als bei der ersten Annahme und würden nach einer „etwas summarischen Schätzung" am besten übereinstimmen mit dem theoretischen Verlaufe der Linien gleicher Intensität für eine Wellenlänge $\lambda = 4 \cdot 10^{-9}$ cm. Mit Berücksichtigung der noch zu besprechenden Diffusion der Röntgenstrahlen schließt Sommerfeld, daß die benutzten Röntgenstrahlen eine Wellenlänge $\lambda \leqq 4 \cdot 10^{-9}$ cm hatten.

Die auf die Antikathode fallenden Kathodenstrahlen erzeugen außer den Röntgenstrahlen auch sekundäre Kathodenstrahlen, welche aber in gewöhnlicher Luft, falls sie in diese austreten, sehr rasch absorbiert werden. Läßt man Röntgenstrahlen auf eine zweite Antikathode fallen, so erzeugt diese, wie zuerst Röntgen beobachtete, die schon erwähnten sekundären Röntgenstrahlen. Wählt man als zweite Antikathode ein Element, dessen Atomgewicht kleiner als 32 ist, so zeigen die Sekundärstrahlen nach Barkla[3]) die gleiche prozentische Absorption wie die sie erzeugenden primären Röntgenstrahlen. Die sekundären Strahlen sind deshalb in diesem Falle nichts anderes als diffuse, d. h. zerstreute primäre Strahlen. Bei steigendem Atomgewichte des Materials der zweiten Antikathode treten unter den sekundären Strahlen die nur einfach diffundierten

1) Ann. d. Phys. 1909; **29**, 331.
2) Ebenda 1912; **38**, 473.
3) Phil. Mag. 1904; **7**, 543.

Strahlen mehr und mehr zurück, und an ihre Stelle treten für jedes als zweite Antikathode verwendete Element „charakteristische Strahlen", deren Wellenlängen aus der Absorption als größer erkannt werden als die der Primärstrahlen. Die charakteristischen Strahlen stellen „Eigenschwingungen" der Elemente dar. Bei Elementen, deren Atomgewicht unter 27 liegt, wurden bisher keine derartigen Eigenschwingungen erkannt. Silber (Atomgew. 107,9) und die Elemente mit noch höherem Atomgewicht besitzen mindestens zwei derartige Eigenschwingungen mit verschiedener Wellenlänge; beim Platin fand W. Seitz[1]) noch eine dritte Eigenschwingung. J. Stark[2]) gibt an, „daß die chemischen Elemente mindestens drei für sie charakteristische Röntgenbanden besitzen müssen; und zwar hat die Bande *B* die größte Frequenz, eine Röntgenbande *A* eine kleinere, und eine Bande *X* eine noch kleinere Frequenz; mit steigendem Atomgewicht nimmt vermutlich die Frequenz einer jeden der drei Banden *X*, *A* und *B* zu". Der Umstand, daß die prozentische Absorption der charakteristischen Strahlen auf eine größere Wellenlänge hinweist als die der primären Strahlung, entspricht der Stokesschen Regel (S. 373) für die Fluoreszenzstrahlen. Wie bei den Lichtstrahlen, so gilt auch bei den Röntgenstrahlen die Stokessche Regel nicht ohne Ausnahme. Die Sekundärstrahlung des Aluminiums besitzt ein größeres Durchdringungsvermögen als die erregende primäre Röntgenstrahlung. Man faßt hiernach die charakteristische Strahlung der Elemente als Fluoreszenzstrahlung auf. Barkla fand, daß die durch Streuung entstandene Sekundärstrahlung in der zum primären Bündel senkrechten Richtung polarisiert sei.[3])

Auch die von Kathodenstrahlen getroffene Metallantikathode sendet außer der charakteristischen „homogenen" Fluoreszenz- oder Eigenstrahlung eine durch das Auffallen der Kathodenstrahl-Elektronen erzwungene Strahlung, „Impuls-Strahlung" oder „Brems-Strahlung", aus. A. Sommerfeld[4]) nimmt an, daß die Brems-Strahlung zwar an sich vollkommen polarisiert sei, daß aber „eine erhebliche Streuung der Kathodenstrahlen stattfindet, welche be-

1) Physik. Ztschr. 1906; **7**, 689.

2) Die elementare Strahlung (Prinzipien der Atomdynamik, II). Leipzig 1911, S. 98.

3) Ausführlichere Angaben über die Röntgenstrahlen siehe bei R. Pohl, Die Physik der Röntgenstrahlen. Braunschweig 1912.

4) Ann. d. Phys. 1915; **46**, 721 ff.

wirkt, daß die Gesamtwirkung des Bündels schwach polarisiert erscheint, trotzdem jeder einzelne Strahl, der Theorie entsprechend, vollkommen polarisiert sein kann“.

Als Röntgenstrahlen mit sehr kurzen Wellenlängen betrachtet man meist auch die von P. Villard[1]) entdeckten γ-Strahlen der radioaktiven Körper. J. Stark[2]) bemerkt: „Es verdient hervorgehoben zu werden, daß die spektral-analytischen Eigenschaften der chemischen Elemente im Gebiete der Röntgenstrahlen bemerkenswert einfach zu sein scheinen. Sie besitzen nur wenige Gebiete von Eigenfrequenzen, und deren spektrale Lage scheint unabhängig von der Gruppierung der Elemente im periodischen System lediglich eine Funktion des Atomgewichtes zu sein. Und das Resultat, daß die Frequenz einer Röntgenbande (A bzw. B) mit steigendem Atomgewicht zunimmt, mag in Zusammenhang mit der Erfahrung stehen, daß einerseits die radioaktiven Elemente ein sehr großes Atomgewicht besitzen, und daß andererseits die von ihnen emittierte γ-Strahlung eine noch kleinere Absorbierbarkeit besitzt als die härteste künstlich gemachte Röntgenstrahlung.“

§ 94

Theorie der Beugung von Röntgenstrahlen durch ein einfaches, ruhendes Kristallgitter

Sollen die Röntgenstrahlen einwandfrei als elektromagnetische Schwingungen erklärt werden, so bedarf es noch des Nachweises von eindeutigen Interferenzerscheinungen. Die Darstellung von Interferenz- bzw. Beugungserscheinungen der Röntgenstrahlen verlangt Gitter, deren Konstante nicht erheblich größer sein darf als die Wellenlänge; wegen der außerordentlich kleinen Wellenlängen der Röntgenstrahlen muß das Gitter dann einen solchen Grad von Feinheit haben, daß man dieses künstlich niemals herstellen kann. Dem Kristallographen konnte es aber nicht zweifelhaft sein, daß die Kristallstruktur ein derartiges Raumgitter darstelle. Nach der von J. Beckenkamp[3]) entwickelten Strukturtheorie müssen z. B. die Abstände zweier benachbarter Gitterpunkte in der Richtung der Netzlinien von der Größenordnung eines Moleküldurchmessers sein, und der Moleküldurchmesser des Wassers z. B. wird schon seit einigen Jahrzehnten zu $5 \cdot 10^{-8}$ bis $7 \cdot 10^{-8}$ cm angegeben[4]); der-

1) C. R. 1900; **130**, 1010 und 1178. 2) A. a. O. S. 99.

3) Vgl. z. B. Ztschr. f. Krist. 1901; **34**, 569.

4) Vgl. G. Jäger bei A. Winkelmann, Handb. d. Physik 1906; Bd. **3**, 766 u. 767.

artige Gitterkonstanten sind nun gerade zur Erzeugung von Beugung bei Wellen von 10^{-9} cm am geeignetsten. Eine Schwierigkeit für die theoretische Ableitung der Interferenzerscheinungen, welche durch Beugung von Röntgenstrahlen in einem Kristall zustande kommen, wird dadurch bedingt, daß das Raumgitter der Kristalle dreidimensional ist, während die Dimensionen der künstlichen Gitter für Interferenz sichtbarer Strahlen nur Gebilde in einer Ebene, also zweidimensional sind.

M. v. Laue[1]) (damals in München, jetzt Professor d. Phys. an der Univ. Frankfurt) löste dieses Problem in folgender Weise. Die Schnittpunkte eines triklinen Gitters, dessen Kantenlängen zwischen je zwei benachbarten Gitterschnittpunkten $\mathfrak{a}_1$, $\mathfrak{a}_2$, $\mathfrak{a}_3$ sind, werden durch ein rechtwinkliges Koordinatensystem x, y, z dargestellt, dessen Anfangspunkt O in irgendeinem der Gitterschnittpunkte liegt. Fällen wir von jedem der drei dem Anfangspunkte O benachbarten Gitterschnittpunkte die drei Lote auf die Koordinatenachsen, so erhalten wir die 9 Strecken $\mathfrak{a}_{1x}$, $\mathfrak{a}_{2x}$, $\mathfrak{a}_{3x}$, $\mathfrak{a}_{1y}$ usw.; die sämtlichen Gitterpunkte sind bestimmt durch die Koordinaten:

$$x = m_1 \mathfrak{a}_{1x} + m_2 \mathfrak{a}_{2x} + m_3 \mathfrak{a}_{3x},$$
$$y = m_1 \mathfrak{a}_{1y} + m_2 \mathfrak{a}_{2y} + m_3 \mathfrak{a}_{3y},$$
$$z = m_1 \mathfrak{a}_{1z} + m_2 \mathfrak{a}_{2z} + m_3 \mathfrak{a}_{3z},$$

wobei m_1, m_2, m_3 positive oder negative, das Atom numerierende ganze Zahlen einschließlich der Null sind. Alle von dem primären Röntgenstrahl getroffenen kleinsten Masseneinheiten des Kristalls werden zu Schwingungszentren. Von jedem Gitterpunkte gehen also entsprechend dem Huyghensschen Prinzip kugelförmig sich ausbreitende Wellen aus, welche den Lichtwellen entsprechend als Sinuswellen gedacht werden. (Vgl. S. 7.) Es soll nun die Frage beantwortet werden, wo diejenigen Punkte liegen, in welchen durch Interferenz maximale Wirkung zustandekommt.

Bezeichnet $(\mathfrak{a}_1, \mathfrak{s})$ das Produkt $\mathfrak{a}_1 \cos(a, \mathfrak{s})$, wobei $\mathfrak{a}_1$ den schon vorher bezeichneten Abstand und a die Richtung der betreffenden Netzlinie, $\mathfrak{s}$ eine beliebige Richtung und $\mathfrak{s}_0$ die Richtung der auffallenden Röntgenstrahlen bedeuten, so ist nach Laue die Intensität des nach der Richtung $\mathfrak{s}$ sich fortpflanzenden Lichtes

$$J = \psi'^2 \frac{\sin^2 M_1 A_1}{\sin^2 \frac{1}{2} A_1} \cdot \frac{\sin^2 M_2 A_2}{\sin^2 \frac{1}{2} A_2} \cdot \frac{\sin^2 M_3 A_3}{\sin^2 \frac{1}{2} A_3},$$

1) Sitzungsber. d. Münchener Akad. d. Wiss., math.-phys. Kl. 1912, S. 303. — Vgl. ferner Physik. Ztschr. 1913; **14**, 421. — Fortschritte der Min. usw. 1914; **4**, 43ff. — G. Wulff, Physik. Ztschr. 1913; **14**, 217.

wobei ψ eine von der Beschaffenheit der Gitterpunkte abhängige Größe,

$$A_1 = \frac{2\pi}{\lambda}[\mathfrak{a}_1(\mathfrak{s}-\mathfrak{s}_0)], \quad A_2 = \frac{2\pi}{\lambda}[\mathfrak{a}_2(\mathfrak{s}-\mathfrak{s}_0)], \quad A_3 = \frac{2\pi}{\lambda}[\mathfrak{a}_3(\mathfrak{s}-\mathfrak{s}_0)],$$

und $2M_1$, $2M_2$, $2M_3$ die Anzahl der in den drei Gitterebenen des bestrahlten Kristallteiles enthaltenen Masseneinheiten sind. Intensitätsmaxima ergeben sich für solche Richtungen $\mathfrak{s}$, für welche gleichzeitig die drei Bedingungen erfüllt sind:

$$\mathfrak{a}_1(\mathfrak{s}-\mathfrak{s}_0) = h_1\lambda, \quad \mathfrak{a}_2(\mathfrak{s}-\mathfrak{s}_0) = h_2\lambda, \quad \mathfrak{a}_3(\mathfrak{s}-\mathfrak{s}_0) = h_3\lambda,$$

wobei h_1, h_2, h_3 ganze Zahlen sind. Diese drei Gleichungen stellen drei Scharen von Kreiskegeln dar, deren Achsen den Netzlinien a_1, a_2, a_3 parallel gehen, und welche eine gemeinsame Spitze haben. Interferenzmaxima liegen also auf Geraden, welche drei Systemen von einer gemeinsamen Spitze ausgehender Kegelmäntel (welche die obigen Gleichungen erfüllen) gemeinsam sind. Diese Geraden sind „gebeugte Strahlen."

Sind wieder $\mathfrak{a}_1$, $\mathfrak{a}_2$, $\mathfrak{a}_3$ die Kanten des Elementarparallelepipeds des Raumgitters, $\mathfrak{a}_{1x}$, $\mathfrak{a}_{1y}$ usw. die Projektionen von $\mathfrak{a}_1$ usw. auf die Achsen eines rechtwinkligen Koordinatensystems, α_0, β_0, γ_0 die Richtungscosinus des primären Röntgenstrahles, α, β, γ die eines gebeugten Strahles, so bestehen die Beziehungen:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{a}_{1x}\alpha + \mathfrak{a}_{1y}\beta + \mathfrak{a}_{1z}\gamma &= h_1\lambda + \mathfrak{a}_{1x}\alpha_0 + \mathfrak{a}_{1y}\beta_0 + \mathfrak{a}_{1z}\gamma_0, \\ \mathfrak{a}_{2x}\alpha + \mathfrak{a}_{2y}\beta + \mathfrak{a}_{2z}\gamma &= h_2\lambda + \mathfrak{a}_{2x}\alpha_0 + \mathfrak{a}_{2y}\beta_0 + \mathfrak{a}_{2z}\gamma_0, \\ \mathfrak{a}_{3x}\alpha + \mathfrak{a}_{3y}\beta + \mathfrak{a}_{3z}\gamma &= h_3\lambda + \mathfrak{a}_{3x}\alpha_0 + \mathfrak{a}_{3y}\beta_0 + \mathfrak{a}_{3z}\gamma_0, \end{aligned}\right\} \quad . \quad \text{I)}$$

wo h_1, h_2, h_3 willkürliche ganze Zahlen sind.

Fallen monochromatische sichtbare Lichtstrahlen als ein paralleles Bündel auf eine planparallele Glasplatte, so werden diese sowohl an der Vorderseite als an der Rückseite der Platte partiell reflektiert und der Gangunterschied der an beiden Flächen reflektierten Strahlen hängt ab: 1. von der Dicke d der Platte, 2. vom Inzidenzwinkel i, 3. vom Werte λ (vgl. S. 33). Ein bestimmter Gangunterschied $n\lambda$ tritt ein, wenn $n\lambda = 2d\cos i$. Ein Maximum der Interferenz tritt dann ein, wenn $n\lambda$ ein ganzes Vielfaches von λ, d. h. wenn n eine ganze Zahl 1, 2, 3 usw. ist. Es tritt deshalb eine Reihe Interferenzmaxima verschiedener Ordnung auf; bei gleichen Werten λ und d gehört zu jedem Werte n ein anderer Wert i. Ist der Gangunterschied $n\lambda$ ein ganzes Multiplum von λ, d. h. ist n für bestimmte Werte λ, i und d eine ganze Zahl, so ist n auch eine ganze Zahl für $\frac{1}{2}\lambda$, $\frac{1}{3}\lambda$ usw. bei gleichen Werten von i und d.

W. H. Bragg[1]) (Professor der Phys. an der Univ. Leeds, Engl.) übertrug diese Beziehung auf Röntgenstrahlen, von welchen er annahm, daß dieselben an parallelen Massenpunktschichten (Netzebenen) eines Kristalls gespiegelt würden; d ist dann der senkrechte Abstand zweier benachbarter Schichtebenen.

Daß zwischen den Theorien von Laue und Bragg kein prinzipieller Gegensatz besteht, wurde von G. Wulff[2]), M. Laue[3]) und P. P. Ewald[4]) nachgewiesen.

Legt man die xy-Ebene in den Gleichungen I) in eine kristallographisch mögliche Ebene K, welcher die Vektoren $\mathfrak{a}_1$ und $\mathfrak{a}_2$ angehören, dann wird $\mathfrak{a}_{1z} = \mathfrak{a}_{2z} = 0$, und die Richtungscosinus des abgelenkten Strahles werden:

$$\alpha = \alpha_0, \quad \beta = \beta_0, \quad \gamma = -\gamma_0; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{II)}$$

ferner folgt dann aber noch aus den Gleichungen I):

$$2\gamma \alpha_{3z} = h_3 \lambda \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{III)}$$

Die Gleichungen II) besagen, daß der Beugungsstrahl $\mathfrak{S}$ die gleiche Orientierung hat wie ein an der Ebene K reflektierter Strahl, welcher in der Richtung $\mathfrak{S}_0$ die Fläche K getroffen hat (Fig. 381). Die Gleichung III) besagt aber, daß die Wellenlänge des einfallenden Strahles in einer bestimmten Beziehung zu den Größen γ und α_{3z} stehen muß, wenn er mit maximaler Amplitude reflektiert, d. h. als Beugungsstrahl betrachtet werden kann.

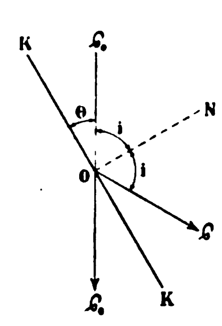


Fig. 381
Beziehung zwischen den Lagen eines Beugungsstrahles $\mathfrak{S}$, des erregenden Röntgenstrahles $\mathfrak{S}_0$ und einer Netzebene K

Die Zahl n der Gleichung $n\lambda = 2\,d \cos i$ ist der größte ganzzahlige gemeinsame Teil der drei Ordnungszahlen h_1, h_2, h_3 der Gleichungen I). Der durch diese Ordnungszahlen nach den Gleichungen I) bestimmte Beugungsstrahl ist so gerichtet, als wäre er an einer kristallographischen Netzebene gespiegelt, deren Indices η_1, η_2, η_3 sich zueinander verhalten wie $h_1 : h_2 : h_3$. Bei hexagonalen Kristallen stehen die vier Indices η_1, η_2, η_3, η_4 derjenigen Fläche, in bezug auf welche der direkte und der gebeugte Strahl sich wie Bild und Gegenstand verhalten, in dem Verhältnisse von $h_1 : h_2 : h_3 : h_4$, wobei $\eta_1 + \eta_2 + \eta_3 = h_1 + h_2 + h_3 = 0$, so daß also η_3 ebenso aus η_1 und η_2 folgt, wie h_3 aus h_1 und h_2.

1) Vgl. § 96. 2) Physik. Ztschr. 1913; **14**, 217. 3) Ebenda S. 421. 4) Ebenda S. 465.

Aus der S. 486 mitgeteilten Formel für die Intensität J folgt, daß deren Maximalwert proportional ist dem Quadrate der Zahl $8 M_1 M_2 M_3$ aller bestrahlten Gitterelemente, wenn homogene Bestrahlung und streng parallele Beleuchtung vorausgesetzt wird. Ist die Beleuchtung heterogen und erfolgt dieselbe innerhalb eines wenn auch nur spitzen Kegels, so ist nach Laue die Intensität des Interferenzpunktes h_1, h_2, h_3 bestimmt durch

$$J = \frac{32\pi}{P} M_1 M_2 M_3 \frac{d^2}{n^2} \psi^2,$$

wobei P das Volumen des Elementarparallelepipedons bedeutet. Daraus folgt: Das Reflexionsvermögen der Ebene $(\eta_1 \eta_2 \eta_3)$ ist proportional dem Quadrate der Belegungsdichte dieser Ebene, und innerhalb eines jeden Interferenzpunktes ist die längste der in ihm möglichen Wellen im Vorteil.

Die Formel für die Intensität J eines gebeugten Strahles enthält einen Faktor ψ, welcher davon abhängt, wie das einzelne Gitterelement auf die einfallende Welle anspricht. Nach Analogie der Fluoreszenzerscheinungen könnte man vermuten, daß ein Massenelement nur auf eine oder auf einzelne bestimmte Wellenlängen des einfallenden Röntgenlichtes anspreche. Nach der Formel $n\lambda = 2d \cos i$ reflektiert eine bestimmte Netzebene des Kristalls bei gegebenem Werte λ nur für einen bestimmten dieser Gleichung entsprechenden Wert i. T. Terada[1]) beobachtete, daß bei Drehung des Kristalls die Interferenzpunkte sich nach dem Spiegelungsgesetze drehen; da sich dabei der Winkel i stetig ändert, so müßte der Interferenzpunkt fortwährend verschwinden und andere an anderen Stellen auftreten, wenn jedes Massenelement nur auf bestimmte Wellenlängen anspräche. Die Spiegelung der Netzebene ist daher keine selektive (für bestimmte Wellenlängen), sondern eine allgemeine.

Die Funktion ψ kann theoretisch nicht nur für verschiedenartige Massenpunkte und für verschiedene Wellenlängen, sondern auch bei gleichen Massenpunkten und gleichen Wellenlängen für verschiedene Richtungen verschiedene Werte annehmen, da die Wirkung eines Atoms und um so mehr eines Moleküls oder eines noch komplizierteren Massenelementes im allgemeinen mit der Richtung wechselt. „Aus der Erfahrung Schlüsse auf diese Funktion (ψ) zu ziehen, ist deshalb schwierig, weil die Intensitätsverteilung zwischen den Interferenzpunkten gar nicht allein durch den Kristall,

1) Proc. of the Tokyo Math.-Phys. Soc. 1913; **7**, 60.

sondern auch durch das Spektrum der einfallenden Strahlung bedingt ist. Aus diesem Grunde ist die Frage nach der Funktion ψ zurzeit noch wenig geklärt, doch scheint namentlich nach den Forschungen von Bragg festzustehen, daß sie, sowohl als Funktion der Wellenlänge wie als Funktion der Richtungen betrachtet, einen ziemlich flauen Verlauf ohne scharfe Maxima hat".[1])

Wird eine reguläre, parallel zu einer Würfelfläche geschnittene Platte von einem engen zylindrischen Büschel von Röntgenstrahlen senkrecht getroffen, so sind die Richtungen der gebeugten, ebenfalls zylindrischen Strahlenbüschel durch die Formeln gegeben:

$$\alpha = \frac{2 h_1 h_3}{h_1{}^2 + h_2{}^2 + h_3{}^2}, \quad \beta = \frac{2 h_2 h_3}{h_1{}^2 + h_2{}^2 + h_3{}^2}, \quad \gamma = \frac{h_1{}^2 + h_2{}^2 - h_3{}^2}{h_1{}^2 + h_2{}^2 + h_3{}^2},$$

wo α, β, γ die Richtungscosinus des gebeugten Büschels bezüglich der drei Würfelkanten und h_1, h_2, h_3 ganze Zahlen sind, welche die Ordnung des Beugungsspektrums bestimmen.

G. Wulff[2]) zeigte, daß infolge der Rationalität der Verhältnisse der drei Cosinus diese Beugungsstrahlen kristallographisch mögliche Richtungen darstellen, und daß dementsprechend die Interferenzmaxima in den Photogrammen, welche eine gnomonische Projektion des Systems der Beugungsstrahlen darstellen, auf Geraden liegen, welche die Spuren kristallographischer Ebenen bilden. Nun sind aber nicht nur die Verhältnisse der drei Richtungscosinus, sondern auch diese selbst rationale Zahlen; folglich können nicht alle kristallographisch möglichen Richtungen Beugungsstrahlen sein. Betrachtet man den Kristall als einen Komplex von Massenpunkten eines kubischen Gitters und bestimmt die Richtungen der gebeugten Strahlen durch Punktreihen dieses Gitters, so ist die Bedingung der Rationalität der drei Cosinus identisch mit der Bedingung, daß die Abstände der Punkte längs der Richtung des Beugungsstrahles kommensurabel sind mit den Abständen längs den Würfelkanten.

Die Diagonale des Elementarparallelepipedons habe das Symbol $[\xi\eta\zeta]$, wobei ξ, η und ζ relative Primzahlen sein sollen. Ist P der Abstand der Massenpunkte in der Richtung der Diagonale, also die Länge derselben, ω_0 der Cosinus der Neigung zwischen dieser Diagonale und der Richtung der Primärstrahlen, ω der Cosinus

---

1) M. v. Laue, Fortschr. der Min. usw. 1914; 4, 58.

2) Ztschr. f. Krist. 1913; 52, 65 ff.

zwischen der Diagonale und einer Maximalrichtung des gebeugten Lichtes, so ist nach G. Wulff[1])

$$P(\omega - \omega_0) = \lambda (\xi h_1 + \eta h_2 + \zeta h_3).$$

Ist das Raumgitter ein kubisches, so wird $P = \mathfrak{a}\sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}$, und fällt der primäre Strahl senkrecht auf die horizontale Würfelfläche, dann wird:

$$\omega_0 = \frac{\zeta}{\sqrt{\xi^2+\eta^2+\zeta^2}}, \quad \omega = \frac{2h_1h_3\xi + 2h_2h_3\eta + (h_1^2+h_2^2-h_3^2)\zeta}{(h_1^2+h_2^2+h_3^2)\sqrt{\xi^2+\eta^2+\zeta^2}},$$

wenn $(h_1 h_2 \bar{h}_3)$ die reflektierende Netzebene ist.

Die zur Ebene $(h_1 h_2 \bar{h}_3)$ gehörende Wellenlänge ist bestimmt durch:

$$\frac{\lambda}{\mathfrak{a}} = \frac{2h_3}{h_1^2+h_2^2+h_3^2}.$$

Nach P. P. Ewald[2]) hat die Amplitude derjenigen in einem rhombischen, tetragonalen oder regulären Kristall reflektierten Röntgenstrahlen einen maximalen Wert, für welche die ganzzahligen Indices l, m, n der reflektierenden Fläche am besten die Gleichung erfüllen:

$$\left(\frac{l\pi - \mathfrak{a}_1\alpha}{\mathfrak{a}_1}\right)^2 + \left(\frac{m\pi - \mathfrak{a}_2\beta}{\mathfrak{a}_2}\right)^2 + \left(\frac{n\pi - \mathfrak{a}_3\gamma}{\mathfrak{a}_3}\right)^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2,$$

wobei $\alpha = \frac{\cos(s_0 x)}{\lambda}$, $\beta = \frac{\cos(s_0 y)}{\lambda}$, $\gamma = \frac{\cos(s_0 z)}{\lambda}$, und wobei s_0 die Richtung der einfallenden Röntgenstrahlen ist und die x-, y-, z-Richtungen den drei aufeinander senkrechten Gitterachsen parallel gehen. Diese Gleichungen bestimmen also die Richtung der gebeugten Strahlen.

Ewald leitet für die in einem rhombischen, tetragonalen oder regulären Kristall gebeugten Strahlen auch folgende geometrische Konstruktion ab.

Liegen die Massenpunkte auf den Netzlinien a_1 wieder in den Abständen $\mathfrak{a}_1$, auf den Netzlinien a_2 in den Abständen $\mathfrak{a}_2$, auf den Netzlinien a_3 in den Abständen $\mathfrak{a}_3$, und ist O ein Schnittpunkt von drei Netzlinien, so teile man die von O ausgehende Netzlinie a_1 nach Abständen $1/\mathfrak{a}_1$, die Netzlinie a_2 nach Abständen $1/\mathfrak{a}_2$, die Netzlinie a_3 nach Abständen $1/\mathfrak{a}_3$, und lege durch die neuen Teilpunkte Ebenen parallel zu den Netzebenen; man erhält auf diese Weise das „reziproke Gitter". Durch den Punkt O lege man wie früher das rechtwinklige Koordinatensystem x, y, z parallel zu den

1) Physik. Ztschr. 1913; **14**, 217.

2) Ebenda S. 465.

drei senkrechten Netzlinien. Ein Punkt mit einem Interferenzmaximum ist bestimmt durch die Koordinaten α, β, γ. Um den Punkt α, β, γ schlage man diejenige Kugel, welche durch den Nullpunkt des Gitters geht. Liegen dann auf der Kugelfläche noch andere Schnittpunkte $[l_0, m_0, n_0]$ des reziproken Gitters, so treten im Kristall Wellen mit maximaler Intensität auf, deren Normalen die gleiche Richtung haben wie die Verbindungslinien von $[l_0, m_0, n_0]$ mit dem Mittelpunkte der Kugel.

Man kann durch das System der Massenpunkte eines Kristalls verschiedenartige Raumgitter legen und die Strahlen des gebeugten Lichtes dementsprechend auch in verschiedenen Kegelmänteln zusammenfassen. In Fig. 382 sind nach G. Wulff die elliptischen Schnitte verschiedener Kreiskegel mit der Würfelebene eines regulären Kristalls eingetragen, auf welcher der beleuchtende Röntgenstrahl senkrecht steht. Die den Bogen eingeschriebenen Zahlen sind die Indices der betreffenden Kegelachsen, auf deren Mantelflächen die gebeugten Strahlen liegen; die Schnittpunkte der Kegelmäntel liefern die Interferenzmaxima.

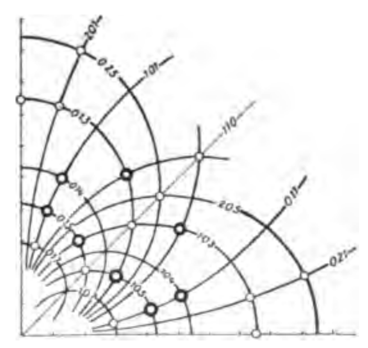


Fig. 382
Elliptische Schnitte verschiedener Kreiskegel mit gemeinsamer Spitze mit einer Würfelfläche eines regulären Kristalls. Die den Bogen eingeschriebenen Zahlen sind die Indices der betreffenden Kegelachsen.
Nach G. Wulff

Wird ein Kristall mit „weißem“ Röntgenlicht beleuchtet, so haben nach dem vorhergehenden die einzelnen abgebeugten Strahlen eine charakteristische Wellenlänge; außer dieser, am meisten bevorzugten Wellenlänge enthalten sie aber noch solche, welche einfache Submultipla ($^1/_2$, $^1/_3$ usw.) der charakteristischen Wellen sind. (Vgl. S. 487.) Die charakteristische Wellenlänge ist $\lambda = \frac{2\,d \cos i}{n}$ und hat für alle Werte von i die gleiche Größe, für welche $\frac{d \cos i}{n}$ den gleichen Wert hat. Sind η_1, η_2, η_3 die Indices einer Fläche eines regulären Kristalls, dann ist der Abstand der zu dieser Fläche parallelen Netzebene eines einfachen kubischen Gitters $d = \frac{1}{\sqrt{\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2}}$, wenn der Abstand in der Richtung der Würfelnormalen gleich 1 gesetzt wird; kennt man also i, dann kann

man auch die zu jeder reflektierenden Fläche gehörenden relativen Werte λ berechnen.

E. Wagner und R. Glocker[1]) isolierten (Fig. 383) einen von einem Kristall K_1 abgebeugten Röntgenstrahl und verwendeten diesen zur Beleuchtung eines Kristalls K_2 aus dem gleichen Material (Steinsalz); es erscheinen nunmehr (vgl. Fig. 384) unter den neuen Beugungsstrahlen nur diejenigen Interferenzflecken des bei Beleuchtung mit weißem Röntgenlicht erhaltenen Bildes (Figg. 385 u. 386) wieder, welche von der charakteristischen Welle des verwendeten Beugungsstrahles erzeugt werden, und diejenigen, welche zu Wellenlängen gehören, die Submultipla ($^1/_2$, $^1/_3$ usw.) der charakteristischen Welle sind. Die Analyse des Beugungsstrahles bestätigt somit das theoretische Resultat.

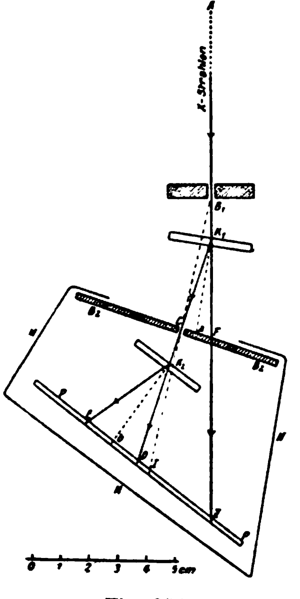


Fig. 383
Beleuchtung einer Kristallplatte K_2 mit schon vorher durch eine gleiche Kristallplatte gebeugten Strahlen.
Nach E. Wagner

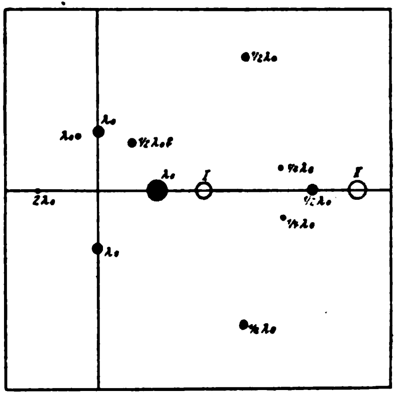


Fig. 384
Das bei der Versuchsanordnung der Fig. 383 erhaltene Beugungsbild (bei Einschaltung der Steinsalzplatte K_1).
Nach E. Wagner

In Fig. 385 sind die Interferenzpunkte in einzelnen Kreisen zusammengefaßt. Der „Durchstoßungspunkt" P entspricht dem Punkte D der Fig. 383. Alle Netzebenen, welche sich in der x-Achse, d. h. in der zur Zeichnungsebene senkrechten Richtung schneiden, liefern reflektierte Strahlen, welche auf dem Kreise I mit dem Radius OP die Platte treffen. Durch O lege

1) Physik. Ztschr. 1913 **14**, 1232.

man Geraden so, daß sie die Achsen Y und Z in einfachen Verhältnissen schneiden; fällt man dann von P aus auf diese Geraden Lote, so schneiden diese Lote den Kreis I in Punkten, welche

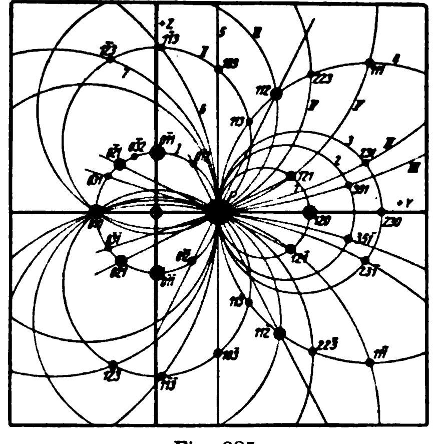


Fig. 385

Auf der Platte P (Fig. 383) erhaltenes Photogramm, wenn die hexaedrische Steinsalzplatte K_2 (nach Ausschaltung der gleichen Platte K_1) während einer Expositionsdauer von 20 Minuten mit „weißen" Röntgenstrahlen in der Richtung $B_1 C K_2$ beleuchtet wurde. Die eingeschriebenen Zahlen bedeuten die reflektierende Netzebene. Nach E. Wagner

Fig. 386

Dasselbe Beugungsbild wie Fig. 385; die eingeschriebenen Zahlen bedeuten die nach der Gleichung $\lambda = \frac{2\,d \cos i}{n}$ berechneten Werte λ. Nach E. Wagner

Interferenzmaxima darstellen. Auf der y-Achse bzw. der z-Achse wähle man die Schnittpunkte der Netzlinien der xy-Ebene bzw. der xz-Ebene zu Mittelpunkten von Kreisen, welche durch den Durchstoßungspunkt P gehen. Die Schnittpunkte je zweier Kreise bilden dann weitere Interferenzmaxima.

§ 95

Einfluß der Wärme und der Absorption auf die Intensität der Interferenzmaxima

Die im vorstehenden angedeutete Theorie läßt eine ungleich größere Anzahl Interferenzmaxima erwarten, als in Wirklichkeit auf der photographischen Platte nachweisbar sind. Da in einem Kristall unzählige, verschieden orientierte Netzebenen nur mit sehr geringer gegenseitiger Neigung, allerdings von sehr ungleicher Dichte der Besetzung vorhanden sind, so sollte man auch ent-

sprechend viele Interferenzpunkte, allerdings von verschiedener Intensität, erwarten.

Die Theorie setzt voraus, daß die Massenpunkte ruhen, also keine Wärmeschwingungen ausführen. P. Debije[1]) untersuchte den Einfluß der Wärmebewegung auf das Interferenzphänomen. Sind die augenblicklichen Verschiebungen eines Massenpunktes aus der Ruhelage infolge der Wärmeschwingung ξ, η, ζ, so ändern sich diese Größen für jeden Massenpunkt fortwährend; aber es gibt einen Mittelwert dieser Verschiebungen. Mit der Verschiebung ändert sich auch die Intensität des durch diese Massenpunkte gebeugten Lichtes, und auch für diese Intensität gibt es einen Mittelwert $\overline{J}$. Ist $f\sqrt{\xi^2+\eta^2+\zeta^2}$ die Kraft, welche das Massenelement in seine Ruhelage zurücktreibt, so ist

$$\overline{J} = \psi^2 \left[8\, M_1 M_2 M_3 \left(1 - e^{-\frac{4\pi^2 k T}{f \lambda^2}(\mathfrak{s}-\mathfrak{s}_0)^2}\right) + e^{-\frac{4\pi^2 k T}{f \lambda^2}(\mathfrak{s}-\mathfrak{s}_0)^2} \frac{\sin^2 M_1 A_1}{\sin^2 \frac{1}{2} A_1} \cdot \frac{\sin^2 M_2 A_2}{\sin^2 \frac{1}{2} A_2} \cdot \frac{\sin^2 M_3 A_3}{\sin^2 \frac{1}{2} A_3} \right].$$

M und A haben dieselbe Bedeutung wie S. 487, $\mathfrak{s}$ ist die Richtung des gebeugten, $\mathfrak{s}_0$ die des einfallenden Röntgenstrahles. T ist die absolute Temperatur, $k = 1{,}34 \cdot 10^{-16}$ eine von L. Boltzmann eingeführte Konstante.[2]) Der erste Summand gibt eine infolge der ungeordneten Wärmebewegung veranlaßte allgemeine Zerstreuung des Lichtes an, die sich in einer gleichmäßigen Schwärzung der Platte äußert. Der Vergleich des zweiten Summanden mit dem Ausdrucke S. 486 läßt erkennen, daß die Wärmebewegung in bezug auf die Lage und Schärfe der Interferenzpunkte ohne Einfluß ist, aber deren Intensität verringert.

M. de Broglie[3]) beobachtete, daß die Schärfe und die Lage der Interferenzpunkte beim Turmalin sich nicht ändert, mag der Kristall die Temperatur der flüssigen Luft ($T = 80^0$) oder Zimmertemperatur ($T = 300^0$) oder die der Rotglut ($T = 900^0$) besitzen; dagegen fanden M. v. Laue und J. Steph. van der Lingen[4]), daß mit steigender Temperatur die Intensität der Interferenzflecken beim Steinsalz so stark abnimmt, daß man bei $T = 600^0$ „bei einer Exposition, welche bei Zimmertemperatur zur Photographie der Interferenzpunkte völlig ausreicht, keine Spur davon erhält".

1) Verhandl. d. D. Phys. Ges. 1913; **15**, 738.
2) Nach M. v. Laue, Fortschr. d. Min. usw. 1914; **4**, 59.
3) Le radium 1913; **10**, 186.
4) Physik. Ztschr. 1914; **15**, 75. — Fortschr. d. Min. usw. 1914; **4**, 61.

Der Schwächungsfaktor wächst außer mit der absoluten Temperatur auch mit dem Winkel $\mathfrak{s} - \mathfrak{s}_0$; der Exponent dieses Faktors ist nach A. Sommerfeld ferner proportional mit der Quadratsumme $(h_1^2 + h_2^2 + h_3^2)$ der Ordnungszahlen. Infolgedessen können nur Interferenzmaxima mit relativ kleinen Ordnungszahlen auftreten. Bei Zinkblende z. B. muß diese Quadratsumme kleiner sein als 100, damit nicht durch den Einfluß der thermischen Bewegung der betreffende Interferenzfleck verschwindet. — Das Reflexionsvermögen der weniger dicht besetzten Netzebenen wird stärker durch die Wärmebewegung geschwächt als das der dichter besetzten; kürzere Wellenlängen werden durch die Wärmebewegung mehr betroffen als längere. In der Regel ist bei Zimmertemperatur keine Beugung mehr wahrzunehmen, wenn $i < 50^0$, also $\sphericalangle \mathfrak{s}\mathfrak{s}_0 > 80^0$ (vgl. Fig. 381).

Beim Diamanten ist die Konstante f, wie man aus der Kompressibilität schließen darf, sehr groß, daher der Einfluß der Temperatur nach der obigen Formel sehr gering. Tatsächlich können beim Diamanten Beugungsstrahlen beobachtet werden, für welche $\sphericalangle \mathfrak{s}\mathfrak{s}_0 > 180^0$. Beim Diamanten sieht man also gebeugte Strahlen auch vor dem Kristall, d. h. zwischen der Röntgenröhre und dem Kristall, wenn das erregende Röntgenbündel senkrecht auf die Kristallplatte fällt. Doch sind die vor dem Kristall liegenden Punkte maximaler Intensität schwächer als die hinter demselben liegenden.

Aus der Gleichung $\lambda = \frac{2d\cos i}{n}$ folgt, daß für $\cos i = 0$, also für $i = 90^0$, d. h. für streifende Inzidenz $\lambda = 0$ wird. Wird i allmählich kleiner als 90^0, dann müssen sich zuerst Interferenzmaxima für kleine Werte von λ einstellen und allmählich erst für größere Werte λ. Besitzt das Interferenzbild eine zur Bildebene senkrechte mehrzählige Deckachse, so sollten also auf inneren, die Mitte umgebenden Ringen die Interferenzmaxima für kleinere Werte λ liegen. Die Beobachtung ergibt, daß innerhalb eines bestimmten Ringes von Interferenzflecken trotz ausgedehntester Exposition keine Maxima mehr erhalten werden. Diese zu den kleineren Werten λ gehörenden Maxima werden anscheinend durch die Wärmebewegung ausgelöscht.

Nach W. Friedrich[1]) haben Kristalle mit größeren Gitterkonstanten einen engeren inneren Ring als Kristalle mit kleinen Gitterkonstanten.

---

1) Physik. Ztschr. 1913; **14**, 1079, spez. 1083.

„Die vollständige Aufzählung der nach der Struktur und den Grenzen des Spektrums möglichen Interferenzpunkte führt nach E. Keller[1]) zu dem Ergebnis, daß auch unter Berücksichtigung (des Debijeschen Faktors) der Schwächung durch die Wärmebewegung auf den Aufnahmen von NaCl, KBr, KJ einige wenige, auf den ZnS-Aufnahmen sogar etwa 30 Punkte vorhanden sein sollten", die aber „tatsächlich fehlen. Ähnlich scheinen die Verhältnisse bei CaF_2 und $CaCO_3$ zu liegen. Der Debijesche Faktor reicht also allein nicht aus, die Beschränkung der Strahlung auf einen schmalen Kegel bei diesen Kristallen zu erklären. Dagegen zeigt sich, daß die fehlenden Punkte alle große Wellenlängen besitzen, so daß es die Absorption ist, welche diese auslöscht."

Nach W. Friedrich[2]) kann auch eine selektive Absorption und die Härte der Röntgenröhre für die Auslöschung gewisser Interferenzmaxima von Einfluß sein.

Wie das unmittelbar an das sichtbare sich anschließende ultraviolette und das ultrarote Spektrum je nach dem durchstrahlten Medium früher oder später durch die Absorption begrenzt werden, so scheint also auch die Ausdehnung des Spektrums der Röntgenstrahlung durch die Absorption beschränkt zu werden.

§ 96

Interferenz durch Beugung an einem zusammengesetzten Gitter und Ermittelung des Raumgitters aus den Interferenzflecken nach W. H. und W. L. Bragg

Bei einem zusammengesetzten Gitter[3]) durchdringen sich zwei oder mehrere einfache kongruente Gitter. Sind die Punkte des einen einfachen Gitters durch die S. 486 angegebenen Koordinaten bestimmt, so sind die des zweiten einfachen Gitters bestimmt durch die Koordinaten:

$$x'' = (m_1 + \delta_1'')\,\mathfrak{a}_{1x} + (m_2 + \delta_2'')\,\mathfrak{a}_{2x} + (m_3 + \delta_3'')\,\mathfrak{a}_{3x},$$
$$y'' = (m_1 + \delta_1'')\,\mathfrak{a}_{1y} + (m_2 + \delta_2'')\,\mathfrak{a}_{2y} + (m_3 + \delta_3'')\,\mathfrak{a}_{3y},$$
$$z'' = (m_1 + \delta_1'')\,\mathfrak{a}_{1z} + (m_2 + \delta_2'')\,\mathfrak{a}_{2z} + (m_3 + \delta_3'')\,\mathfrak{a}_{3z},$$

wobei δ_1'', δ_2'', δ_3'' echte Brüche sind. Bei einem etwaigen dritten einfachen Gitter werden statt δ_1'', δ_2'', δ_3'' gesetzt δ_1''', δ_2''', δ_3''' usw.

1) Ann. d. Phys. 1915; **46**, 157, spez. 174.

2) Ebenda 1914; **44**, 1169.

3) Vgl. Erster Teil S. 137.

Wird gesetzt: $\mathfrak{r}'' = \delta_1''\mathfrak{a}_1 + \delta_2''\mathfrak{a}_2 + \delta_3''\mathfrak{a}_3$ usw., ferner $\varrho'' = \frac{2\pi}{\lambda}(\mathfrak{r}'', \mathfrak{s} - \mathfrak{s}_0)$, $\varrho''' = \frac{2\pi}{\lambda}(\mathfrak{r}''', \mathfrak{s} - \mathfrak{s}_0)$ (vgl. S. 486 und 487), so ist die Intensität eines in die Richtung $\mathfrak{s}$ gebeugten Strahles

$$J = (\psi' + \psi'' e^{i\varrho''} + \psi''' e^{i\varrho'''})^2 \frac{\sin^2 M_1 A_1}{\sin^2 \frac{1}{2} A_1} \cdot \frac{\sin^2 M_2 A_2}{\sin^2 \frac{1}{2} A_2} \cdot \frac{\sin^2 M_3 A_3}{\sin^2 \frac{1}{2} A_3}.$$

Die Lage der Interferenzmaxima gehorcht bei dem zusammengesetzten Gitter hiernach denselben Gesetzen wie beim zugehörigen einfachen Gitter; wenn jedoch der Ausdruck in der Klammer gleich Null wird, dann verschwinden die entsprechenden Interferenzpunkte. Das Interferenzbild eines aus mehreren Raumgittern aufgebauten Punktsystems unterscheidet sich also von dem Bilde eines einfachen Raumgitters nicht durch die Lage, wohl aber durch die Intensität der Bilder, und in besonderen Fällen können auch Flecke ganz fortfallen. Das Interferenzmaximum wird proportional zu:

$$(\psi' + \psi'' e^{2\vartheta'' n\pi i} + \psi''' e^{2\vartheta''' n\pi i} + \ldots)^2,$$

wobei ϑ das Verhältnis angibt, in welchem der Abstand d' zweier paralleler Schichten des zusammengesetzten Systems zu dem betreffenden Abstande d des einfachen Gitters steht, und n die Ordnungszahl des betreffenden Maximums bezeichnet. Durchdringen sich z. B. zwei einfache Gitter mit kongruenten Massenpunkten, so wird $\psi' = \psi''$; ist dann für eine bestimmte Schichtrichtung $d' = \frac{1}{2}d$, so wird $\vartheta'' = \frac{1}{2}$, und der Ausdruck in der Klammer wird:

$$\psi'^2(1 + e^{\pm n\pi i})^2;$$

für $n = 1$ oder $n = 3$ oder $n = 5$ usw. wird dann $e^{\pm n\pi i} = -1$, dagegen $e^{\pm n\pi i} = 1$ für $n = 2$ oder $n = 4$ usw.; für ungerade Werte von n wird daher der Faktor $\psi'^2(1-1)^2 = 0$, für gerade Werte dagegen $\psi'^2(1+1)^2 = 4\psi'^2$. Werden also $\psi = \psi''$ und $d' = \frac{1}{2}d$, dann fehlen die Intensitätsmaxima der ungeraden Ordnung, und fehlen die Intensitätsmaxima ungerader Ordnung, dann kann man auf $d' = \frac{1}{2}d$ schließen.

Ist $\vartheta'' = \pm\frac{1}{4}$, dann verschwinden die Interferenzmaxima zweiter, sechster usw. Ordnung, während die bleibenden Interferenzen gerader Ordnung stärker werden als die der ungeraden.

W. H. Bragg wendet diese Regeln zur experimentellen Bestimmung des Raumgitters von Steinsalz an.

Bezeichnen wir den Winkel zwischen den auffallenden Strahlen und der reflektierenden Fläche, also den Winkel $90^\circ - i$, mit Θ

(Fig. 381, S. 488), so fand W. H. Bragg[1]) für Reflexion an einer Würfelfläche von Steinsalz für drei Werte Θ Interferenzmaxima, nämlich für $2\,\Theta_{A_1} = 27{,}3^0$, für $2\,\Theta_{B_1} = 23{,}1^0$ und für $2\,\Theta_{C_1} = 19{,}9^0$, wenn Platin als Antikathode gewählt wurde. Wurde eine Würfelfläche von Pyrit als reflektierende Fläche gewählt, dann fand er die entsprechenden Werte $28{,}5^0$, $24{,}2^0$ und $20{,}8^0$. Daraus ist zu schließen, daß die Platin-Antikathode drei Spektrallinien aussendet. Beim Steinsalz bestimmte Bragg auch die Neigungen der Interferenzmaxima höherer Ordnung, z. B. Θ_{B_1}, Θ_{B_2}, Θ_{B_3}; die Sinus der gefundenen Winkel fand er 0,200, 0,401, 0,597. Es verhalten sich also die Sinus von Θ, mithin die Cosinus von i wie $1:2:3$; entsprechend der Beziehung $n\lambda = 2d\cos i$ ist $\cos i = n\frac{\lambda}{2d}$, wo n die Zahlen 1, 2, 3 usw. bedeutet. (Vgl. S. 487.)

Wurden die Strahlen das eine Mal an einer Würfelfläche, das andere Mal an einer Oktaederfläche von Steinsalz reflektiert, dann folgt aus der Beziehung $\cos i = \frac{1}{2} n\lambda \cdot 1/d$, daß sich die Cosinus i bzw. die Sinus Θ umgekehrt verhalten müssen wie die Abstände der Schichten nach den genannten Flächen. Die letzteren verhalten sich aber (vgl. S. 492) wie $1:\sqrt{3}$. War eine Oktaederfläche des Steinsalzes reflektierende Fläche, dann waren die Neigungen der gebeugten Strahlen $2\,\Theta_{A_1} = 48{,}5^0$, $2\,\Theta_{B_1} = 40{,}2^0$, $2\,\Theta_{C_1} = 34^0$. Der Sinus von Θ_{B_1} ist dann 0,3437. Vergleicht man diesen Wert mit dem entsprechenden Werte $\sin \Theta_{B_1} = 0{,}200$ für den Fall, daß die Würfelfläche reflektierende Ebene ist, so stehen diese im Verhältnisse $2:3{,}437 = 1:1{,}7185$, also annähernd im Verhältnisse von

$$1:\sqrt{3} = 1:1{,}73206.$$

Die Cosinus von i verhalten sich demnach wie $1:\sqrt{3}$, die Abstände d wie $1:1/\sqrt{3}$, wenn das eine Mal die Würfelfläche, das andere Mal die Oktaederfläche der reflektierenden Schicht parallel geht, und dies entspricht der Braggschen Gleichung.

Bei der Reflexion von Röntgenstrahlen an oktaedrischen Schichten von Steinsalz fand W. L. Bragg[2]) die Maximalinter-

1) Physik. Ztschr. 1913; **14**, 473.

2) Proceed. of the Roy. Soc. of London 1914; **89**, 470. Eine deutsche Übersetzung der bis jetzt veröffentlichten Arbeiten von W. H. Bragg und W. L. Bragg über diesen Gegenstand findet sich in der Ztschr. f. Anorg. Chemie 1914; **90**, und zwar: Die Beugung kurzer elektromagnetischer Wellen durch einen Kristall von W. L. Bragg, S. 153. Die Reflexion von Röntgen-Strahlen durch Kristalle von W. H. und W. L. Bragg, S. 169 und S. 182. Die Struktur einiger Kristalle, ge-

ferenzen ungerader Ordnungen schwächer als die der geraden Ordnungen. Setzen wir für ein Maximum zweiter Ordnung bei einer spiegelnden Oktaederfläche des Steinsalzes, NaCl, den zugehörigen Wert $\cos i = x\sqrt{3}$, so beobachtet man auf der Granatoederfläche ein entsprechendes Maximum, für welches $\cos i = x\sqrt{2}$, und auf der Würfelfläche ein solches, für welches $\cos i = x$. Setzen wir dagegen bei einer spiegelnden Oktaederfläche für ein Maximum erster Ordnung den zugehörigen Wert $\cos i = y\sqrt{3}$, so fehlt auf der Granatoederfläche ein Maximum, für welches $\cos i = y\sqrt{2}$, und auf der Würfelfläche fehlt ein Maximum, für welches $\cos i = y$. Im Gegensatze zum Steinsalz fehlen beim Sylvin, KCl, die Maxima, welche beim Steinsalz als solche erster Ordnung bezeichnet wurden, auch für Spiegelung an den Oktaederflächen. Ohne es besonders zu erwähnen, gehen W. H. und W. L. Bragg von der Voraussetzung aus, daß

1. die in den Interferenzflecken zum Ausdruck kommende Beugung nur an den Atomen stattfinde,

2. Atome des gleichen Elementes auch im Kristallverbande gleichartige Beugung verursachen,

3. die Kristallmasse innerhalb des von den primären und den sekundären Röntgenstrahlen durchsetzten Raumes homogen sei.

Infolgedessen schließen die genannten Autoren aus den am Steinsalz und Sylvin gemachten Beobachtungen, daß Fig. 387, A die Atomverteilung beim Steinsalz darstelle und zwar die (vollen) Punkte Cl-Atome, die (offenen) Ringe Na-Atome. Sowohl das System der Cl-Atome als das der Na-Atome bilden jedes für sich ein vierfachkubisches Raumgitter. Bezeichnen wir den Abstand zweier benachbarter, mit Massenpunkten besetzter Hexaederebenen mit $\mathfrak{h}$, so ist der Abstand zweier entsprechender Granatoederebenen $\mathfrak{g} = \mathfrak{h}/\sqrt{2}$ und der Abstand zweier Oktaederschichten $\mathfrak{o} = \mathfrak{h}/\sqrt{3}$. Diese drei Scharen von Schichten unterscheiden sich bei Fig. 387 dadurch, daß die Besetzung aller Hexaederebenen in gleicher Weise mit Cl- und mit Na-Atomen geschieht; dasselbe gilt für die Granatoederebenen; die aufeinander folgenden Oktaederebenen dagegen sind verschieden besetzt, die

---

deutet nach ihrer Beugung von Röntgen-Strahlen, S. 185. Die Struktur des Diamanten von W. H. und W. L. Bragg, S. 219. Der Einfluß der Bestandteile des Kristalles auf die Form des Spektrums im Röntgen-Strahlenspektrometer von W. H. Bragg, S. 235. Die Analyse von Kristallen mit dem Röntgen-Strahlenspektrometer von W. L. Bragg, S. 246. Die an Kristallen von Schwefel und Quarz entstehenden Röntgen-Strahlenspektra von W. H. Bragg, S. 270. Die Intensität der Reflexion von Röntgen-Strahlen an Kristallen von W. H. Bragg, S. 277.

einen nur mit Cl-, die anderen nur mit Na-Atomen (vgl. Fig. 387, B). Betrachten wir den von acht in den äußersten Ecken A, B, C, D, E, F, G, H befindlichen Cl-Atomen umgrenzten Raum als den einfachen Würfel, so werden durch die Einschaltung der drei anderen einfachen kubischen Raumgitter sowohl die Abstände in der Richtung *o* wie in den Richtungen *g* und *h* nur halb so groß; infolgedessen werden die Maxima ungerader Ordnung bei allen drei Flächen geschwächt, bei Spiegelung nach den Würfelflächen und nach den Granatoederflächen fallen dann die Maxima ungerader Ordnung ganz aus, weil je zwei benachbarte Schichten in gleicher Weise besetzt sind, also $\psi = \psi'$ wird; bei Spiegelung nach den Oktaederflächen dagegen sind die Schichten abwechselnd mit Na- und mit Cl-Atomen besetzt, und deshalb kann das resultierende Maximum ungerader Ordnung nicht Null sein, weil ψ nicht gleich ψ' ist; aber es ist schwächer als das Maximum gerader Ordnung, weil bei diesem die Intensitäten sich addieren, während diese sich bei den Maximen ungerader Ordnung subtrahieren.

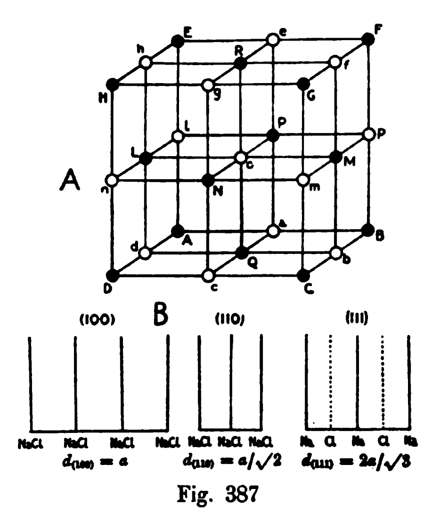


Fig. 387

Fig. A: Anordnung der Atome beim Steinsalzkristall. Die (vollen) Punkte mögen Cl-Atome, die Ringe Na-Atome darstellen. Fig. B zeigt die Art der Besetzung und die Abstände *d* der mit Atomen besetzten Schichten.

Nach W. L. Bragg

Weil beim Steinsalz, NaCl, der Unterschied der Atomgewichte (Cl = 35,45, Na = 23,05) beträchtlich ist, darum ist hier auch ψ und ψ' beträchtlich verschieden. Beim Sylvin, KCl, ist der Unterschied der Atomgewichte (Cl = 35,45, K = 39,15), also auch der Unterschied von ψ und ψ' nur wenig verschieden. Die resultierende Intensität ungerader Ordnung ist deshalb auch bei der Reflexion nach den Oktaederflächen beim Sylvin annähernd Null. Wäre das Atomgewicht von K und Cl gleich, dann würde die Anordnung sowohl der Cl- als der K-Atome nach einem vierfach-kubischen Gitter als Ganzes eine Anordnung nach einem einfach-kubischen Gitter darstellen; aus dem beobachteten Werte *i* würde sich aber für dieses einfache Gitter nur ein halb so großer

Wert der Gitterkonstante ergeben, wie für das vierfach-kubische Gitter der beiden einzelnen Atome.

Die Gleichung $n\lambda = 2d\cos i$ gestattet die Bestimmung des absoluten Wertes von d, wenn λ bekannt ist; kennt man dagegen d, dann kann man die Wellenlänge λ der Röntgenstrahlung berechnen. Es wurde bereits erwähnt, daß die Werte λ von der Größenordnung der Moleküldurchmesser sein müssen. Für das Steinsalz fand Bragg nach den vorhergehenden Regeln die Anordnung der Elemente Cl (und ebenso die der Elemente Na) nach einem vierfach-kubischen Gitter (Fig. 387). Als ein „Grammolekül" oder ein „Mol" (nach der von W. Ostwald vorgeschlagenen Abkürzung) bezeichnet man das Molekulargewicht einer Verbindung in Grammen. Ein Mol NaCl ist also 23,05 + 35,45 = 58,50 g. Nach M. Planck[1]) gehen auf ein Mol jedesmal $N = 6{,}20 \cdot 10^{23}$ Moleküle. Jedes der acht Chloratome A, B, C, D, E, F, G, H in den Ecken des Elementarparallelepipedons (Fig. 387, A) gehört gleichzeitig zu acht benachbarten Elementarparallelepipeden, jedes der sechs Cl-Atome L, M, N, P, Q, R in den Flächenmitten zu zwei Epipeden. Zu jedem Elementarparallelepipedon gehören also $\frac{8}{8} + \frac{6}{2} = 4$ Atome Cl, mithin auch eben so viele Atome Na, d. h. 4 Moleküle NaCl. Zu einem Mol NaCl gehören also $\frac{N}{4}$ Elementarparallelepipede. Das Volumen eines Elementarparallelepipedons mit der Kante $\mathfrak{h}$ ist $\mathfrak{h}^3$, also ist das Volumen eines Mols $\frac{N}{4}\mathfrak{h}^3$. Dasselbe Volumen ist aber auch gleich dem Quotienten aus dem Molekulargewichte m dividiert durch die Dichte s; es ist daher $\frac{N}{4}\mathfrak{h}^3 = \frac{m}{s}$; also $\mathfrak{h} = \sqrt[3]{\frac{4m}{Ns}}$. Für NaCl ist $m = 58{,}50$, $s = 2{,}15$; und da $N = 6{,}20 \cdot 10^{23}$, so ist $\mathfrak{h} = 5{,}60 \cdot 10^{-8}$, wobei $\mathfrak{h}$ der Abstand zweier benachbarter Atome Cl (also auch zweier benachbarter Atome Na) in der Richtung der Würfelkante ist. Aus dem Werte $\mathfrak{h}$ kann man die Abstände d benachbarter Schichten nach beliebigen Kristallflächen berechnen; setzen wir z. B. bei einem kubischen Gitter den Abstand der Schichten in der Richtung der dreizähligen Achse $\mathfrak{o}$ gleich 1, dann ist der Abstand in der Richtung der vierzähligen Achse $\mathfrak{h}$ gleich $\sqrt{3}$. Für

1) Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung. 2. Aufl. Leipzig 1913, S. 166.

KCl fand Bragg den Abstand $\mathfrak{h}$ zweier in der Richtung der Würfelkante benachbarter Atome gleich $6{,}25 \cdot 10^{-8}$ cm.

Wurde Steinsalz mit Hilfe einer Platin-Antikathode untersucht, so ergab die Einsetzung der für dieses Mineral aus dem Werte $\mathfrak{h} = 5{,}60 \cdot 10^{-8}$ berechneten Werte d in die Gleichung $n\lambda = 2d \cos i$ die Wellenlänge λ der Eigenschwingungen (Fluoreszenzstrahlen, vgl. S. 484) des Platins. W. H. und W. L. Bragg fanden auf diese Weise für Platin[1]) drei Spektrallinien A, B, C mit den Wellenlängen $\lambda_A = 1{,}3 \cdot 10^{-8}$, $\lambda_B = 1{,}1 \cdot 10^{-8}$, $\lambda_C = 9{,}5 \cdot 10^{-9}$. Neuere Untersuchungen ergaben, daß die Linien B und C sich in je zwei benachbarte Linien auflösen, ähnlich wie die beiden Na-Linien des sichtbaren Spektrums. Für Nickel wurde eine Linie mit $\lambda = 1{,}66 \cdot 10^{-8}$ und eine andere mit $\lambda = 1{,}50 \cdot 10^{-8}$ bestimmt, für Wolfram eine Linie mit $\lambda = 1{,}25 \cdot 10^{-8}$, für Rhodium eine sehr starke Linie mit $\lambda = 6{,}07 \cdot 10^{-9}$ und eine viel schwächere mit $\lambda = 5{,}33 \cdot 10^{-9}$.

Von H. G. J. Moseley und C. G. Darwin wurde die Intensität des reflektierten Strahles und zugleich der Verlauf der Absorption der reflektierten Strahlen in Aluminium von streifender Inzidenz an bis ungefähr $i = 60^\circ$ gemessen; dabei wurde zum ersten Male experimentell bewiesen, was man schon vorher angenommen hatte, daß der Absorptionskoeffizient um so kleiner ist, je kleiner die Wellenlänge, und daß der früher vorgenommene Vergleich der Wellenlängen zweier Röntgenstrahlen auf Grund des Absorptionskoeffizienten berechtigt war (vgl. S. 481).

W. H. und W. L. Bragg[2]), sowie H. G. J. Moseley und C. G. Darwin[3]) zeigten, daß das Linienspektrum des Fluoreszenzlichtes als einzelne scharfe Maxima neben dem kontinuierlichen Licht auftrete, und es gelang J. Herweg[4]) auch der photographische Nachweis der Überlagerung des Linienspektrums über dem kontinuierlichen. Das Linienspektrum hebt sich besonders als stark „sekundäres monochromatisches Fluoreszenzlicht" von dem kontinuierlichen Spektrum ab, wenn Röntgenstrahlen an einer zweiten Antikathode reflektiert werden.

Das von H. Seemann[5]) bei Verwendung eines Steinsalzkristalles aufgenommene Platinspektrum zeigt an Stelle der von den anderen

1) Vgl. auch S. 499 und die Angaben von W. Seitz und J. Stark, S. 484.
2) Proceed. of the Roy Soc. of London 1913; **88**, 428.
3) Phil. Mag. 1913; **26**, 210.
4) Verhandl. d. D. Physik. Ges. 1913; **15**, 555.
5) Physik. Ztschr. 1914; **15**, 794.

Autoren gefundenen kontinuierlichen Banden im wesentlichen ein dichtes Linienspektrum neben den starken Platinlinien. H. Seemann ist der Ansicht, daß die scheinbar kontinuierlichen Banden der übrigen Autoren „nur aus unaufgelösten Linien bestehen, die noch obendrein überlagert sind von der durch die Kristallfehler bedingten schief abgelenkten — also im ganzen diffusen — Strahlung".

E. Wagner[1]) vermutet dagegen, daß die Ursache der Auflösung des Bandenspektrums in ein feines Linienspektrum in der mangelhaften Struktur der von Seemann benutzten Steinsalzkristalle begründet sei, während bei der von de Broglie angewendeten Methode des drehenden Kristalls dieser Fehler eliminiert werde.

A. Sommerfeld[2]) bemerkt in dieser Hinsicht: „Das Seemannsche Ergebnis steht aber in Widerspruch mit sonstigen Beobachtungen", und es „muß die Frage nach der Realität des Seemannschen ‚Viellinienspektrums' einstweilen offen bleiben."

§ 97

Beobachtungsmethoden der an Kristallen gebeugten Röntgenstrahlen

Die Grundlage der Methode zur experimentellen Untersuchung von Kristallen durch Röntgenstrahlen gaben W. Friedrich und P. Knipping in der schon erwähnten ersten Mitteilung im Anschluß an die dort niedergelegte Grundlage der Theorie von M. v. Laue. Das von der Antikathode ausgehende Strahlenbündel fällt auf zwei in einigem Abstande hintereinander befindliche Bleiklötze mit enger Durchbohrung, sodaß hinter denselben annähernd parallele Röntgenstrahlen auf den Kristall fallen. Die aus dem Kristall austretenden Beugungsstrahlen fallen bei der Methode von Friedrich auf eine photographische Platte, auf welcher sie nach einer längeren Exposition ihr gnomonisches Projektionsbild hinterlassen.

G. Wulff[3]) hat die „Apparatur zur Kristallröntgenogrammetrie" derartig ausgebaut, daß 1. die Richtung des primären Strahles in bezug auf den Kristall und auf die photographische Platte, sowie 2. die Entfernung des Zerstreuungspunktes der gebeugten Strahlen von der photographischen Platte möglichst genau bestimmt werden können, und gab 3. den einzelnen Teilen eine möglichst kompakte

1) Physik. Zeitschr. 1915; **16**, 30.
2) Ann. d. Phys. 1915; **46**, 721, spez. 722.
3) Ztschr. f. Krist. 1914; **54**, 59.

Zusammenstellung. Zur Verwendung kommt hierbei „weißes" Röntgenlicht. Die Helligkeitsmaxima erscheinen vielfach als längliche tangentiale Striche; diese Form verschwindet, wenn man die Röntgenröhre hinreichend weit vom Kristall entfernt. Es handelt sich demnach um einen Einfluß der Krümmung der einfallenden Wellenfront der Röntgenstrahlen.[1])

T. Terada[2]) bediente sich der Fluoreszenzerregung der gebeugten Röntgenstrahlen auf einem präparierten Schirm zur Sichtbarmachung des Interferenzbildes; diese Methode hat sich inzwischen für viele Zwecke bewährt.

W. H. und W. L. Bragg bestimmten die Intensität der gebeugten Strahlen nach dem Ionisierungsverfahren (S. 479) mit Hilfe von Ionisierungskammern; sie verwenden möglichst „monochromatisches", von einer Rhodium-Antikathode herrührendes Röntgenlicht. Der Einfallswinkel i wird dabei von 0^0 ausgehend bis zur streifenden Inzidenz allmählich geändert, die zu jedem Werte i gehörige Intensität ermittelt und daraus die Lage und Stärke der Intensitätsmaxima festgestellt. Entsprechend der Beziehung $n\lambda = 2d \cos i$, wobei $n = 1, 2, 3$ usw., muß es für jeden Wert λ mehrere Werte i geben, deren Cosinus sich wie die ganzen Zahlen 1, 2, 3 usw. verhalten, also Maxima 1., 2., 3. usw. Ordnung. Liefert das Material der Antikathode etwa drei Eigenschwingungen A, B, C, so gibt natürlich jede derselben die Maxima verschiedener Ordnung, die zur gleichen Wellenlänge gehörenden Maxima erkennt man aber an der einfachen numerischen Beziehung ihrer Cosinus. Außer den Eigenschwingungen von bestimmter Wellenlänge kommt dann stets auch noch das kontinuierliche Spektrum der weißen Röntgenstrahlung zur Geltung, welches für bestimmte Werte i maximale Interferenz für einen oder mehrere Werte λ ergibt. Die Beugungsmaxima des kontinuierlichen Spektrums überlagern daher die des selektiven Spektrums.

Statt wie bei dem zuerst genannten Verfahren im durchgehenden Lichte beobachtet man in diesem Falle besser im reflektierten Lichte, wobei die der Platte parallele Gitterebene die reflektierende Ebene bildet.

---

1) Vgl. M. v. Laue, Physik. Ztschr. 1913; **14**, 421.

2) Proc. of the Tokyo Math.-Phys Soc. 1913; **7**, 60. — Über Nachteile des Fluoreszenzschirmes gegenüber der photographischen Platte vgl. H. Haga und F. M. Jaeger, Proc. Kon. Akad. van Wetenschappen te Amsterdam 1914; **17**, 430, spez. 433.

Eine Röntgenröhre mit sehr hoher Intensität der ausgesandten Strahlung beschreibt L. Zehnder.[1])

§ 98

Die Symmetrie des Photogramms der Interferenzmaxima bei Durchleuchtung von einfachen und von Zwillingskristallen mit Röntgenstrahlen

Die ersten Beobachter folgten der von Laue entwickelten Methode, die von dem kontinuierlichen Spektrum im durchgehenden Lichte erzeugten Beugungsbilder auf der photographischen Platte zu fixieren. Da nach dem Grundsatze der physikalischen Kristallographie jede geometrische Symmetrie auch eine physikalische sein muß, so war zu erwarten, daß nach geometrisch gleichwertigen Richtungen auch gleiche Beugungsstrahlen gehen.

So wie aber Kristalle, welche geometrisch verschiedenen Klassen angehören, im optischen Verhalten die gleiche Symmetrie zeigen können, so können geometrisch verschiedenen Klassen angehörende Kristalle auch die gleiche Symmetrie des Röntgenphotogramms ergeben. Laue[2]) äußert sich bezüglich des Einflusses der Hemiedrie auf das Interferenzbild folgenderweise: „Teilen wir das Raumgitter irgendwie in Elementarparallelepipede, so kommt bei dem einfachen Raumgitter auf jedes Parallelepiped ein Atom." „Jetzt werden jedem Parallelepiped außerdem noch andere Atome zuzuordnen sein, welche teils in ihm, teils auf seinen Kanten und Flächen liegen. Alle diese fassen wir mit dem erstgenannten Atom zu einem Gitterelement zusammen. Das aus diesen Gitterelementen bestehende Raumgitter ist ein einfaches, sodaß die ursprüngliche Theorie anzuwenden ist. Verändert hat sich nur mit dem Gitterelement die ihm entsprechende Funktion ψ, und zwar erhält sie einen Faktor, welcher den Interferenzeffekt zwischen allen Atomen eines Gitterelementes darstellt. Interferenzmaxima können demnach auch bei den verwickeltsten Strukturen nur dort auftreten, wo die Grundgleichungen erfüllt sind. Da aber der als Folge der Hemiedrie auftretende Faktor die Intensität des Interferenzpunktes beeinflußt, und diese selbst bis auf Null herabsetzen kann, so kann die hemiedrische Struktur sich wohl im Interferenzbild äußern, muß es aber nicht. Diesen Sachverhalt können wir durch eine ganze Reihe von Photogrammen belegen."

1) Ann. d. Phys. 1915; **46**, 824.

2) Deuxième conseil de Physique Solvay 1913.

G. Friedel[1]) leitet nach der Symmetrie des Photogramms der Röntgenstrahlen eine Einteilung der 32 Symmetrieklassen in 11 Gruppen folgenderweise ab.

Bei holoedrischer, also ein Inversionszentrum enthaltender Symmetrie gehört zu jeder Spiegelebene eine zu ihr senkrechte zweizählige Achse und umgekehrt. Beim Übergang von der Holoedrie zu einer Hemiedrie verschwinden von den drei Symmetrieelementen Ebene, Achse und Zentrum notwendig je zwei gleichzeitig. Es sind also drei Fälle möglich:

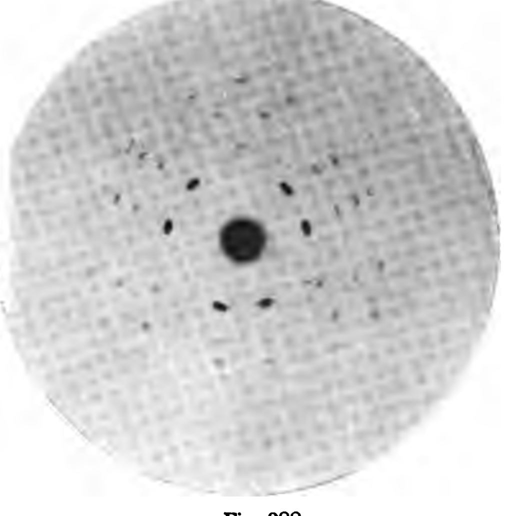


Fig. 388
Interferenzbild von Röntgenstrahlen, welche parallel einer dreizähligen Achse senkrecht auf eine oktaedrische Platte von Zinkblende fallen.
Nach Laue

Es verschwinden:
1. Ebene und Zentrum,
2. Achse und Zentrum,
3. Ebene und Achse.

Werden zwei Strahlen A und A' so gebrochen, daß sie symmetrisch sind in bezug auf eine Spiegelebene, so sind sie auch symmetrisch in bezug auf die zu dieser Ebene senkrechte zweizählige Achse; ferner ist jeder Strahl symmetrisch in bezug auf das Inversionszentrum.



Fig. 389
Interferenzbild einer Zinkblendeplatte parallel zu einer Granatoederfläche.
Nach Laue

Wird der Kristall hemiedrisch, so bleibt in den Fällen 1 und 2 immer noch entweder die zweizählige Achse oder die Spiegelebene; es müssen also zwei bei der Holoedrie identische Strahlen A und A' auch bei der Hemiedrie gleichwertig bleiben. Das Photo-

1) C. R. 1913; **157**, 1533.

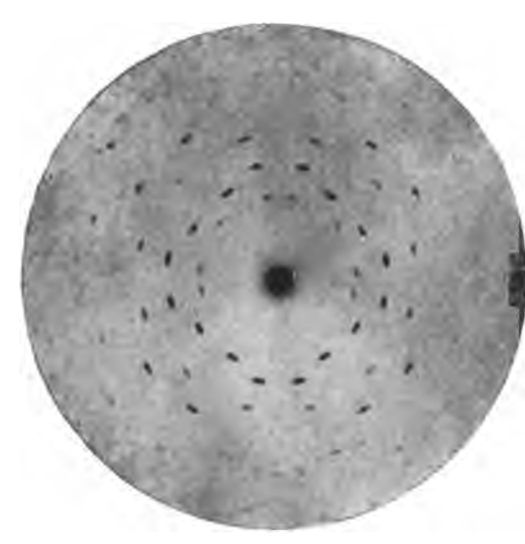


Fig. 390a
Interferenzbild einer Zinkblendeplatte parallel einer Hexaederfläche.
Nach Laue

gramm der gebeugten Röntgenstrahlen kann also in den Fällen 1 und 2 die Abwesenheit des Inversionszentrums nicht anzeigen.

Beim Falle 3 dagegen brauchen A und A' nicht gleichwertig zu bleiben. Die Hemiedrie der Fälle 1 und 2 kann also bei dem Photogramm nicht erkannt werden, wohl aber die des Falles 3.

Gegen diese rein geometrische Betrachtung könnte man um so mehr Bedenken erheben, als neuere Beobachtungen das Friedelsche Resultat keineswegs völlig zu bestätigen scheinen.

Nachstehende mehr physikalische Ableitung derselben Klassen enthält eine Bedingung, welche nicht immer genau erfüllt zu sein braucht und deshalb auch Abweichungen zuläßt.

Die Beugungsstrahlen sind nach Bragg zu den einfallenden Strahlen spiegelbildlich in bezug auf die Schichten der Massenteile. Unterscheiden sich zwei Kristallformen nur dadurch voneinander, daß die eine in die andere übergeht, wenn man zu den vorhandenen Flächen die fehlenden parallelen Gegenflächen hinzufügt, dann kann dieser Unterschied in dem Beugungsbilde nur dann zum Ausdrucke kommen, wenn die beiden entgegengesetzten Seiten der spiegelnden Massenschichten ein verschiedenes Reflexionsvermögen haben.

○ $\lambda/a = 0{,}0377$
⊙ $\lambda/a = 0{,}0563$
× $\lambda/a = 0{,}0663$
• $\lambda/a = 0{,}1051$
+ $\lambda/a = 0{,}143$

Fig. 390b
Schematische Darstellung der Fig. 390a nebst Angabe der relativen Wellenlängen der die einzelnen Interferenzflecken erzeugenden Röntgenstrahlen.
Nach Laue

Vernachlässigt man die Abhängigkeit der Funktion ψ von der Richtung (vgl. S. 489 und 490), dann folgt: Alle Kristalle, deren allgemeine Form durch Hinzufügung der parallelen Flächen (also des Inversionszentrums C zu den Symmetrieelementen der Kristalle) zu der gleichen Symmetrie führen, haben auch die gleiche Symmetrie des Photogramms der Beugungsstrahlen, und zwar die der höchsten zu ihnen gehörenden Symmetrieklasse. Es bleiben dann 11 Abteilungen mit verschiedener Symmetrie des Beugungsbildes.[1])

Syngonie	Symmetrieklasse der geometrischen Form	Symmetrie des Beugungsbildes				
regulär	hexakisoktaedrisch . . .	$3L^4$ / $3P^4$	$4L^3$ / $4\pi^3$	$6L^2$ / $6P^2$	C	1)
	hexakistetraedrisch . . .	„	„	„	„	
	pentagonikositetraedrisch .	„	„	„	„	
	(Figg. 388, 389, 390a und 390b)					
	dyakisdodekaedrisch . .	$3L^2$ / $3P^2$	$4l^3$ / $4\pi^3$	— / —	C	2)
	tetraedr.-pentagondodekaedr.	„	„	„	„	
	(Figg. 391 und 392)					
hexagonal	dihexagonal-bipyramidal .	$3L_1^2$ / $3P_1^2$	$3L_2^2$ / $3P_2^2$	L_3^6 / P_3^6	C	3)
	dihexagonal-pyramidal .	„	„	„	„	
	hexagonal-trapezoedrisch .	„	„	„	„	
	ditrigonal-bipyramidal .	„	„	„	„	
	(Figg. 393 und 394)					
	hexagonal-bipyramidal .	— / —	— / —	l_3^6 / P_3^6	C	4)
	hexagonal-pyramidal . .	„	„	„	„	
	trigonal-bipyramidal . .	„	„	„	„	
	(Figg. 395, 396, 397 und 398)					
	ditrigonal-skalenoedrisch .	— / —	$3L_2^2$ / $3P_2^2$	L_3^3 / π_3^3	C	5)
	ditrigonal-pyramidal . .	„	„	„	„	
	trigonal-trapezoedrisch .	„	„	„	„	
	(Figg. 399, 400 und 401)					
	trigonal-rhomboedrisch .	— / —	— / —	l_3^3 / π_3^3	C	6)
	trigonal-pyramidal . . .	„	„	„	„	

1) Vgl. Erster Teil S. 93 bis 112, ferner die Tabelle der 32 Symmetrieklassen ebenda S. 114 und 115.

Syngonie	Symmetrieklasse der geometrischen Form	Symmetrie des Beugungsbildes				
tetragonal	ditetragonal-bipyramidal .	$2 L_1^2$ $2 P_1^2$	$2 L_2^2$ $2 P_2^2$	L_3^4 P_3^4	C	7)
	ditetragonal-pyramidal .	"	"	"	"	
	tetragonal-trapezoedrisch	"	"	"	"	
	didigonal-skalenoedrisch .	"	"	"	"	
	tetragonal-bipyramidal .	— —	— —	l_3^4 P_3^4	C	8)
	tetragonal-pyramidal . .	"	"	"	"	
	orthobisphenoidisch . .	"	"	"	"	
rhombisch	rhombisch-bipyramidal .	L_1^2 P_1^2	L_2^2 P_2^2	L_3^2 P_3^2	C	9)
	rhombisch-pyramidal . .	"	"	"	"	
	klinobisphenoidisch . .	"	"	"	"	
monoklin	monoklin-prismatisch . .	— —	l_2^2 P_2^2	— —	C	10)
	sphenoidisch	"	"	"	"	
	domatisch	"	"	"	"	
triklin	triklin-pinakoidal . . .	—	—	—	C	11)
	pedial	"	"	"	"	

Zwischen den Photogrammen der Kristalle mit einer sechszähligen Achse erster Art und der Kristalle mit einer zweimal-dreizähligen Achse zweiter Art[1]), welche parallel zu diesen Achsen durchleuchtet werden, fanden Laue und Ewald einen Unterschied.

Für einen kubischen Kristall nimmt die Ewaldsche Methode der geometrischen Konstruktion der Interferenzstrahlen folgende einfache Gestalt an. In einem kubischen Gitter trage man von einem Gitterpunkte aus entgegen der Einfallsrichtung des Röntgenstrahles eine Strecke proportional a/λ ab. Um den Endpunkt dieser Strecke als Mittelpunkt und durch den Nullpunkt lege man die Kugel. Liegen auf der Kugeloberfläche Gitterpunkte, so gibt die Verbindung vom Kugelmittelpunkte nach diesen Punkten die Richtung der Interferenzstrahlen. Ist die Einfallsrichtung eine der vier Oktaedernormalen, so schneiden diejenigen Interferenzstrahlen, welche

1) Vgl. Erster Teil S. 88.

gegen die in Frage kommenden Oktaedernormalen die gleiche Neigung haben, die Kugelfläche in Punkten, welche in einer Oktaederebene liegen. In der gnomonischen Projektion auf der photographischen Platte liegen die Interferenzpunkte, welche zu Strahlen gehören, die gleich geneigt gegen die Oktaedernormale aus dem Kristall kommen, auf der Peripherie eines Kreises um den Durchstoßungspunkt des einfallenden primären Strahles. Die Besetzung dieser Kreisperipherie mit Interferenzpunkten entspricht der Besetzung der betreffenden Oktaederebene mit Gitterpunkten. Die zu einer dreizähligen Achse eines einfach-kubischen Gitters senkrechten Oktaederebenen verhalten sich in bezug auf die zugehörige dreizählige Achse nicht alle gleich, sondern es findet ein regelmäßiger Wechsel mit einer Periode von drei Schichtebenen statt. Die Ebenen *I* und *II* (Fig. 402, S. 515) werden

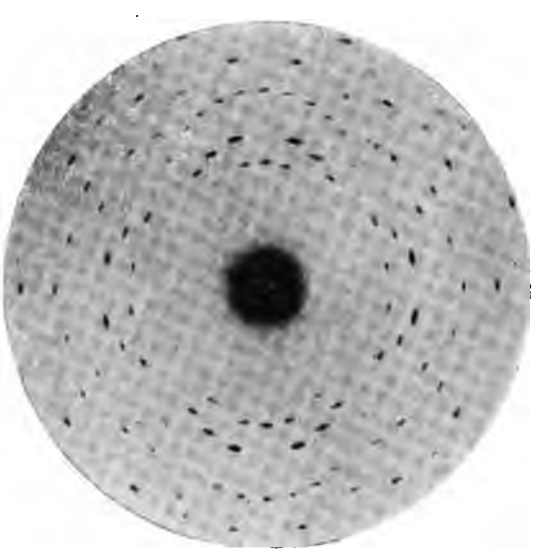


Fig. 391
Interferenzbild einer Pyritplatte parallel einer Hexaederfläche.
Nach Ewald und Friedrich

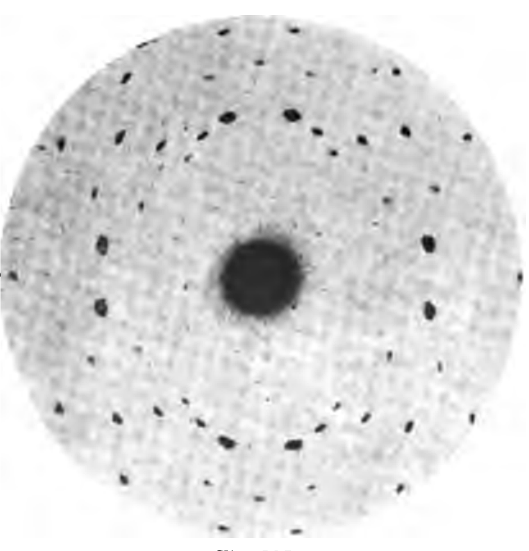


Fig. 392
Interferenzbild einer Haueritplatte parallel einer Hexaederfläche.
Nach Ewald und Friedrich

von der Achse im Schwerpunkte eines gleichseitigen Dreiecks geschnitten, dessen Ecken Gitterpunkte sind; die Ebene *O* wird von derselben Achse in einem Gitterpunkte geschnitten. Für die Ebenen *I* und *II* ist die zu diesen senkrecht stehende Achse eine

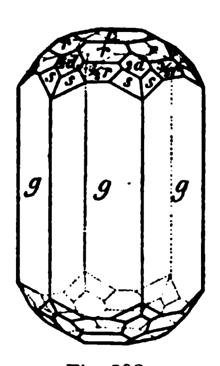


Fig. 393
Beryll
$g = \infty P \{10\bar{1}0\}$
$r = P \{10\bar{1}1\}$
$c = 0 P \{0001\}$
$\frac{3}{2} r = \frac{3}{2} P \{30\bar{3}2\}$
$2 d = 2 P 2 \{11\bar{2}1\}$
$s = 3 P \frac{3}{2} \{21\bar{3}1\}$.
Nach Sadebeck

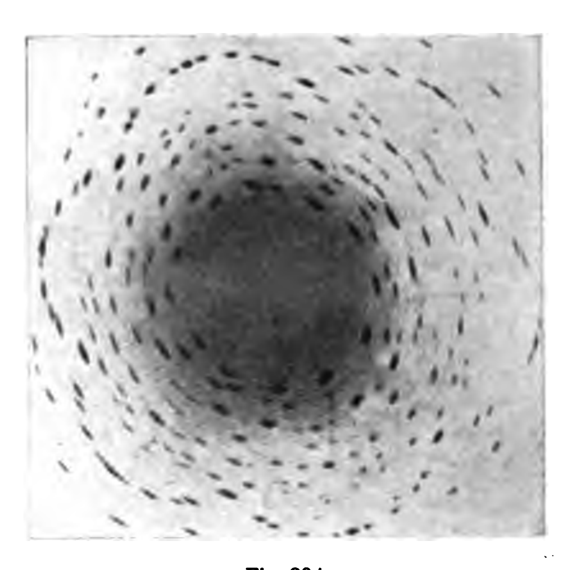


Fig. 394
Interferenzbild einer Beryllplatte parallel zur Basis.
Nach Laue

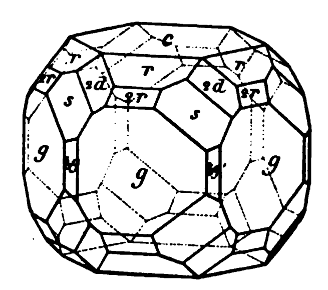


Fig. 395
Apatit
$g = \infty P \{10\bar{1}0\}$
$r = P \{10\bar{1}1\}$
$c = 0 P \{0001\}$
$2 r = 2 P \{20\bar{2}1\}$
$2 d = 2 P 2 \{11\bar{2}1\}$
$s = 3 P \frac{3}{2} \{21\bar{3}1\}$
$\frac{1}{3} g' = \infty P \frac{3}{2} \{21\bar{3}0\}$.
Nach Sadebeck

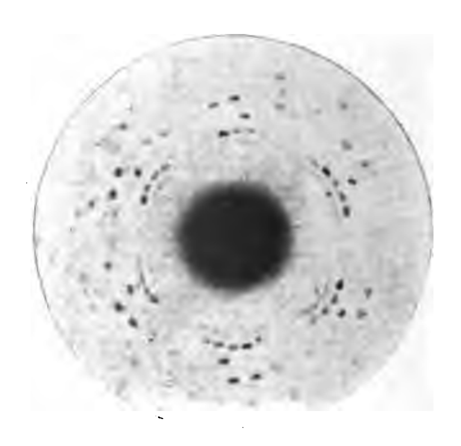


Fig. 396
Interferenzbild einer Apatitplatte parallel zur Basis.
Nach Jaeger

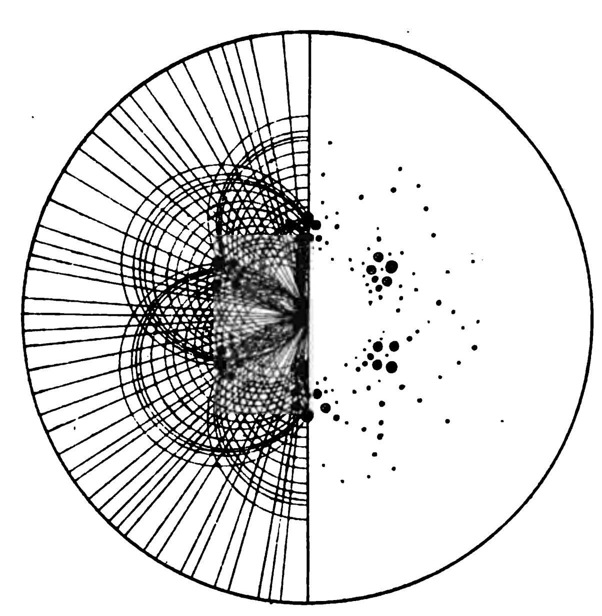


Fig. 397
Schematische Darstellung der Fig. 396.
Nach Jaeger

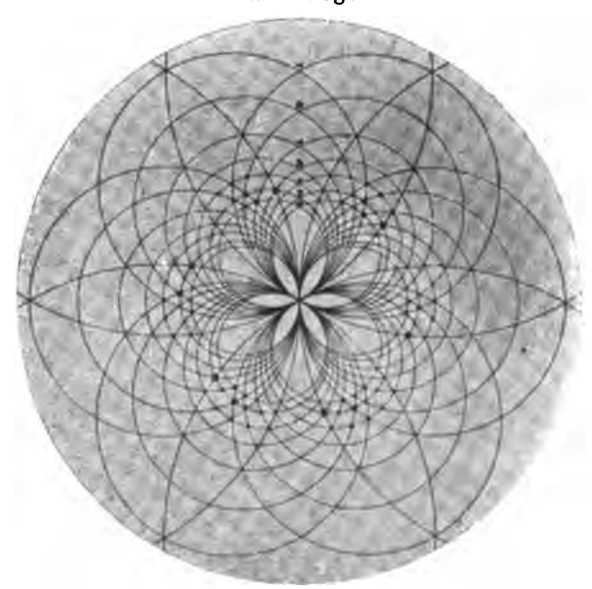


Fig. 398
Schematische Darstellung des Interferenzbildes einer Platte von Erbium-Äthylsulfat parallel zur Basis.
Nach Jaeger

dreizählige Deckachse, für die Ebene O eine sechszählige. Liegt ein Interferenzpunkt weder auf einer Seite noch auf einer durch den Durchstoßungspunkt gehenden Höhenlinie des diesem anliegenden

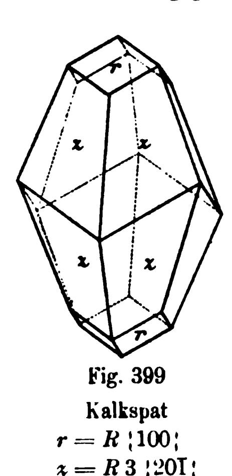


Fig. 399
Kalkspat
$r = R \{100\}$
$z = R3 \{20\bar{1}\}$

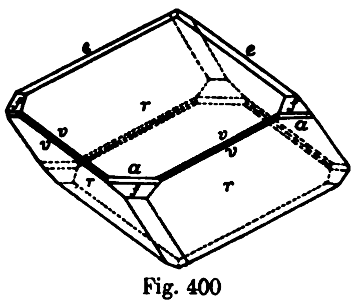


Fig. 400
Kalkspat
$r = R \{100\}$
$e = -\frac{1}{2} R \{110\}$
$f = -2R \{11\bar{1}\}$
$v = R3 \{20\bar{1}\}$
$a = \infty R \{2\bar{1}\bar{1}\}$
Nach Heddle (wiedergegeben von V. Goldschmidt)

gleichseitigen Dreiecks, dann verlangt eine dreizählige Deckachse außer dem einen Interferenzpunkt noch fünf (Fig. 403), eine sechszählige Deckachse noch elf gleichartige Punkte (Fig. 404). P. P. Ewald[1]) leitete daraus folgende Erklärung für den erwähnten Unterschied der Interferenzbilder ab.

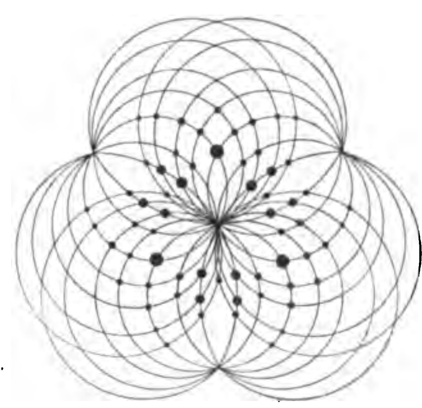


Fig. 401
Schematisches Interferenzbild einer parallel zur Rhomboederfläche r geschnittenen Kalkspatplatte bei senkrechter Durchleuchtung mit weißen Röntgenstrahlen. Nach W. L. Bragg

Sind h_1, h_2, h_3 die Koordinaten nach den Würfelkanten, so ist $h_1 + h_2 + h_3 = c$ die Gleichung einer Oktaederfläche, und die gesamte Schar der Ebenen O, I, II entsteht, wenn c alle ganzen Werte durchläuft. Jede dritte Ebene, anfangend mit $c = 0$, ist eine Ebene von der Art der Ebene O. Die Bedingung für eine sechszählige Achse ist daher

$$h_1 + h_2 + h_3 = 3n,$$

wobei n irgendeine ganze Zahl

1) Physik. Ztschr. 1913; **14**, 1038.

bedeutet. Bei einem doppelt-kubischen und bei einem vierfach-kubischen Gitter ist die Reihenfolge der Schichten *O*, *I*, *II* gerade so wie bei einem einfach-kubischen Gitter, und ebenso verhält sich ein rhomboedrisches Gitter mit der Symmetrie der ditrigonal-skalenoedrischen Klasse. Bei allen drei kubischen Gittern ist jede der vier Oktaedernormalen, beim rhomboedrischen Gitter die Hauptachse dreizählige Deckachse erster Art, bzw. zweimal-dreizählige Deckachse zweiter Art, und in diesen Achsen schneiden sich je drei Spiegelebenen unter 120°. Fällt ein paralleles Röntgenstrahlenbündel parallel mit einer derartigen zweimal-dreizähligen Deckachse zweiter Art auf einen regulären oder rhomboedrischen Kristall, so hat das Gesamtsystem der Interferenzstrahlen die gleiche Deckachse bzw. die gleichen Spiegelebenen; aber wie für die einzelnen aufeinanderfolgenden Schichten die trigonale Achse je zweimal eine dreizählige und dann eine sechszählige Achse ist, so bilden die Interferenzpunkte auf der zum einfallenden Strahlenbündel senk-

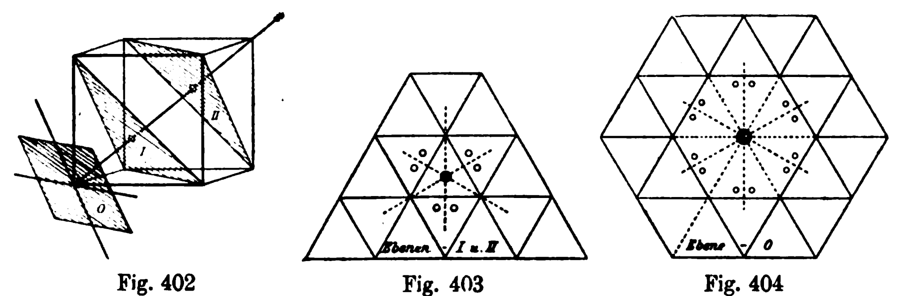


Fig. 402 Fig. 403 Fig. 404

Beziehung einer Oktaedernormalen zu den aufeinanderfolgenden oktaedrischen Schichten. Nach Ewald

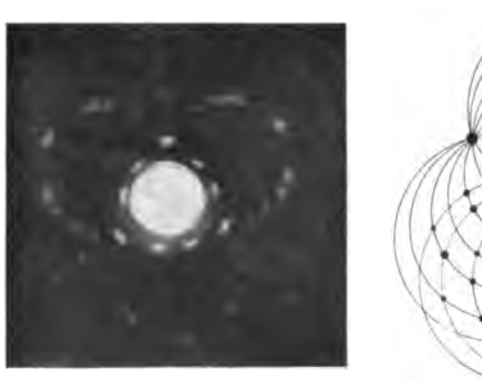
rechten Platte konzentrische Kreise, für welche von innen nach außen zweimalige Dreizähligkeit mit einmaliger Sechszähligkeit abwechselt (Figg. 405 und 406).

Bei den Kristallen mit sechszähliger Hauptachse ist diese für alle Kreise sechszählig. Die erstere Gesetzmäßigkeit wurde zuerst an den Interferenzfiguren der Zinkblende (Sphalerit) beobachtet und von M. v. Laue[1]) erklärt, „indem die Theorie der dreizählig-symmetrischen Aufnahme auf die allgemeinere Theorie der Interferenzen von hexagonalen Kristallen zurückgeführt wird". Eine dritte (analytische) Erklärung gab G. Wulff.[2])

1) Ann. d. Phys. 1913; **42**, 397.

2) Mitgeteilt von Ewald i. d. Phys. Ztschr. 1913; **14**, 1040.

W. Friedrich und P. Knipping untersuchten schon in der erwähnten ersten Mitteilung den Sphalerit, ZnS. Dieses Mineral gehört zur hexakistetraedrischen Klasse, bei welcher die zur Hexaederfläche senkrechte Richtung eine zweizählige Deckachse ist. Ergänzt man aber die Form des Hexakistetraeders durch Hinzufügung der parallelen Flächen, so geht aus dem Hexakistetraeder das Hexakisoktaeder, d. h. die allgemeine Form der regulär-holoedrischen Klasse hervor, bei welcher die Normale zur Hexaederfläche (100) vierzählige Deckachse ist. Die zur Oktaederfläche (111) senkrechte Richtung ist in beiden Klassen dreizählige, die zur



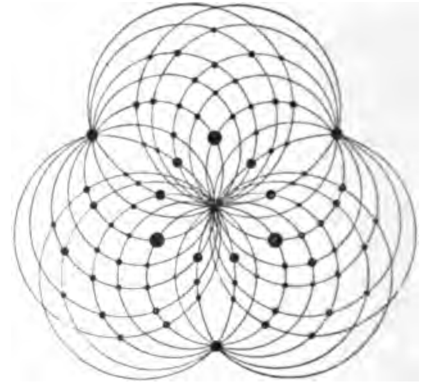


Fig. 405 Fig. 406
Interferenzbild einer parallel zu einer Oktaederfläche geschnittenen Flußspatplatte bei senkrechter Durchleuchtung mit weißen Röntgenstrahlen.
Nach W. L. Bragg

Granatoederfläche (110) senkrechte Richtung zweizählige Deckachse. Dementsprechend zeigt das Bild, welches nach einer senkrecht zur Plattenebene erfolgten Beleuchtung mit Röntgenstrahlen erhalten wurde, bei Verwendung einer hexaedrischen Platte senkrecht zur Bildebene eine vierzählige Achse (Fig. 390a), bei Verwendung einer oktaedrischen Platte eine dreizählige Achse (Fig. 388), und bei Verwendung einer granatoedrischen Platte eine zweizählige Achse (Fig. 389). Dieselben Symmetrieeigenschaften zeigten die Interferenzbilder bei Aufnahmen an Platten von Diamant, welcher derselben Symmetrieklasse angehört wie der Sphalerit, und bei Aufnahmen an Platten von Cuprit, CuO, welcher der pentagonikositetraedrischen Klasse angehört. In allen diesen Fällen hatte das Interferenzbild der Röntgenstrahlung die gleiche Symmetrie wie bei entsprechend orientierten Platten von regulär-holoedrischen Kristallen, wie etwa Flußspat und Steinsalz.

Bei den Kristallen der dyakisdodekaedrischen Klasse dagegen sind die Flächen sämtlich paarweise parallel und die Hauptachse ist zweizählig. Dementsprechend fand Friedrich, daß die Interferenzbilder bei senkrechter Durchleuchtung von hexaedrischen Platten von Pyrit (Fig. 391) und Hauerit (Fig. 392) nur eine zweizählige Deckachse besitzen.

Hexaedrische Platten von rechts-drehendem und von linksdrehendem Natriumchlorat[1]), welches der tetraedrisch-pentagondodekaedrischen Klasse der regulären Syngonie angehört, geben die gleichen Röntgenogramme (Fig. 407), welche dieselbe Symmetrie besitzen wie die entsprechenden Platten von Pyrit.

Oktaedrische Platten von Eisenammoniumalaun (Ammoniumferrisulfat-Dodekahydrat), $(NH_4)Fe(SO_4)_2 \cdot 12\,H_2O$, und von Kaliumchromalaun[1]), $KCr(SO_4)_2 \cdot 12\,H_2O$ (Fig. 408), welche der dyakisdodekaedrischen Klasse angehören, zeigen eine dreizählige Deckachse, aber keine Spiegelebene parallel zu einer Granatoederfläche.

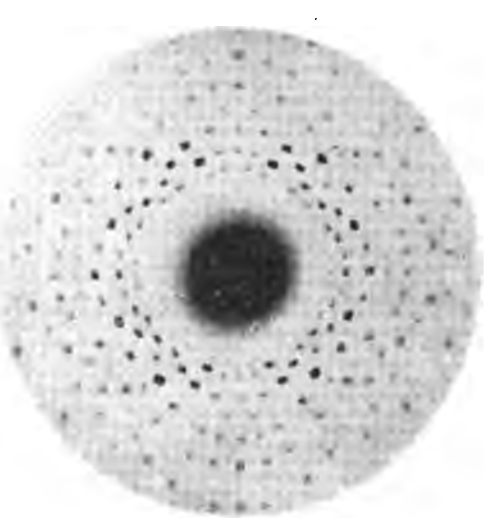


Fig. 407
Interferenzbild einer hexaedrischen Platte von rechts- oder auch von linksdrehendem Natriumchlorat. Nach Jaeger

Nickelsulfat-Hexahydrat, $NiSO_4 \cdot 6\,H_2O$, kristallisiert tetragonal-trapezoedrisch, besitzt also keine Spiegelebene; ergänzt man die Form des tetragonalen Trapezoeders durch Hinzufügung der parallelen Flächen, so entsteht die ditetragonale Bipyramide, d. h. die allgemeine Form der holoedrischen Klasse mit zweimal zwei Spiegelebenen senkrecht zur Basis. Das genannte Nickelsulfat zeigt dementsprechend bei der Durchstrahlung parallel zur Hauptachse die Symmetrie der holoedrischen Klasse des tetragonalen Systems.

1) F. M. Jaeger, Over een Nieuw Verschijnsel bij de Buiging van Röntgenstralen in dubbelbrekende Kristallen. Kon. Akad. van Wetensch. te Amsterdam, Verslag Afd. Natuurkunde 1915; 23, 1207 ff.

Fig. 394 zeigt das Bild der Durchleuchtung von Beryll, $Al_2Be_3(SiO_3)_6$ (Fig. 393), parallel zur Hauptachse und läßt die Sechszähligkeit der Hauptachse erkennen. Figg. 396 u. 397 geben entsprechende Bilder des Apatits, welche ebenfalls Sechszähligkeit der Hauptachse besitzen. Doch gehören der Apatit, $Ca_4(CaF)(PO_4)_3$ in Mischung mit $Ca_4(CaCl)(PO_4)_3$ (Fig. 395), zur hexagonal-bipyramidalen Klasse, der Beryll zur dihexagonal-bipyramidalen Klasse; die erstere besitzt sechs, die letztere keine der Hauptachse parallele

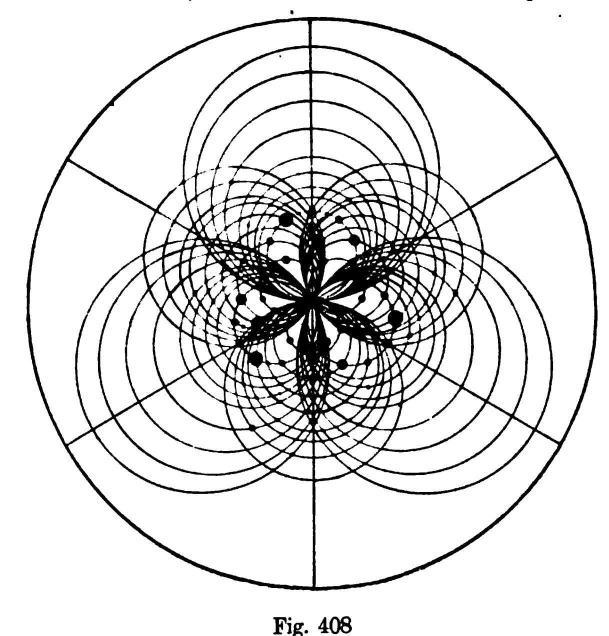


Fig. 408
Interferenzbild einer oktaedrischen Platte von Eisen-ammonium-Alaun. Nach Jaeger

Spiegelebenen. Derselben Klasse wie der Apatit gehört nach F. M. Jaeger[1]) auch das Erbiumäthylsulfat-Enneahydrat, $Er(C_2H_5 \cdot SO_4)_3 \cdot 9H_2O$ (Fig. 398), an.

Eine basische Platte von Turmalin[2]) (Fig. 409) zeigt drei sich unter 120° schneidende Spiegelebenen und eine dreizählige Deckachse. Die gleiche Symmetrie zeigt aber auch sowohl eine rechtsdrehende wie eine links-drehende Platte von Zinnober[2]), HgS, welcher zur trigonal-trapezoedrischen Klasse gehört.

1) Recueil des trav. chim. des Pays-Bas et de la Belgique 1914; **33**, 343 ff.
2) Vgl. S. 517, Fußnote 1.

Während die bisher genannten Beispiele die S. 509 und 510 abgeleitete Symmetrie des Röntgenbildes für die einzelnen Klassen bestätigen, erhielten H. Haga und F. M. Jaeger[1]) beim Cordierit, $Al_8(Mg,Fe)_4(OH)_2(Si_2O_7)_5$ Bilder, welche damit in Widerspruch stehen.

Der Cordierit kristallisiert rhombisch mit dem Achsenverhältnis

$$a:b:c = 0{,}58709:1:0{,}55835.$$

Auf Grund der Flächenausbildung wird er der holoedrischen (rhombisch-bipyramidalen) Klasse eingereiht. Ebene der optischen Achsen ist (100). Der Habitus der meist kurzsäulenförmigen Kristalle ist gewöhnlich pseudohexagonal durch Ausbildung von $m\,\{110\}$ und $b\,\{010\}$ in ungefähr gleicher Zentraldistanz. Ein regelmäßig zwölfseitiger Querschnitt entsteht durch die Kombination von $m\,\{110\}$ und $b\,\{010\}$ mit $a\,\{100\}$ und $d\,\{130\}$ (Fig. 410). Am Ende fehlt wohl niemals die Basis c; gewöhnlich ist diese sogar vorherrschend ausgebildet. Pyramiden und Prismen erster und zweiter Art bleiben meist untergeordnet oder fehlen ganz. Auch in den Endflächen pflegt der hexagonale Habitus durch das gleichzeitige Auftreten von $s\,\{112\}$ und $n\,\{011\}$ (Fig. 411)

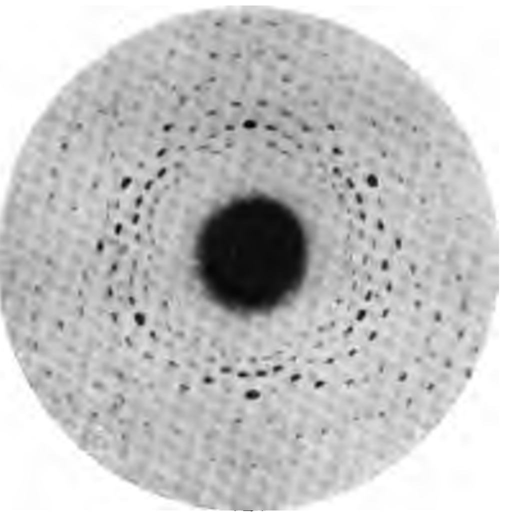


Fig. 409
Interferenzbild einer basischen Turmalinplatte.
Nach Jaeger

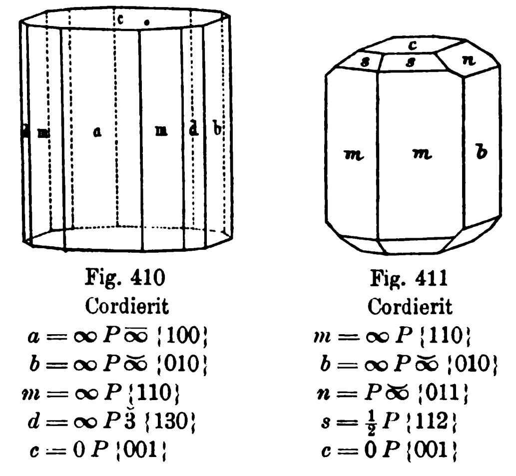


Fig. 410
Cordierit
$a = \infty P \bar{\infty}\ \{100\}$
$b = \infty P \breve{\infty}\ \{010\}$
$m = \infty P\ \{110\}$
$d = \infty P \breve{3}\ \{130\}$
$c = 0 P\ \{001\}$

Fig. 411
Cordierit
$m = \infty P\ \{110\}$
$b = \infty P \breve{\infty}\ \{010\}$
$n = P \breve{\infty}\ \{011\}$
$s = \frac{1}{2} P\ \{112\}$
$c = 0 P\ \{001\}$

1) Proc. Kon. Akad. van Wetensch. te Amsterdam 1914; **17**, 430 ff.

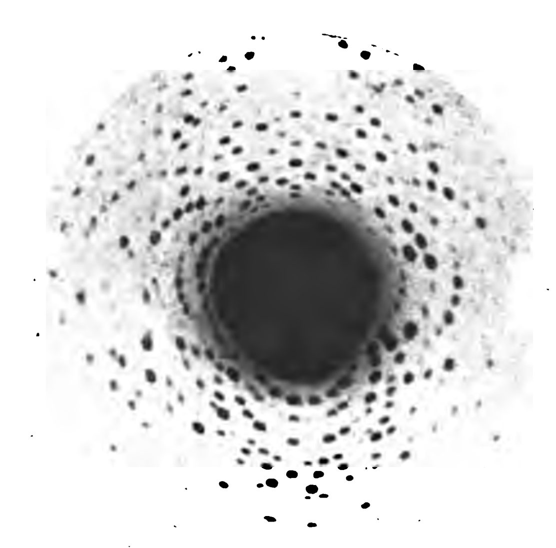


Fig. 412
Interferenzbild einer Cordieritplatte von Bodenmais parallel (100).
Nach Haga und Jaeger



Fig. 413
Interferenzbild einer Cordieritplatte von Bodenmais parallel (010).
Nach Haga und Jaeger

gewahrt zu sein, da *s* und *n* zu (001) ungefähr gleich geneigt sind.[1])

Die Röntgenphotogramme bei Durchleuchtung senkrecht zur Ebene (100) (Fig. 412) oder zur Ebene (010) (Fig. 413) lassen nur je eine Spiegelebene erkennen; bei beiden fehlt die Spiegelebene nach der Basis. Haga und Jaeger schließen aus diesen Beobachtungen, daß es kaum möglich sei, irgendeine andere Erklärung darüber zu geben, als daß das Fehlen der beiden horizontalen binären Achsen und der horizontalen Spiegelebene wirklich charakteristisch sei für die molekulare Anordnung des Silikates, und daß der Cordierit der rhombisch-pyramidalen (hemimorphen) Klasse angehöre. Nun ergibt aber die Tabelle S. 510, daß die rhombisch-pyramidale Klasse in bezug auf die Symmetrie des Röntgenphotogramms mit der rhombisch-bipyramidalen Klasse zur gleichen Gruppe gehört, daß also

1) Vgl. C. Hintze, Handb. d. Min. Leipzig 1897; II, S. 918.

in den Photogrammen der Beugungsstrahlen auch bei den rhombisch-pyramidalen Kristallen die drei Ebenen (100), (010) und (001) Spiegelebenen und die drei zu diesen Ebenen senkrechten Richtungen zweizählige Deckachsen sein sollen.

Das bei der Durchleuchtung senkrecht zu (001) erhaltene Photogramm (Fig. 414) läßt deutlich erkennen, daß der pseudohexagonale Habitus der geometrischen Form in dem molekularen Bau begründet ist.

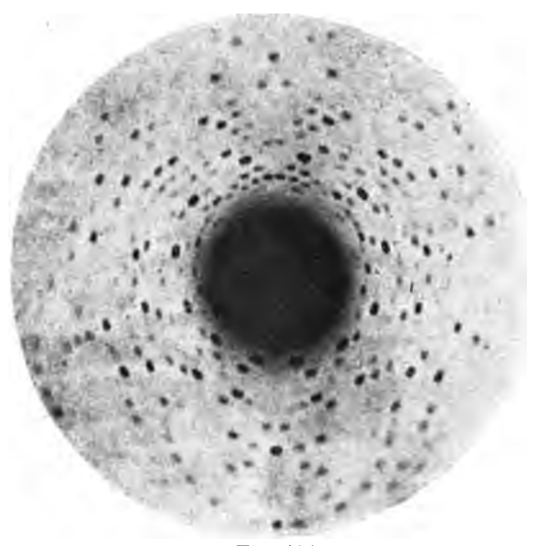


Fig. 414
Interferenzbild einer Cordieritplatte von Madagaskar parallel (001).
Nach Haga und Jaeger

In seiner neuesten Arbeit untersucht Jaeger noch folgende rhombisch kristallisierende Körper:

Natrium-Ammonium-Tartrat, $Na(NH_4)C_4H_4O_6 \cdot 4H_2O$, welches rhombisch-bisphenoidisch kristallisiert. Optische Achsenebene ist (010), *c* erste Mittellinie von optisch-negativem Charakter. Das Interferenzbild zeigte bei einer Platte

a) parallel (001) zwei Spiegelebenen und eine zur Platte senkrechte zweizählige Deckachse,
b) „ (010) nur eine Spiegelebene parallel (001),
c) „ (100) „ „ „ „ (010).

Das Bild der Platte nach (001) war bedeutend flauer als die beiden anderen.

Hambergit, $Be_2(OH)BO_3$, rhombisch, spaltet nach (010) und (100); optische Achsenebene (010), *c* erste Mittellinie von optisch positivem Charakter. Das Interferenzbild zeigte bei einer Platte

a) parallel (001) zwei Spiegelebenen und eine zur Platte senkrechte zweizählige Achse,
b) „ (010) nur eine Spiegelebene parallel (001),
c) „ (100) zwei Spiegelebenen und eine zur Platte senkrechte zweizählige Achse.

Die parallel (001) geschliffene Platte gab im Vergleich zu den beiden anderen nur flaue Bilder.

Benitoit, $BaTiSiO_9$, pseudotrigonal, mit sehr kleinem Achsenwinkel; erste Mittellinie parallel der *c*-Achse mit optisch positivem Charakter und stark dichroitisch; verrät im polarisierten Licht ein Aggregat aus rhombischen oder monoklinen Lamellen, welche um 120° gegeneinander gedreht sind.

Das Interferenzbild zeigte bei einer Platte

a) parallel (0001) nur eine Spiegelebene parallel ($10\bar{1}0$),

b) „ ($10\bar{1}0$) eine nach *c* polare Achse,

c) „ ($\bar{1}2\bar{1}0$) eine Spiegelebene parallel der *c*-Achse, dagegen horizontale Spiegelebene fraglich.

In den zuletzt genannten Fällen der optisch-zweiachsigen Kristalle verschwinden somit eine oder mehrere Spiegelebenen, welche nach der Tabelle (S. 509 und 510) zu erwarten wären, während die bisher bekannt gewordenen regulären Kristalle und die optisch-einachsigen Kristalle bei der Durchstrahlung von basischen Platten sich der Tabelle entsprechend verhalten. Sehen wir von dem komplizierter gebauten Benitoit ab, so findet das Fortfallen der zu erwartenden Spiegelebenen in den bisher bekannt gewordenen Fällen sowohl der optisch-einachsigen als auch der optisch-zweiachsigen Kristalle für Platten nach solchen Ebenen nicht statt, bei welchen der Unterschied der beiden optischen Elastizitätsachsen der Platte den minimalen Wert hat. Bei den regulären Kristallen ist dieser Unterschied für alle Platten überhaupt gleich Null, bei optisch-einachsigen Kristallen für basische Platten. Jaeger bemerkt in bezug auf die vorstehenden Beobachtungen: „Solange die Theorie nicht imstande ist, erkennen zu lassen, warum die an zweiachsigen Kristallen wahrgenommenen Tatsachen sich nicht mit ihr in Übereinstimmung bringen lassen, kann sie nicht als eine abgeschlossene Erklärung der Beugungserscheinungen in Kristallen gelten."

Die Beobachtung der Interferenz enthält den sicheren Beweis, daß die Röntgenstrahlen periodische Schwingungen von sehr kurzer Schwingungsdauer und somit das äußerste ultraviolette Ende des Spektrums der elektromagnetischen Wellen darstellen.

Die kleinste Wellenlänge besitzen von den bis jetzt bekannten Strahlen die γ-Strahlen (S. 478 und 485); daran schließen sich die gewöhnlichen Röntgenstrahlen mit Wellenlängen von der Größenordnung $\lambda = 10^{-9}$ cm bis 10^{-8} cm; nach einer großen, bis jetzt noch nicht ausgefüllten Lücke kommt das schon früher bekannte Spektrum von etwa $\lambda = 10^{-5}$ cm (S. 295) bis $\lambda = 5 \cdot 10^{-2}$ cm (S. 342); endlich nach einer nur kleineren Lücke schließen sich die Hertzschen Strahlen an von etwa $\lambda = 4 \cdot 10^{-1}$ cm bis zu Wellen von vielen Kilometern Länge.

Bezüglich der Bedeutung der Beugungserscheinungen der Röntgenstrahlen in Kristallen für die Erkenntnis der Kristallstruktur bemerkt G. Wulff[1]): „Die von den Kristallographen schon längst als höchstwahrscheinlich anerkannte Hypothese von der gitterförmigen Struktur der Kristalle wurde jetzt als Grundlage der Theorie der Erscheinungen genommen, die für die Wellennatur der Röntgenstrahlen entscheidend sein sollen, und hat zu Resultaten geführt, die durch das Experiment direkt geprüft werden können. Die hohe Wichtigkeit dieser Tatsache für unsere Kenntnis der Kristallstruktur wird daraus ohne weiteres verständlich.“

E. v. Fedorow[2]) bemerkt in bezug auf die gleiche Frage: „Wenn die Photogramme mit Röntgenstrahlen auch keineswegs zuerst den Beweis für die Raumgitterstruktur beigebracht haben (diesen Beweis hätte man in elementarsten Lehrbüchern der Kristallographie auffinden können), so haben sie doch einen breiteren Weg für die Erforschung der Kristallstruktur in detaillierterer Weise eröffnet, und von dieser Methode sind noch Resultate von hoher Wichtigkeit zu erwarten.“

---

1) Ztschr. f. Krist. 1913; **52**, 65.
2) Ebenda 1914; **54**, 58.

Zweiter Abschnitt

Veranschaulichung der optischen Eigenschaften der kristallisierten Kieselsäure durch statische Strukturbilder

Die Drehung der Polarisationsebene des Lichtes wurde nicht nur zuerst am Quarz entdeckt, sondern man hat auch bis zur Gegenwart die optische Drehung fast ausschließlich durch besondere Strukturbilder des Quarzes zu erklären versucht. Das Strukturbild eines Kristalles soll aber gleichzeitig womöglich alle Eigenschaften des Kristalles veranschaulichen; besteht ein Widerspruch zwischen einem Bilde und auch nur einer einzigen Beobachtungstatsache, dann kann dieses Bild wohl zur Veranschaulichung gewisser Eigenschaften des Kristalles dienen, aber es kann keinen Anspruch darauf machen, Strukturbild des Kristalles zu heißen.

Man hat den Satz aufgestellt: „Die Geschichte des Kalkspates ist die Geschichte der Mineralogie." Erasmus Bartholinus (vgl. S. 83) entdeckte an diesem Mineral (1670) die doppelte Brechung, Haüy[1]) (1784) das geometrische Grundgesetz, Mitscherlich (Eilhard, geb. 7. Januar 1794 zu Neuende bei Jever, widmete sich in Heidelberg, Paris, Göttingen, Berlin, Stockholm zuerst dem Studium der Philologie und erst später dem der Chemie, wurde 1821 Professor der Chemie an der Universität Berlin, gest. 28. August 1863 daselbst) 1821 die Dimorphie, d. h. die Tatsache, daß eine und dieselbe chemische Substanz in zwei (oder mehreren) verschiedenen Kristallformen auftreten kann, welche nach dem Grundgesetze nicht aufeinander zurückgeführt werden können. Die Veranlassung, daß diese Entdeckungen gerade beim Kalkspat gemacht wurden, waren die starke Doppelbrechung dieses Minerals (für die Entdeckung von Bartholinus), die sehr vollkommene Spaltbarkeit (für die Entdeckung Haüys) und die große Verbreitung der beiden kristallisierten Formen des kohlensauren Kalkes, $CaCO_3$, Kalkspat und Aragonit (für die Entdeckung von Mitscherlich). Dieselben

1) Erster Teil S. 28.

Erscheinungen kennt man jetzt auch bei der kristallisierten Kieselsäure, SiO_2, und es treten bei diesem Körper noch weitere hinzu, welche das Calciumcarbonat nicht zeigt, so namentlich die Piezo- und die Pyroelektrizität, sowie die Drehung der Polarisationsebene des Lichtes.

H. Ältere strukturtheoretische Erklärungsversuche der optischen Drehung

§ 99

Strukturtheorien, welchen die Beobachtungen von Reusch nicht zugrunde liegen

A. Fresnel vermutet, die Äthermoleküle seien im Quarz nach Schrauben angeordnet, deren Achsen parallel der optischen Achse der Kristalle seien.

Ch. Briot[1]) nimmt an, daß die ponderablen Medien aus materiellen Molekülen gebildet werden, welche durch Zwischenräume voneinander getrennt sind, und daß die Dichte des in diesen Medien eingeschlossenen Äthers um so größer sei, je näher die Stelle des Äthers dem materiellen Atom ist. Hieraus folgt, daß die Dichte des Äthers eine periodische Funktion der Koordinaten der betreffenden Stelle ist. Er fand, daß eine einfache schraubenförmige Anordnung des Äthers keinen Einfluß auf Strahlen ausübe, welche parallel zur Schraubenachse sind, daß aber ein Strahl in zwei elliptisch polarisierte Strahlen von entgegengesetztem Drehungssinn und ungleicher Fortpflanzungsgeschwindigkeit zerlegt werde, wenn er senkrecht zur Schraubenachse gerichtet sei. Briot setzte deshalb voraus, daß der Äther schraubenförmig nach den drei Nebenachsen angeordnet sei, und zwar sollen alle Schraubenachsen den gleichen Drehungssinn haben. Er bemerkte[2]), daß der die gewöhnliche Doppelbrechung erzeugende Faktor stärker sei als der die Zirkularpolarisation erzeugende. Wenn der Lichtstrahl parallel zur Hauptachse sich fortpflanze, verschwinde aber die Wirkung des ersten Faktors und die des zweiten komme voll zur Geltung. Aber sobald der Lichtstrahl gegen die Hauptachse merklich geneigt sei, werde die zweite Wirkung durch die erstere verdeckt. In der Richtung der Hauptachse pflanzen sich nach der Briotschen Theorie entsprechend der Beobachtung zwei zirkularpolarisierte Strahlen mit

---

1) Essais sur la théorie mathématique de la lumière, 1864, S. XVIII ff.
2) Ebenda S. 127.

entgegengesetztem Drehungssinn und verschiedener Geschwindigkeit fort. Für einen senkrecht zur Hauptachse auf eine Quarzplatte linear polarisiert auffallenden Lichtstrahl ergibt die Briotsche Theorie eine Zerlegung in zwei flach elliptische Schwingungen mit entgegengesetztem Rotationssinn und senkrechter Stellung der beiden großen Achsen. Aus den beiden Brechungsquotienten und dem Verhalten des achsenparallelen Strahles berechnet[1]) Briot mit Hilfe der aus seiner Theorie sich ergebenden Formeln das Verhältnis der kleinen zur großen Ellipsenachse. Er findet dabei das merkwürdige, mit den neueren Beobachtungen (vgl. S. 427) fast genau übereinstimmende Resultat, daß das Achsenverhältnis μ_s der Schwingungsellipse eines zur Hauptachse des Quarzes senkrechten Strahles ungefähr 1 : 500 sei.

Gegen die Briotsche Theorie bemerkt L. Sohncke[2]): Aus der Hypothese von Briot „ergeben sich wirklich Formeln, welche die Erscheinungen des Quarzes im wesentlichen darstellen[3]). Trotzdem scheint mir die Briotsche Theorie nicht naturgemäß; vor allen Dingen fehlt der Nachweis, wie die durch die Trapezflächen des Quarz sich verratende Anordnung der Massenteilchen nach Schrauben, deren Achsen der Hauptachse parallel sind, im Äther schraubenförmige Anordnungen senkrecht zur Hauptachse erzeugen kann“.

J. Mac Cullagh zeigte zuerst, welche Änderungen an den optischen Elastizitätsgleichungen für die gewöhnlichen Lichtbewegungen angebracht werden müssen, damit diese auch für die optische Drehung Verwendung finden können. Von anderen Autoren, Cauchy, Briot, v. Lang (vgl. S. 419 und 420) u. a., wurden diese Zusätze verschiedentlich abgeändert, wobei im wesentlichen nur maßgebend war, daß die Formeln zu Resultaten führten, welche mit der Beobachtung übereinstimmten. Carl Neumann (Prof. der mathem. Physik in Leipzig) gab 1863 den Zusatzgliedern von Mac Cullagh eine mechanische Deutung; er wies nach, daß diese gleichbedeutend seien mit der Annahme, „die relative Verrückung eines Ätherteilchens gegen ein anderes wirke auf letzteres ebenso, wie das Element eines elektrischen Stromes auf einen Magnetpol“.

---

1) Essais sur la théorie mathématique de la lumière, 1864, S. 129 und S. XIX.

2) Mathem. Ann. 1876; 9, 505 u. 506.

3) Das Achsenverhältnis der Schwingungsellipse des zur Hauptachse senkrechten Strahles wurde experimentell erst später bekannt (siehe S. 427).

§ 100

Erklärung der optischen Drehung durch Annahme einer dem Glimmersatze von Reusch analogen Struktur

Die Beobachtungen von F. E. Reusch (S. 361) führten (1869) zu folgendem Resultate. Schichtet man eine größere Anzahl von Glimmerspaltblättchen von möglichst gleicher, aber sehr geringer Dicke so aufeinander, daß die optische Achsenebene jedes neuen Blättchens um 120° im Uhrzeigersinne gegen die des vorhergehenden gedreht ist, so verhält sich der Glimmersatz wie eine rechtsdrehende Quarzplatte. Schichtet man die Glimmerblättchen so aufeinander, daß die optische Achsenebene jedes folgenden Blättchens gegen die des vorhergehenden um 60° im Sinne der Uhrzeigerbewegung oder, was dasselbe ist, um 120° im entgegengesetzten Sinne der Uhrzeigerbewegung gedreht ist, so verhält sich der Glimmersatz im parallelen und im konvergenten Lichte wie eine zur Hauptachse senkrecht geschnittene linksdrehende Platte.

L. Sohncke[1]) untersuchte nun theoretisch und experimentell die beiden Fragen: 1. Wie hängt die Erscheinung von der Wellenlänge des angewandten Lichtes ab? 2. Wie hängt sie vom Azimut ab, d. h. von dem Winkel, den die Polarisationsebene des einfallenden Strahles mit der Ebene der optischen Achsen des zuerst getroffenen Blättchens bildet? Sind $\mathfrak{o}$ und $\mathfrak{e}$ die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der beiden parallel und senkrecht zur optischen Achsenebene des Glimmers polarisierten Wellen, d die Dicke eines einzelnen Glimmerblättchens, τ die Schwingungsdauer, so setze man: $\frac{\pi d}{\tau}\left(\frac{1}{\mathfrak{o}} - \frac{1}{\mathfrak{e}}\right) = \xi$ und $s = \sin \xi$. Sohncke fand: „Wenn die Größe s^2 so klein ist, daß ihre dritte Potenz gegen 1 vernachlässigt werden kann, so setzen sich beide aus der Triade (drei spiralig angeordneten Blättchen) austretenden Strahlen bei jedem Azimut zu einem merklich nur noch geradlinig polarisierten Strahle zusammen. Durch Aufeinanderschichtung von beliebig vielen solchen Triaden entsteht also ein Präparat, welches einen fast vollkommen geradlinig polarisierten Strahl austreten läßt, dessen Polarisationsebene gegen die des einfallenden Strahles gedreht ist.“ — „Sind die Blättchen so dünn, daß das Quadrat der Größe s^2 gegen 1 vernachlässigt werden kann, so ist die Drehung

1) Mathem. Ann. 1876; **9**, 504 ff. — Ann. d. Phys. 1878; Ergänzungsband **8**, 16 ff.

unabhängig vom Azimut („des einfallenden Strahles„). In diesem Falle ist die durch parallele Aufschichtung von n kongruenten Triaden bewirkte Drehung n-mal so groß als die der einzelnen Triade, also proportional mit der Triadenzahl, also auch proportional mit der Dicke des Präparates.“ — „Die Drehung (ϱ) in Kombinationen von drei oder mehr Blättern ist abhängig von der Wellenlänge. Diese Abhängigkeit läßt sich („nach der Entwicklung von Sohncke„) mit großer Annäherung durch die von Boltzmann (Ludwig, geb. 20. Februar 1844 in Wien, 1869 Professor der theor. Physik in Graz, 1873 der Mathematik in Wien, 1876 der Experimentalphysik in Graz, 1890 der theor. Physik in München, 1895 in Wien, 1900 in Leipzig und 1902 wieder in Wien; gest. 5. Sept. 1906 in Duino) verbesserte Biotsche Formel $\left(\varrho = \frac{a}{\lambda^2} + \frac{b}{\lambda^4}\text{, vgl. S. 402}\right)$ darstellen, und zwar um so treffender, je dünner die Blättchen.“ (Vgl. auch S. 357.) — „Je mehr die Richtung der Strahlen von der Normalen auf dem Blättchen abweicht, um so mehr verliert sich die Erscheinung der Drehung.“ Sohncke schloß daraus, „daß man bei fortgesetzter Verminderung der Blättchendicke zu Kombinationen gelangen muß, deren Drehwirkung mit derjenigen des Quarzes und anderer drehender Kristalle völlig übereinstimmt“, und stellt folgenden Satz als einen wenigstens wahrscheinlichen auf: „Drehende Kristalle haben eine Struktur analog der Glimmerkombination“.

Auf Grund dieser Resultate nahm Sohncke[1]) folgende Molekularstruktur für den Quarz an. Man denke sich (vgl. Fig. 415) eine Anzahl Punkte so in einer Ebene verteilt, daß die nächstbenachbarten die Ecken gleichseitiger Dreiecke bilden (in der Fig. 415 die nicht schraffierten Punkte); dann errichte man in einem gewissen (bei allen Punkten nach Richtung und Entfernung gleichen) Abstande von diesen Punkten Lote auf der Ebene, drehe die sämtlichen Punkte um das ihnen benachbarte Lot um 120° und verschiebe aus dieser Lage den Punkt um einen gewissen Betrag parallel der Lotlinie. Man erhält so in einer zweiten, zur ersten parallelen Ebene Punkte, die zueinander dieselbe Lage haben wie die Punkte der ersten Ebene, nur erscheinen die beiden Ebenen gegeneinander gedreht. Durch dieselbe Schraubung erhält man die Punkte in einer dritten, vierten usw. Ebene. Die Punkte der Ebenen 1, 4, 7 .... liegen alle in denselben zu den Ebenen senkrechten Linien, ebenso

1) Ztschr. f. Krist. 1891; **19**, 533 ff.

die Punkte in den Ebenen 2, 5, 8 usw., 3, 6, 9 usw. Dieses Punktsystem heißt das „Dreipunktschraubensystem“. Die um dieselben Lotlinien herumliegenden Punkte können entweder eine rechte oder eine linke Schraube bilden, je nachdem die Aufwärtsbewegung längs der Lotlinie mit einer rechten oder einer linken (wie in Fig. 415) Drehung verbunden ist. Faßt man ein solches System auf als aus lauter triklinen Blättchen aufgeschichtet, so hat es die Symmetrie der trigonal-pyramidalen Klasse (Natriummetaperjodat).

Denkt man sich zwei Dreipunktschraubensysteme ineinandergestellt (Figg. 416 u. 417), so daß ein Punkt des einen Systems mit einem dicht neben ihm liegenden Punkte des zweiten Systems einen Doppelpunkt bildet, z. B. (1, 4), (3, 6), (2, 5) usw., so liegt in jeder Schicht eine Symmetrieebene, die durch die beiden Punkte der

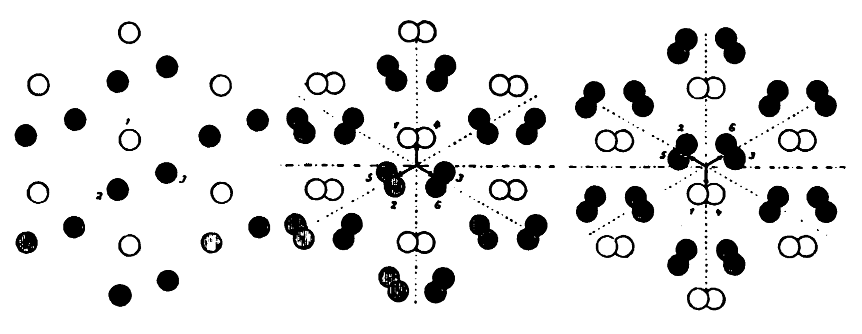


Fig. 415 Dreipunktschraubensystem. Fig. 416 Rechtes abwechselndes Dreipunktschraubensystem. Fig. 417 Linkes abwechselndes Dreipunktschraubensystem.

Nach Sohncke

einzelnen Doppelpunkte gegeben ist. Das ganze System besitzt aber nur eine dreizählige und drei dazu senkrechte zweizählige Achsen, d. h. die Symmetrie der trigonal-trapezoedrischen Klasse, und wird als „abwechselndes Dreipunktschraubensystem“ bezeichnet (vgl. Figg. 418 und 419 und die dem Bande beigegebenen stereoskopischen Bilder I und II). Es ist genau wie der Reuschsche Glimmersatz gebaut, wenn für dessen Lamellen molekulare Dicke angenommen wird. Das „rechte resp. linke zusammengesetzte Dreipunktschraubensystem“ unterscheidet sich von dem rechten resp. linken abwechselnden Dreipunktschraubensystem nur dadurch, daß bei ihm alle sechsgliederigen Gruppen der Figuren 416 und 417 gegen die Stellung des letzteren Systems um 30° gedreht sind. Beide haben die gleichen Symmetrieelemente und schraubenförmigen Bau. Bei ersterem

sind aber nach der Massenpunktverteilung trigonale Bipyramiden z
warten, bei letzterem Rhomboeder. Sohncke ist daher der Ansicht
mit den beiden abwechsel
Dreipunktschraubensyste
„die Strukturen der rec
und linken Quarzkristal
mittelt" seien.[1])

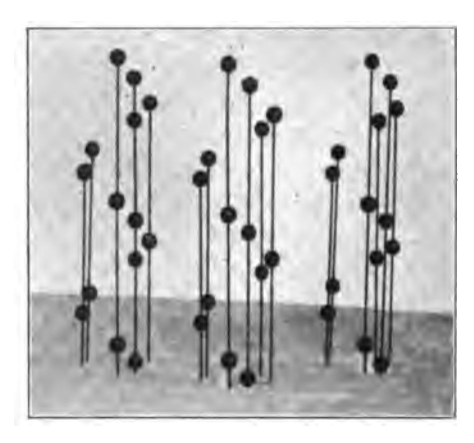


Fig. 418
Rechtes abwechselndes Dreipunktschrauben-
system

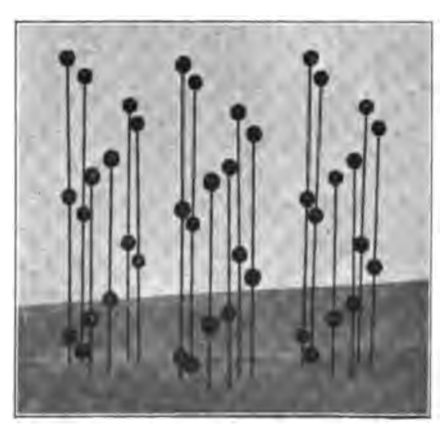


Fig. 419
Linkes abwechselndes Dreipunktschrauben-
system

Der Sohnckeschen Th
stehen eine Reihe von Sch
rigkeiten gegenüber.

1. Sohncke selbst
merkt[2]): „Noch ist zweier
würfe zu gedenken.
Beobachtungen zeigen, da
Drehung der Kombinati
steigender Temperatur
nimmt, während die
Quarzes zunimmt, wie
mich überzeugte und wie a
v. Lang ausführlicher na
gewiesen hat. Aus dieser V
schiedenheit kann man
dessen keinen Einwurf
obige Theorie des Dre
mögens hernehmen; den
der beim Glimmerpr
beobachteten Abnahme
Drehung folgt nur, daß
die Größe $\sin^2 \xi$ mit steig
Temperatur abnimmt: bei
hypothetischen Blättchen
Quarzes kann aber die
sprechende Größe sehr
mit steigender Temperatu
nehmen, wie ja auch der optische Achsenwinkel bei einigen
stanzen größer, bei anderen kleiner wird mit steigender Temper

1) Ztschr. f. Krist. 1891; 19; 536.

2) Die Glimmerkombination von Reusch und das optische Dreh
von Kristallen. Ann. d. Phys. 1878; Ergänzungsband 8, 16, spez. 63.

2. „Schwerer wiegt ein anderer Einwurf. Bekanntlich hat Fresnel die Drehung des Quarzes darauf zurückgeführt, daß ein parallel der Achse in den Quarz tretender Strahl sich in einen rechts- und einen links-zirkularen Strahl zerlege, welche mit verschiedener Geschwindigkeit fortschreiten. Und es ist ihm sogar gelungen, durch eine eigene Kombinierung von Prismen aus rechts- und linksdrehendem Quarz ein Präparat herzustellen, welches einen rechts- und einen links-zirkularen Strahl austreten läßt, während ein geradlinig polarisierter eingefallen ist. — Demgegenüber ist hervorzuheben, daß tatsächlich im Inneren an einer bestimmten Stelle nur eine geradlinige Schwingung stattfindet, die aber an jeder folgenden Stelle nach einer etwas anderen Richtung erfolgt, so daß dadurch eben die Drehung der Polarisationsebene zum Vorschein kommt. Dieses tatsächliche Verhalten folgt aus meiner Entwicklung genau ebenso gut wie aus Fresnels Vorstellung von den zwei entgegengesetzten Zirkularstrahlen. Allerdings bleibt aber für meine Theorie noch die Aufgabe zu lösen, wie es kommt, daß bei jenem Fresnelschen Versuche zwei entgegengesetzt-zirkulare Strahlen austreten.“[1])

3. Dazu tritt eine weitere Beobachtung, welche der Vermutung von Sohncke widerspricht. Sohncke bemerkt[2]): „Ferner erkennt man, daß bei Kristallen der Klasse 10, d. h. bei pyramidal-tetragonalen (hemimorph-hemiedrischen) Kristallen überhaupt keine Drehung zu erwarten ist, trotz ihrer sonstigen vollkommenen Analogie mit den Kristallen der entsprechenden hexagonalen und trigonalen Klasse. In der Tat kennt man auch keine hierhergehörige drehende Substanz. Herr Groth bemerkt bei dem als Beispiel dieser Klasse 10 aufgeführten rechtsweinsauren Antimonyl-Baryum ausdrücklich: „Keine Zirkularpolarisation erkennbar.““ Wie schon früher (S. 385) erwähnt, ist nun gerade bei dem Baryumsalz, bei welchem nach Sohncke Drehung nicht zu erwarten ist, Drehung beobachtet, während bei dem entsprechenden Strontiumsalz und dem Bleisalz, welche beide hexagonal-pyramidal kristallisieren, und bei denen deshalb nach Sohncke Drehung zu erwarten wäre, diese bis jetzt nicht nachgewiesen werden konnte.

4. Ferner ist es der Sohnckeschen Theorie bis jetzt nicht gelungen, die Beobachtungen an regulären optisch drehenden

1) A. a. O. S. 63.
2) Ztschr. f. Krist. 1896; 25, 529, spez. 530.

Kristallen zu erklären. In seinem Werke: „Entwickelung einer Theorie der Kristallstruktur“[1]) glaubte Sohncke zwar für alle Klassen, in welchen man drehende Kristalle beobachtet hat, eine entsprechende Struktur gefunden zu haben. „Indem sich nun solche zusammengesetzte Schraubensysteme in allen denjenigen Kristallsystemen vorfinden, in welchen man bisher optisch drehende Kristalle nachgewiesen hat (im regulären Kristallsystem gehören die Punktsysteme 65 und 66 [“rechtes und linkes reguläres Vierpunktschraubensystem, regulär-pentagonikositetraedrische Klasse„] genau hierher; aber auch die Systeme 57 [“reguläres zusammengesetztes Zweipunktschraubensystem, regulär-tetartoedrische Klasse„] und 58 [“reguläres abwechselndes Zweipunktschraubensystem, ebenfalls regulär-tetartoedrische Klasse„] haben wenigstens ähnlichen Charakter), so erscheint die Ansicht völlig gerechtfertigt, daß als Ursache des Drehvermögens von Kristallen jene Schraubenstruktur anzusehen sei. Es sind also nicht die von Fresnel geahnten einfachen Schrauben, sondern zusammengesetzte, welche der Quarzerscheinung zu Grunde liegen. Der hiermit aufgedeckte Zusammenhang des optischen Drehvermögens mit einer Schraubenstruktur scheint besonders geeignet, die ganze vorgetragene Theorie der Kristallstruktur zu bestätigen.“ In seiner späteren Mitteilung[2]) erkennt aber Sohncke einige Bedenken: „Unter denjenigen regulären Kristallen, welche drei aufeinander senkrechte vierzählige und vier dreizählige Achsen besitzen [“regulär-pentagonikositetraedrische Klasse„], sind bisher keine optisch drehenden gefunden. Daher erscheint es vorläufig nicht notwendig, in erschöpfender Weise zu untersuchen, welche unter den Punktsystemen der Abteilung VII, die durch ebensolche vier- und dreizählige Symmetrieachsen charakterisiert ist, als Strukturen optisch drehender Kristalle angesehen werden müssen. Es mag vielmehr genügen, darauf hinzuweisen, daß höchstwahrscheinlich das rechte, resp. linke, reguläre Vierpunktschraubensystem [“Nr. 65 u. 66„] eine solche Struktur darstellt. Dies System ist nämlich auffaßbar als zusammengesetzt aus drei kongruenten abwechselnden Vierpunktschraubensystemen, die nach drei senkrechten Richtungen durch einander gesteckt sind.“ „Weil nun schon das einzelne Teilsystem die Polarisationsebene dreht, so ist es mindestens wahrscheinlich, daß auch das aus drei solchen quadratischen

1) Leipzig 1879, S. 245.

2) Die Struktur der optisch drehenden Kristalle. Ztschr. f. Krist. 1891; **19**, 529, spez. 545.

Systemen zusammengesetzte reguläre System die Struktur eines optisch drehenden Kristalls darstellt."

An einer anderen Stelle bemerkt jedoch Sohncke[1]): „Das rechte, resp. linke, Vierpunktschraubensystem scheint keine mögliche Struktur drehender Kristalle zu sein; es läßt sich nämlich ansehen als gebildet aus lauter kongruenten, unmittelbar aneinander grenzenden triklinen (oder im speziellen Falle monoklinen) Schichten, die unter je 90° gegeneinander gedreht sind. Ein solcher Bau genügt nicht zur Erzeugung der Drehung."

Bezüglich der beiden Systeme 57 und 58 (reguläres abwechselndes Zweipunktschraubensystem und reguläres zusammengesetztes Zweipunktschraubensystem) bemerkt Sohncke[2]): „Das Paket übt also jedenfalls Drehung aus." „Dann muß also auch die ganze Säule drehen. Aber weil der Linienzug im allgemeinen sich nicht völlig schließt, so erscheint die Drehung nicht völlig unabhängig von der Schwingungsrichtung des einfallenden Strahles; auch muß der das Paket verlassende Strahl schwach elliptisch sein. Dasselbe gilt dann auch für die ganze Säule. Aus den bisherigen Beobachtungen an regulären drehenden Kristallen geht nun aber nicht hervor, daß die Schwingungsrichtung des einfallenden Strahles Einfluß auf die Größe der Drehung hat; auch nicht, daß der austretende Strahl merklich elliptisch ist. Die vorangegangene Betrachtung kann also der Natur nicht völlig entsprechen."

Eine der Beobachtung bei regulären tetartoedrischen Kristallen entsprechende Strukturform gibt es demnach nicht unter den Sohnckeschen Punktsystemen.

5. Die Sohnckesche Theorie versagt aber nicht nur bei der Erklärung der Beobachtungen an drehenden **regulären** Kristallen, sondern sogar auch beim Quarz; denn sie gibt uns keinen Aufschluß darüber, wie durch eine schraubenförmige Schichtung, bei welcher die Hauptachse Schraubenachse ist, auch eine Drehung für Lichtstrahlen senkrecht zur Hauptachse zustande kommen soll.

Auch bei der „Erweiterung"[3]) seiner Theorie hat Sohncke keine Struktur angegeben, welche die genannten Bedenken beseitigen könnte. Pockels[4]) (Friedrich, geb. 1865 in Vicenza — seine

1) A. a. O. S. 539.

2) Ebenda S. 554.

3) Vgl. Erster Teil S. 144

4) Lehrbuch der Kristalloptik, 1906, S. 290.

Heimat war dann Braunschweig —, 1892 Privatdozent für theoret. Physik in Göttingen, 1895 a. o. Professor an der Techn. Hochschule in Dresden, 1900 a. o. Professor der theoretischen Physik an der Universität Heidelberg, gest. daselbst 29. August 1913) hat dementsprechend nochmals hervorgehoben, daß die von Sohncke auf die Reuschschen Lamellen gestützte Theorie „das für alle Fortpflanzungsrichtungen gleiche Drehungsvermögen der regulären Kristalle nicht zu erklären vermag", und daß auch bei optisch-einachsigen Kristallen „das Verhalten senkrecht zur Achse Schwierigkeiten mache".

E. Mallard[1]) nahm für den Quarz einen Aufbau aus übereinandergelagerten, um 120° gedrehten doppeltbrechenden Schichten monoklinen Charakters an, ganz analog der Glimmerkombination von Reusch. Sohncke[2]) macht darauf aufmerksam, daß diese Mallardsche Strukturform „nichts anderes als ein spezieller Fall des ("Sohnckeschen„) einfachen Dreipunktschraubensystems sei. Das abwechselnde Dreipunktschraubensystem geht in dieses ganz spezielle System über, sobald man jedes der Punktsysteme als eine Molekel auffaßt und zugleich den Radius des Schraubenzylinders zu Null werden läßt. Mit diesem einfachen System kommt Herr Mallard für die Erklärung des optischen Drehvermögens aus, weil er den monoklinen Charakter der aufeinanderfolgenden, um 120° gegeneinander gedrehten einfachen Netzebenen in die Molekeln selbst verlegt".

Die Bedenken bezüglich des Verhaltens der regulären Kristalle und bezüglich des Verhaltens des Quarzes senkrecht zur Achse gelten für die Mallardsche Strukturtheorie des Quarzes in genau gleicher Weise wie für die Sohnckesche.

Daß L. Wulff und E. v. Fedorow die Schraubensysteme Sohnckes überhaupt für „unmögliche Strukturformen" der Kristalle erklärten, wurde schon im ersten Teile[3]) erwähnt. Bezüglich der Verwendbarkeit der Schraubensysteme zur Erklärung der Drehung der Polarisationsebene schreibt Fedorow[4]): „Ich habe erwähnt, daß von manchen Autoren in der nichtparallelen Orientierung (Schraubenanordnung) sogar eine theoretisch wichtige Tatsache ge-

---

1) Ann. des mines 1881; 19, 256. — C. R. 1881 (16. Mai). — Traité de Crist. 1884; II, 313.

2) Ztschr. f. Krist. 1888; 6, 234.

3) S. 143 und 150.

4) Ztschr. f. Krist. 1896; 25, 220.

ehen wurde, weil dann, mit Hilfe der Analogie einer solchen Kristallsubstanz mit der Schichtung schraubenförmig angeordneter Kristallamellen, in dem Vorhandensein der Schraubenachsen in der Kristallsubstanz die Ursache der zur Beobachtung kommenden optischen Drehung verschiedener Kristalle gesehen wurde."

„Nun aber glaube ich den Beweis dafür erbracht zu haben, daß die in Rede stehende Analogie eine falsche ist, und daß wir bei der Annahme dieser Analogie sehr leicht und auf streng logischem Wege zu unmöglichen Schlüssen kommen würden. Außerdem ist es leicht einzusehen, daß einerseits optisch drehende Kristalle vorhanden sind, wie z. B. diejenigen der tetragonalen und kubischen Syngonie, welchen kein regelmäßiges Punktsystem zu Grunde liegen kann, welches solche Schraubenachsen enthielte, deren Anwesenheit zur Erklärung der Drehung dienen könnte; andererseits sind sehr oft dreizählige Schraubenachsen in solchen Symmetriearten (u. a. in allen Symmetriearten der kubischen Syngonie) vorhanden, in welchen keine Rede von optischer Drehung sein kann, wo aber bei der Annahme der erwähnten Analogie eine solche Drehung notwendig statthaben müßte."

W. L. Bragg[1]) leitet nach der S. 498ff. angegebenen Methode aus der Beugung von Röntgenstrahlen für Pyrit, FeS_2, folgende Atomanordnung ab (vgl. Fig. 420). Die Eisenatome bilden für sich ein vierfach-kubisches Gitter. Legt man durch sämtliche mit je einem Eisenatom besetzten Punkte eines der vier einfachen Gitter, welche in dem vierfachen Gitter enthalten sind, je eine Parallele zu einer der vier Oktaedernormalen, darauf durch die sämtlichen Schnittpunkte eines zweiten einfachen Gitters Parallelen zu einer anderen Oktaedernormalen, und wiederholt das gleiche Verfahren auch für das dritte und das vierte einfach-kubische Teilgitter, so wird das Gesamtsystem von vier Scharen von Geraden durchzogen, von welchen jede Schar einer der vier Oktaedernormalen parallel geht. Auf diesen Geraden liegen nach Bragg die Schwefelatome. Teilt man den Abstand zwischen je zweien auf einer solchen Geraden benachbarten Eisenatomen in fünf gleiche Teile d, dann sollen zwischen den beiden Eisenatomen jedesmal zwei Schwefelatome so liegen, daß die Entfernung zwischen einem Eisenatom und dem nächstliegenden Schwefelatom gleich $2d$ und die Entfernung zwischen den beiden Schwefelatomen gleich d sei.

1) Proc. of the Roy. Soc. of Lond. 1914; 89, 477.

Nach P. P. Ewald und W. Friedrich[1]) soll der Abstand der Schwefelatome nicht genau gleich $\frac{1}{5}$, also 0,200 des Abstandes der Eisenatome sein, sondern 0,223 bis 0,225 desselben. Dagegen finden diese Autoren, daß beim Hauerit, MnS_2, dieser Abstand „mit außerordentlicher Genauigkeit“ gleich $\frac{1}{5}$ sei.

Jede Oktaedernormale, auf welcher Eisen- und Schwefelatome liegen, ist eine dreizählige Deckachse. Diese sämtlichen dreizähligen Deckachsen haben bei dem Braggschen Strukturbilde für den Pyrit die Eigentümlichkeit, daß sie miteinander keine gemeinsamen Schnittpunkte besitzen. Außerdem enthält die Struktur drei Systeme von zweizähligen Schraubenachsen (2al screw-axis), von welchen jede einer Würfelnormalen parallel geht. Auch diese Achsen haben weder miteinander noch mit den dreizähligen Achsen gemeinsame Schnittpunkte. Die Eigentümlichkeit, daß die Symmetrieelemente sich nicht in irgendwelchen Symmetriezentren schneiden, ist die Charakteristik der „asymmorphen“ Systeme. Die von W. L. Bragg für den Pyrit abgeleitete Strukturform widerspricht demnach der früheren Ansicht Fedorows[2]), welcher die asymmorphen und die

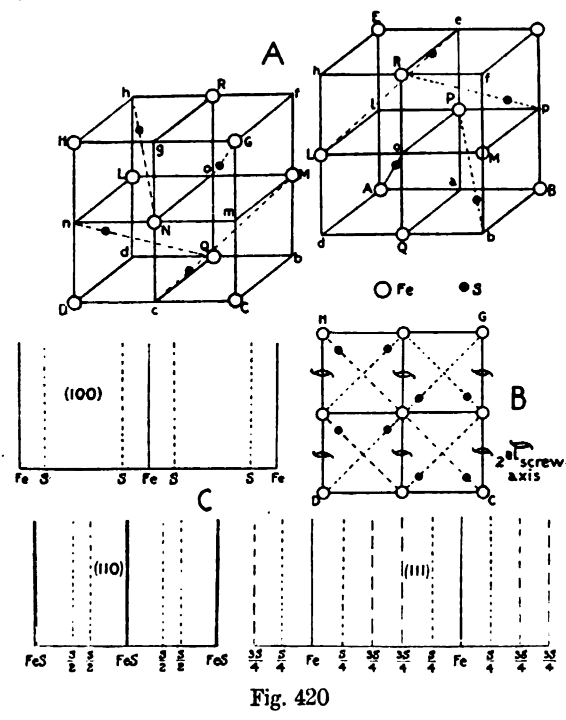


Fig. 420

A. Anordnung der Atome Fe und S des Pyrits.
B. Lage der zweizähligen Schraubenachse (2al screw-axis).
C. Aufeinanderfolge von hexaedrischen, granatoedrischen und oktaedrischen Atomschichten nebst Angabe der Art der Besetzung derselben mit Atomschwerpunkten.
Nach W. L. Bragg

1) Röntgenaufnahmen von kubischen Kristallen, insbesondere Pyrit. Ann. d. Phys. 1914; 44, 1183 ff.

2) Vgl. Erster Teil S. 150.

zu diesen gehörenden Schraubensysteme „von vorneherein für unmögliche, wenigstens für wenig wahrscheinliche“ Strukturformen der Kristalle erklärte. E. v. Fedorow bemerkt deshalb in einer neuerdings erschienenen Mitteilung[1]): „Die Anwendung der Röntgenstrahlen hat in den Händen von W. L. und W. H. Bragg für die Kristallstruktur sehr wichtige und teilweise unerwartete Resultate gebracht. Als unerwartet ist besonders derjenige Schluß zu bezeichnen, nach welchem als Elemente der Kristallstruktur nicht die vollständigen Molekeln, sondern die Atome sich selbst erweisen. Dementsprechend entstehen regelmäßige Punktsysteme, nicht der allgemeinen, sondern solche spezieller Art, indem vorzüglich die einzelnen Atome die speziellen Lagen der Symmetriezentra annehmen. In den ersten von diesen Gelehrten untersuchten Substanzen mit besonders einfacher chemischer Zusammensetzung erwies sich die Vertretung der symmorphen regelmäßigen Punktsysteme, deren Symmetriezentra zugleich die Schnittpunkte sämtlicher Symmetrieelemente sind.“ — „Die Anordnung der Atome in der isomorphen Gruppe des Pyrits ist“ dagegen durch ein „asymmorphes System vertreten“.

J. Die Modifikationen des kristallisierten Kieselsäureanhydrits SiO_2

Der Quarz ist nur eine der bekannten Kristallformen des Siliciumdioxyds, und das Strukturbild des Quarzes soll uns auch dessen Beziehungen zu den übrigen Modifikationen von SiO_2 erkennen lassen. Es sind sechs kristallisierte Modifikationen des Kieselsäureanhydrits bekannt: 1. α-Quarz, 2. β-Quarz, 3. α-Tridymit, 4. β-Tridymit, 5. α-Cristobalit, 6. β-Cristobalit.

§ 101

α-Quarz

Die Kristallformen der einfachen und der Zwillingsgestalten des α-Quarzes wurden bereits beschrieben[2]). Da neben dem positiven Rhomboeder meist auch das negative Rhomboeder auftritt, und wegen der Häufigkeit der Zwillingsbildungen, bei welchen die Hauptachse wie bei den eben genannten Kombinationen scheinbar sechszählig ist, wird der Quarz zum hexagonalen System im Sinne

1) Die erste experimentelle Feststellung eines asymmorphen regelmäßigen Punktsystems. Ztschr. f. Krist. 1914; 54, 163.

2) Erster Teil S. 166 ff. Zweiter Teil S. 381 und 382.

von Chr. S. Weiß[1]), d. h. zum hypohexagonalen Typus im Sinne von E. v. Fedorow[2]) gestellt; und es wurde schon[3]) bemerkt: „Der Quarz gehört nach der gewöhnlichen Annahme in die trigonal-trapezoedrische Klasse der hexagonalen Syngonie; indessen sind Kristalle, bei welchen die eine Hälfte der sechs (in dieser Klasse zusammengehörigen) Prismenflächen erster Art eine andere Ausbildungsweise verrät oder auch ganz fehlt, bei aufgewachsenen Quarzkristallen gar nicht selten". Hierzu schreibt F. Becke[4]): „Beckenkamp führt mehrere Beispiele von Kristallen an, die in einzelnen Vorkommen eine niedrigere Symmetrie erkennen lassen, als ihnen gewöhnlich zugeschrieben wird. Referent möchte nicht behaupten, daß alle diese Fälle bedeutungslos seien; jedoch sind ganz entschieden solche darunter, die für eine Verminderung der Symmetrie nichts beweisen. So zum Beispiel die aufgewachsenen Quarz- und Kalkspatkristalle, bei denen die abwechselnden Flächen des Prismas erster Art $(2\bar{1}\bar{1})$ verschiedene Ausbildung zeigen. Dies ist doch gewiß kein Beweis von Hemimorphie, sondern nur Folge der Aufwachsung. Dasselbe scheint mir auch bei den Kupferkieskristallen von Arakawa vorzuliegen, die die Symmetrie eines rhombisch-hemimorphen Kristalls vortäuschen. Auch hier erklärt sich die Form, wenn man zugibt, daß die Tatsache des Aufgewachsenseins an dem realen Kristall eine Verschiedenheit der Richtungen von der Unterlage weg und zu der Unterlage hin hervorbringt, die in dem idealen Kristall und in seiner Molekularstruktur nicht vorhanden ist." Da die Frage nach dem holomorphen oder hemimorphen Charakter des Quarzes für die Frage nach der Struktur des Quarzes nicht unwesentlich ist, so verlangen die vorstehenden Worte Beckes eine eingehendere Prüfung der in Betracht kommenden Tatsachen.

Die erste Mitteilung über ungleiche Ausbildung der sechs Flächen des Prismas erster Ordnung beim Quarz machte G. Rose[5]): Die Prismenflächen des Quarzes von Järischau bei Striegau in Schlesien „sind sämtlich ziemlich stark in die Quere gestreift, doch ist diese Streifung nicht überall gleich, bei den einen abwechseln-

1) Erster Teil S. 70.

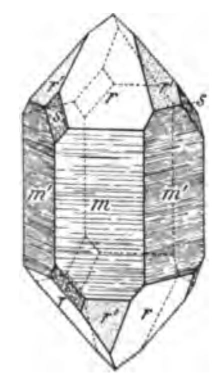
2) Ebenda S. 152.

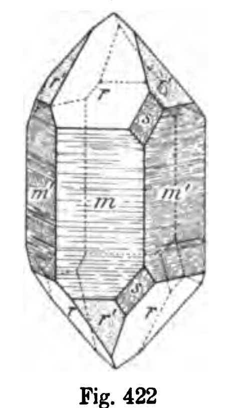
3) Ebenda S. 119 und 120.

4) Min. u. petrogr. Mitt. 1914; **32**, 465.

5) Über das Kristallisationssystem des Quarzes. Abh. d. Berliner Akad. d. Wiss. a. d. Jahre 1844, erschienen 1846, S. 217, spez. 233 und 234.

len Seitenflächen stehen die Streifen weiter auseinander, bei den
nderen sind sie enger; die ersteren Flächen sind dabei glänzender,
lie anderen weniger glänzend. Bei manchen Kristallen ist dieser
Unterschied sehr groß, bei andern ist er indessen geringer. Die
beiden Enden der Kristalle wären daher bestimmt voneinander
unterschieden, indem an dem einen Ende die glänzenderen oder
Hauptrhomboederflächen auch auf den glänzenderen Seitenflächen,
an dem andern Ende dagegen auf den weniger glänzenden aufgesetzt wären; indessen habe ich, obgleich ich eine große Menge
Kristalle dieses Fundorts untersucht habe, immer nur das erstere
Ende auskristallisiert gesehen, mit dem andern waren die Kristalle
stets aufgewachsen (vgl. Figg. 421, 422 und 423). Einige an beiden





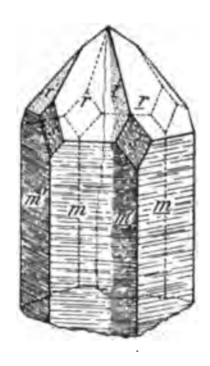


Fig. 421 Fig. 422 Fig. 423

Quarzkristalle, bei welchen die unter *r'* liegenden Flächen *m'* anders ausgebildet sind als die unter *r* liegenden.

Linker Kristall — Rechter Kristall — Zwilling nach dem Brasilianer Gesetze

Nach G. Rose

Enden auskristallisierte Kristalle hatten matte Seitenflächen und zeigten keinen Unterschied unter denselben.“

Während diese von G. Rose beschriebenen, hemimorph ausgebildeten Quarzkristalle stets an einem Ende der Hauptachse aufgewachsen sind, beschreibt F. Wallerant[1]) nach der Hauptachse hemimorphe eingewachsene Kriställchen von SiO_2, welche, wie S. 558 und 559, auch S. 543, ausführlicher nachgewiesen wird, embryonale Quarzkristalle sind. Auch bezüglich des von ihm beschriebenen hemimorphen Kalkspatkristalls bemerkt M. Bauer[2]) ausdrück-

1) Vgl. Erster Teil S. 120.

2) Vgl. ebenda S. 121.

lich, daß er nicht an einem Ende der Hauptachse, sondern „quer angewachsen“ ist, „sodaß seine beiden Enden freiliegen“. Endlich trifft auch beim Kupferkies die Vermutung, daß es sich nur um solche Kristalle handle, welche an einem Ende der hemimorph ausgebildeten Hauptachse angewachsen seien, nicht zu. Beckenkamp[1]) bemerkt: „Bei weitem die Mehrzahl der Kristalle war an einem Ende abgebrochen“; an diesem Ende waren also wohl die Kristalle aufgewachsen. Aber dieses Ende ist nicht etwa ein Ende der hemimorph entwickelten Hauptachse, sondern das rechte bzw. linke Ende der Kante $\pi:\pi$[2]), welche zur Hauptachse senkrecht steht.

Die zuerst von G. Rose für den Quarz ausgesprochene und dann von F. Becke auch auf andere Mineralien übertragene Vermutung, die Hemimorphie nach der Hauptachse sei bei diesen auf solche Kristalle beschränkt, welche an einem Ende dieser Achse aufgewachsen waren, trifft also nicht zu, und man kann nur sagen, daß die Beobachtung eine nach der Hauptachse hemimorphe Ausbildung von Quarz und Kalkspat am häufigsten bei solchen Kristallen kennen lehrt, welche an einem Ende dieser Achse aufgewachsen sind.

Bezüglich der eben erwähnten Kupferkieskristalle von Arakawa bemerkt A. Himmelbauer[3]): „Die Erscheinung, daß bei einem bestimmten Fundorte eines Minerales häufig eine abweichende Flächenentwicklung eintritt, die scheinbar auf eine niedere Symmetrie deutet, ist ja auch bei anderen Mineralien bekannt. Ein Faktor, der hier vielleicht zur Erklärung herbeigezogen werden könnte, wäre eine Änderung in der Konzentration der Mutterlauge, die bei annähernd orientiert aufgewachsenen Kristallen bei deren langsamer Bildung einen habituellen Unterschied zwischen Ober- und Unterseite herbeiführen könnte“.

a C b

Fig. 424

Besteht senkrecht zur vertikalen Achse eines hexagonalen Kristalls eine zweizählige Deckachse, als welche beim Quarz in der Regel die drei Nebenachsen gelten, so sind auf den beiden zur betreffenden Nebenachse parallelen Prismenflächen die zur Hauptachse parallelen Richtungen *a* und *b* „enantiopolar“ (vgl. Fig. 424). Tritt in der Richtung der Hauptachse zu

1) Ztschr. f. Krist. 1907; **43**, 47.
2) Vgl. Erster Teil, Fig. 120, S. 85.
3) Min. u. petrogr. Mitt. 1908; **27**, 327, spez. 351.

der Enantiopolarität *ab* noch eine Polarität **c**, dann werden die beiden gegenüberliegenden Prismenflächen ungleichwertig. Der Umstand, daß die Verschiedenheit der Ausbildung der Prismenflächen beim Quarz bisher stets im Zusammenhang mit der Art des Aufwachsens an einem Ende der Hauptachse verbunden ist, läßt zunächst zwei Erklärungen zu: 1. Die die verschiedene Ausbildung der Prismenflächen verursachende Polarität **c** ist nur durch den äußeren Umstand der Art des Aufwachsens bedingt. 2. Die Polarität **c** ist ebenso wie die Enantiopolarität *ab* in der Molekularstruktur des Quarzes begründet, und diese ist auch die Ursache der Art des Aufwachsens. Daß die Lage der Anwachsstelle geometrisch eine der Polarität **c** entsprechende Verschiedenheit der beiden entgegengesetzten Richtungen der Hauptachse bedingt, ist zweifellos. Indessen ist die Annahme, daß diese Art der geometrischen Verschiedenheit an sich schon die ungleiche Ausbildung der beiden Flächen nach sich ziehe, wie auch die hypothetische Fassung des Beckeschen Satzes andeutet, ein Postulat, dem man nicht unbedingt zuzustimmen gezwungen ist. Das Bedürfnis, die geometrische Begründung der Hemimorphie der Kupferkieskristalle durch eine physikalische zu ersetzen, veranlaßte wohl auch Himmelbauer zu dem oben mitgeteilten Erklärungsversuche. Daß indessen die notwendige Voraussetzung der annähernd gleichen Orientierung der Kristalle für den Kupferkies nicht zutreffe, wurde von Beckenkamp bereits früher[1]) hervorgehoben. Noch viel weniger ist diese Voraussetzung bei den in Frage stehenden Quarzkristallen erfüllt. Auf einer und derselben Stufe von Bourg d'Oisans im Dauphiné sind die nur mit den drei abwechselnden Prismenflächen versehenen Quarzkristalle bezüglich ihrer Hauptachsen nach allen möglichen Richtungen orientiert.

Kann man die hemimorphen Erscheinungen bei den genannten Mineralien durch äußere physikalische Ursachen nicht erklären, dann muß man nach solchen inneren Ursachen suchen, welche in der Molekularanordnung der Kristalle selbst begründet sind.

Die Verschiedenheit der Ausbildung der positiven und negativen Flächen deutet allgemein, nicht nur bei den genannten drei Mineralien, darauf hin, daß beim Dickenwachstum senkrecht zu den positiven Flächen sich stets neue Molekularschichten parallel zu positiven Flächen anlagern, während beim Dickenwachstum senkrecht zu den negativen Flächen die Köpfe der den benachbarten

1) Ztschr. f. Krist. 1910; **47**, 38.

positiven Flächen parallel gehenden Schichten sich entsprechen vorschieben [1]).

Der Einfluß der Polarität c auf die sechs Flächen des positiv Rhomboeders muß diese in zwei dreizählige Flächenkomplexe, zwei trigonale Pyramiden zerlegen. Nur eine dieser beiden Pyra miden kann als bevorzugte Wachstumsform gelten, über welcher sich neue Schichten parallel ablagern. Kann die Bildung einer neue Schicht an allen Stellen des Kristalls gleich rasch vor sich gehen dann stoßen die drei Schichten an den drei Polkanten zusamm und endigen an der der Spitze gegenüberliegenden Stelle in dr Linien, welche zusammen eine basische Fläche definieren. Erf aber das Wachstum an dem spitzen Pole rascher als an dem bas schen Pole, dann brechen die rhomboedrischen Schichten sc vor dem basischen Ende ab, und dies gibt Veranlassung zu ein dreiseitigen Prisma, welches unter der trigonalen Pyramide lie Kann auch das Wachstum in der Richtung der horizontalen Kant der neuen Schichtbildung am spitzen Pole nicht folgen, dann tri eine negative dreiseitige Pyramide an die Stelle der drei Polkant der positiven Pyramide, und die rückwärtigen Verlängerungen d negativen Pyramiden bilden drei negative Prismen. Das Dicken wachstum der bis jetzt vorausgesetzten Flächen ist verschied Bei den positiven Pyramiden lagern sich neue Schichten parallel den betreffenden Flächen; bei den negativen Pyramiden und bei negativen Prismen schieben sich schon vorhandene Schichten in Richtung der Nebenachsen fort, bei den positiven Prismen schie sich schon vorhandene Schichten in der Richtung der Höhenlin der Pyramiden, und zwar in der von der Spitze der dreiseit Pyramide aus nach dem Prisma hin gehenden Richtung, weiter

Lagert sich auf einer negativen Prismenfläche eine kl Partikel ab, deren Polarität c umgekehrt gerichtet ist als bei darunter liegenden Kristall, dann gibt diese den Anstoß zur Bild einer positiven Prismenfläche über der darunter liegenden negativ Fläche, und diese kann dann ihrerseits auch die Veranlassun einer positiven Pyramide geben, welche dem entgegengesetzten angehört; sobald dies eingetreten ist, dann verhalten sich die bei Pole gleich. Die Gleichheit der beiden Pole bedingt dann natür auch Gleichheit der sechs Prismenflächen, mögen diese als posi oder als negative zur Ausbildung gelangen.

---

1) Vgl. Erster Teil S. 192.

Der embryonale Kristall muß hiernach von einer trigonalen Pyramide und der Basis begrenzt werden; beim weiteren Stadium kann eine Verschiedenheit der sechs Prismenflächen nur bei solchen Quarzkristallen erwartet werden, welche an einem Ende der Hauptachse aufgewachsen sind. Die an beiden Enden ausgebildeten Quarzkristalle bestehen aus zwei Teilen, deren polare Achse c entgegengesetzt orientiert ist; die beiderseits ausgebildeten Quarzkristalle sind daher Zwillinge nach dem Gesetze: Zwillingsachsen sind die Nebenachsen.

Aber auch bei den einseitig ausgebildeten Quarzkristallen wird der Unterschied zwischen den positiven und den negativen Flächen dadurch verschleiert, daß es kaum Quarzkristalle gibt, welche nicht nach dem Dauphinéer Gesetz — Zwillingsachse ist die Hauptachse — verzwillingt sind.

Die infolge dieser beiden Zwillingsgesetze bedingte scheinbare Zweizähligkeit der drei Nebenachsen wird noch vermehrt durch die erwähnte Lamellenstruktur nach den Flächen der positiven dreiseitigen Pyramiden. Weil diese Flächen der einen Hälfte des genannten Zwillings nach den Nebenachsen parallel sind zu denselben Flächen der anderen Hälfte, so setzen die Lamellen an den Zwillingsgrenzen nicht ab; in bezug auf die Lamellenstruktur, ohne Rücksicht auf die innere Struktur der einzelnen Lamellen, bilden die Zwillinge nach diesem Gesetze nur einen einheitlichen Körper, für welchen die drei Nebenachsen zweizählige Deckachsen sind.

Die gleichen Betrachtungen, welche soeben betreffs der Prismenflächen des Quarzes angestellt wurden, gelten auch bezüglich der Prismenflächen des Kalkspates. Bei diesem Mineral kommt noch hinzu, daß von ihm auch Zwillinge bekannt wurden[1]), deren Einzelkristalle die gleiche Verschiedenheit der Prismenflächen zeigen wie die einseitig ausgebildeten Kristalle, und bei welchen die Nebenachsen Zwillingsachsen sind. Dem kann man freilich entgegenhalten, daß die Zwillingsgrenze in diesem Falle für beide Einzelindividuen die Rolle der Anwachsstelle übernimmt, und daß dann durch diese Zwillinge kein neues Beweismoment für die Hemimorphie geliefert werde.

Vorstehende Betrachtungen führen zu dem Resultate, daß die Hemimorphie der Hauptachse beim Quarz, Calcit

1) Vgl. Erster Teil S. 183.

und Chalkopyrit schon in der Struktur des idealen Kristalls begründet ist. Sind die Kristalle von Quarz und Calcit an einem Ende aufgewachsen, so erschwert dieser Umstand nur die Zwillingsbildung nach der Nebenachse, durch welche die Hemimorphie nach der Hauptachse verschleiert wird.

Der Quarz ist „nur unvollkommen spaltbar" nach dem positiven Grundrhomboeder $r = R\{10\bar{1}1\}$ und zeigt im allgemeinen nur sog. muscheligen Bruch. Zwillingskristalle nach dem Brasilianer Gesetz, bei welchen die Flächen r Verwachsungsebenen sind, lassen eine vollkommenere Absonderung nach diesen Flächen erkennen.

Kenngott (Gustav Adolf, geb. 6. Januar 1818 zu Breslau, Privatdozent an der Universität Breslau, dann Gehilfe am k. k. Hofmineralienkabinet in Wien; zuletzt Professor der Mineralogie am eidgenössischen Polytechnikum und an der Universität Zürich, 1893 emeritiert, gest. 7. März 1897 zu Lugano) tauchte glühend gemachte Quarzkristalle in kaltes Wasser; einige zersprangen dabei nach den Flächen von r.[1]) E. Mallard[2]) erhielt durch Druck zwei spiegelnde Flächen, eine merklich vollkommenere nach r, eine andere weniger vollkommene nach $r' = -R\{\bar{1}011\}$, und zwei weitere Flächen nach $\infty R\{10\bar{1}0\}$ und $0R\{0001\}$. J. Lehmann[3]) erhielt beim „Schrecken" an Quarzkristallen Kontraktionsrisse nach dem Grundrhomboeder r.

Beim Quarz (und ebenso beim Calcit) ist also nach den Kohäsionsverhältnissen die Zweizähligkeit der Nebenachsen in der Lamellenstruktur nach r begründet. Das Hesselsche System kennt keine Symmetrieklasse, bei welcher Hemimorphie der Hauptachse mit Zweizähligkeit der Nebenachsen verbunden wäre. Allein dieses System umfaßt nur die möglichen homogenen Anordnungen von Schwerpunkten gleichartiger Elemente, während die Lamellenstruktur eine Sonderstellung der an der Lamellenoberfläche liegenden Elemente gegenüber den im Innern der Lamellen liegenden Elementen zur Folge hat. Die Symmetrie des Systems der Schwerpunkte einer Art von Atomen, oder auch des Systems der Schwerpunkte von Atomgruppen braucht also keineswegs mit der Symmetrie der Lamel-

1) Nach C. Hintze, Handb. d. Mineralogie 1915; I, S. 1273.
2) Bull. d. l. soc. franç. d. min. 1890; **13**, 61.
3) Ztschr. f. Krist. 1886; **11**, 610.

lierung übereinzustimmen, und je nach der Untersuchungsmethode kann die eine oder andere dieser Symmetrien zum Ausdruck kommen.

Zwischen der Hemimorphie der Hauptachse beim Quarz und beim Calcit einerseits und beim Chalkopyrit andererseits besteht noch der Unterschied, daß diese Hemimorphie bei den beiden ersten Mineralien infolge der noch bleibenden Symmetrieelemente nur den Übertritt aus einer Klasse der hexagonalen Syngonie in eine andere Klasse derselben Syngonie nach sich zieht, während die Hemimorphie des Chalkopyrits den Übergang aus der tetragonalen Syngonie in die rhombische Syngonie zur Folge hat. Man muß wohl annehmen, daß die Hemimorphie der Hauptachse im letzteren Falle eine wenn auch nur sehr geringe Deformation der tetragonalen Anlage zur Folge hat, welche zwar geometrisch nicht nachweisbar ist, aber wahrscheinlich optisch nachweisbar sein würde, wenn der Chalkopyrit durchsichtig wäre. Die vorstehenden Erörterungen enthalten den Schlüssel zu der Erklärung für die namentlich von Mallard nachgewiesene große Verbreitung von mimetischen Kristallen.[1]) Andererseits kann die rhombische Form des Chalkopyrits um so mehr als eine meroedrisch-tetragonale Form betrachtet werden, je geringer die besprochene Deformation

1) Vgl. Erster Teil S. 201 ff.

Bei Besprechung des ersten Teiles dieses Werkes (a. a. O. S. 465) bemerkt F. Becke bezüglich des § 19, Mimesie: „Hier vermißt, nebenbei bemerkt, Referent die historische Feststellung, daß dieser Ausdruck und eine scharfe begriffliche Definition von Tschermak herrührt". Diese Bemerkung Beckes ist berechtigt. Das Versäumte möge deshalb an dieser Stelle nachgeholt werden. In der 27. Versammlung der Deutschen Geologischen Gesellschaft zu Baden (Ztschr. d. D. Geolog. Ges. 1879; **31**, 637) besprach der hochverdiente Altmeister unter den heutigen Mineralogen G. Tschermak die optischen Eigenschaften der Feldspate und „die Besprechung der Kaliumfeldspate veranlaßte den Vortragenden auf den Mikroklin einzugehen, welcher nach Des Cloizeauxs Beobachtungen eine asymmetrische Grundform besitzt und polysynthetisch gebildet ist, während er in der äußeren Ausbildung stets die Symmetrie des monoklinen Systems darbietet. Auf die Beispiele Leucit, Chabasit, Apophyllit, Boracit, Perowskit, welche nach den Untersuchungen der Herren G. vom Rath, Mallard, Becke, Rumpf, Baumhauer hierher gehören, übergehend, macht der Vortragende auf die Häufigkeit der in letzter Zeit von Mallard hervorgehobenen Erscheinung aufmerksam, welche darin besteht, daß Kristalle, die durch Individuen niederen Symmetriegrades polysynthetisch aufgebaut sind, äußerlich Formen höherer Symmetriegrade darbieten, und macht den Vorschlag, derlei Formen mimetische zu nennen, wonach der Leucit als mimetisch-tesseral, der Chabasit (vgl. Erster Teil S. 203) als mimetisch-rhomboedrisch, der Apophyllit als mimetisch-tetragonal zu bezeichnen wären."

ist, und diese wird um so häufiger und vollständiger durch Zwillingsbildung kompensiert werden, je geringfügiger sie ist. Hiermit erhält auch die früher[1]) aufgeworfene Frage nach der Stellung derjenigen Symmetrieformen, welche durch Halbierung und Viertelung aus einer holoedrischen Form erhalten werden, und für welche unter den 32 Symmetrieklassen keine besondere Kategorie besteht, ihre Lösung.

§ 102

β-Quarz

J. Joubert[2]) gibt an, daß der Quarz bis 1500° klar bleibe und die Polarisationsebene drehe.

Dagegen beobachteten E. Mallard und H. Le Chatelier[3]), daß der Quarz bei 1060° trüb werde, und Mallard schloß daraus, daß bei dieser Temperatur eine Umwandlung des Quarzes in Tridymit stattfinde. Bei 570° C fand Le Chatelier eine plötzlich eintretende Änderung der thermischen Ausdehnung des Quarzes, und zwischen 570° und 1060° eine langsame Kontraktion desselben.

G. Friedel[4]) erzeugte Ätzfiguren auf positiven und auf negativen Rhomboederflächen und fand diese oberhalb 570° einander gleich; er schloß daraus, daß der Quarz bei dieser Temperatur nicht mehr trigonal-trapezoedrisch, sondern hexagonal-trapezoedrisch sei.

J. Beckenkamp[5]) bemerkte, daß sowohl der in porphyrischen Gesteinen entstandene, als auch der aus Schmelzflüssen künstlich dargestellte Quarz in keinem Stadium der Abkühlung Tridymitform gehabt habe, „wie schon aus den Umgrenzungsflächen hervorgeht".

O. Mügge[6]) setzte die Ätzversuche am Quarz fort und hält es ebenfalls für wahrscheinlich, daß der Quarz bei höherer Temperatur der hexagonal-trapezoedrischen Klasse angehöre; er nennt diese Modifikation der Kieselsäure „β-Quarz" und spricht die Ansicht aus, daß alle aus natürlichen Schmelzflüssen gebildeten Quarze zuerst als β-Quarze entstanden seien, während die aus wässerigen Lösungen abgeschiedenen Quarze sogleich die bei gewöhnlicher

---

1) Erster Teil S. 119, Nr. 4.

2) C. R. 1878; 87, 497.

3) Bull. d. l. soc. franç. d. min. 1890; **13**, 112, 119 und 123.

4) Ebenda 1902; **25**, 112. — Ausz. Ztschr. f. Krist. 1904; **39**, 189. Vgl. auch ebenda 1907; **42**, 462.

5) Ztschr. f Krist. 1907; **42**, 463.

6) N. Jahrb. f. Min. usw. 1907; Festband, S. 181 ff.

Temperatur stabile Modifikation, d. h. die des „α-Quarzes“, angenommen habe; bei den letzteren ist das Prisma herrschende Form, bei den ersteren tritt dieses zurück. „Da die Drehung des Quarzes nach Joubert mindestens bis 1500° bestehen bleibt, ist es sehr wahrscheinlich, daß der aus den natürlichen Schmelzflüssen ausgeschiedene Quarz bereits optisch aktiv ist.“ „Damit stimmt überein, daß die genannten Quarze fast niemals Verwachsungen r. und l. Kristalle sind, was zu erwarten wäre, wenn sie etwa durch Zerfall optisch inaktiver kristalliner SiO_2 entstanden wären.“ „Ob oberhalb 1500° eine optisch inaktive kristalline Modifikation besteht, erscheint angesichts der Nichtaktivität des Quarzglases immerhin möglich, indessen ergaben Versuche, daß sie jedenfalls bei niedrigerer Temperatur nicht beständig ist.“ [1])

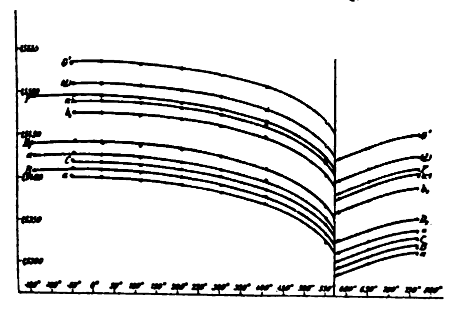


Fig. 425
Kurven zur Änderung von ν_o des Quarzes im Temperaturintervall von — 140° bis + 765°.
Nach F. Rinne und R. Kolb

F. Rinne und R. Kolb bestimmten die Abhängigkeit der Brechungsquotienten [2]) und der Winkel zwischen gewissen Flächen [3]) des Quarzes von der Temperatur. Die Kurven der Fig. 425 geben das Resultat für den ordentlichen und die der Fig. 426 für den außerordentlichen Strahl an, und zwar für eine größere Reihe von Spektrallinien zwischen $a = 718$ und $G = 431\ \mu\mu$. Die Kurven der Figg. 427, 428 und 429 geben die Abhängigkeit der Winkel zwischen den Flächen $(10\bar{1}0):(10\bar{1}1)$, $(10\bar{1}1):(\bar{1}101)$, $(10\bar{1}1):(01\bar{1}1)$.

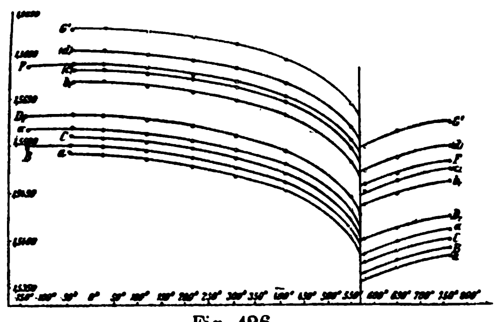


Fig. 426.
Kurven zur Änderung von $\bar{\nu}_e$ des Quarzes im Temperaturintervall von — 140° bis + 765°.
Nach F. Rinne und R. Kolb

1) A. a. O. S. 195.
2) N. Jahrb. f. Min. usw. 1910; II, 138.
3) Centralbl. f. Min. usw. 1911, S. 65.

ordnung vorliegt, bei welcher die sich in paralleler Orientierung wiederholende Periode stets genau die gleiche Größe hat[1]), oder ob bei der höheren Temperatur nur eine quasi homogene Anordnung vorliegt, indem homogene, sich in verschiedener Orientierung wiederholende Partikeln ungleiche, aber so geringe Größe besitzen, daß diese einzeln sich unserer Wahrnehmung entziehen, läßt sich experimentell nicht entscheiden.

Der α-Quarz geht durch alle Zwischenstufen beim Erwärmen, wenn auch zuletzt mit größter Geschwindigkeit, in β-Quarz über. Auch von der makroskopisch deutlichen Verwachsung von rechten bzw. linken Kristallen bis zu den scheinbar einfachen Quarzkristallen ohne nachweisbares Drehungsvermögen gibt es alle Zwischenstufen. Die Gleichheit der Syngonie, die Gleichheit des Achsenverhältnisses und der kontinuierliche Übergang deuten darauf hin, daß die beiden scheinbar einheitlichen Arten von Quarzkristallen mit höherer Symmetrie als derjenigen der trigonal-trapezoedrischen Klasse keine neuen Formen des Quarzes oder der Kieselsäure darstellen, sondern submikroskopische Zwillingsgemenge, quasi homogene Aggregate des α-Quarzes.

Auf die Analogie zwischen der innigen Zwillingsverwachsung von Formen positiver und negativer Stellung nach dem Dauphinéer Gesetz, sowie von rechten und linken Quarzkristallen einerseits und der racemischen Verbindung andererseits wurde schon im ersten Teile (S. 172 u. 173) hingewiesen. Alle drei Arten der Mischung haben gemeinsam, daß durch die innige Vereinigung zweier Körper von entgegengesetzten Eigenschaften oder von entgegengesetzter Orientierung ein wenigstens scheinbar homogener Körper entsteht, welcher die das entgegengesetzte Verhalten bedingenden Eigenschaften nicht mehr erkennen läßt.

Zwischen der Lösung einer der beiden Weinsäuren und einem einfachen Quarzkristall kommt noch die weitere Analogie hinzu, daß durch Erwärmen bei beiden auch die entgegengesetzte Form bzw. Orientierung der Individuen des Dauphinéer Quarzzwillings entsteht, und daß bei einem bestimmten Temperaturgrad die beiden entgegengesetzten Weinsäuren bzw. die beiden entgegengesetzten Stellungen des Quarzes in gleichen Mengen vorhanden sind. Hierbei besteht aber der Unterschied, daß bei der Weinsäure eine Um-

1) Vgl. Erster Teil S. 4.

lagerung der Atome im Molekül eintreten muß; bei dem Quarzkristalle dagegen müßte, falls mit dem Übergang von α-Quarz in β-Quarz eine Lagerungsänderung verbunden ist, entweder eine Drehung einzelner Massenteile gegeneinander oder eine Umlagerung von chemischen Molekülen innerhalb einer Molekülgruppe stattfinden.

Die Kristallzwillinge nach dem Brasilianer Gesetz haben mit der Traubensäure gemeinsam, daß beide Körper aus rechten und linken Elementen aufgebaut sind, aber sie unterscheiden sich von dieser dadurch, daß es nicht gelingt, durch Erwärmung einen rechten Kristall in einen linken zu verwandeln.

Die Kristalle von β-Quarz, welche der hexagonal-trapezoedrischen Klasse eingereiht werden, und die innigen Gemenge von rechtem und linkem Quarz haben gemeinsam, daß sie der gleichen Syngonie angehören und auf dasselbe Achsenkreuz zurückgeführt werden müssen wie die einfachen Kristalle des Quarzes, während die Kristalle der Traubensäure einer andern Syngonie angehören und ein anderes Achsenverhältnis haben als die der Weinsäure.

Die Kristalle der Traubensäure haben die typischen Eigenschaften der Molekularverbindungen; sie sind nach der von Beckenkamp[1]) aufgestellten Definition homogene Körper, während die Lösung in dieser Hinsicht mit dem β-Quarz verglichen werden muß.

§ 103

Tridymit und Cristobalit

Vom Rath (Gerhard, geb. 20. Aug. 1830 in Duisburg, verbrachte seine Jugend in Köln, studierte in Bonn (unter Bischof, Nöggerath und Ferd. Römer), in Genf und in Berlin (unter Rammelsberg, Chr. S. Weiß und G. Rose). Im Hause seines späteren Schwiegervaters G. Rose wurde er mit Mitscherlich, A. v. Humboldt und L. v. Buch bekannt, promovierte 1853 in Berlin, habilitierte sich 1856 in Bonn für Mineralogie und Geologie, wurde hier 1863 außerordentlicher und 1872 ordentlicher Professor und Direktor des mineralogischen Museums, welches er durch den Ankauf der Privatsammlung von Dr. A. Krantz zum Preise von 144000 ℳ um mehr als 14000 auserlesene Mineralien vermehrte; er wurde auf seinen Wunsch 1880 von der Direktion des Museums und 1888 von der Verpflichtung, Vorlesungen zu halten, entbunden und zum

1) Erster Teil S. 4.

ordentlichen Honorarprofessor ernannt. Im Begriffe, eine Reise nach Italien anzutreten, starb der „unermüdliche Forscher“ in Coblenz am 23. April 1888, wo er seine Reise unterbrochen hatte, um einen dort wohnenden Freund zu besuchen, an einem Gehirnschlage) entdeckte[1]) (im Juli 1867) auf Stücken „eines trachytischen Porphyrs vom Berge St. Cristobal bei Pachuca, Mexiko“ „eine neue kristallisierte Modifikation der Kieselsäure“. Diese „vulkanische Kieselsäure“ hat wie der Quarz hexagonale Kristallformen (vgl. Fig. 430), bildet jedoch nur dünne sechsseitige Täfelchen. Vom Rath deutete die Flächen m und p als Prismen und Bipyramiden erster Art und berechnete dementsprechend aus den von ihm beobachteten Winkeln das Achsenverhältnis $a : c = 1 : 1{,}6533$; werden die genannten Formen als solche zweiter Art gedeutet, dann wird $a : c = 1 : 0{,}9545$. Diese Modifikation der Kieselsäure zeigt keine hemiedrischen Formen und keine Drehung der Polarisationsebene; typisch sind Zwillinge und Drillinge nach $\frac{1}{6} P \{10\bar{1}6\}$ (unter Zugrundelegung des zuerst genannten Achsenverhältnisses), und danach wählte vom Rath den Namen Tridymit (Drilling). Das spezifische Gewicht des Tridymits ist geringer als das des Quarzes; jenes ist 2,30 (Hautefeuille), dieses 2,660 (Penfield).

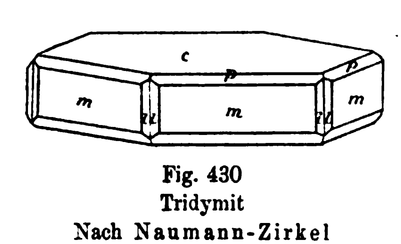


Fig. 430
Tridymit
Nach Naumann-Zirkel

Fig. 430 zeigt einen scheinbar einfachen hexagonalen Kristall, welcher begrenzt wird von den Flächen $c = 0P\{0001\}$, $m = \infty P\{10\bar{1}0\}$, $p = P\{10\bar{1}1\}$ und $l = \infty P\frac{9}{5}\{54\bar{9}0\}$; außer diesen treten noch häufig auf die Formen: $a = \infty P2\{11\bar{2}0\}$, $i = \infty P\frac{5}{3}\{32\bar{5}0\}$, $o = \frac{1}{3}P\{10\bar{1}3\}$ und $f = \frac{1}{2}P\{10\bar{1}2\}$.

v. Lasaulx (Arnold Constantin Peter Franz, war geboren zu Castellaun im Kreise Simmern am 14. Juni 1839, verlebte seine Jugend in Krefeld und Neuß. Nach zweijähriger praktischer Tätigkeit im Bergfache studierte er in Bonn und Berlin; promovierte 1865 in Bonn und habilitierte sich dort 1868; wurde 1875 außerordentlicher Professor in Breslau, 1880 ordentlicher Professor in Kiel und wurde in demselben Jahre als ordentlicher Professor der Mineralogie und Geologie nach Bonn berufen; er machte die beiden Feldzüge 1866 und 1870—71 mit und starb am 25. Januar 1886

1) Ann. d. Phys. 1868; **135**, 437. 1874; **152**, 1.

in Bonn) untersuchte den Tridymit bei höherer Temperatur und kam zu folgendem Resultat:[1])

„Der Tridymit gehört nicht dem hexagonalen, sondern dem triklinen Kristallsysteme an. Seine Formen stehen jedoch dem rhombischen Systeme (mit einem nahe an 60° herangehenden Prismenwinkel) sehr nahe, wie besonders auch die Lage seiner Hauptschwingungsrichtungen erkennen läßt. Die anscheinend einfachen hexagonalen Tafeln sind Zwillingsverwachsungen, analog gebildet wie die Zwillinge des monoklinen Glimmers oder der rhombischen Mineralien der Aragonitgruppe: Zwillingsebene die Fläche des Prismas.“ A. v. Lasaulx unterscheidet „klare“ und „getrübte“ Tridymitkristalle. „Nur wenige Blättchen erweisen sich zum größeren Teile als einheitlich, ihnen sind dann kleinere, abweichend sich verhaltende Teile eingeschaltet.“ „Da die Dicke der Täfelchen meist eine außerordentlich geringe ist (gemessen von 0,003 mm bis zu 0,05 mm), so sind die (Interferenz-) Erscheinungen unter gekreuzten Nicols im allgemeinen nicht sehr intensiv.“ Die Ebene der optischen Achsen steht annähernd senkrecht zur horizontalen Prismenkante (vgl. Fig. 431). A. v. Lasaulx beobachtete eine Abweichung der einen Auslöschungsrichtung gegen diese Kante von 1 bis 2°; auf Schnitten parallel zur Prismenfläche fand er eine Neigung der Auslöschung von 3° gegen dieselbe Kante. Die meisten Täfelchen erweisen sich als mehr oder weniger komplizierte Verwachsungen verschieden orientierter Teile, welche teils längs Prismenflächen nebeneinander, teils als schuppige Bildungen übereinander lagern.

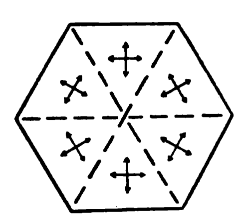


Fig. 431
Optische Orientierung der verschiedenen Felder des α-Tridymits.

Gleichzeitig mit A. v. Lasaulx untersuchte auch M. Schuster[2]) das optische Verhalten des Tridymits und gelangte ebenfalls zu dem Resultate, daß die einfachen Kristalle, die in der angedeuteten Weise miteinander verwachsen, triklin seien.

E. Mallard[3]) hält den optisch-zweiachsigen Tridymit für rhombisch mit dem Achsenverhältnis $a:b:c = 1:\text{cotg}\,30^0:1{,}6529 = 0{,}5774:1:0{,}9544$; den optischen Achsenwinkel des Tridymits bestimmte Mallard zu $2E = 66^0$ ca., für die sehr schwache Doppel-

1) Ztschr. f. Krist. 1878; **2**, 253, spez. 273.
2) Min. u. petr. Mitt. 1878; **1**, 71.
3) Bull. d. l. soc. franç. d. min. 1890; **13**, 161.

brechung die Werte $\alpha - \beta = 0{,}0016$ ca., $\beta - \gamma = 0{,}00025$; den Mittelwert von β und γ fand er zu 1,477 für die Linie D des Spektrums, die positive erste Mittellinie senkrecht zu (001), die optische Achsenebene (100); das rhombische Prisma entspricht der von vom Rath als Prisma zweiter Art aufgestellten Form.

Die „getrübten" Kristalle von der Form des Tridymits wurden von Mallard auf Grund ihres spezifischen Gewichtes als Quarz erkannt und als Ausfüllungspseudomorphosen nach Tridymit erklärt.

N. Story-Maskelyne[1]) beschrieb eine in dem Meteorstein von Breitenbach in Böhmen in Form von farblosen optisch-zweiachsigen Körnern vorkommende, von ihm Asmanit (nach dem indischen Worte a-sman, Donnerkeil) genannte Form der Kieselsäure als rhombisch mit einem Prisma dritter Art von 59° 40', deren Prisma erster Art $\breve{P}\infty$ {011} mit der Basis einen Winkel von 62° 14' bildet; die als die gleiche Form aufzufassende hexagonale Bipyramide vom Raths bildet mit der Basis einen Winkel von 62° 10'. Maskelyne berechnete für den Asmanit daraus das Achsenverhältnis $a : b : c = 0{,}5734 : 1 : 1{,}8994 = 0{,}5734 : 1 : 2 \cdot 0{,}9495$. Aus der annähernden Übereinstimmung des Achsenverhältnisses schließen Lasaulx und Mallard, daß der Tridymit und der Asmanit das gleiche Mineral seien, wenn auch der Asmanit die besprochene Drillingsverwachsung nach dem rhombischen Prisma nicht zeige.

A. Merian[2]) beobachtete, daß der Tridymit beim Erwärmen optisch-einachsig, aber bei der Abkühlung wieder optisch-zweiachsig werde. E. Mallard bestätigte diese Angabe und bestimmte die Umwandlungstemperatur zu 130°. Nach H. Steinmetz[3]) findet diese Umwandlung nicht bei einer bestimmten Temperatur, sondern in dem Intervalle von 130° bis 160° statt, und bei der Abkühlung tritt die optische Zweiachsigkeit oft mit bedeutender Unterkühlung (bis 90°) ein. Man bezeichnet jetzt allgemein die unterhalb der Umwandlungstemperatur beständige Modifikation des Tridymits als α-Tridymit, die oberhalb dieser Temperatur beständige als β-Tridymit.

Nach H. Le Chatelier[4]) erfährt die mit Temperaturzunahme vor sich gehende Ausdehnung bei der Umwandlungstemperatur

1) Proc. of the R. Soc. of Lond. 1868/69; **17**, 371. — Phil. Trans. 1871; **161**, 361.

2) N. Jahrb. f. Min. usw. 1884; I, 193.

3) Ztschr. f. physik. Chemie 1905; **52**, 449.

4) C. R. 1890; **111**, 123.

130° eine plötzliche Zunahme; darauf erfolgt die Ausdehnung wieder regelmäßig, bis sie bei 750° ein Maximum zeigt.

„Eine Spaltbarkeit, außer etwa der basischen, die in der Übereinanderlagerung der Täfelchen sich ausspricht, ist gewöhnlich nicht wahrzunehmen. Wohl aber läßt sich eine solche künstlich erhalten. Wenn man ein klares Tridymittäfelchen ganz kurze Zeit in Kalilauge kocht, so wird dasselbe auffallend rissig. Die Risse verlaufen vollkommen geradlinig und gehen den Seiten des Hexagons parallel.“[1])

G. vom Rath[2]) entdeckte noch eine dritte Modifikation von kristallisierter Kieselsäure, welche er nach ihrem Vorkommen am Cerro S. Cristóbal bei Pachuca in Mexiko Cristobalit nannte. Dieses Mineral zeigt scheinbar reguläre Oktaeder von weißer Farbe; G. vom Rath hielt die Kristalle für regulär. Das spez. Gewicht bestimmte Mallard zu 2,34, fand[3]) aber auch dieses Mineral bei gewöhnlicher Temperatur als ein Zwillingsgebilde. Eine Platte parallel einer Oktaederfläche besteht aus drei Systemen verschieden orientierter und unregelmäßig verteilter, doppeltbrechender Partien. Die optische Untersuchung ergibt, daß die einfachen Teile tetragonal-pseudoregulär sind. Die tetragonalen Basisflächen liegen infolge der Zwillingsbildung nach einer Fläche, welche dem regulären Rhombendodekaeder entspricht, nach den drei Würfelflächen verteilt. Den mittleren Brechungsquotienten bestimmte Mallard zu 1,432, $\omega - \varepsilon = 0{,}00053$ ca. Während also der optisch-einachsige Tridymit, d. h. der Tridymit bei höherer Temperatur, optisch positiv ist, ist der optisch-einachsige Cristobalit optisch negativ.

Auch der Cristobalit wandelt sich, wie zuerst Mallard fand, bei höherer Temperatur um und wird regulär. Mallard bestimmte die Umwandlungstemperatur des Cristobalits zu 175°, F. E. Wright[4]) dagegen zu ca. 225°, K. Endell[5]) und R. Riecke zu ca. 230°. F. E. Wright konnte bei der Umwandlung des α-Cristobalits in β-Cristobalit nur eine sehr geringe Volumvermehrung beobachten. Endell und Riecke geben eine Vermehrung von

---

1) A. v. Lasaulx, a. a. O. S. 259.

2) Sitzungsber. d. niederrh. Ges. für Nat.- u. Heilk., Bonn 1884, S. 112. — N. Jahrb. f. Min. usw. 1887; I, 198.

3) Bull. d. l. soc. franç. d. min. 1890; **13**, 172.

4) Ztschr. f. anorg. Chemie 1910; **68**, 406. 1911; **71**, 52.

5) Min. u. petr. Mitt. 1912; **31**, 501. — Vgl. auch Ztschr. f. anorg. Chemie 1912; **79**, 239.

mehreren Prozent an. Die unterhalb der Umwandlungstemperatur beständige Modifikation heißt wieder α-Cristobalit, die oberhalb derselben beständige β-Cristobalit.

Tridymit und Cristobalit stehen einander näher als dem Quarz. Das spez. Gewicht des Tridymits 2,28 ist von dem des Cristobalits 2,34 viel weniger verschieden als von dem des Quarzes 2,65. Tridymit und Cristobalit sind in heißen Alkalien leicht, Quarz schwer löslich.

A. Smits und K. Endell[1]) geben an, daß oberhalb 1000° sich Quarz bei längerem Erhitzen in Cristobalit, bei gleichzeitiger Gegenwart von Mineralisatoren auch in Tridymit umwandle. Sie kommen auf Grund der „Tatsache, daß die Dampfphase und die flüssige Phase eines Stoffes, jede für sich, im allgemeinen aus verschiedenen Molekülarten bestehen", zu dem Schluß, daß „die feste Phase, welche sich (beim unären Verhalten) aus der erstarrenden Flüssigkeit ausscheidet, im allgemeinen aus Mischkristallen besteht und daß das innerliche Gleichgewicht, das in der flüssigen Phase herrscht, sich auch in der festen Phase fortsetzt."

§ 104

Faserige Varietäten der Kieselsäure

Außer den genannten sechs Modifikationen des Siliciumdioxyds, SiO_2, sind noch drei faserige Formen, Chalcedon, Quarzin und Lutecin zu erwähnen.

Die Härte der Chalcedonfasern ist etwas geringer als die des Quarzes, das spezifische Gewicht 2,59—2,64. Die Fasern zeigen parallele Auslöschung zu ihrer Längsrichtung, und diese ist Richtung der größten optischen Elastizität $\mathfrak{a}$. A. Michel-Lévy und Munier-Chalmas[2]) fanden die Ebene der optischen Achsen parallel zur Faserachse und den Austritt einer spitzen positiven Bisektrix mit $2\,V = 30°$ senkrecht zur Faserachse.

Die Quarzinfasern lassen sich durch ihre Härte und das spezifische Gewicht von den Chalcedonfasern nicht unterscheiden. Die Faserrichtung ist jedoch bei ihnen parallel der kleinsten optischen Elastizität $\mathfrak{c}$. Der optische Achsenwinkel beträgt nach Michel-Lévy und Munier-Chalmas $2\,V = 35°$. Die Ebene der optischen Achsen liegt in der Längsrichtung der Fasern.

---

1) Ztschr. f. anorg. Chemie 1913; **80**, 176.
2) Bull. d. l. soc. franç. d. min. 1892; **15**, 159.

Michel-Lévy und Munier-Chalmas entdeckten ferner auf Quarz aufsitzende Fasern, deren Faserrichtung in der von der Hauptachse und einer Zwischenachse gebildeten Ebene liegt und mit der Hauptachse einen Winkel von 33° bildet. Sie nannten diese Fasern Lutecin, ihre erste Mittellinie bildet 45° mit der Faserrichtung. Die Lutecinfasern verwachsen miteinander zu einer flachen pseudohexagonalen Bipyramide von etwa 0,5 mm Durchmesser, welche als Lutecit bezeichnet wurde (Dichte 2,551). Je vier in einem etwas stumpferen Winkel anliegende Pyramidenflächen haben eine etwas andere Streifung als die vier anderen. Basische Schliffe des Lutecits erscheinen aus Lutecinfasern zusammengesetzt, welche unter 60° einander schneiden.

Ferner beobachtete F. Wallerant[1]) Fasern, welche der Achse der mittleren optischen Elastizität $\mathfrak{b}$, d. h. einer Zwischenachse parallel gingen, endlich auch Fasern, deren Längsrichtung in der Ebene $\mathfrak{c}\mathfrak{b}$ unter 57° gegen $\mathfrak{c}$ geneigt waren. Die Längsachse ist also bald die Achse der größten, bald die der kleinsten, bald die der mittleren optischen Elastizität. Chalcedon, Quarzin und Lutecin sind daher dasselbe Mineral, dessen Faserrichtung aber in verschiedener Weise orientiert ist, beim Chalcedon nach $\mathfrak{a}$, beim Quarzin nach $\mathfrak{c}$, beim Lutecin unter 33° oder 57° zu $\mathfrak{c}$ geneigt in der Ebene $\mathfrak{c}\mathfrak{b}$.

Wallerant[2]) fand, daß Quarzinfasern oft beim Eindringen in Quarz eine zur Hauptachse parallele Richtung annehmen, während Chalcedon in diesem Falle in einer zur Hauptachse senkrechten Richtung in den Quarz eindringt. H. Hein[3]) fand diese Beobachtungen bestätigt. „Dünnschliffe von Stellen, an denen Quarz und Quarzin ineinander übergehen, zeigen ("nach Munier-Chalmas und Michel-Lévy„) ein in drei Sektoren von 120° geteiltes Feld. Die Sektoren sind parallel der Mittellinie gestreift. In der Mitte des die Sektoren trennenden dreiarmigen Kreuzes zeigt sich im konvergenten Licht eine einzige positive Achse, überall auf den Sektoren tritt eine positive Mittellinie aus. Die Achsenebene steht senkrecht zur Mittellinie des Sektors." Die beiden Autoren nehmen deshalb an, daß der Quarz aus solchen Quarzinfasern aufgebaut sei, welche unter 120° gegeneinander gedreht seien. Wallerant[4])

1) Bull. d. l. soc. franç. d. min. 1897; **20**, 52. — Vgl. auch H. Rosenbusch, Mikrosk. Physiogr. der petr. wicht. Min., 4. Aufl., 1905; Bd. I, 2. Hälfte, S. 386ff.

2) Bull. d. l. soc. franç. d. min. 1897; **20**, 52.

3) N. Jahrb. f. Min. usw. 1908; Beil.-Bd. **25**, 182, spez. 184.

4) A. a. O. — Vgl. auch den Ausz. in Ztschr. f. Krist. 1899; **31**, 59.

beobachtete in einem Granulit an der Grenze von Quarzbündeln in Reihen geordnete Körnchen, welche sich an manchen Stellen vereinigen und knotige Quarzinfasern bilden. Einige dieser Körnchen haben Tetraederform, und Wallerant setzt voraus, daß diese Tetraeder dieselbe Orientierung haben wie die aus ihnen entstehenden Quarzinfasern. „Einige dieser Körperchen, welche also als Quarzin angesehen werden müssen, haben statt der gewöhnlich abgerundeten Form Tetraedergestalt und sind so orientiert, daß eine ihrer Höhenlinien zur Hauptachse des Quarzes parallel geht. Die dieser Höhenlinie gegenüberliegende Basis hat Winkel, die sehr nahe an 60° kommen, so nahe, daß nach der Messung der Winkel für genau 60° gelten könnte, wenn man nicht wüßte, daß der Quarzin optisch-zweiachsig wäre.“

Die Quarzin- bzw. Chalcedonfasern gelten wegen ihrer Zweiachsigkeit und der parallelen Auslöschung gewöhnlich als rhombisch. Wären aber diese Tetraederchen entsprechend der Annahme von Wallerant ebenfalls Quarzin, so würde diese Form in Verbindung mit der optischen Zweiachsigkeit für trikline Symmetrie sprechen. Jedoch ist zu beachten, daß eine optische Untersuchung der Tetraederchen nicht vorliegt. Die schiefe Auslöschung des Lutecins spricht nicht für rhombische Symmetrie.

Durch parallele Aneinanderlagerung dieser Tetraederchen entstehen nach der Annahme von Wallerant die Fasern von Quarzin und Chalcedon.

Auch den Quarz denkt sich Wallerant aus diesen tetraederähnlichen Körperchen aufgebaut. Er nimmt an, daß Quarzinfasern jedesmal optisch so orientiert seien wie die Moleküle des Quarzes, auf welchen sie unmittelbar aufliegen. Da die Ablagerung neuer Schichten nach Wallerant nur auf dem positiven Rhomboeder r stattfindet, so kann man sich die Beobachtungen folgenderweise erklären: Die Achse der kleinsten optischen Elastizität wird immer parallel der Hauptachse des Quarzes gerichtet; die optische Achsenebene kann aber in eine der drei Ebenen fallen, welche zu den Symmetrieschnitten der drei Rhomboederflächen senkrecht stehen. In denjenigen Teilen des Kristalls, in welchen nachher keine Drehung erkennbar ist, wechselt die optische Achsenebene zwischen diesen drei Möglichkeiten ohne jede Gesetzmäßigkeit. Wo aber die Masse sich optisch drehend erweist, da lagern sich die parallel zu r gehenden Molekularschichten in der Weise ab, daß die drei möglichen Orientierungen regelmäßig miteinander

abwechseln, und zwar ist die Reihenfolge für die linksdrehenden Teile umgekehrt wie für die rechtsdrehenden.

Die drei Hauptbrechungsquotienten des Quarzins bestimmte Wallerant mit Hilfe der totalen Reflexion und fand für Na-Licht:

$$\nu_1 = 1{,}5435, \quad \nu_2 = 1{,}5355, \quad \nu_3 = 1{,}5325.$$

Aus diesen Werten folgen die beiden Hauptbrechungsquotienten des Quarzes $\nu_o = 1{,}543$, $\bar{\nu}_e = 1{,}553$, während die direkte Beobachtung am Quarze ergibt $\nu_o = 1{,}544$, $\bar{\nu}_e = 1{,}553$. Diese Übereinstimmung der optischen Konstanten läßt auf eine Übereinstimmung der Elementarbestandteile des Quarzes und des Quarzins schließen.

J. Beckenkamp[1]) vertritt die Ansicht, daß die genannten tetraederähnlichen Gebilde nicht wohl die Elementarbestandteile eines im Sinne der von ihm aufgestellten[2]) Definition homogenen Quarzkristalles darstellen können; denn da dieselben mikroskopisch wahrnehmbar sind, müssen sie die Größe eines Moleküls mehrere tausendmal übertreffen, und es ist höchst unwahrscheinlich, daß ein so großer Molekülkomplex mit genau gleichbleibender Größe in abwechselnder Orientierung den Raum ausfülle, d. h. daß ein so großer Molekülkomplex als Einheit der Periode einen homogenen Kristall bilde. Er hält diese tetraederähnlichen Gebilde für embryonale Quarzkristalle.

H. Hein[3]) bemerkt: „Quarz, Chalcedon und Quarzin treten oft in demselben Stück nebeneinander auf"; „die Fasern sind äußerst fein, oft bei stärkster Vergrößerung kaum wahrnehmbar". „Das, was allgemein als Faser erscheint, ist aufgebaut aus diesen mehr oder weniger parallel angeordneten Fäserchen". „Alles spricht dafür, daß Quarz, Quarzin und Chalcedon Modifikationen desselben einachsigen Minerals sind."

Mit E. Kalkowsky[4]) nimmt Hein an, „daß Chalcedon und Quarz sich aus Opal entwickeln können." „Die Tendenz der Entwicklung scheint dahin zu gehen, daß sich aus dem Opal ein feinkörniges oder feinfaseriges Produkt bald als Chalcedon, bald als Quarzin bildet und aus diesem wieder Quarz hervorgeht." „Ebenso wie feinkristallinische und amorphe Niederschläge bei längerem

---

1) Ztschr. f. Krist. 1901; **34**, 591 u. 592.

2) Erster Teil S. 4.

3) A. a. O. S. 227.

4) Sitzungsber. u. Abh. d. naturw. Ges. Isis in Dresden. Jahrg. 1901, S. 55, spez. 75.

Stehen in der Lösung ein gröberes Korn annehmen, so hat auch die Kieselsäure des Opal und Chalcedon im Quarz ein gröberes Korn angenommen. Das Verhalten erklärt sich aus der Tendenz auch fester Stoffe, ihre Oberfläche möglichst zu verkleinern."

E. A. Wülfing[1]) fand, daß Chalcedon bei einigermaßen grobfaseriger Entwicklung so gut wie optisch-einachsig ist und die Brechungsquotienten $\nu_1 = \nu_2$ oder $\nu_o = 1{,}530$, ν_3 oder $\bar{\nu}_e = 1{,}538$ zeigt, während er für Quarz $\nu_o = 1{,}5442$, $\bar{\nu}_e = 1{,}5533$ annimmt. Die fast konstante Differenz zwischen den entsprechenden Brechungsquotienten läßt darauf schließen, daß bei dem untersuchten Chalcedon eine geringe Beimischung von Opal beide Werte um den fast gleichen Betrag 0,014 bzw. 0,015 herabgedrückt hat.

Für einen Aufbau der Quarzkristalle aus optisch-zweiachsigen Quarzinlamellen nach den Rhomboederflächen r des Quarzes spricht, wie schon (S. 544) erwähnt, auch dessen (schwache) Teilbarkeit nach diesen Flächen. Man kann sich die Schichtung in ähnlicher Weise vorstellen, wie sie von Wallerant vermutet wurde, aber die Schichtung dieser Quarzinlamellen erfolgt nicht in regelmäßiger, sondern in unregelmäßiger Weise, indem weder die Reihenfolge, noch die Dicke der einzelnen Lamellen genau gleich bleiben. Die Drehung, welche im Mallardschen Sinne nach Wallerant durch die Regelmäßigkeit der Schichtenfolge bedingt ist, muß dann aber ihrer Größe und ihrem Sinne nach schon in jeder einzelnen Lamelle begründet sein. Ein im Sinne Wallerants aufgebauter Kristall könnte außerdem auch nur für Strahlen, welche in der Richtung der Hauptachse den Kristall durchsetzen, optisch drehend sein, nicht aber für alle Richtungen.

Mag man nun die Tetraederchen für Quarzinkriställchen halten, durch deren schraubenförmige Anordnung um die Hauptachse in der von Wallerant vermuteten Weise der Quarzkristall entsteht, oder für embryonale Quarzkriställchen, welchen noch die Zwillingsbildung nach den Nebenachsen und nach der Hauptachse fehlt, so folgt auf alle Fälle aus der Beobachtung derselben die Tatsache, daß der scheinbar homogene Quarzkristall nach der Hauptachse hemimorph sein muß (vgl. S. 543). Die Möglichkeit der Existenz einer dreizähligen Deckachse neben drei zweizähligen hat zur notwendigen Voraussetzung, daß die drei zweizähligen Achsen untereinander genau einen Winkel von 120° haben und daß sie

1) Sitzungsber. d. Heidelb. Akad. d. Wiss. 1911; IIA, 20. Abh., S. 8 u. 25.

zur dreizähligen Achse genau senkrecht stehen. Lagern sich deshalb drei gleichartige Massen um eine gemeinsame Richtung derart, daß jedesmal die eine gegen die andere um 120° gedreht ist, und steht die gemeinsame Drehungsrichtung nicht genau senkrecht zu einer zweizähligen Deckachse der sich aggregierenden Massen, dann muß das Aggregat notwendig hemimorph sein in bezug auf die dreizählige Achse. Beim mimetisch hexagonalen Lutecit kommt diese Hemimorphie durch eine an Stelle der Basiskanten ringsum laufende Rinne zum Ausdruck. Vielfach umgeben Lutecitmassen einen Kern von Quarz, dessen Hauptachse mit der Gruppenachse des Lutecits parallel ist.

Homogen im strengen Sinne des Begriffes[1]) können diese Tetraederchen nach der zuletzt aufgestellten Deutung als embryonale Quarzkriställchen nicht sein, da sie in diesem Falle ein Aggregat aus Quarzinlamellen oder Quarzinfasern bilden. Homogen sind nur diese Lamellen oder Fasern, und dann sind Quarz, Quarzin, Chalcedon und Lutecin nur verschiedenartige Ausbildungsweisen (Aggregationen) eines und desselben homogenen Körpers. Quarz ist ein submikroskopisches, Lutecit ein mikroskopisch erkennbares Aggregat aus dieser homogenen Substanz.

K. Ableitung von Strukturbildern der Modifikationen der kristallisierten Kieselsäure

§ 105

Beziehungen zwischen Tridymitzwillingen und regulären Formen

Betrachten wir die im vorhergehenden besprochenen Tridymittafeln als hexagonal, so sind diese fast stets verzwillingt nach dem „Tridymitgesetze" im engeren Sinne: Zwillingsebene ist eine Fläche der hexagonalen Pyramide $q = \frac{1}{6} P\{10\bar{1}6\}$ (Fig. 432); außerdem besteht beim Tridymit noch Zwillingsbildung nach einem selteneren Gesetze: Zwillingsebene ist eine Fläche der hexagonalen Pyramide $r = \frac{3}{4} P\{30\bar{3}4\}$ (Fig. 433).

An die beiden Tafeln I und II (Fig. 433) legt sich zur Ausfüllung des (spitzen) Winkels je ein Individuum nach dem ersteren Gesetze (Zwillingsebene ist die Fläche q) an, wobei die beiden neuen Individuen III und IV nahezu, aber nicht vollkommen zusammenfallen. Wird, wie es gewöhnlich der Fall ist, eines dieser beiden

1) Erster Teil S. 4.

Individuen, etwa IV, unterdrückt (Fig. 434). so läßt sich schwer entscheiden, ob eine Doppelverwachsung, wie sie soeben geschildert wurde, oder ein Drilling nach q vorliegt.

Fig. 435 stellt die Schnittlinien der Basisflächen c von vier Individuen I bis IV, welche zueinander in Zwillingsstellung stehen, mit der zur Zwillingsebene senkrechten Ebene dar. I und II stehen zueinander in Zwillingsstellung nach q (sie entsprechen den beiden Individuen II und III der Fig. 434), ebenso II und III (sie entsprechen also den beiden Individuen III und I der Fig. 434). I und III, ebenso aber auch I und IV stehen in Zwillingsstellung nach r. Der Winkel zwischen c_1 und c_3 beträgt 70° 36′, ist also fast gleich dem Winkel (70° 32′) zwischen zwei regulären Oktaederflächen.

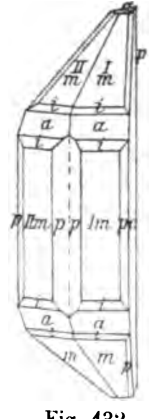


Fig. 432 Tridymit aus Mexiko. Zwilling nach $q = \frac{1}{6} P \{10\bar{1}6\}$.

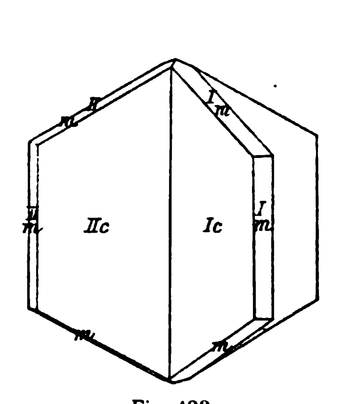


Fig. 433 Tridymit. Zwilling nach $r = \frac{3}{4} P \{30\bar{3}4\}$.

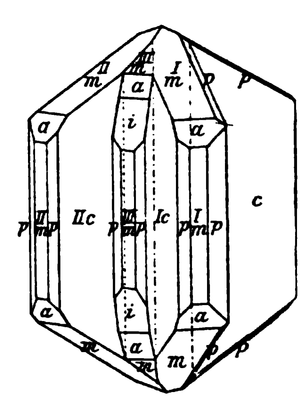


Fig. 434 Tridymit aus Mexiko. Verwachsung gleichzeitig nach $r = \frac{3}{4} P \{30\bar{3}4\}$ und nach $q = \frac{1}{6} P \{10\bar{1}6\}$.

Nach G. vom Rath

„Schon G. vom Rath[1]) hat auf die interessanten Beziehungen zum regulären System hingewiesen, welche die polysynthetischen Zwillingsverwachsungen des Tridymites zeigen, in dessen Gruppen reguläre Körper ‚latent vorhanden sind'. Die pseudohexagonalen, aus der Gruppierung der nunmehr als triklin erkannten Grundformen hervorgehenden Gestalten scheinen diesen Gesichtskreis in interessanter Weise zu erweitern, denn nun spannt sich eine in ihren einzelnen Teilen wie bei keinem andern Mineral bekannte Brücke unmittelbar

1) Ann. d. Phys. 1874; **152**, 17.

vom asymmetrischen Systeme zum regulären hinüber"[1]). E. Mallard[2]) nennt den α-Tridymit pseudohexagonal, den β-Tridymit pseudokubisch.

Die Beziehungen der Tridymitzwillinge zu regulären Formen sind noch inniger, als sie bisher beschrieben wurden[3]). Werden die Basisflächen c_1 und c_3 des Tridymitzwillings als Oktaederflächen betrachtet, dann hat c_2 die Lage einer Granatoederfläche $\{110\}$, und auch die Ebene der Zeichnung ist dann eine Granatoederfläche. In Fig. 436 sind die gleichen Schnitte (wie in Fig. 435) nochmals in Verbindung mit den Zwillingsebenen eingetragen. Die strichpunktierte Linie Co ist die Schnittgerade zwischen der Zwillingsebene $\frac{4}{3}P$ und der Zeichnungsebene; diese Zwillingsebene entspricht in regulärer Deutung einer Würfelfläche $\infty O \infty \{100\}$. Die Zwillingsebene Cn zwischen c_1 und c_4 steht zu der vorigen Ebene $\frac{4}{3}P$ spiegelbildlich in bezug auf Cf, d. h. in bezug auf eine Leucitoederfläche $2O2\{211\}$; dementsprechend sind auch c_3 und c_4 in Zwillingsstellung nach $\{211\}$, d. h. nach dem Spinellgesetz.[4]) Nach der Berechnung als hexagonale Zwillingsflächen nach $\frac{4}{3}P$ sind die Flächen c_4 und c_1 unter einem Winkel von $110^\circ 8'$ zueinander geneigt, nach der Beobachtung von vom Rath ist dieser Winkel $109^\circ 56'$, nach der Berechnung als Winkel zwischen regulären Formen, welche nach $\{211\}$ in Zwillingsstellung stehen, ist derselbe Winkel $109^\circ 28'$.

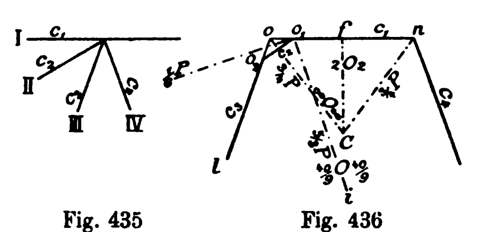


Fig. 435 Fig. 436
Schematische Darstellungen der Zwillingsverwachsungen des Tridymits. Schnitt der Ebene c von vier in Zwillingsstellung stehenden Tridymit-Individuen mit den zu den Zwillingsebenen senkrechten Ebenen

In seiner ersten Mitteilung[5]) hatte der hochverdiente Entdecker dieses interessanten Minerals der Verwachsung nach dem Tridymitgesetze (Zwillingsebene ist die Pyramidenfläche $q = \frac{1}{6}P\{10\bar{1}6\}$) eine andere Deutung gegeben; es wurde nicht die Winkelhalbierungsebene zwischen c_1 und c_2, sondern die zu dieser senkrechte Ebene $o_1 i$

1) A. v. Lasaulx, a. a. O. S. 273.

2) Bull. d. l. soc. franç. d. min. 1890; **13**, 161 ff.

3) Vgl. J. Beckenkamp, Tridymit, Cristobalit und Quarz, Ztschr. f. Krist. 1901; **34**, **569**, spez. 583.

4) Vgl. Erster Teil S. 184.

5) Ann. d. Phys. 1868; **135**, 437.

(Fig. 436) als Zwillingsebene gewählt; diese Ebene hat das Zeichen $\frac{5}{3}P\,\{50\bar{5}3\}$ in hexagonaler Deutung, während sie in regulärer Deutung ein Ikositetraeder $\frac{40}{9}O\frac{40}{9}\,\{40.9.9\}$ darstellt.

Vom Rath schreibt bezüglich dieser Deutung: „Ich verhehle mir nicht, daß eine einfachere Relation zwischen der Zwillingsebene und dem Hexagondodekaeder (= hexagonale Pyramide P) erwünschter sein würde. Eine solche würde sich aber zu weit von den Messungen entfernen". Das Tridymitgesetz wird in der Tat erst verständlich. durch seine Beziehung zu den Formen des regulären Systems; hier wird: $c_1 = (111)$, $c_2 = (011)$, $c_3 = (\bar{1}11)$, $Cf = (\bar{2}11)$, $Co = (\bar{1}00)$; der rechte Teil der Figg. 435 und 436 steht zum linken in Zwillingsstellung nach dem Spinellgesetz.

Diese Tatsachen finden ihre Erklärung in der Annahme einer deformiert regulären Struktur; die infolge von Deformation verloren gegangenen Spiegelebenen finden sich bei den Tridymitkristallen als Zwillingsebenen wieder.

Vom Rath erwähnt[1]) in seiner zweiten Arbeit über den Tridymit: „Wie die Figur andeutet, scheint eine äußerst feine Linie über die Mitte der beiden Individuen II und III ("welche zueinander in Zwillingsstellung stehen„) zu laufen, zu deren Seiten die Flächenteile indes vollkommen einspiegeln." Nach der erwähnten Abbildung verlaufen diese Linien horizontal über den Flächen der vertikalen Prismen, und die feine Linie verrät eine Zwillingsbildung nach der hexagonalen Basis. Da nun die hexagonale Basis in regulärer Deutung einer Oktaederfläche entspricht, so ist in regulärer Auffassung die Zwillingsverwachsung nach der Basis gleichwertig mit der in der Zwillingsbildung nach $\frac{3}{4}P$ zum Ausdruck kommenden Zwillingsbildung. Die beiden Zwillingsgesetze des Tridymits: 1) „Zwillingsebene ist eine Fläche der hexagonalen Pyramide $\frac{3}{4}P$" und 2) „Zwillingsebene ist eine Fläche der hexagonalen Basis" sind in regulärer Form identisch mit dem Spinellgesetz. Ihre Verschiedenheit bei der hexagonalen Auffassung rührt daher, daß nicht alle gleichwertigen Flächen einer regulären Form bei der Deformation gleichwertig bleiben.

Die zweite Form des Gesetzes, d. h. diejenige, nach welcher die Basis Zwillingsebene ist, verrät, daß der Tridymit nicht die volle Symmetrie der dihexagonal-bipyramidalen Klasse besitzt.

---

1) Ann. d. Phys. 1874; 152, 7.

G. vom Rath beschreibt parallele Verwachsungen von Tridymit und Cristobalit, bei welchen die gemeinsame Kante der Zwillinge nach $\{10\bar{1}6\}$ eines Tridymitdrillings parallel einer Oktaederkante des Cristobalits geht, und die in dieser Oktaederkante zusammenstoßenden Flächen des Cristobalits nahezu parallel mit den Tafelflächen *c* der beiden äußeren Individuen des Tridymitdrillings liegen. Auch diese Beobachtung bestätigt die deformiert reguläre Struktur des Tridymits und deren nahe Beziehung zur Struktur des Cristobalits. Wären die Winkel des Tridymits nicht nur annähernd, sondern genau so, daß die Basisflächen der Tridymitdrillinge gegeneinander unter dem Oktaederwinkel geneigt wären, und würde die Drillingsbildung nach dem Tridymitgesetze sich unendlich oft wiederholen, und wären die einzelnen Individuen submikroskopisch, dann könnte ein derartiges Zwillingsaggregat des Tridymits in keiner Weise vom Cristobalit unterschieden werden.

Bei gewöhnlicher Temperatur bildet der Cristobalit Sechslinge aus tetragonalen Individuen nach dem Gesetze: Zwillingsebene ist eine Fläche, welche bei regulärer Auffassung einem Granatoeder entspricht. Dieses Gesetz entspricht dem Zwillingsgesetze des α-Tridymits, bei welchem die rhombischen Individuen einen scheinbar einheitlichen hexagonalen Kristall bilden. Die geringere Differenz zwischen der Umwandlungstemperatur des Cristobalits und des Tridymits kann um so mehr als unwesentlich gelten, als die Umwandlungstemperatur des Tridymits selbst schwankt (vgl. S. 554). Beim β-Tridymit ist die Richtung der kleinsten optischen Elastizität parallel zur trigonalen Achse, beim α-Cristobalit ist den erwähnten Beziehungen dieses Minerals zum Tridymit entsprechend die Richtung der größten optischen Elastizität parallel zur tetragonalen Achse (vgl. S. 555).

Aus den Zwillingsbildungen und dem optischen Verhalten von Tridymit und Cristobalit folgt demnach:

Der Tridymit ist deformiert regulär; seine Basisfläche *c* entspricht einer Fläche des Oktaeders $O\,\{111\}$, das Prisma m ($= \infty P\{10\bar{1}0\}$ nach der Aufstellung von vom Rath) Flächen des regulären Leucitoeders $2O2\,\{211\}$, das Prisma a ($= \infty P2\,\{11\bar{2}0\}$) Flächen des regulären Granatoeders $\infty O\{110\}$. Der Cristobalit kann als eine quasi homogene Mischung von Tridymitkristallen aufgefaßt werden, welche nach dem Tridymitgesetze miteinander verwachsen sind.

§ 106

Beziehungen der Achsenverhältnisse von Quarz und Tridymit zu den Hauptdimensionen des regulären Oktaeders

Dem kristallographischen Grundgesetz[1]) kann die Form gegeben werden:

Diejenigen Flächen sind am häufigsten, welche bei dem richtig gewählten Achsenverhältnis zu den einfachsten Symbolen bzw. den einfachsten Komplikationen[2]) führen. Richtig gewählt ist dasjenige Achsenverhältnis, welches zu der Molekularanordnung in einfachster Beziehung steht. Wir können den Satz auch umkehren in die Form: Diejenige Struktur ist die wahrscheinlichste, welche zu dem richtig gewählten Achsenverhältnis in einfachster Beziehung steht. Richtig gewählt ist in diesem Falle dasjenige Achsenverhältnis, welches für die häufigsten Flächen die einfachsten Symbole bzw. Komplikationen liefert. Die in dem Achsenverhältnisse enthaltenen Zahlen gestatten demnach auch einen Schluß auf die Struktur.

Beim Tridymit (S. 565) mußte die Basis mit einer Oktaederfläche, das Prisma erster Art mit sechs Flächen des Leucitoeders und das Prisma zweiter Art mit sechs Flächen des Granatoeders verglichen werden. Es entspricht also die hexagonale Hauptachse des Tridymits der Oktaedernormalen, die Nebenachsen entsprechen Granatoedernormalen, die Zwischenachsen Leucitoedernormalen. Dieselben Achsen sind auch die Hauptdimensionen des Oktaeders.

1. Die senkrechten Verbindungslinien je zweier paralleler Oktaederflächen sind die oktaedrischen (bzw. tetraedrischen) oder dreizähligen Achsen o;

2. die Oktaederkanten sind die Granatoedernormalen, also die granatoedrischen oder zweizähligen Achsen g;

3. die Höhenlinien der Oktaederflächen sind die Leucitoedernormalen oder einzähligen Achsen l.

Die halbe Oktaederkante sei $\mathfrak{g}$, die Höhenlinie $\mathfrak{l}$, der senkrechte Flächenabstand $\mathfrak{o}$, dann ist:

$$\mathfrak{g} : \mathfrak{l} : \mathfrak{o} = 1 : \operatorname{cotg} 30^{0} : 1{,}6330 = \operatorname{tg} 30^{0} : 1 : 0{,}94281 \text{ oder}$$
$$= 1 : 1{,}7321 : 1{,}6330 = 0{,}57735 : 1 : 0{,}94281, \text{ folglich}$$
$$3\,\mathfrak{g} : 3\,\mathfrak{l} : 2\,\mathfrak{o} = \mathfrak{g} : \mathfrak{l} : \tfrac{2}{3}\,\mathfrak{o} = 1 : 1{,}7321 : 1{,}0887.$$

In der Fig. 437 stelle das Hexagon $D_1 \ldots D_6$ den Schnitt der hexagonalen Grundpyramide des β-Tridymits oder auch derjenigen hexagonalen Pyramide, von welcher das Grundrhomboeder des

---

1) Vgl. Erster Teil S. 44. 2) Vgl. ebenda S. 61.

Quarzes der Halbflächner ist, mit der Basis dar. Der Radius MD_5 ist die hexagonale Achse a; macht man die zu MD_5 senkrechte Strecke MP zur Achse b und die zu a und b senkrechte Richtung zur Achse c, dann sind die Achsenschnitte derjenigen vier Pyramidenflächen, welche die Strecken D_1D_2, D_2D_3, D_4D_5 und D_5D_6 zu horizontalen Kanten haben,

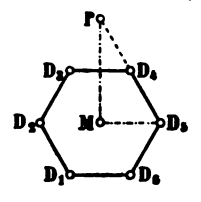


Fig. 437

beim β-Tridymit:

$a:b:c = 1:1,7321:1,6533$ (entspr. d. Aufstellung nach vom Rath)
$= 0,57735:1:0,9544$ (nach E. Mallard), also annähernd
$= \mathfrak{g}:\mathfrak{l}:\mathfrak{o}$

und beim Quarz:

$a:b:c = 1:1,7321:1,0999$ (nach A. T. Kupffer), also annähernd
$= \mathfrak{g}:\mathfrak{l}:\frac{2}{3}\mathfrak{o}$.

Nehmen wir an, das Grundrhomboeder r des Quarzes schneide die vertikale Achse in $\frac{3}{2}c$, dann sind die Achsenverhältnisse von

Tridymit $a:b:c = 0,57735:1:0,9544$
und Quarz „ $= 0,57735:1:0,9522$;
das reguläre Verhältnis ist „ $= 0,57735:1:0,9428$.

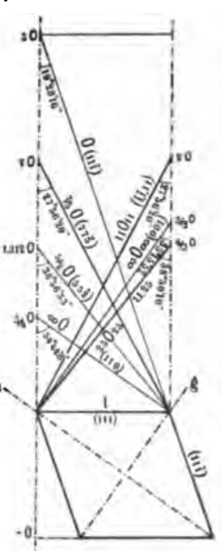
Die beiden Pyramidenflächen, welche zur Ebene bc senkrecht stehen, also die Schnittlinien D_3D_4 und D_1D_6 enthalten, bekommen die Achsenschnitte:

$a:b:c = \infty a:\frac{1}{2}b:c = \infty a:b:2c$;

mithin sind die Achsenschnitte

beim Quarz annähernd $\mathfrak{g}:\mathfrak{l}:\frac{4}{3}\mathfrak{o}$,
beim Tridymit „ $\mathfrak{g}:\mathfrak{l}:2\mathfrak{o}$.

Der β-Cristobalit hat genau die Form des regulären Oktaeders.


Fig. 438
Darstellung der Beziehungen zwischen den Grundformen von Tridymit und Quarz und regulären Formen

In Fig. 438 stellt die Raute am unteren Ende einen Schnitt durch ein reguläres Oktaeder nach einer Granatoederfläche dar; die strichpunktierten Linien sind die Achsen g, h, o, wobei h die Hexaedernormale oder vierzählige Achse ist, während die Achse l mit der horizontalen Rautenseite identisch ist. Die von den beiden Endpunkten ausgehenden schiefen Linien stellen Schnittlinien von Flächen dar, welche zur Ebene lo (also zur Ebene bc des vorhin bezeichneten Achsenkreuzes) senkrecht

stehen. In regulärer Deutung liegen die von rechts unten nach links oben gehenden Flächen zwischen der Fläche (110) des Granatoeders und $(11\bar{1})$ des Oktaeders, stellen also Triakisoktaeder dar. Die von links unten nach rechts oben gehenden Linien gehören zu Flächen, welche zu beiden Seiten der Hexaederfläche (001) liegen und Ikositetraeder darstellen. Da die eine Achse gleich $\mathfrak{l}$ gesetzt ist, so schneidet die Fläche des Grundrhomboeders des Quarzes die Achse o im Abstande $\frac{4}{3}\,\mathfrak{o}$; die Fläche der Grundpyramide des β-Tridymits schneidet die Achse o im Abstande $2\,\mathfrak{o}$.

Beim Quarz ist die Neigung der Flächen des Grundrhomboeders gegen die hexagonale Hauptachse c gleich $38^{\circ}13'$; das dem Hexaeder naheliegende reguläre Ikositetraeder $25O25\,\{25.1.1\}$ hat eine Neigung der Flächen gegen die trigonalen Achsen von $38^{\circ}30'10''$, während das Triakisoktaeder $\frac{5}{2}O\,\{55\bar{2}\}$ die Neigung $38^{\circ}\,56'\,33''$ hat. Die Bezeichnungen $25O25\,\{25.1.1\}$ und $\frac{5}{2}O\,\{55\bar{2}\}$ gehen von den Schnitten auf den Würfelkanten h aus; das dem Grundrhomboeder des Quarzes zukommende Zeichen wird bei dieser Grundlage der Bezeichnungsweise also nicht einfach. Dasselbe Ikositetraeder erhält aber das Zeichen $\infty\,\mathfrak{g} : \mathfrak{l} : \frac{4}{3}\,\mathfrak{o}$, also einfachere Parameter, wenn die Achsen $\mathfrak{g}$, $\mathfrak{l}$, $\mathfrak{o}$ zugrunde gelegt werden. Die Abweichung der Neigung gegen die trigonale Achse von der Neigung des Grundrhomboeders gegen diese Achse ist beim Triakisoktaeder $\frac{5}{2}O$ bedeutend größer als beim Ikositetraeder $25O25$, und $\frac{5}{2}O$ erhält in bezug auf die Achsen $\mathfrak{g}$, $\mathfrak{l}$, $\mathfrak{o}$ das unwahrscheinliche Symbol $1{,}312\,\mathfrak{o}$.

Beim Tridymit ist die Neigung der Grundpyramide gegen die Hauptachse gleich $27^{\circ}39'$; dieser stehen die Neigungen zweier regulärer Formen gegen die trigonalen Achsen gleich nahe; sowohl für das Ikositetraeder $11O11\,\{\bar{1}.1.\overline{11}\}$, als für das Triakisoktaeder $\frac{7}{5}O\,\{775\}$ beträgt diese Neigung $27^{\circ}56'20''$. Auch für diese beiden regulären Formen sind die auf die Schnitte mit den Hexaederkanten h bezogenen Symbole nicht einfach, während deren Symbol $\infty\,\mathfrak{g} : \mathfrak{l} : 2\,\mathfrak{o}$, bezogen auf die oktaedrischen Achsen $\mathfrak{g}$, $\mathfrak{l}$, $\mathfrak{o}$ außerordentlich einfach ist.

Nicht ohne inneren Zusammenhang mit der Beziehung der Grundformen von Quarz und Tridymit mit den genannten regulären Formen ist die Tatsache, daß beim Quarz die Hauptachse im allgemeinen nicht als geradzählige Deckachse gilt, wohl aber beim Tridymit. Die der Quarzgrundform entsprechenden Ikositetraederflächen kommen nach Drehung um 180° um die trigonale Achse mit keiner anderen einfachen regulären Fläche zur Deckung, dagegen kommen die der Grundform des Tridymits entsprechenden

Ikositetraederflächen nach Drehung um 180° um die trigonale Achse mit Flächen einer anderen einfachen regulären Form, $\frac{3}{2}O$, zur Deckung. Die Hauptachse des Quarzes erscheint bei der gewöhnlichen Ausbildungsweise dreizählig, die des Tridymits sechszählig.

Daß aber auch der Quarz zum hexagonalen Typus im engeren Sinne (also nicht zum rhomboedrischen Typus) gehört, soll an einer späteren Stelle besprochen werden.

Das Prisma erster Art ∞P des Quarzes und des Tridymits entspricht den Flächen des Leucitoeders $2O2$, und erhält in bezug auf das Achsensystem g, l, o die Parameter ∞ g : l : ∞ o, während das Prisma zweiter Art $\infty P2$ bei beiden Mineralien Flächen des Granatoeders entspricht und die Parameter g : ∞ l : ∞ o erhält.

Quarz und Tridymit müssen als deformierte meroedrische reguläre Formen betrachtet werden; ihre Hauptstrukturlinien sind aber nicht die hexaedrischen Achsen h, sondern die granatoedrischen Achsen g, die leucitoedrischen Achsen l und die oktaedrischen Achsen o.

§ 107

Aufbau eines pseudohexagonalen Aggregates aus drei einfachen Kristallen von geringerer Symmetrie

Diejenigen Kristalle, bei welchen zwei zueinander senkrechte Achsen von einer Fläche annähernd im Verhältnisse

$$\text{tg } 30^\circ : 1 = 0{,}57735 : 1$$

geschnitten werden, zeigen, wie bereits erwähnt[1]), große Neigung zur Zwillingsbildung nach dieser Fläche. Der Winkel, welchen zwei Flächen dieser Art miteinander bilden, beträgt an den Enden der längeren Achse 60°, an den Enden der kürzeren Achse 120° (Fig. 439); dabei wiederholt sich diese Zwillingsbildung häufig zyklisch in der Weise, daß entweder drei Individuen mit ihren stumpfen Enden (Fig. 440), oder sechs Individuen mit ihren spitzen Enden (Fig. 441), zusammenstoßen. Ist der stumpfe Winkel etwas größer als 120°, so reicht der Raum nicht ganz für drei Individuen; an einer Grenze ist dann kein regelmäßiger Anstoß möglich; dasselbe gilt für die sechsgliedrige Gruppe, wenn der spitze Winkel etwas größer ist als 60°. Bekannte Beispiele sind u. a. die Mineralien der Aragonit- und der Rutilreihe. Die Mineralien der letzteren sind tetragonal; der Rutil, TiO_2, hat ein Achsenverhältnis $a : c = 1 : 0{,}6441$. Je

1) Erster Teil S. 164 u. 165.

zwei an dem Ende der Hauptachse zusammenstoßende Flächen der Pyramide zweiter Art $P\infty\ \{101\}$ haben infolge dieses Achsenverhältnisses annähernd den Wert 120°, und damit steht im Zusammenhang, daß diese Pyramidenflächen häufig als Zwillingsebenen

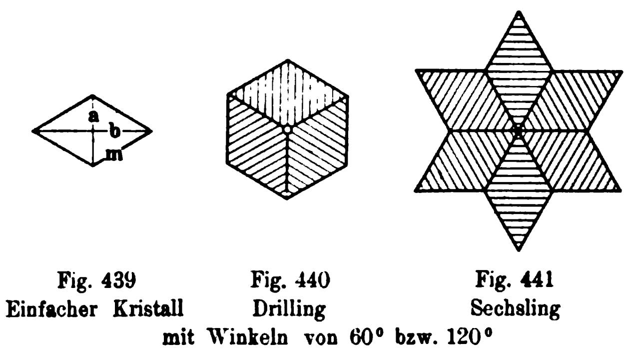


Fig. 439 Einfacher Kristall — Fig. 440 Drilling — Fig. 441 Sechsling
mit Winkeln von 60° bzw. 120°

auftreten (Fig. 442); diese Zwillingsbildung wiederholt sich nicht selten zyklisch um eine der beiden Nebenachsen als Gruppenachse (Figg. 443 und 444). Die tetragonale Hauptachse und die andere tetragonale Nebenachse liegen in der zur Gruppenachse senkrechten Ebene.

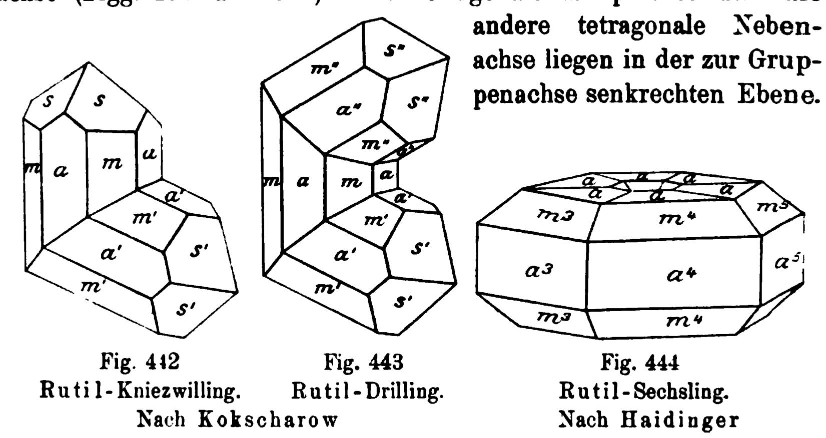


Fig. 442 Rutil-Kniezwilling. — Fig. 443 Rutil-Drilling. Nach Kokscharow — Fig. 444 Rutil-Sechsling. Nach Haidinger

Wenn das Verhältnis der beiden in Frage kommenden, zueinander senkrechten Achsen genau tg 30° : 1 ist, dann können sich beliebig viele drei- oder sechsgliedrige Gruppen lückenlos aneinander anschließen, indem die einzelnen Individuen (Rauten) der Fig. 445 (zunächst ohne die Ellipsen und die schwächeren Linien gedacht) sich sowohl um die spitzen, durch (geschlossene) Punkte, als auch um die stumpfen, durch kleine (offene) Ringe dargestellten Ecken herumlegen.

1) Vgl. Erster Teil S. 36.

Nach der atomistischen Theorie könnte man die einzelnen in Fig. 445 gleich groß angenommenen Rauten als die Querschnitte von Haüyschen „Molekülen" ansehen, und dann wäre die in Fig. 445 dargestellte Anordnung der basische Schnitt eines einfachen hexagonalen Kristalles. Namentlich die Unmöglichkeit, Oktaeder oder Tetraeder in beliebiger Anzahl allseitig lückenlos im Raume anzuordnen, gab[1]) die Veranlassung, die starren „Moleküle" Haüys mit fester Umgrenzung durch punktförmig gedachte Moleküle mit bestimmter, von der Richtung abhängiger Wirkungsweite zu ersetzen. Die Moleküle sind dementsprechend in Fig. 445 durch Ellipsen dargestellt, wobei die kurze Ellipsenachse einer kleineren, die lange Achse einer größeren Wirkungsweite parallel gehen soll. Der primäre Wirkungsbereich innerhalb der Zeichnungsebene wird durch den der Ellipse umschriebenen Rhombus begrenzt, in dessen Ecken, welche „Knotenpunkte" genannt werden mögen, je drei oder sechs Enden von „primären Wirkungsweiten" zusammenstoßen.

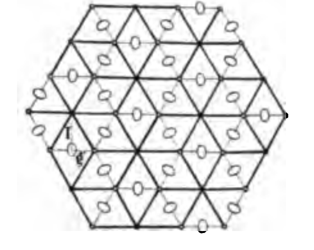


Fig. 445
Polysynthetische Verwachsung von kongruenten Kristallmassen mit einem Winkel von 60° bzw. 120°

In den Figg. 446 und 447 bedeuten in entsprechender Weise die Ellipsen Moleküle, welche nach einem rhombischen Raumgitter mit den Dimensionen

$$\mathfrak{g}:\mathfrak{l} = \text{tg } 30^0 : 1$$

angeordnet sind. In den Knotenpunkten schneiden sich hier jedesmal zwei Hauptwirkungsrichtungen, deren eine die Wirkungsweite $\mathfrak{g}$, die andere die Weite $\mathfrak{l}$ hat. Die Umgrenzung entspricht den Schnittlinien des Prismas (mit 60° bzw. 120° Neigung) mit der Basis. In Fig. 446 liegt eine Zwillings-

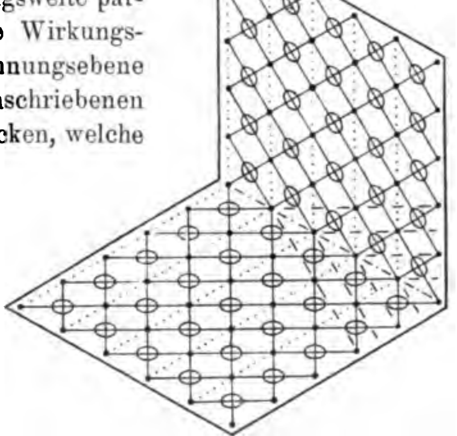


Fig. 446
Zwilling nach (110) eines Kristalls mit einem Prismenwinkel von 120°. Das System der Knotenpunkte einer Atomart bleibt über die Zwillingsgrenze hinaus homogen

1) Vgl. Erster Teil S. 36.

grenze parallel einer Prismenfläche so, daß in ihr Knotenpunkte der beiden Zwillingsindividuen zusammenfallen. Bei dem angenommenen Achsenverhältnis ist dann das Gesamtsystem der Knotenpunkte homogen, d. h. es erleidet an der Zwillingsgrenze keine Unterbrechung. In Fig. 447 fallen in der Zwillingsgrenze je zwei Molekülschwerpunkte zusammen; dann ist bei dem gegebenen Achsenverhältnis das Gesamtsystem der Molekülschwerpunkte homogen. Die Häufigkeit der Zwillinge nach Flächen, deren Schnitte auf zwei senkrechten Achsen sich dem Werte tg 30°:1 nähern, beruht somit auf der über die Zwillingsgrenze hinausgehenden Homogenität des Systems der Knotenpunkte oder der Schwerpunkte der elementaren Massenteile.

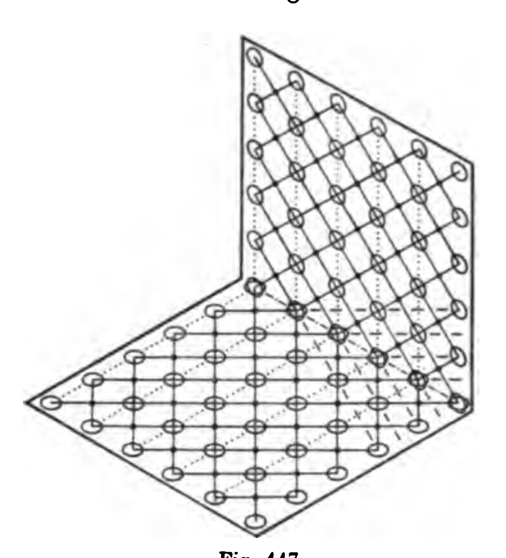


Fig. 447
Zwilling nach (110) eines Kristalls mit einem Prismenwinkel von 120°; das System der Schwerpunkte einer Atomart bleibt über die Zwillingsgrenze hinaus homogen

Bei der Anordnung der Fig. 445 steht jedes „Molekül" in diesem Zwillingsverhältnisse zu seinen sämtlichen Nachbarn. Man kann die Gesamtheit derselben in doppelter Weise zu dreigliedrigen Gruppen vereinigen. Man läßt entweder je drei um einen offenen (Fig. 448) oder je drei um einen geschlossenen (Fig. 449) Knotenpunkt liegende Moleküle als „Molekülgruppe" ein Massenelement bilden. Die Gruppenschwerpunkte stellen in beiden Fällen ein dreiseitig prismatisches Gitter dar, wenn die Gesamtheit der Gruppen in äquidistanten Ebenen liegt und die

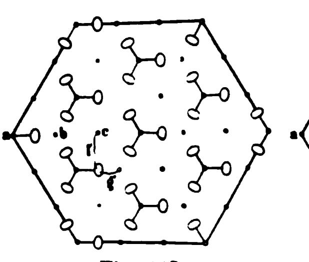


Fig. 448
Brachyaxiale Gruppierung der Moleküle (bzw. Atome) der Fig. 445

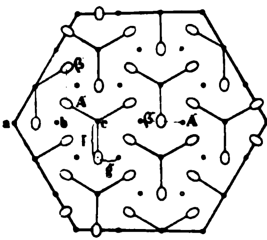


Fig. 449
Makroaxiale Gruppierung der Moleküle (bzw. Atome) der Fig. 445

Anordnung in jeder Ebene aus derjenigen der benachbarten Gruppen durch stets gleichbleibende einfache Schiebung senkrecht zur Zeichnungsebene erhalten wird.

Da die kristallisierte Kieselsäure sich unter den tetragonalen Mineralien der Rutilreihe nicht findet, sondern hexagonal kristallisiert, so muß man annehmen, daß bei der Kieselsäure, SiO_2, zwei molekulare Wirkungsweiten sich so sehr dem Verhältnisse tg 30°:1 nähern, daß in der basischen Ebene eine den Figg. 448 oder 449 entsprechende homogene Anordnung zustande kommt.

§ 108

Eigenschaften des Kubooktaedersystems[1])

Die geometrischen Verhältnisse der einfachen Kristalle von Tridymit und Quarz, namentlich aber die Beziehungen der Zwillinge des Tridymits und des Cristobalits zum regulären Oktaeder, führen zu der Vermutung, daß die molekularen Wirkungsweiten der sämtlichen kristallisierten Formen der Kieselsäure nicht nur mit dem trigonalen Verhältnisse $\mathfrak{g}:\mathfrak{l} = \text{tg } 30°$, sondern überhaupt mit den Längenverhältnissen der drei Hauptrichtungen g, l, o des regulären Oktaeders in Beziehung stehen. Nun kann aber das Oktaeder den Raum nicht lückenlos ausfüllen, es muß deshalb das Kubooktaeder an dessen Stelle treten.[2])

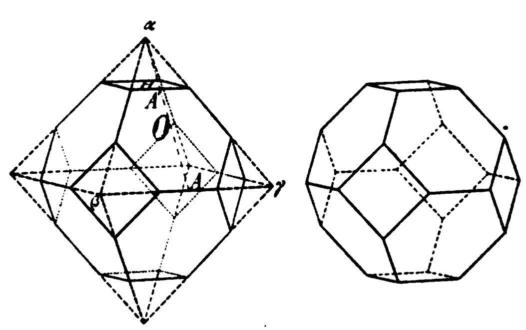


Fig. 450
Ableitung des Kubooktaeders aus einem Oktaeder durch Kombination mit dem Hexaeder

Fig. 451
Kubooktaeder

Fig. 450 stellt ein Oktaeder dar, dessen Kanten in je drei gleiche Strecken geteilt sind, und bei welchem die Endpunkte dieser Strecken durch Hexaederflächen verbunden sind. Die so erhaltene Kombination ist das Kubooktaeder (Fig. 451). Sämtliche Kanten des Kubooktaeders haben die gleiche

1) Vgl. J. Beckenkamp, Der tetrakishexagonale oder oktaedrische Typus der Kristalle. Ann. d. Phys. 1912; **39**, 346. — Derselbe, Über die Kristallformen der Kieselsäure SiO_2, Sitzungsber. d. phys.-med. Ges. zu Würzburg 1913, Vortrag vom 9. Januar 1913.

2) Vgl. Erster Teil S. 36, 149, 155.

Länge $s = \frac{2}{3}\,\mathfrak{g}$. Die Hexaederflächen sind Quadrate, die Oktaederflächen reguläre Hexagone; der Abstand je zweier diagonal gegenüberliegender Ecken des regulären Sechseckes ist $D = 2s = \frac{4}{3}\,\mathfrak{g}$; der senkrechte (Mittelpunkt-) Abstand je zweier gegenüberliegender Seiten dieses Sechseckes ist $d = \frac{2}{3}\,\mathfrak{l}$, wenn wie früher $\mathfrak{g}$ die halbe Kantenlänge und $\mathfrak{l}$ die Höhenlinie der Flächen des Oktaeders sind, von welchen das Kubooktaeder abgeleitet ist.

1. Zu jeder Oktaederfläche gibt es zwei bevorzugte parallele Schnitte des Kubooktaeders; drei diesem Schnitte nicht parallele Oktaederflächen werden dabei in je einem größten Durchmesser D geschnitten, die drei anderen in ihren Kombinationskanten mit den Hexaederflächen. Die beiden bevorzugten oktaedrischen Schnitte eines Kubooktaeders bilden also Sechsecke, deren innere Winkel alle gleich 120°, und deren Seitenlängen abwechselnd gleich s und gleich $2s$ sind.

2. Ein Schnitt parallel zu einer Oktaederfläche durch den Schwerpunkt des Kubooktaeders bildet ein reguläres Sechseck mit den Seitenlängen $\mathfrak{g}$.

3. Ein Schnitt parallel zu einer Oktaederfläche durch die Mittelpunkte dreier Hexaederflächen bildet ein Sechseck, dessen innere Winkel alle gleich 120°, und dessen Seitenlängen abwechselnd gleich $\mathfrak{g}$ und s sind.

4. Ein Schnitt durch den Schwerpunkt eines Kubooktaeders parallel zu einer Granatoederfläche stellt ein Sechseck dar, dessen Seiten abwechselnd gleich s und d, und dessen innere Winkel gleich 109° 28′16″ (zwischen zwei Seiten d) und 125° 15′52″ (zwischen je einer Seite d und s) sind.

5. Ein Schnitt durch den Schwerpunkt eines Kubooktaeders parallel zu einer Hexaederfläche bildet ein Achteck, dessen Winkel alle gleich 135°, und dessen Seitenlängen abwechselnd s (die Kanten je zweier Oktaederflächen) und $\sqrt{2}\,s$ (die Diagonale der Hexaederflächen) sind.

Fig. 452 gibt einen Schnitt durch ein Kubooktaedersystem (die lückenlose Anordnung von Kubooktaedern im Raume) nach einer Ebene 1. Die eingeschriebenen Ziffern geben drei verschiedene äquidistante oktaedrische Ebenen an, in welchen die Schwer-

punkte der betreffenden Kubooktaeder liegen. Die mit vollen Linien umgrenzten regulären Sechsecke sind äußere Oktaederflächen der betreffenden Kubooktaeder, deren Schwerpunkte in der Ebene 2 liegen. Die übrigen Sechsecke sind bevorzugte oktaedrische Schnitte von Kubooktaedern, deren Schwerpunkte in den Ebenen 1 und 3 liegen. Die Naumannschen und Millerschen Zeichen am Rande

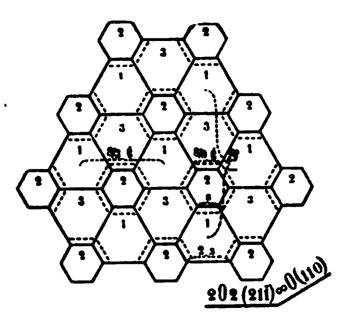


Fig. 452
Schnitt durch ein Kubooktaedersystem nach einer Oktaederebene, welche zwei Drittel der Kubooktaeder in bevorzugten Schnitten schneidet, das andere Drittel parallel einer Grenzfläche berührt.
Die eingeschriebenen Ziffern geben drei verschiedene äquidistante oktaedrische Ebenen an, in welchen die Schwerpunkte der betreffenden Kubooktaeder liegen

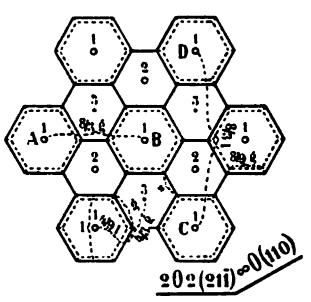


Fig. 453
Schnitt durch ein Kubooktaedersystem nach einer Oktaederebene, welche zwei Drittel der Kubooktaeder in den Mittelpunkten dreier Hexaederflächen, das andere Drittel in den Schwerpunkten schneidet

der Fig. 452 geben diejenige zur Zeichnungsebene senkrechte Fläche an, zu deren Schnittkante sie parallel geschrieben sind.

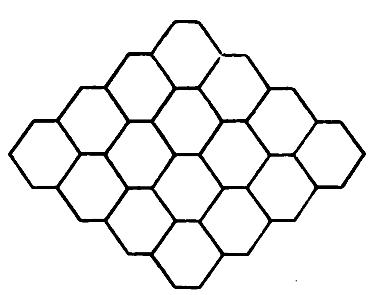


Fig. 454
Schnitt durch ein Kubooktaedersystem nach einer Granatoederebene, welche durch die Schwerpunkte der Kubooktaeder geht

Fig. 453 gibt einen Schnitt nach einer Ebene 2 und einer Ebene 3. Die Mittelpunkte der mit vollen Linien umgrenzten regulären Sechsecke sind Schwerpunkte der betreffenden Kubooktaeder. Die Schnittebene zerfällt in ein System gestrichelter regulärer Sechsecke, welche lückenlos aneinanderschließen und mit den gestrichelten regulären Sechsecken der Fig. 452 kongruent sind. Die Seitenlänge dieser Sechsecke ist $\frac{2}{3}\mathfrak{g}$, der senkrechte Seitenabstand $\frac{2}{3}\mathfrak{l}$.

Fig. 454 gibt einen Schnitt nach 4 (S. 574), Fig. 455 einen solchen nach 5 durch ein Kubooktaedersystem.

Die Abstände der Schwerpunkte der einzelnen Kubooktaeder in den drei Hauptrichtungen des Oktaeders sind $\frac{8}{3}\mathfrak{g}$, $\frac{8}{3}\mathfrak{l}$, $\mathfrak{o}$; sie verhalten sich demnach wie 1 : 1,73205 : 0,61236.

Das System der Schwerpunkte der Kubooktaeder bildet ein doppelt-kubisches Raumgitter. Das doppelt-kubische Raumgitter stellt sowohl eine homogene Durchdringung von zwei kongruenten einfach-kubischen Gittern als auch eine solche von vier kongruenten vierfach-kubischen Gittern dar. Die Mittelpunkte aller oktaedrischen Grenzflächen der Kubooktaeder (in Figg. 456 und 457 mit Punkt und Ring bezeichnet) bilden für sich ein einfach-kubisches Gitter. Im Innern eines jeden Kubooktaeders schneiden sich die bevorzugten Schnitte in sechs Punkten (in Fig. 456 mit a, b, c, a', b', c', in Fig. 457 mit einfachen Ringen bezeichnet). Diese sechs Punkte bilden zusammen mit den äußeren Endpunkten (in Figg. 456 und 457 mit einfachen Punkten bezeichnet) und den Mittelpunkten der äußeren oktaedrischen Grenzflächen der Kubooktaeder ebenfalls ein vierfach-kubisches Raumgitter.

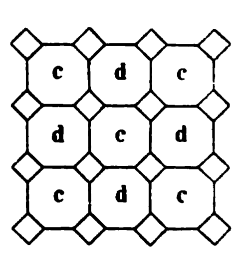


Fig. 455
Schnitt durch ein Kubooktaedersystem nach einer Hexaederebene, welche durch die Schwerpunkte der Kubooktaeder geht.
Die eingeschriebenen Buchstaben geben die Orientierung der bevorzugten Oktaedernormalen an

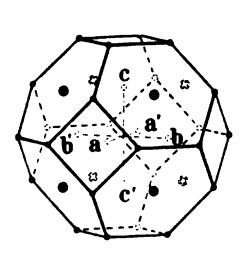


Fig. 456
Kubooktaeder.

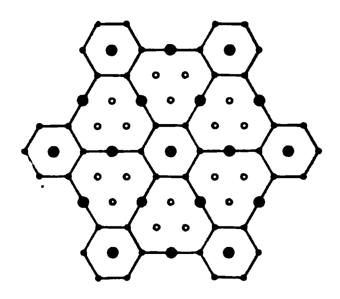


Fig. 457
Schnitt durch ein Kubooktaedersystem nach bevorzugten Schnitten.

Die drei in verschiedener Weise bezeichneten Punktarten bilden zusammen ein vierfach-kubisches Gitter

§ 109

Verschiedene Anordnungen einer bevorzugten Oktaedernormalen in einem Kubooktaedersystem

Das Tridymitgesetz führt zu einer Durchwachsung von hexagonalen Individuen, deren trigonale Achsen zueinander die gleiche Neigung erhalten wie die Normalen zweier Oktaederflächen. Wir müssen deshalb nach einem Kubooktaedersystem angeordnete Massenelemente voraussetzen, welche eine bevorzugte Richtung besitzen, deren Orientierung zwischen den vier Oktaedernormalen in gesetzmäßiger Weise wechselt, während die Schwerpunkte dieser Massenelemente mit den Schwerpunkten der Kubooktaeder, d. h. mit den Punkten des doppelt-kubischen Raumgitters zusammenfallen.

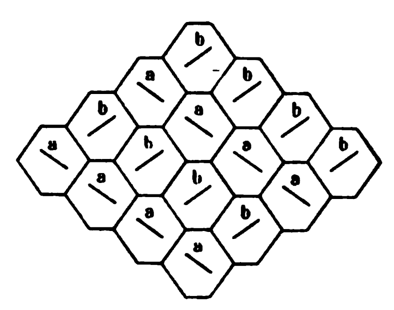


Fig. 458
Anordnung t der bevorzugten Richtungen a und b in einem granatoedrischen Schnitt, bei welcher diejenigen Kubooktaeder, deren Schwerpunkte auf den gleichen von oben links nach unten rechts laufenden Oktaedernormalen die gleiche Orientierung ihrer bevorzugten Richtung haben. Die Richtungen c und d liegen in anderen Ebenen.

Für einen derartigen Wechsel sind mehrere Möglichkeiten vorhanden:

1. Anordnung t. Die Orientierung der bevorzugten Richtungen der einzelnen Massenelemente **wechselt nicht auf allen Netzlinien, welche einer und derselben trigonalen Achse parallel gehen.** In dem granatoedrischen Schnitte der Fig. 458 ist dies der Fall bei denjenigen Kubooktaedern, deren Schwerpunkte auf einer von oben links nach unten rechts gehenden Oktaedernormalen liegen. Fig. 459 zeigt den Wechsel der vier Orientierungen a, b, c, d in einer oktaedrischen Ebene, Fig. 455 in einer hexaedrischen Ebene. Ein derartiger Parallelismus der Orientierung läßt sich geometrisch nur auf denjenigen Netzlinien durchführen, welche einer und derselben Oktaedernormalen parallel gehen; beim Fortschreiten auf einer der

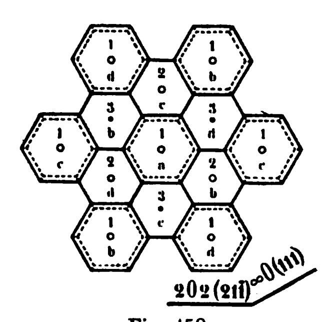


Fig. 459
Anordnung t in einem oktaedrischen Schnitte durch Schwerpunkte von Kubooktaedern. Die Bedeutung der Ziffern vgl. bei Fig. 452.

drei anderen Oktaedernormalen wechselt die Orientierung. Diejenigen der singulären Oktaedernormalen parallelen Netzlinien, bei welchen die Orientierung der bevorzugten Richtung der Massenelemente der betreffenden Netzlinie parallel geht (in Fig. 458 die Hälfte der Netzlinien von oben links nach unten rechts, d. h. die Netzlinien mit der Orientierung *a*), sind dreizählige Deckachsen, nicht nur mit Rücksicht auf die Anordnung der Schwerpunkte der Massenelemente, sondern auch in bezug auf die Orientierung der bevorzugten Richtungen der Massenelemente.

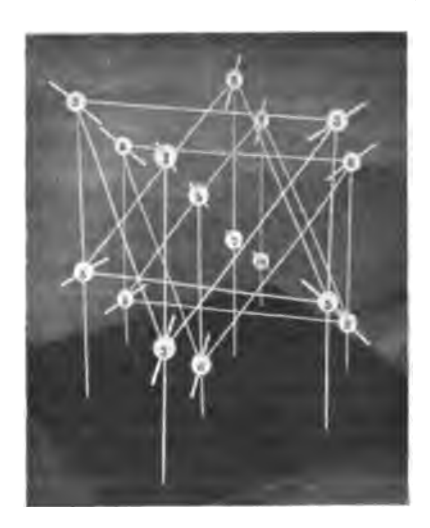


Fig. 460
Anordnung *t* von Massenelementen mit einer bevorzugten Richtung nach dem doppelt-kubischen Gitter. Die bevorzugte Richtung wechselt nach den vier Oktaedernormalen; die durch die Massenelemente 1, 4, 7, 10 usw. senkrecht zu der angedeuteten bevorzugten Oktaedernormalen gelegten Schichten haben hexagonalen Charakter. Die Schichten 2, 5, 8 usw., sowie die Schichten 3, 6, 9 usw. haben trigonalen Charakter.

Die drei durch eine dieser parallelen dreizähligen Achsen hindurchgehenden, je einer Granatoederfläche parallelen Ebenen sind Spiegelebenen. Die Anordnung *t* hat also auch in bezug auf die Orientierung der bevorzugten Richtungen die Eigenschaften der trigonalen Syngonie, die eine der vier Oktaederachsen wird trigonale Hauptachse. Fig. 460 gibt ein einfaches Bild, die diesem Bande beigegebene Figur III ein stereoskopisches Bild der Anordnung *t*.

Ein aus Atomen gleicher Art nach der Anordnung *t* aufgebauter Körper hat den Charakter der ditrigonal-skalenoedrischen Klasse.

2. Anordnung *q*. Die Orientierung der bevorzugten Richtungen der einzelnen Massenelemente wechselt nicht innerhalb einer Netzebene, welche einer Oktaederfläche parallel geht. Schreitet man auf der Normalen zu der Oktaederfläche fort, dann wechseln die vier Orientierungen *a*, *b*, *c*, *d* regelmäßig von einer Schicht zur anderen; sieht man dabei von derjenigen Oktaedernormalen, auf welcher man fortschreitet, ab, so ändern sich die bevorzugten Oktaedernormalen der aufeinanderfolgenden

Schichten im Sinne einer Schraube. Dabei ergibt sich das Merkwürdige, daß die vier verschieden orientierten Oktaederebenen, bzw. deren Normalen, sich in diesem Falle gleich verhalten; d. h.: Findet der angedeutete Wechsel der Orientierung beim Fortschreiten auf einer Normalen statt, dann geschieht das auch in der gleichen Weise beim Fortschreiten auf irgendeiner der drei anderen Oktaedernormalen. Fig. 461 zeigt die Orientierung der Massenelemente in einem granatoedrischen Schnitt, wobei die bevorzugten Richtungen der Kubooktaeder *a* und *c* in einer zur Zeichnungsebene senkrechten Ebene liegen. Fig. 462 zeigt die Anordnung *a*, *b*, *c*, *d* in einer oktaedrischen Ebene. Die Anordnung in einer hexaedrischen Ebene ist ebenso wie bei der An-

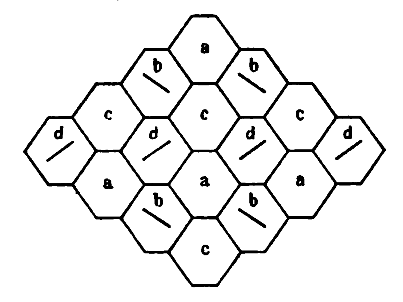


Fig. 461
Anordnung *q* der bevorzugten Richtungen der Massenelemente in einem granatoedrischen Schnitt durch ein Kubooktaedersystem

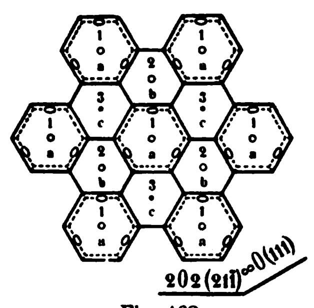


Fig. 462
Anordnung *q* der bevorzugten Richtungen der Massenelemente in einem oktaedrischen Schnitte durch Schwerpunkte von Kubooktaedern. Die Ellipsen deuten die Moleküle bzw. Atome bei der Orientierung *q* an unter der Voraussetzung, daß $\lambda_1 = \frac{4}{9}$ g sei.

ordnung *t* (Fig. 455). Figg. 463 und 464 geben einfache Bilder, die diesem Bande beigegebenen Figuren IV und V stereoskopische Bilder einer linken und einer rechten schraubenförmigen Anordnung *q* der oktaedrischen Netzebenen.

Bei der Anordnung *t* (vgl. Fig. 459) sind die auf gleicher Höhe (in der Figur durch Ziffern angedeutet) liegenden und zugleich mit derselben Orientierung (*a*, *b*, *c* oder *d*) versehenen Kubooktaeder in jeder Richtung doppelt so weit auseinander als bei der Anordnung *q* (vgl. Fig. 462). Also sind bei der Anordnung *t* auch die Abstände der primären Massenelemente in den gleichen oktaedrischen Schichten doppelt so groß; dagegen ist der Abstand der gleich orientierten Kubooktaeder bei der Anordnung *t* gleich D, bei der Anordnung *q* gleich 4 D.

Die Schwerpunktabstände der gleich orientierten Kubooktaeder sind somit bei der Anordnung q gleich $d_g = \frac{8}{3}$ g und $d_o = 4$ o, bei der Anordnung t dagegen $\frac{16}{3}$ g und o.

Die Schwerpunkte der gleich orientierten Kubooktaeder bilden bei der Anordnung q ein vierfach-kubisches Raumgitter. Die Netzlinien parallel **einer** der drei Hexaedernormalen, in Figg. 463 und 464 parallel der vertikalen, sind in bezug auf die Orientierung der bevorzugten Richtungen der Kubooktaeder zweizählige Schraubenachsen. Während also bei der Anordnung t der reguläre Charakter durch die Sonderstellung einer der vier Oktaedernormalen gestört wird, geschieht dasselbe bei der Anordnung q durch die Sonderstellung einer der drei Hexaedernormalen. Im übrigen verweist die Gleichartigkeit der vier Oktaedernormalen die Anordnung q in die reguläre Syngonie, obwohl diese Anordnung infolge des Mangels von Spiegelebenen und von Deckachsen nicht die Symmetrie einer der fünf regulären Symmetrieklassen Hessels besitzt.

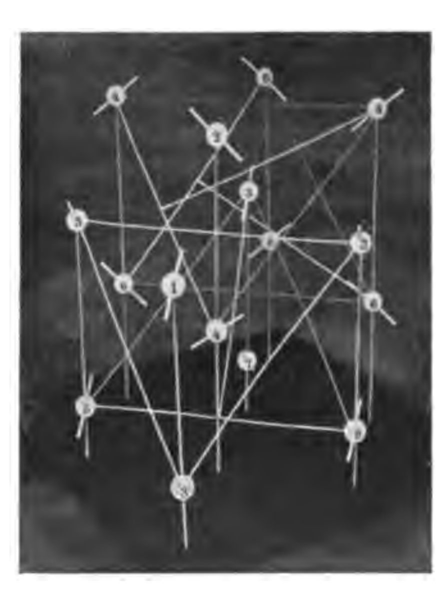


Fig. 463
Anordnung q_L von Massenelementen mit einer bevorzugten Richtung nach dem doppelt-kubischen Gitter. Die bevorzugte Richtung wechselt nach den vier Oktaedernormalen; von denjenigen oktaedrischen Schichten, welche zu der von vorn oben nach rückwärts unten laufenden Oktaedernormalen senkrecht stehen, sind die Schichten 4, 5, 6 monoklin und im Sinne des Uhrzeigers gegeneinander um 60° gedreht. Die Schicht 3 ist hexagonal.

3. Anordnung p'. Das doppelt-kubische Raumgitter kann als eine Durchdringung von vier vierfach-kubischen Raumgittern aufgefaßt werden. Durch die elementaren Würfel jedes dieser vier Teilgitter lege man die Diagonalen parallel zu einer Oktaedernormalen und zwar so, daß die Schar paralleler Diagonalen, welche zu dem einen Teilgitter gehört, keiner der drei Scharen, welche zu den drei anderen Teilgittern gehören, parallel ist. Diese Diagonale gebe dann für jedes Kubooktaeder, dessen Schwerpunkt von ihr durchsetzt wird, die zugehörige bevorzugte Richtung. Alle

in der bevorzugten Richtung o aufeinanderfolgenden Kubooktaeder erhalten hierdurch die gleiche Orientierung: von den in der Richtung einer nicht bevorzugten Oktaedernormalen aufeinanderfolgenden Kubooktaedern sind das dritte, fünfte, siebente usw. mit dem ersten gleich orientiert. Die letztere Regel gilt auch für die in den Richtungen g und h aufeinanderfolgenden Kubooktaeder.

Während bei der Anordnung t nur eine der vier Oktaedernormalen die Eigenschaft besitzt, daß beim Fortschreiten auf gewissen ihr parallelen Netzlinien die Orientierung der bevorzugten Richtung der durchschrittenen Massenelemente der betreffenden Oktaedernormalen parallel bleibt, verteilt sich diese Eigenschaft bei der Anordnung p' gleichmäßig auf alle vier Oktaedernormalen. Jede dieser bevorzugten Netzlinien ist auch mit Rücksicht auf das Gesamtsystem der bevorzugten Richtungen dreizählige Deckachse.

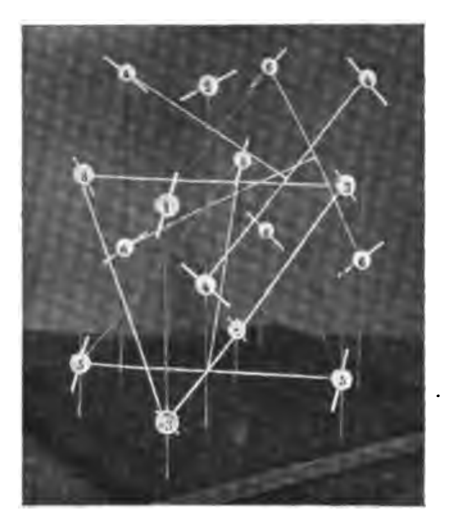


Fig. 464
Anordnung q_R von Massenelementen mit einer bevorzugten Richtung nach dem doppelt-kubischen Gitter. Die bevorzugte Richtung wechselt nach den vier Oktaedernormalen; von denjenigen oktaedrischen Schichten, welche zu der von vorn oben nach rückwärts unten laufenden Oktaedernormalen senkrecht stehen, sind die Schichten 4, 5, 6 monoklin und im entgegengesetzten Sinne des Uhrzeigers gegeneinander um 60° gedreht; die Schicht 3 ist hexagonal.

Halbiert man den Abstand zwischen je zwei in einer Richtung h benachbarter Gitterpunkte des doppelt-kubischen Gitters und legt durch den Halbierungspunkt die zu den beiden anderen Richtungen h parallelen Geraden, so ist bei der Anordnung p' von diesen jedesmal die eine eine zweizählige Deckachse, die andere eine zweizählige Schraubenachse in bezug auf die Lage und Orientierung der Massenelemente.

Keine der vier Scharen von dreizähligen Deckachsen hat mit einer anderen dreizähligen Deckachse einen gemeinsamen Schnittpunkt; dasselbe gilt bezüglich der drei Scharen von zweizähligen Deckachsen und bezüglich der drei Scharen von zweizähligen Schraubenachsen.

Das Vorhandensein von vier Scharen dreizähliger und von drei Scharen zweizähliger Deckachsen charakterisiert auch die Anordnung p' als regulär; das Fehlen von Spiegelebenen und von vierzähligen Deckachsen ist bestimmend für die tetraedrisch-pentagondodekaedrische Klasse.

Außer den Anordnungen t, q und p' gibt es noch zwei weitere, bei welchen ebenfalls die bevorzugte Oktaedernormale in gleichmäßiger Weise zwischen den vier Richtungen in der Art wechselt, daß im ganzen keine Oktaedernormale vor den drei anderen bevorzugt wird.[1]) Bei diesen beiden Anordnungen haben eine Hexaederfläche und eine Hexaedernormale die gleiche Bedeutung wie bei den Anordnungen t und q eine Oktaederfläche und eine Oktaedernormale. Der Charakter der beiden noch zu definierenden Anordnungen ist deshalb tetragonal.

4. Anordnung r. Alle Massenelemente, welche in der Richtung einer der drei Hexaedernormalen h aufeinanderfolgen, haben die gleiche Orientierung der bevorzugten Oktaedernormalen. Als Zwillings- bzw. Spaltflächen sind hier Granatoederflächen zu erwarten.

5. Anordnung s. Alle Massenelemente, welche in einer der drei Hexaederebenen liegen, haben die gleiche Orientierung der bevorzugten Oktaedernormalen. Je vier aufeinanderfolgende Schichten von Massenelementen bilden also eine stets wiederkehrende Periode, innerhalb deren die bevorzugte Oktaedernormale in gleicher Weise von Schicht zu Schicht wechselt. Die Anordnung s muß deshalb optische Drehung bedingen. Als Zwillings- bzw. Spaltfläche ist die Basis zu erwarten.

Während für die Anordnungen t, q und p' die Achsen g, l und o die Richtungen der maßgebenden Netzlinien sind, haben für die Anordnungen r und s die Richtungen h und g die gleiche Bedeutung. Mit dem Eintreten der Achse h an die Stelle der Achse l verlieren die Anordnungen r und s ihren oktaedrischen Charakter. Die einzelnen homogenen Partikeln aggregieren sich nicht mehr um eine Oktaedernormale, sondern um eine Hexaedernormale.

In den Symbolen p', q, r, s, t kommen die Anfangsbuchstaben der Worte Pyrit, Quarz, Rutil, Strychninsulfat und Tridymit zum Ausdruck.

---

1) Vgl. J. Beckenkamp, Der tetrakishexagonale oder oktaedrische Typus der Kristalle. Ann. d. Phys. 1912; **39**, 346, spez. 361.

§ 110

Beziehungen zwischen dem Massenelement eines Kubooktaeders und den chemischen Atomen

Nach der Strukturtheorie von J. Beckenkamp, deren grundlegende Mitteilungen[1]) den Beobachtungen von W. L. und W. H. Bragg um mehrere Jahre vorausgehen, wurden die Abstände der Massenpunkte als Funktionen der Atome und die Atome als die Elemente der Kristallstruktur[2]) nachgewiesen. Man kann aber unbedenklich einen gleichen Komplex von Atomen, welcher im nicht kristallisierten Zustande das chemische Molekül bildet, zum Zwecke der bequemeren Übersicht auch im Kristallverbande geometrisch als eine besondere Einheit, ein Molekül, vereinigt denken. Ob die Bestandteile des als geometrische Einheit definierten Moleküls innerhalb des Kristalls außer von den das Raumgitter bestimmenden Kräften auch noch von solchen Bindekräften, Valenzen, zusammengehalten werden, welche für das chemische Molekül im flüssigen (amorphen) Zustande angenommen werden, ist dabei bedeutungslos, obgleich das Gegenteil, wenigstens zurzeit, wohl noch nicht als erwiesen gelten kann. Der Komplex eines solchen Moleküls verhält sich notwendig nach verschiedenen Richtungen verschieden, auch wenn man annähme, daß das Atom an und für sich (außerhalb des molekularen Verbandes) keine Richtungsverschiedenheit besäße. Betrachten wir im vorhin angedeuteten Sinne die chemischen Moleküle als die Bausteine des Kristalls, so sind diese im Gegensatze zu den Paralleloedern Fedorows im allgemeinen nicht alle gleich orientiert, sondern sie befinden sich auch innerhalb einer homogenen Kristallmasse in gegenseitig gedrehten Stellungen. Die Angabe der Lage des Schwerpunktes und der Orientierung des chemischen Moleküls ist dann gleichbedeutend mit der Angabe der Lage des maßgebenden Atoms und der Richtung zwischen diesem und einem Atome anderer Art bzw. der Gesamtheit der übrigen Atome des chemischen Moleküls.

Bildeten die von W. L. und W. H. Bragg aus ihren Beugungsbeobachtungen gezogenen Schlüsse über die Atomanordnung in den

---

1) Vgl. namentlich J. Beckenkamp, Über Zwillingsbildung von Kristallmassen und von Molekülen. Ztschr. f. Krist. 1902; **36**, 465ff. — Ferner: Über die Dioxyde der Elemente der vierten Gruppe des periodischen Systems. Ebenda 1907; **42**, 448ff. — Grundzüge einer kinetischen Kristalltheorie. Sitzungsber. d. phys.-med. Ges. zu Würzburg 1911, S. 73ff. — Éléments d'une théorie cinétique des cristaux. Bull. d. l. soc. franç. d. min. 1911; **34**, 317ff.

2) Vgl. in zuletzt genannter Mitt. (Bull. d. l. soc. franç. d. min. usw.) die Figg. 2 u. 3 (S. 339 u. 340).

Kristallen für die Fedorowsche Strukturtheorie insofern eine Überraschung (vgl. S. 537), als sie mit einer Grundannahme derselben in Widerspruch stehen, so fällt diese für die Beckenkampsche Theorie fort.

Die Beziehung der Atome zu den einzelnen Kubooktaedern kann in verschiedener Weise gedacht werden, und es läßt sich zurzeit noch nicht mit Sicherheit entscheiden, welche der nachstehenden Möglichkeiten verwirklicht ist.

1) Bei früheren Untersuchungen[1]) wurde eine aus zwei Triaden bestehende Gruppe von sechs in gegenseitig gedrehten Stellungen befindlichen chemischen Molekülen als eine höhere Einheit, als ein „physikalisches Molekül" zusammengefaßt, und der Schwerpunkt einer jeden Triade so in einen Mittelpunkt einer äußeren Oktaederfläche des betreffenden Kubooktaeders gelegt, daß die beiden Triaden sich auf zwei gegenüberliegende Flächen des Kubooktaeders verteilen. Werden für die Radien der Wirkungsweiten der beiden Atome Si und O die Werte $\frac{1}{3}\mathfrak{g}$ und $\frac{1}{3}\mathfrak{l}$ angenommen, so fallen die Endpunkte der Wirkungsweiten des Moleküls in die Ecken k des Kubooktaeders; oder genauer: die Endpunkte der Wirkungsweiten g' je eines der sechs Atome Si fallen in die Ecken $k_1 \ldots . k_6$ eines Kubooktaeders. Die Endpunkte der Wirkungsweiten l' je eines der zweimal sechs Atome O bestimmen in ähnlicher Weise die Mittelpunkte k_0 von Flächen zweier anderer Kubooktaeder. Zu jedem dieser drei Kubooktaeder gehört ein besonderes Kubooktaedersystem. Diese drei Kubooktaeder sind aber kongruent und nur in der Richtung der bevorzugten Oktaedernormalen parallel verschoben, sodaß man diese drei Kubooktaeder für die meisten Untersuchungen als ein einziges betrachten kann. Die Verbindungslinie der Mittelpunkte der beiden mit chemischen Molekülen (oder genauer mit Atomschwerpunkten) besetzten Flächen des Kubooktaeders gibt die bevorzugte Richtung, vgl. Figg. 465, 466 und 467. Ein solcher Komplex von Kubooktaedern, deren bevorzugte Normalen sich auf die vier möglichen Richtungen in gleicher Weise verteilen, sodaß der ganze Komplex sich innerhalb der homogenen Masse in stets paralleler Orientierung wiederholt, bildet das „Kristallmolekül" und bestimmt streng genommen $1 + 4 \cdot 2 = 9$ sich durchdringende kongruente Kubooktaedersysteme.

Gegen eine Verteilung der Atome auf den Elementarkörpern des Kubooktaedersystems besteht das Bedenken, daß jede oktaedrische

1) Vgl. Erster Teil S. 119 und J. Beckenkamp, Der tetrakishexagonale oder oktaedrische Typus der Kristalle. A. a. O. S. 358.

Grenzfläche eines Kubooktaeders innerhalb des Kubooktaedersystems gleichzeitig zu zwei benachbarten Kubooktaedern gehört, und daß infolgedessen unter Umständen zwei dreigliedrige Gruppen in die gleiche Grenzfläche fallen. Es wurde deshalb vorausgesetzt, daß das auf seiner Oberfläche mit Atomen besetzte „innere Kubooktaeder" von dem größeren Elementarkörper des Kubooktaedersystems, dem „äußeren Kubooktaeder" konzentrisch umgeben werde. Der genannte Nachteil fällt auch dann fort, wenn statt der sechsgliedrigen Atom- bzw Molekülgruppe in den äußeren Flächen

2) eine dreigliedrige Gruppe in einer oktaedrischen Ebene liegt, welche durch den Schwerpunkt des Kubooktaeders geht. Wie bei 1) fällt auch bei 2) der Gruppenschwerpunkt mit dem Kubooktaederschwerpunkt zusammen. Fig. 462 (S. 579) zeigt hiernach die Anordnung der durch Ellipsen angedeuteten Moleküle (oder Atome) in einer oktaedrischen Ebene, welche Schwerpunkte von Kubooktaedern enthält,

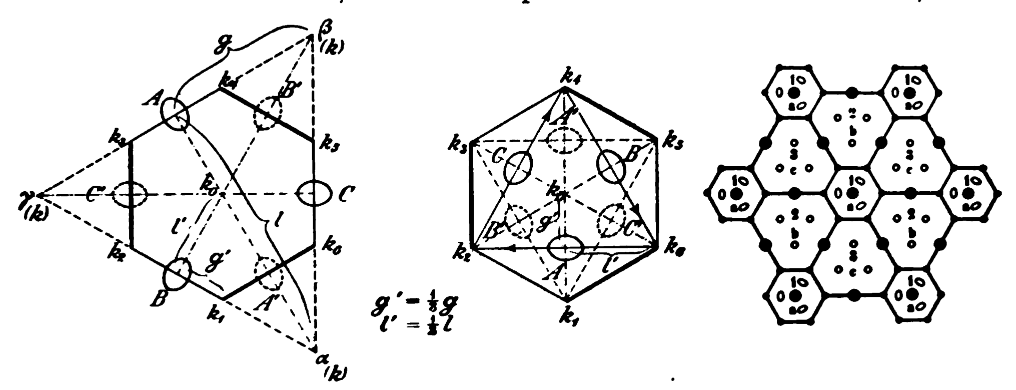


Fig. 465 Fig. 466 Fig. 467

Ältere Annahme der Lagerung maßgebender Atome (Si), bzw. der Molekülschwerpunkte, beim Tridymit (Fig. 465) und beim Quarz (Figg. 466 und 467) auf den äußeren Flächen der Kubooktaeder unter der Annahme, daß $\lambda_1 = \frac{1}{3}$ g sei.

nach der Anordnung *q*. Die Verteilung der Ellipsen (etwa der Atome Si) innerhalb der auf gleicher Höhe (1) befindlichen und gleich orientierten (*a*) oktaedrischen Schnitte des Kubooktaedersystems ist genau die gleiche wie die der Moleküle innerhalb der Basis der hexagonalen Anordnung von Fig. 448 (S. 572). Man kann deshalb diese kubooktaedrische Anordnung auch als „tetrakishexagonale" bezeichnen. Als Massenelement des Kubooktaeders gilt in diesem Falle jedesmal der Komplex der drei in einem regulären Hexagon liegenden Moleküle.

Die dreigliedrige Gruppe enthält bezüglich der Lage der Schwerpunkte der drei Elemente drei Spiegelebenen, welche den

Granatoederflächen parallel gehen, und außerdem ist die durch den Schwerpunkt des von den drei Elementen gebildeten Dreiecks gehende Oktaedernormale dreizählige Deckachse für die Gruppe.

3) Ersetzt man die dreigliedrige Gruppe der vorigen Annahme durch ein einziges Molekül, welches im Schwerpunkte dieser Gruppe gedacht wird, so fehlt dieser Lage an sich die Bevorzugung einer der vier Oktaedernormalen, aber da das chemische Molekül die im vorigen angedeutete Richtungsverschiedenheit besitzt, so kann durch das Molekül, d. h. durch die Lage der übrigen Atome zu der des Hauptatoms, die Bevorzugung einer der vier Oktaedernormalen bedingt werden.

Bei den beiden ersten Annahmen bilden jedesmal sechs bzw. drei zum gleichen Kubooktaeder gehörende Atome bzw. Moleküle eine zusammengehörige Gruppe mit paralleler Orientierung der bevorzugten Oktaedernormalen. Bei der dritten Annahme dagegen muß man je drei oder sechs verschiedenen Kubooktaedern angehörende Atome bzw. Moleküle zu einer ähnlichen Gruppe vereinigt denken, deren bevorzugte Oktaedernormalen parallel sind. Sehen wir z. B. in Fig. 462 von den eingezeichneten Ellipsen und den gestrichelten Linien ab, dann stellen die kleinen Ringe in den regulär-hexagonalen (mit *a* und 1 bezeichneten) Feldern nach der dritten Annahme in der gleichen oktaedrischen Schicht parallel orientierte Moleküle dar.

Ist der Abstand je zweier nächst benachbarter, gleich orientierter Moleküle (bzw. Atome) $m\mathfrak{g}$, dann ist der Abstand zweier in der zur vorigen senkrechten Richtung benachbarter Moleküle (bzw. Atome) $m\mathfrak{l}$, wobei $\mathfrak{l} = \mathfrak{g}$ cotg 30°. Ist also der Radius des Bereiches der Atome einer Art λ_1, der einer anderen Art $\lambda_2 = \lambda_1$ cotg 30°, dann können beide Atomarten in zwei übereinanderliegenden parallelen oktaedrischen Ebenen genau kongruente Atomanordnungen erzeugen.

4) Man kann wie bei der ersten Annahme eine sechsgliedrige Molekül- bzw. Atomgruppe beibehalten und doch den unter 1) vermerkten Nachteil vermeiden, wenn man die Atom- bzw. Molekülschwerpunkte von den äußeren oktaedrischen Flächen des Kubooktaeders weg in die sechs inneren Punkte a, a', b, b', c, c' der Figg. 456 und 457 verlegt. Auch bei dieser Annahme fällt der Schwerpunkt eines Massenelementes mit dem Schwerpunkte des betreffenden Kubooktaeders zusammen. Diese sechs inneren Punkte bevorzugen an sich ebensowenig wie der Schwerpunkt des Kubooktaeders bei der dritten Annahme eine der vier Oktaedernormalen. Eine derartige Bevorzugung kann aber wieder durch die parallele Orientierung der sechs chemischen Moleküle zustande kommen.

Man unterscheidet schon seit langer Zeit nach der Flächenentwicklung einen hexaedrischen, einen granatoedrischen und einen oktaedrischen Typus der Kristalle, und seit **Bravais** ist man geneigt, diese drei Typen auf die drei regulären Raumgitter zurückzuführen.[1]) Wäre diese Vermutung richtig, dann sollte man jedoch nicht nur in der Flächenausbildung, sondern auch bei anderen physikalischen Erscheinungen, so besonders in bezug auf die Dichte, eine viel schärfere Unterscheidung dieser Typen erwarten. Stehen die Radien der primären Bereiche zweier Atomarten in dem Verhältnisse $1 : \mathrm{cotg}\, 30^{\circ}$, so stehen diese in dem gleichen Verhältnisse wie die Abstände der Gitterpunkte irgendeines der drei kubischen Gitter in den Richtungen g und l; und da diese beiden Richtungen jedesmal eine Oktaederfläche bestimmen, so ist jenes Verhältnis der Atombereiche maßgebend für den oktaedrischen Typus der Kristalle. In der gleichen Weise ergeben sich aus einfachen Verhältnissen der Radien der Atombereiche zu Abständen von Gitterpunkten, welche in anderen Richtungen benachbart sind, die Bedingungen für die anderen Kristalltypen. **Es können daher die verschiedenen Kristalltypen auch auf das gleiche Raumgitter zurückgeführt werden, in welchem aber die Radien der Atombereiche verschiedene Ebenen bevorzugen.**

Von den drei regulären Gittern hat das doppelt-kubische vor den beiden anderen voraus, daß es jedes der beiden anderen als Teilgitter enthält (vgl. S. 576); es kann ebenso leicht in vier vierfache wie in zwei einfache kubische Gitter zerlegt werden. Bei Annahme eines doppelt-kubischen Gitters für die Schwerpunkte der bevorzugten Atomart kann deshalb sowohl dieses als Gesamtgitter, als auch unter gewissen Bedingungen irgendeines der beiden anderen als bevorzugtes Teilgitter zum Ausdruck kommen.

Werden die Punkte a, a', b, b', c, c' der Fig. 456 nicht als die Schwerpunkte der Atome bzw. der chemischen Moleküle, sondern als die Endpunkte des primären Wirkungsbereiches desjenigen Atomes aufgefaßt, dessen Schwerpunkt im Schnittpunkte der drei strichpunktierten Linien, d. h. im Schwerpunkte des Kubooktaeders liegt, dann gilt als Massenelement wie bei der dritten Annahme das genannte Atom. Beim Quarz gehört natürlich wieder zu jedem Siliciumatom, dessen Schwerpunkt im Schwerpunkte des Kubooktaeders gedacht wird, noch je ein nach den beiden Seiten der bevorzugten Oktaedernormalen um den gleichen Betrag verschobenes Sauerstoffatom.

1) Vgl. Erster Teil S. 155.

§ 111

Einfluß einer zweiten (dritten usw.) Atomart auf die Symmetrie des Systems der ersten Art

Da Quarz und Tridymit nur aus zweierlei Atomarten (Si und O) bestehen, so muß man annehmen, daß auch nur zweierlei „primäre Wirkungsweiten" („Radien von primären Atombereichen") λ_1 und λ_2 bei diesen Mineralien zur Geltung kommen, falls man annimmt, daß die Wirkung des Atoms in erster Annäherung durch eine Kugel dargestellt werden könne.

Der Abstand AB (Fig. 453, S. 575) zweier in der Richtung g benachbarter und beim Quarz gleich orientierter Kubooktaederschwerpunkte, also auch der Abstand entsprechender Elemente, welche diesen beiden Kubooktaedern angehören, sei d_g, der Abstand CD zweier in der Richtung l aufeinander folgender gleich orientierter Kubooktaederschwerpunkte sei d_l; $d_o (= 4\,\mathfrak{o}$ für die Anordnung q) sei der betreffende Abstand für die Richtung o. Der primäre Wirkungsbereich des einen der beiden Elemente (des Siliciums) sei entsprechend der Fig. 462 (S. 579) $\lambda_1 = \frac{4}{9}\,\mathfrak{g}$, dann ist $d_g = \frac{8}{3}\,\mathfrak{g} = 6\lambda_1$; wäre $\lambda_2' = \lambda_1\,\mathfrak{g}$ cotg 30^0, dann wäre $\lambda_2' = \frac{4}{9}\,\mathfrak{l}$ und $d_l = 6\lambda_2'$; für d_o ergibt sich dann aber keine einfache Beziehung zu λ_1 oder zu λ_2'. Es ist $2\,d_g = 3 \cdot 1{,}0264\,\mathfrak{l}$, ferner ist $3\,d_o = 11 \cdot 1{,}028\,\mathfrak{l}$; vernachlässigen wir den kleinen Unterschied zwischen 1,028 und 1,026 und setzen jeden dieser beiden Werte gleich k, dann wird also $2\,d_g = 3\,k\,\mathfrak{l}$, $3\,d_o = 11\,k\,\mathfrak{l}$ und $\lambda_2 = k\,\lambda_1$ cotg $30^0 = 1{,}777\,\lambda_1$.

Setzen wir $\lambda_1 = \frac{4}{9}\,\mathfrak{g}$, $\lambda_2 = \frac{4}{9}\,k\,\mathfrak{l}$, dann wird das Achsenverhältnis des Quarzes (vgl. S. 567), da $4\,\mathfrak{o} = 3 d_o = 11 k \mathfrak{l}$:

$$
\begin{aligned}
a:b:c &= \mathfrak{g} : \mathfrak{l} : \tfrac{2}{3}\,\mathfrak{o} \\
&= 6 \cdot \tfrac{4}{9}\,\mathfrak{g} : 6 \cdot \tfrac{4}{9}\,\mathfrak{l} : \tfrac{11}{3} \cdot \tfrac{4}{9}\,k\,\mathfrak{l} \\
&= 6\,\lambda_1 : 6\,\lambda_2' : 11 \cdot \tfrac{1}{3}\,\lambda_2 \\
&= 18\,\lambda_1 : 18\,\lambda_2\,(\text{ca.}) : 11\,\lambda_2,
\end{aligned}
$$

und das des Tridymits:

$$
\begin{aligned}
a:b:c = \mathfrak{g} : \mathfrak{l} : \mathfrak{o} &= 6\,\lambda_1 : 6\,\lambda_2\,(\text{ca.}) : \tfrac{11}{2}\,\lambda_2 \\
&= 12\,\lambda_1 : 12\,\lambda_2\,(\text{ca.}) : 11\,\lambda_2 = 0{,}577 : 1 : 0{,}954.
\end{aligned}
$$

Es scheint, daß dieses letztere Verhältnis wohl als eine Anpassung des tetragonalen Verhältnisses

$$12\,\lambda_1 : 12\,\lambda_2 : 12\,\lambda_2 = \lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_2$$

an das reguläre Verhältnis 0,577 : 1 : 0,943 betrachtet werden müsse, daß aber dieses infolge besonderer Verhältnisse nicht völlig erreicht werde. Ferner wird $8\,d_g = 27\,\lambda_2$.

Die Verhältnisse $a:b:c = 18\,\lambda_1 : 18\,\lambda_2$ (ca.) $: 11\,\lambda_2$ beim Quarz und $a:b:c = 12\,\lambda_1 : 12\,\lambda_2$ (ca.)$: 11\,\lambda_2$ beim Tridymit sind unabhängig von dem Werte λ_1 und gelten wie für $\lambda_1 = \frac{4}{9}$ g (entsprechend der Fig. 462), ebenso auch für $\lambda_1 = \frac{1}{3}$ g, wie in Fig. 467 angenommen wurde. Dagegen wird im letzteren Falle $d_l = 8\,\lambda_2'$ und $2\,d_g = 9\,\lambda_2$.

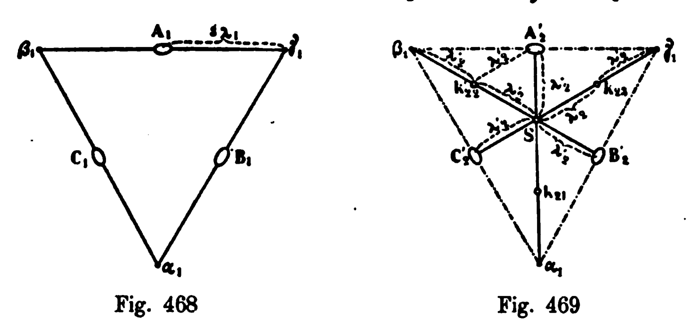


Fig. 468 Fig. 469

In Fig. 468 mögen die Ellipsen A_1, B_1, C_1 drei Atome der ersten Art (Silicium) darstellen, und der Abstand $A_1\gamma_1$ sei gleich $3\,\lambda_1$; stellen A_2', B_2', C_2' (Fig. 469) drei Atome einer zweiten Art (Sauerstoff) dar, deren primäre Bereiche $A_2'S$, $B_2'S$, $C_2'S$ genau gleich $\lambda_1 \operatorname{cotg} 30^0 = \lambda_2'$ sind, dann fallen die drei Endpunkte der primären Wirkungsweiten in den Schwerpunkt S eines gleichseitigen Dreiecks $\alpha_1\beta_1\gamma_1$, welches dem von den Atomen der ersten Art als Seitenmitten bestimmten Dreiecke kongruent ist. Die drei Endpunkte der dreifachen Wirkungsweiten liegen in den Ecken α_1, β_1, γ_1; lägen also die Atome A_1, B_1, C_1 an den gleichen Stellen wie die Atome A_2', B_2', C_2', dann würden die Endpunkte der dreifachen Wirkungsweiten von A_1, B_1, C_1 mit den Endpunkten der dreifachen Wirkungsweiten von A_2', B_2', C_2' in α_1, β_1, γ_1 zusammenfallen. Die Punkte k_{21} usw. sind die Endpunkte der doppelten Wirkungsweiten der zweiten Atomart, die Punkte α_1, β_1, γ_1 die Endpunkte der dreifachen Wirkungsweiten λ_1 der Atome der ersten Art und zugleich die Endpunkte der dreifachen Wirkungsweiten λ_2 der Atome zweiter Art.

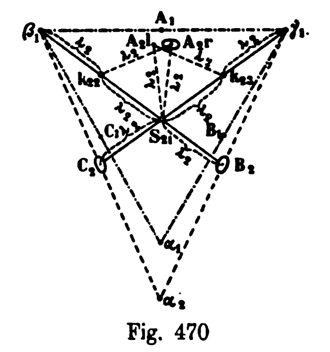


Fig. 470

Ist dagegen der Radius des primären Wirkungsbereiches der zweiten Atomart größer als $\lambda_1 \operatorname{cotg} 30^0$, dann können nur zwei Atome, etwa B_2 und C_2 (Fig. 470), sich derart gegenüberlegen, daß die Enden ihres dreifachen Wirkungsbereiches mit

Ecken β_1 und γ_1 des von den Atomen der ersten Art bedingten gleichseitigen Dreiecks zusammenfallen. Auch kann das dritte Atom A_2 jetzt nicht mehr mit B_2 und C_2 ein gleichseitiges Dreieck bilden. Die Abstände λ_2 verweisen das Atom A_2 nunmehr an die durch die Ellipse angedeutete Stelle A_{2r} oder an die hierzu spiegelbildliche Stelle A_{2l}.

Nehmen wir an, die Gruppe $A_2 B_2 C_2$ läge in einer zur Ebene der Gruppe $A_1 B_1 C_1$ parallelen Ebene, und da zu einem Atom Si jedesmal zwei Atome O gehören, so möge eine Gruppe $A_2 B_2 C_2$ oberhalb, eine zweite im gleichen Abstande unterhalb der Gruppe $A_1 B_1 C_1$ liegen. Die aus diesen drei Gruppen gebildete Atomanordnung besitzt dann weder eine der Gruppenachse parallele Spiegelebene, noch eine dreizählige Deckachse, während das System $A_1 B_1 C_1$ für sich diese beiden Symmetrieelemente besitzen würde; denn weil diese drei Elemente untereinander gleich sind, müssen auch die Beziehungen eines jeden derselben zu den beiden anderen die gleichen sein, eine Bedingung, welche nur durch eine dreizählige Deckachse bedingt werden kann. Durch das Hinzutreten der Atome A_2, B_2, C_2 wird indessen auch die Dreizähligkeit der Deckachse in bezug auf die Atome A_1, B_1, C_1 (erfahrungsgemäß jedoch nur in geringem Maße) gestört.

Da der Wirkungsbereich der Atome A_2 in der Richtung g durch eine feste Beziehung ($8\, d_g = 27\, \lambda_2$ bei der Annahme $\lambda_1 = \frac{4}{9}$ g oder $2\, d_g = 9\, \lambda_2$ bei der Annahme $\lambda_1 = \frac{1}{3}$ g) bestimmt ist, so muß auch in den benachbarten Gruppen das Atom A_2 die gleiche von den beiden an sich gleich möglichen Lagen A_{2r} und A_{2l} einnehmen.

In der homogenen Masse sind vier den Oktaedernormalen entsprechende Achsen derartiger dreimal-dreigliedriger Gruppen vorhanden, welche sich untereinander in ähnlicher Weise beeinflussen müssen wie die in derselben horizontalen Ebene benachbarten Gruppen mit paralleler Orientierung der bevorzugten Achsen. Verleihen wir einer dieser vier Achsen eine Sonderstellung, so können die drei anderen Achsen sich gegenseitig in bezug auf die Lage ihres Atoms A_2 derart beeinflussen, daß die besondere Achse in bezug auf die Atomanordnung der zu den drei anderen Achsen gehörenden Gruppen dreizählige Deckachse wird. Geometrisch ist eine derartige Dreizähligkeit immer nur für eine, nicht aber etwa auch gleichzeitig noch für eine oder mehrere andere der drei übrigen Oktaedernormalen möglich. Infolge der asymmetrischen Lage der Atome A_2 (vgl. Fig. 470) innerhalb der dreigliedrigen Gruppen verhält sich das Gesamtsystem derjenigen drei Scharen von dreigliedrigen Gruppen, deren Gruppenachsen der eine Sonderstellung einnehmenden Oktaedernormalen nicht parallel gehen, in bezug auf die beiden entgegen-

gesetzten Richtungen dieser bevorzugten Achsen verschieden; deshalb wird die eine Sonderstellung einnehmende oktaedrische Achse notwendig hemimorph. Wenn ferner diese Achse auch in bezug auf die drei anderen Achsen dreizählige Deckachse ist, so ist sie dies aber nicht in bezug auf die zu ihr selbst gehörende dreigliedrige Atomgruppe. Pflanzt sich also ein Lichtstrahl parallel zu der die Sonderstellung einnehmenden Achse fort, so heben sich die doppeltbrechenden Wirkungen der drei zu den anderen Achsen gehörenden Atomgruppen gegenseitig auf, nicht aber wird die doppeltbrechende Wirkung derjenigen Atomgruppe aufgehoben, welche zu der die Sonderstellung einnehmenden Achse gehört.

Die soeben abgeleitete homogene Masse, welcher bei der Anordnung t vermutlich der α-Tridymit, bei der Anordnung q der Quarzin entspricht, besitzt also zwar eine einer Oktaedernormalen entsprechende Achse, welche in bezug auf die drei anderen Oktaedernormalen dreizählige Deckachse ist, aber trotzdem ist diese Masse triklin und zwar azentrisch; das als Quarz (und das als β-Tridymit) bezeichnete submikroskopische Aggregat muß dann ebenfalls nach der Hauptachse hemimorph sein und kann nur infolge einer weiteren Zwillingsbildung holomorph erscheinen (vgl. S. 543 und 560).

§ 112

Beziehungen der Zwillingsgesetze von Quarz und Tridymit zur Struktur dieser Mineralien

Berücksichtigen wir nur die Schwerpunkte S der einzelnen dreigliedrigen Atomgruppen, nicht auch die Atomlage selbst, so ist die homogene Masse bei Quarz (und Tridymit), SiO_2, in bezug auf die in Sonderstellung stehende Achse holomorph. Beim Natriummetaperjodat, $NaJO_4 \cdot 3H_2O$, ist dagegen auch eine zentrische Anordnung der Schwerpunkte der jeder Atomart entsprechenden dreigliedrigen Gruppen nicht durchführbar. Damit steht ohne Frage die Tatsache in Zusammenhang, daß die Kristalle des Natriummetaperjodats in der Regel deutlich nach der Hauptachse hemimorph ausgebildet sind, während der Quarz in der Regel anscheinend holomorph ist. Da aber auch beim Quarz eine genauere Untersuchung der Beobachtungen (vgl. S. 537 ff.) gleichlautend mit der vorigen theoretischen Ableitung eine wirkliche Holomorphie der Hauptachse ausschließt, so kann die scheinbare Holomorphie des Quarzes nach der Hauptachse nur durch eine versteckte Zwillingsbildung zustande kommen, als deren Grenzen vielleicht auch die von H. Schneider-

höhn[1]) beschriebenen „Ätzwälle“ zu betrachten sind, und bei welcher die Nebenachsen Zwillingsachsen sind. Weil bei dieser Zwillingsbildung beim Quarz (und Tridymit) das System der Knotenpunkte der dreigliedrigen Gruppen über die Zwillingsgrenze hinaus homogen bleibt, so ist die Zwillingsbildung nach der Nebenachse bei Quarz und Tridymit mehr begünstigt als beim Natriummetaperjodat, bei welchem diese Homogenität an der Zwillingsgrenze unterbrochen wird, und bei welchem deshalb auch eine auffallendere Störung der Homogenität an dieser Grenze auftritt.

Tritt an einer Stelle ein Wechsel zwischen den beiden an sich gleich möglichen Stellungen A_{2r} und A_{2l} ein (vgl. Fig. 470), so entsteht ein Zwilling, für welchen die zu $\beta_1 \gamma_1$ senkrechte Ebene Zwillingsebene ist; wiederholt sich diese Zwillingsbildung so häufig, daß die einzelnen einfachen Partien nicht mehr getrennt wahrnehmbar sind, dann wird die quasi homogene Masse spiegelbildlich in bezug auf diese Ebene unter der Voraussetzung, daß auch die Gesamtanordnung die gleiche Spiegelebene hat. Diese Voraussetzung ist bei der Anordnung t auch mit Berücksichtigung der bevorzugten Oktaederachsen erfüllt, bei der Anordnung q dagegen nur in bezug auf die Lage der Kubooktaederschwerpunkte.

Die Seiten $\alpha_1 \beta_1$, $\beta_1 \gamma_1$, $\gamma_1 \alpha_1$ sind in bezug auf das System $A_1 B_1 C_1$ vollkommen gleichartig; es kann daher die Verschiebung aus einer dieser Strecken ebenso leicht den Punkt B_2 oder C_2 wie den Punkt A_2 treffen. An die Stelle des Knotenpunktes S_{21} tritt dann ein Punkt S_{22} oder S_{23}, welche so liegen, daß S der Schwerpunkt des von S_{21}, S_{22}, S_{23} gebildeten gleichseitigen Dreiecks ist. Einem regelmäßigen Wechsel zwischen diesen drei an sich gleich begünstigten Orientierungen wirkt aber wieder die feste Beziehung zwischen d_g und λ_2 (vgl. S. 588 und 589) entgegen. Beim Tridymit findet ein unregelmäßiger Wechsel der drei Stellungen in der Weise statt, daß die Grenzebene zwischen diesen drei verschieden orientierten homogenen Teilen entweder zu der eine Sonderstellung einnehmenden Oktaedernormalen senkrecht steht (parallel zur Basis) oder ihr parallel geht (parallel zum Prisma erster Art) oder vielleicht auch parallel zur Grundpyramide liegt. Beim Quarz wechseln die drei Orientierungen so, daß die Grenzebenen der homogenen Partikeln parallel den drei Flächen des Grundrhomboeders liegen, aber die eine Sonderstellung einnehmende Oktaedernormale bei allen drei Stellungen parallel zur Hauptachse

1) Vgl. Erster Teil S. 191.

des Grundrhomboeders bleibt. Bei trikliner Symmetrie der homogenen Quarzin- oder der α-Tridymitmasse ist die optische Symmetrieachse von kleinster optischer Elastizität gegen die genannte Oktaedernormale geneigt. Da jedoch die Neigung der drei homogenen Massen gegen diese Oktaedernormale die gleiche ist, so wird diese für das Aggregat Richtung der kleinsten optischen Elastizität.

Infolge der Wärmebewegung vollführen die Atome um ihre mittlere Lage Schwingungen, deren Amplituden mit der Temperatur zunehmen. Wäre $k = 1$, dann fielen A_{2r} und A_{2l} im Punkte A_1 zusammen (Fig. 470); und da k sich nur sehr wenig von 1 unterscheidet, so liegen A_{2r} und A_{2l} nur wenig voneinander und von A_1 entfernt. Beim Tridymit und beim Cristobalit verschwindet deshalb bei Temperaturen oberhalb der Umwandlungstemperatur der nachweisbare Einfluß der Abweichung von A_{2r} bzw. A_{2l} von A_1, sei es direkt infolge der thermischen Schwingungen, oder indirekt infolge der stärkeren Begünstigung des Wechsels zwischen den drei an sich gleichwertigen Orientierungen der homogenen Partikeln. Die zur Ebene $A_1 B_1 C_1$ senkrechte Achse wird dann bei beiden Mineralien dreizählige Deckachse.

Beim Quarz bedingt die Verschiedenheit von A_{2r} und A_{2l} auch den Unterschied zwischen rechten und linken Formen, und man könnte deshalb erwarten, daß bei höherer Temperatur auch dieser Unterschied verschwinden müsse. Die zu den Ebenen $A_1 B_1 C_1$ und $A_2 B_2 C_2$ senkrechte Oktaedernormale ist die „bevorzugte Richtung des Massenelementes", und diese wechselt bei der Anordnung q in verschiedener Weise, je nachdem der Kristall ein rechter oder ein linker ist. Wenn nun die Lage A_{2r} bzw. A_{2l} den Sinn dieses Wechsels bestimmt, so bestimmt ein vorhandener Sinn des Wechsels der bevorzugten Oktaedernormalen auch die Entscheidung zwischen A_{2r} und A_{2l}; ein Wechsel der bevorzugten Oktaedernormalen verlangt aber eine weit größere Verschiebung des Systems $A_2 B_2 C_2$ als die einfache Verschiebung von A_{2r} nach A_{2l}. Temperatursteigerung bewirkt deshalb keine Änderung oder Aufhebung des Drehungssinnes des Quarzes, und die Zwillingsstellung nach dem Brasilianer Gesetz muß schon während des Wachstums des Quarzkristalles eintreten. Verschwindet aber schon während des Wachstums der Unterschied zwischen den beiden Lagen A_{2r} und A_{2l}, dann kann die Quarzstruktur nicht zustande kommen.

Bei dem Brasilianer Gesetze wird die Fläche $\infty P2\,(11\bar{2}0)$, welche einer Fläche $\infty O\,(110)$ in regulärer Deutung entspricht,

Zwillingsebene. Da diese Fläche für das System $A_1 B_1 C_1$ Spiegelebene ist, so bleibt das ganze System der Atome erster Art bei den Zwillingen nach dem Brasilianer Gesetz auch über die Zwillingsgrenze hinaus homogen.

Dagegen ist bei den Quarzzwillingen nach dem Dauphinéer Gesetz — Zwillingsachse ist die Hauptachse — die Zwillingsachse keine zweizählige Deckachse für das ganze System $A_1 B_1 C_1$. Die

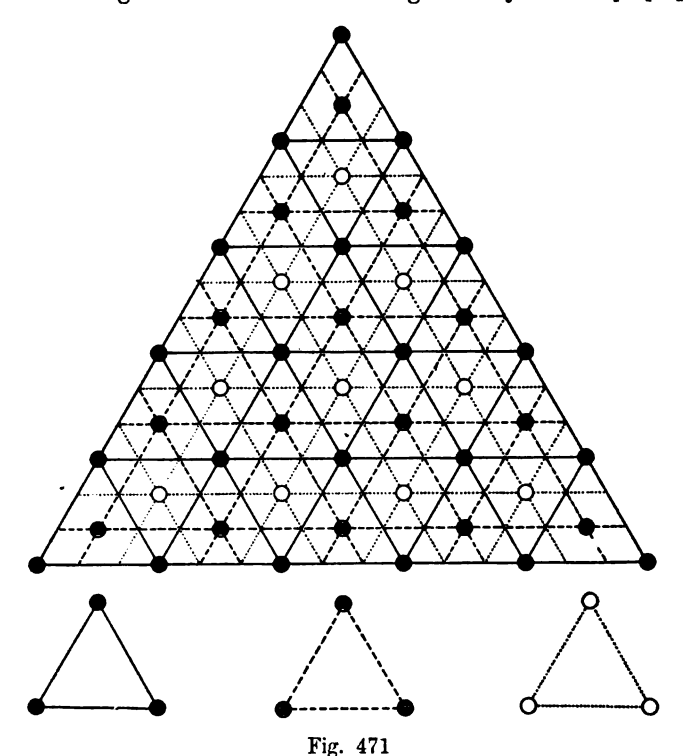


Fig. 471

Projektion der Punkte eines kubischen Raumgitters auf eine Oktaederebene. Der Abstand zwischen den durch volle Linien und den durch gestrichelte Linien angedeuteten Ebenen sei d; dann ist auch der Abstand zwischen den durch gestrichelte und den durch punktierte Linien und ebenso der Abstand zwischen den durch punktierte und den darauffolgenden mit vollen Linien angedeuteten Ebenen gleich d.

Punkte S dieses Systems bilden ein doppelt-kubisches Raumgitter. Das Dauphinéer Gesetz entspricht in regulärer Deutung genau dem Spinellgesetze. Fig. 471 zeigt eine Projektion eines kubischen Raumgitters auf eine zu einer dreizähligen Achse senkrechte Ebene; ist d der Abstand der nächst benachbarten

Punktebenen, so liegen die in der Projektion gleichartig angedeuteten Punkte in äquidistanten Ebenen vom Abstande $3d$. Das Verhältnis des vertikalen Punktabstandes zu dem horizontalen ist bei den drei kubischen Gittern verschieden. Legt man eine zur Projektionsebene senkrechte Achse durch irgendeinen der Punkte in Fig. 471, so ist diese Achse sechszählig für alle Punkte, welche mit dem von der Achse durchsetzten Punkte gleichartig sind, dagegen nur dreizählig für die beiden anderen Punktarten. Bei den Zwillingen nach dem Dauphinéer Gesetz kann deshalb nur für den dritten Teil der Punkte S die Homogenität über die Zwillingsgrenze hinaus erhalten bleiben; für die übrigen Punkte S tritt an der Zwillingsgrenze eine Unterbrechung der Kontinuität des Systems der Schwerpunkte S der Atomgruppen $A_1 B_1 C_1$ ein.

Dieser Unterschied der beiden gewöhnlichsten Zwillingsbildungen des Quarzes kommt auch in deren Ausbildungsweise zur Geltung. Es wurde zuerst von Fr. Leydolt[1]) folgende charakteristische Verschiedenheit festgestellt, später von A. Bömer[2]) ergänzt und von J. Beckenkamp[3]) bestätigt.

1. Die Grenze zwischen den rechten und linken Quarzen bei deren Verwachsung nach dem Brasilianer Gesetz ist immer ebenflächig, und zwar so, daß Flächen des positiven Grundrhomboeders r Verwachsungsflächen sind. Die Grenze zwischen den positiven und negativen Quarzstellungen nach dem Dauphinéer Gesetz ist stets uneben und unregelmäßig.

2. Zwillingsbildung nach dem Brasilianer Gesetz wiederholt sich häufig derart, daß die einzelnen einfachen Partien außerordentlich klein werden, während bei Verwachsungen nach dem Dauphinéer Gesetz bei gewöhnlicher Temperatur eine derartig innige Verwachsung der positiven und negativen Teile nicht bekannt ist.[4])

Die Zwillingsbildung ist also inniger, wenn eine größere Zahl von Gitterpunkten ein über die Zwillingsgrenze hinaus homogen bleibendes Punktsystem bilden.

Falls sich die Zwillingsbildung nach dem Dauphinéer Gesetz bei einem und demselben Kristall öfter wiederholt, wie man aus den Beobachtungen von F. Rinne (S. 549) schließen muß, dann bildet

1) Sitzungsber. d. math.-naturw. Kl. d. Wiener Akad. d. Wiss. 1855; **15**, 59ff.
2) N. Jahrb. f. Min. usw. 1891; Beil.-Bd. **7**, 516.
3) Ztschr. f. Krist. 1902; **36**, 466, spez. 488.
4) Vgl. Erster Teil S. 170 und 171.

dasjenige Drittel der Schwerpunkte S, welches von der Zwillingsbildung nicht betroffen wird, ein bevorzugtes Punktsystem von dreiseitig-prismatischer Form, von welchem man annehmen muß, daß es den Wärmeschwingungen einen größeren Widerstand entgegensetzt, bei gleicher Temperatur also geringere Amplituden aufweist als die beiden anderen Systeme S. Die Dimensionen dieses dreiseitigen Prismas sind dieselben wie die Abstände der in den Richtungen g, l, o aufeinanderfolgenden Punktabstände desjenigen kubischen Gitters, durch dessen Dritteluug das dreiseitig-prismatische Gitter entstanden ist; beim doppelt-kubischen Gitter sind diese Abstände $\mathfrak{g}:\mathfrak{l}:\mathfrak{o} = 1:1{,}73205:0{,}61236 = 0{,}57735:1:0{,}35355$.

Auch bei der Zinkblende gibt es kaum einen Kristall, welcher nicht nach dem Spinellgesetze verzwillingt wäre, und beschränkt man sich auf einen kleineren Kristallteil, so liegt auch hier die Zwillingsebene nur parallel zu einer der vier als Zwillingsebenen möglichen Oktaederebenen. Wird die Zinkblende genügend erhitzt, so gehen, wie zuerst J. Weber[1]) und J. Beckenkamp[2]) mit Bestimmtheit nachgewiesen haben und wie später von anderer Seite bestätigt wurde, Teile mit paralleler Zwillingsebene in die völlig hexagonal erscheinende Form des Wurtzits über, ein Vorgang, welcher der Umwandlung des α-Quarzes in β-Quarz analog ist. Dieser Vorgang muß nicht, wie man nach der Definition des Dauphinéer und des Spinell-Gesetzes vermuten könnte, mechanisch auch wirklich durch eine Drehung der Moleküle, sondern kann einfacher durch eine lineare Verschiebung der Atome nach einer bestimmten Richtung gedeutet werden, wie bei einer späteren Gelegenheit ausführlicher gezeigt werden soll. Nach dieser Verschiebung muß also ein Teil der Atomschwerpunkte wieder Lagen einnehmen, welche vor der Verschiebung von Atomen gleicher Art besetzt waren. Begünstigt wird diese Verschiebung durch die Wärmeschwingungen. Das Achsenverhältnis des Wurtzits ist $a:c = 1:0{,}8175$, entspricht also dem Werte $1:\frac{4}{3}\cdot 0{,}61236 = 1:0{,}8165$.

Während das System der durch den einen Teil der Gitterpunkte bestimmten dreiseitigen Prismen über die Zwillingsgrenzen nach dem Dauphinéer Gesetz hinaus homogen bleibt, muß das System der übrigen Gitterpunkte an der Zwillingsgrenze derart wechseln, daß dasselbe auf der einen Seite dieser Grenze um 180° gedreht ist gegen das gleiche System auf der anderen Seite. Geometrisch möglich wäre es, daß oberhalb der Umwandlungstemperatur

1) Ztschr. f. Krist. 1908; **44**, 212. 2) Ebenda S. 238, spez. 243.

von α-Quarz in β-Quarz ein derartig häufiger Wechsel zwischen den beiden an sich gleich möglichen Orientierungen einträte, daß alle drei an je eine Seite eines elementaren dreiseitigen Prismas angrenzenden Prismen gegen jenes in der angegebenen Zwillingsstellung wären. Dann wäre das Gesamtsystem wieder homogen und besäße eine sechszählige Hauptachse. Solange jedoch keine mechanische Notwendigkeit für eine derartige Lagerungsart nachgewiesen ist, scheint die Annahme einer submikroskopischen inhomogenen Mischung der beiden Stellungen wahrscheinlicher (vgl. auch S. 550).

Wie die Zwillingsbildung nach dem Dauphinéer Gesetz, so bedingt auch die polysynthetische Verwachsung nach den Flächen des Grundrhomboeders (vgl. S. 560 und 561) eine Differenzierung der Bausteine des Quarzkristalls. Man kann sich den Kristall zerlegt denken in eine Schar kongruenter und paralleler Rhomboeder, welche durch das Achsenverhältnis $a:c = 18\,\lambda_1 : 11\,\lambda_2$ bestimmt sind. Auch in diesem Falle ist es keineswegs nötig, daß alle benachbarten elementaren Rhomboeder einer verschiedenen der drei möglichen Orientierungen angehören, wohl aber muß vorausgesetzt werden, daß die Grenzen der Homogenität mit äußeren Flächen der elementaren Rhomboeder des Systems zusammenfallen. Durch gleichzeitige Bevorzugung der äußeren Flächen eines Systems von dreiseitigen Prismen infolge des Dauphinéer Gesetzes und der äußeren Flächen der genannten Rhomboeder infolge der polysynthetischen Verwachsung nach Rhomboederflächen sind bevorzugte Elemente (seien dies Knotenpunkte oder Atome) solche, welche die Ecken von elementaren dreiseitigen Primen eines dreiseitig-prismatischen Gitters bilden, dessen horizontale parallel zur Richtung g verlaufende Kanten sich zu den vertikalen verhalten wie $18\,\lambda_1 : 11\,\lambda_2 = 1 : 1{,}088$.

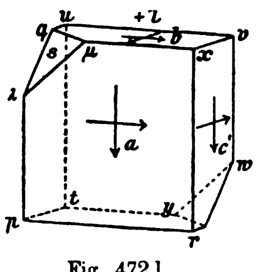
Beim Quarz ist jedoch dieser Übergang der regulären Anlage in die hexagonale noch mit einer derartigen Deformation verbunden, daß aus diesem regulären Verhältnis das Verhältnis 1 : 1,0999 hervorgeht.

In rhombischer Deutung hat dieses Gitter die Dimensionen 1,088 : 1 : 1,7321. Der Wert 1,7321 bezieht sich auf die zum hexagonalen Prisma erster Art senkrechte Zwischenachse, welche der regulären Richtung l entspricht; 1,088 ist der Wert der hexagonalen Hauptachse, welche der regulären Richtung o entspricht, der Wert 1 liegt auf der hexagonalen Nebenachse, welche der regulären Richtung g parallel geht.

Die annähernde Gleichheit der Dimensionen der Richtung o der hexagonalen Hauptachse und der Richtung g der hexagonalen

Nebenachse kommt bei den Zwillingen nach dem Japaner Gesetz[1]) zur Geltung, bei welchem die Richtung g des einen Individuums annähernd parallel der Richtung o des anderen ist.

Dieselbe annähernde Gleichwertigkeit der Hauptachse und der Nebenachse kommt auch bei den gewundenen Quarzen[2]) zur Geltung. G. Tschermak[3]) deutet die gewundenen Quarze als Zwillingsaggregate nach zwei Gesetzen. Bei dem ersten ist die Zwillingsebene $\frac{1}{m}R$, wobei $m = 2620$, sodaß $\frac{1}{m}R$ eine der Basis vizinale Fläche darstellt. Bei einer parallelepipedischen Grundform, z. B. Fig. 472 r, deren Endfläche $c = (001)$ der Fläche $FBCE$ der hexagonalen Fig. 473 (S. 604), deren Fläche $b = (010)$ der Fläche $ECce$, und deren Fläche $a = (100)$ der Fläche $fFEe$ entspreche, nimmt Tschermak an, daß entsprechend der Symmetrie des Quarzins „die Endfläche (001) mit der Querfläche (100) einen von 90° abweichenden Winkel einschließt,



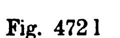


Fig. 472 l

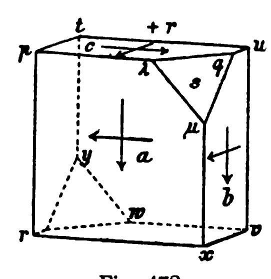


Fig. 472 r

und zwar würde derselbe im vorliegenden Falle 89° 58′ 20″ betragen; ferner ist zugegeben, daß die Flächen (100) mit (110) und entsprechend (100) mit (1$\bar{1}$0) nicht genau 60°, sondern einen davon etwas verschiedenen Winkel bilden, welcher hier 60° 1′ 40″ wäre." Die Fläche (100) müßte dann also ebenfalls gegen (010) unter 89° 58′ 20″ geneigt sein. Die Hauptachsen der beiden Individuen bilden bei der Zwillingsstellung nach der zur Basis vizinalen Fläche einen Winkel 2δ, wobei $\delta = 0° 1' 40''$. — Bei dem zweiten Gesetze bildet das Prisma ($hik0$), wobei $h:k = 1175:588$, die Zwillingsebene; diese Zwillingsebene ist demnach gegen das hexagonale Prisma zweiter Art $\{11\bar{2}0\}$, d. h. gegen die Fläche $b = (010)$ der Fig. 472 r vizinal. Bei diesem Gesetze erscheinen die beiden Individuen um

1) Vgl. Erster Teil S. 172.

2) Vgl. ebenda S. 172 und J. Beckenkamp, Über Zwillingsbildung von Kristallmassen und von Molekülen. Ztschr. f. Krist. 1902; **36**, 466, spez. 481 ff.

3) Über gewundene Bergkristalle. Denkschriften d. math.-naturw. Kl. der Wiener Akad. d. Wiss. 1894; **61**, 365.

den Winkel 2ε um die Hauptachse gedreht, und es wurde der Wert ε ebenfalls zu $0^{\circ}\,1'\,40''$ bestimmt. In beiden Fällen waren die miteinander verwachsenen Individuen von gleicher Art, entweder nur rechte (Fig. 472 r) oder nur linke (Fig. 472 l). Die beiden Parallelepipede der Fig. 472 haben hiernach monoklinen Charakter. Eine Spiegelebene steht senkrecht zu den Flächen *a* und *s*. Die Normalen zur Fläche *c* und zur Fläche *b* sind also hierbei gleichwertig. Bei Fig. 472 r wird die erstere, bei Fig. 472 l die letztere Normale hexagonale Hauptachse, und damit tritt erst die Verschiedenheit der beiden Richtungen ein.

Man kann dieses von Tschermak erhaltene Resultat mit der (S. 588 ff.) abgeleiteten Quarzstruktur in Beziehung bringen. Bestände zwischen den beiden Atombereichen λ_1 und λ_2 genau das trigonale Verhältnis $\lambda_2 = \lambda_1 \operatorname{cotg} 30^{\circ}$, dann erfolgte die Gruppierung dreier benachbarter gleichartiger Atome so, daß die Endpunkte ihrer Atombereiche das gleichseitige Dreieck $\alpha_1\,\beta_1\,\gamma_1$ (Fig. 469) bestimmten. Da jene Beziehung aber nur annähernd erfüllt ist, so tritt an Stelle des gleichseitigen Dreiecks ein von diesem nur sehr wenig abweichendes gleichschenkliges Dreieck $\alpha_2\,\beta_1\,\gamma_1$ (Fig. 470).

Legt sich ein gleichseitiges Dreieck so über ein anderes mit ihm kongruentes Dreieck, daß zwei entsprechende Seiten genau parallel übereinanderliegen, dann sind auch die beiden anderen Seiten genau parallel. Sind aber die beiden kongruenten Dreiecke nur annähernd gleichseitig, in Wirklichkeit aber nur gleichschenklig mit zwei gleichen Seiten *a* und *b* und einer von diesen nur wenig verschiedenen Seite *c*, und legt man etwa die Seite *c* des zweiten Dreiecks genau parallel über die Seite *b* des ersten, dann sind die anderen Seiten des zweiten Dreiecks nicht genau parallel zu den anderen Seiten des ersten Dreiecks. Legt man die Seite *c* eines dritten, mit den vorigen kongruenten Dreiecks genau parallel über die Seite *b* des zweiten Dreiecks und wiederholt die gleiche Anordnung mit einem vierten, fünften usw. Dreiecke, dann bildet der so erhaltene Satz von Dreiecken eine Schraube. Schichtet man die Seite *c* jedes folgenden Dreiecks jedesmal parallel über die Seite *a* des vorhergehenden Dreiecks, dann erhält man eine zu der vorigen entgegengesetzte schraubenförmige Anordnung.

Wäre die Ebene $c = (001)$ genau senkrecht zu (100) und zu (010), dann bliebe die Richtung der Hauptachse trotz der schraubenförmigen Anordnung der Schichten konstant; ist aber die Neigung von (001) gegen (100) und (010) nur wenig von 90° verschieden, dann

ändert sich auch die Richtung der Hauptachse entsprechend der Anordnung der Schichtenlage.

Beim gewöhnlichen Quarz findet ein unregelmäßiger Wechsel der Lage der Basis des gleichschenkligen Dreiecks zwischen den Orientierungen $\beta_1 \gamma_1$, $\gamma_1 \alpha_1$ und $\alpha_1 \beta_1$ statt. Beim gewundenen Quarz dagegen herrscht eine bestimmte Reihenfolge dieser drei möglichen Anordnungen vor, welche durch die gleichen Umstände bedingt wird, wie der Sinn der optischen Drehung. Beim gewöhnlichen und beim gewundenen Quarz ist die Größe der Partikeln mit gleicher Orientierung nicht konstant. Wenn die einzelnen homogenen Teile groß sind im Vergleich zur Größe des Moleküls, dann hat auch beim gewundenen Quarz die schraubenförmige Anordnung der einzelnen homogenen Partikeln keinen nachweisbaren Einfluß auf die Stärke der optischen Drehung.

Die optisch-zweiachsigen Teile, aus welchen der scheinbar einfache optisch-einachsige Quarzkristall sich aufbaut, müssen auch geometrisch eine, wenn auch nur geringe Abweichung von der trigonalen Symmetrie besitzen.

Aus den Angaben Tschermaks muß man schließen, daß die Quarzinmasse nicht triklin, sondern monoklin sei. Das in Fig. 472 l dargestellte Parallelepipedon ist dann mit dem in Fig. 472 r dargestellten kongruent, aber gegen dieses um eine zu xv parallele Achse gedreht. Soll die vertikale Kante (pr in Fig. 472 r, xr in Fig. 472 l) Richtung der Hauptachse werden, dann wird die horizontale Kante (rx in Fig. 472 r, rp in Fig. 472 l) die Richtung einer annähernden Nebenachse, weil pr und rx nur annähernd zueinander senkrecht stehen. Nach der gewöhnlichen Annahme soll der Quarz zur trigonal-trapezoedrischen Klasse gehören, d. h. eine dreizählige Hauptachse und drei zweizählige Nebenachsen besitzen. Die gleichzeitige Existenz dieser vier Achsen hat aber zur notwendigen Voraussetzung, daß die drei Nebenachsen sich genau unter 60° (bzw. 120°) schneiden und zur Hauptachse genau senkrecht stehen. Die nur annähernde Erfüllung dieser Bedingung hat demnach, wie schon früher (S. 591) hervorgehoben, Hemimorphie der Hauptachse des Quarzes zur Folge, solange keine weitere Zwillingsbildung (Zwillingsachsen sind die Nebenachsen) hinzutritt.

Durch Drehung von Quarzinpartikeln um die vertikale Achse um 120° geht bei Fig. 472 r eine rechte, bei Fig. 472 l eine linke Quarzmasse hervor. Erfolgt die Drehung überwiegend in einem Sinne, dann werden nach dem vorigen die Quarzflächen gewunden.

Gewundene Quarzflächen können aber auch dadurch entstehen, daß Drehung um 180° derart um die drei annähernden Nebenachsen erfolgt, daß der Wechsel zwischen den drei Drehungsrichtungen überwiegend in einer bestimmten Reihenfolge vor sich geht.

Bei der Anordnung *t*, von der (S. 591) die Vermutung ausgesprochen wurde, daß sie der Tridymitstruktur zugrunde liegt, ist der Abstand d_0 der gleich orientierten Kubooktaeder gleich $\mathfrak{o}$, und es verwachsen die optisch-zweiachsigen homogenen Bausteine nach der Basis und dem vertikalen Prisma (vielleicht aber auch nach der hexagonalen Grundpyramide).

Auch die scheinbar einfachen optisch-einachsigen Tridymitkristalle müssen als Zwillinge nach dem Dauphinéer Gesetze gelten, außerdem als Zwillinge nach der Basis und dem Prisma zweiter Art. Infolge der beiden ersten Zwillingsgesetze kommt ein System bevorzugter Punkte zustande, welches ein dreiseitig-prismatisches Gitter mit den Dimensionen 1 der horizontalen und 0,9428 der vertikalen Kante bildet. Auch dieses Raumgitter kann als ein rhombisches betrachtet werden mit dem Achsenverhältnisse

$$0{,}57735 : 1 : 0{,}9428 = \mathfrak{g} : \mathfrak{l} : \mathfrak{o}.$$

Bilden zwei verschiedene Oktaeder- bzw. Tetraedernormalen die Achsen, um welche sich die optisch-zweiachsigen homogenen Teile in dreifach verschiedener Orientierung lagern, dann entstehen bei der Anordnung *t* die bekannten Zwillinge nach dem Tridymitgesetz.

Erfolgt der Wechsel in gleicher Weise nach den vier Tetraedernormalen, dann ist das Aggregat quasi homogen regulär, wenn gleichzeitig die Oktaedernormalen als dreizählige Deckachsen gelten können. Hierher gehört der Cristobalit bei höherer Temperatur; bei niedrigerer Temperatur fehlt auch bei diesem Mineral wie beim Tridymit die Dreizähligkeit der Oktaedernormalen, der Cristobalit ist dann nur tetragonal.

Bei der Anordnung *q* gehören außer Quarz vielleicht hierher die optisch drehenden Mineralien der regulären Gruppe des chlorsauren Natriums, $NaClO_3$. Auch die Atome dieser Körper lassen sich wie die des Natriummetaperjodats auf einer Linie nicht zentrisch symmetrisch anordnen; die Oktaedernormalen sind daher auch in bezug auf das System der Schwerpunkte der dreigliedrigen Gruppen nicht bivektoriell, sondern polar; die scheinbar homogenen Massen

dieser optisch drehenden regulären Kristalle zeigen daher die Symmetrie der tetraedrisch-pentagondodekaedrischen Klasse.

Nach der vorhergehenden Entwicklung bildet das System der Schwerpunkte der Massenelemente (der Atome) erster Art (Si) für sich ein doppelt-kubisches Raumgitter, hat also die Symmetrie der hexakisoktaedrischen Klasse. Durch das Hinzutreten der Atome zweiter Art (O) wird das Gesamtsystem azentrisch triklin, und auch das System der Atome erster Art erleidet infolgedessen, wenn auch nur geringe, entsprechende Deformationen. Die durch das Hinzutreten der Atome zweiter, dritter usw. Art verloren gegangenen Symmetrieelemente können als Zwillingselemente auftreten, und die als „Ergänzungszwillinge" im weiteren Sinne des Wortes entstehenden quasi homogenen Aggregate erhalten scheinbar die Symmetrie derjenigen Klasse, welche den Zwillingselementen entsprechende Symmetrieelemente besitzt; so kann sich durch fortgesetzte Zwillingsbildung ein scheinbar homogenes Aggregat bilden, dessen Symmetrie wieder bis zu derjenigen der regulär holoedrischen Klasse ansteigt.

Bei jeder Zwillingsbildung bleibt ein bestimmter, je nach dem Zwillingsgesetze verschiedener Teil der Netzpunkte, ein Teilgitter des einfachen Kristalls, über die Zwillingsgrenze hinaus homogen.

Die vorstehend entwickelten Strukturbilder von Quarz und Tridymit unterscheiden sich von den allgemein üblichen Strukturbildern wesentlich dadurch, daß der Aufbau des für gewöhnlich als einfach geltenden Kristalls ein Aggregat aus verschieden orientierten gleichartigen, aber nicht gleich großen Teilen bildet. Nach dem Vorgange von Hessel (1830)[1]) und Bravais (1848)[2]) war man bestrebt, die beobachtete geometrische und optische Symmetrie der Kristalle durch homogene[3]) Strukturbilder von gleicher Symmetrie zu veranschaulichen. Quasi homogene Aggregate sollten nur Ausnahmeerscheinungen sein. Nun ist aber namentlich durch E. Mallard[4]) mit Hilfe des Polarisationsmikroskops nachgewiesen worden, daß die Aggregatnatur bei scheinbarer Homogenität eine weit größere Verbreitung unter den Kristallen besitzt, als man früher vermutet hatte. Auch über das Größenverhältnis zwischen einem Moleküldurchmesser und dem noch auflösbaren minimalen

1) Vgl. Erster Teil S. 87. 2) Ebenda S. 132. 3) Vgl. ebenda S. 3.
4) Ebenda S. 201.

Abstande zweier getrennter Punkte durch das Mikroskop hatte man in früherer Zeit[1]) eine ganz falsche Vorstellung. Für die Existenz submikroskopischer Zwillingsbildungen ließ die ältere Meinung über diese Größen nur geringe Wahrscheinlichkeit. Wir wissen aber jetzt (vgl. S. 485), daß der Durchmesser eines Moleküls die Größenordnung 10^{-8} cm hat, daß dagegen die Auflösbarkeit zweier Punkte vermittels des Mikroskops (vgl. S. 77) im günstigsten Falle nur möglich ist, wenn deren Abstand etwa die Dimension 10^{-5} cm hat; soll die Symmetrie eines Kristalls etwa durch Ätzfiguren nachgewiesen werden, dann muß man die zuletzt genannte Größe noch wenigstens mit 10 oder mit 100 multiplizieren. Findet also in einer sonst streng periodischen Reihe auf etwa 10000 Moleküle einer Netzlinie im Durchschnitt nur je einmal ein Wechsel zwischen zwei Zwillingsstellungen statt, folgt also durchschnittlich erst nach 10000 gleich gerichteten Molekülen eine Zwillingsgrenze, dann kann man die so zustande kommende quasi homogene Masse weder geometrisch noch optisch von einer streng homogenen Masse unterscheiden, bei welcher das entsprechende Zwillingselement Symmetrieelement (Deckachse oder Spiegelebene) ist. Diese Tatsache legt die Frage nahe: Warum soll Kristallfragmenten, deren Größe oberhalb der Schwelle der mikroskopischen Unterscheidbarkeit liegt, eine größere Neigung zur Bildung von Zwillingsaggregaten zukommen als Fragmenten, deren Größe unterhalb dieser Schwelle liegt? Wenn es überhaupt homogene Kristalle gibt, dann bilden diese jedenfalls nur eine Ausnahme; bei weitem die Mehrzahl der makroskopisch sichtbaren Kristalle kann nur ein inhomogenes Aggregat sein.

§ 113

Zugehörigkeit des Quarzes zum hexagonalen Typus der Kristalle im engeren Sinne

Es bleibt noch die Frage zu erörtern, weshalb gerade das Ikositetraeder 25O25 beim Quarz die Hauptstrukturfläche ist. Beim Quarz beträgt der aus den (von Kupffer gemessenen) Kanten berechnete ebene Winkel zwischen je zwei benachbarten Polkanten der hexagonalen Bipyramide erster Art 39° 19′; daraus folgt das Verhältnis der Länge der halben Lateralkante dieser Bipyramide

1) Vgl. Erster Teil S. 38.

zur Länge der Polkante derselben, die mit T bezeichnet werde, wie $0{,}3363 : 1 = (1{,}0090 \cdot \frac{1}{3}) : 1$. Bei einer Bipyramide, welche die gleiche Neigung zur trigonalen Achse besitzt wie die reguläre Form $25O25$, sind die entsprechenden Werte $39^0\ 32'$ und $0{,}3382 : 1 = (1{,}0147 \cdot \frac{1}{3}) : 1$. Wenn also bei einer hexagonalen Bipyramide, deren Flächen die gleiche Neigung zur Hauptachse haben wie die Flächen des Ikositetraeders $25O25$ gegen die trigonale Achse, die Lateralkante die Länge $2 \cdot 1{,}0147$ hat, dann hat die Polkante T die Länge 3. Beim Quarz nähert sich dieses Verhältnis noch mehr dem Werte 2 : 3.

Es scheint außerdem noch ein weiteres Zahlenverhältnis hierbei in Frage zu kommen. Nach S. 588 sollen sich die Wirkungsweiten $\lambda_{Si} : \lambda_O$ verhalten wie $1 : k \operatorname{cotg} 30^0$, wobei $k = 1{,}026$ (ca.); daraus folgt $\lambda_{Si} : \lambda_O = 1 : 1{,}7771$ oder $7\,\lambda_{Si} : 4\,\lambda_O = 1 : 1{,}0155$. Wenn

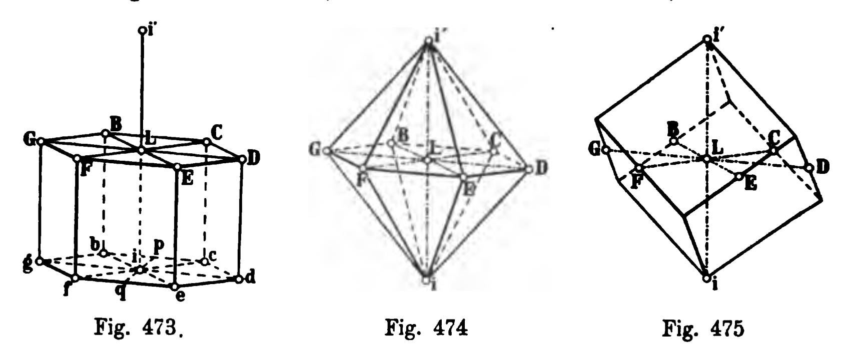


Fig. 473. Fig. 474 Fig. 475

also λ_O in dem Abstande FE (Figg. 473 und 474), der Lateralkante, $2 \cdot 7 = 14$ mal enthalten ist, dann ist λ_{Si} in dem Abstande Ei', der Polkante T, $3 \cdot 4 = 12$ mal enthalten; oder wenn λ_O in FE siebenmal enthalten ist, dann ist λ_{Si} in Ei' genau sechsmal enthalten, wenn man den Unterschied von 1,0155 gegen 1,0090 vernachlässigt. Ungleich näher noch steht dem Werte 1,0155 der dem Ikositetraeder $25O25$ entsprechende Wert 1,0147.

Außer den Nebenachsen g, der Hauptachse o und den Zwischenachsen l sind also auch die Polkanten T Hauptstrukturlinien, da die Abstände der Gitterpunkte auf den diesen Richtungen parallelen Netzlinien zu den Radien λ_{Si} und λ_O der Atombereiche in einfachen Verhältnissen stehen.

Die Anpassung der Abstände in der Richtung T an das Verhältnis 3 : 2 im Vergleich zu den Abständen in der Richtung g ist

ohne Frage die Ursache der bereits früher (S. 569) angedeuteten Deformation, welche die reguläre Struktur in eine hexagonale überführt; denn die Polkanten T bestimmen die Form der hexagonalen Bipyramide (Fig. 474) und mit dieser zugleich die desjenigen Rhomboeders (Fig. 475), welches früher (S. 560) als die Form der homogenen Quarzinpartikeln abgeleitet wurde, aus welchen der Quarz aufgebaut ist. Sowohl der genannten Bipyramide als dem Rhomboeder liegt das dreiseitig-prismatische Raumgitter der Fig. 473 zugrunde. Die Netzpunkte dieses Gitters enthalten aber keineswegs alle Netzpunkte des früher charakterisierten Systems. Es wurde (S. 577) für die Schwerpunkte der Massenelemente ein doppeltkubisches Gitter nachgewiesen. Man kann die sämtlichen Gitterpunkte dieses doppelt-kubischen Gitters, welche in einem bestimmten Volumen enthalten sind, in soviele Gruppen zerlegen, als in dem gleichen Volumen Schnittpunkte des dreiseitig-prismatischen Gitters vorhanden sind. Zu jeder derartigen Gruppe gehört dann ein Netzpunkt des dreiseitig-prismatischen Gitters, welcher als der Repräsentant der ganzen Gruppe gelten kann; dabei bleibt es zunächst zwar ohne Bedeutung, ob die einzelnen Gruppen sich auch physikalisch gegeneinander abschließen oder nicht, aber in jeder solchen Gruppe nimmt der Schnittpunkt eines bestimmten dreiseitigen Gitters eine bevorzugte Stellung ein. Die Anordnung dieser bevorzugten Gruppenpunkte hat die Symmetrie der hexagonal-holoedrischen Klasse, aber die Gruppe selbst besitzt keine sechszählige, sondern nur eine annähernd dreizählige vertikale Achse, und infolgedessen bestimmt das Gesamtsystem auch ein Rhomboeder, Fig. 475, mit der gleichen Flächenneigung wie die Bipyramide. Man kann also in den Quarzkristall ein Paralleloedersystem legen, dessen Elementarkörper dieses Rhomboeder ist, welcher aber für sich genau genommen nur die Symmetrie des Quarzins besitzt. Parallele Aneinanderlagerung dieser deformierten Rhomboeder liefert die (S. 556 ff.) genannten faserigen Varietäten der Kieselsäure, während der gewöhnliche Quarz eine unregelmäßige Aufeinanderfolge der in dreifacher Weise orientierten Rhomboeder darstellt.

Die Polkanten T liegen beim Quarz in Ebenen des vertikalen Prismas erster Art, welche (nach S. 565) sechs Flächen des Leucitoeders $2O2$ entsprechen. Für Punkte eines regulären Raumgitters, welche drei Flächen des Leucitoeders angehören, die sich in einer und derselben Oktaedernormalen schneiden, ist diese Okta-

edernormale sechszählige Deckachse, weil in diesem speziellen Falle zu der allgemeinen Dreizähligkeit dieser Achse noch die Spiegelung nach den drei unter 30° gegen die Leucitoederflächen geneigten Granatoederflächen hinzutritt. Mithin sind je sechs Strahlen, welche innerhalb von drei solchen Leucitoederflächen liegend gegen die zugehörige Oktaedernormale gleich geneigt sind, untereinander gleichwertig. Da in dem regulären Raumgitter vier untereinander gleichwertige Oktaedernormalen vorhanden sind, so liegen in diesem Raumgitter $6 \cdot 4 = 24$ derartige gleichwertige Richtungen. Bei der vorhin begründeten Anpassung der Abstände FE und Ei' an das hexagonale Verhältnis bleibt aber nur die Gleichwertigkeit der sechs um die Hauptachse herumliegenden Richtungen bestehen.

Während beim Tridymit die Zugehörigkeit zum hypohexagonalen Typus durch die Gleichheit der Neigung der Flächen des Ikositetraeders $11O11$ und des Triakisoktaeders $\frac{4}{3}O$ mit der der Grundform erklärt werden konnte (vgl. S. 568 und 569), gehört der Quarz zu dem gleichen Typus infolge der Lage der durch die Dimensionen der Punktabstände bevorzugten Kanten T innerhalb von Flächen des Leucitoeders $2O2$.

Liegen bevorzugte Richtungen innerhalb von Flächen des Granatoeders ∞O, dann ist jedes um eine Oktaedernormale liegende Bündel gleichwertiger Strahlen nur dreigliedrig. Je drei derartiger Richtungen bestimmen ein Rhomboeder; ein derartiger Kristall gehört zum rhomboedrischen Typus.

§ 114

Deutung der hexagonalen einfachen Flächenformen des Quarzes aus der Annahme einer Durchdringung von drei sich unter 120° durchkreuzenden tetragonalen Raumgittern[1])

Entsprechend der Mischung des Quarzes aus drei um 120° um eine Oktaedernormale gegeneinander gedrehten optisch-zweiachsigen Partien muß man auch das für den Quarz abgeleitete dreiseitig-prismatische Gitter als eine Durchdringung von drei rhombischen Gittern auffassen. Setzen wir den Abstand der bei der Quarzstruktur bevorzugten Massen- oder Knotenpunkte in der Richtung der horizontalen Prismenkante g gleich 1, so ist der Abstand je zweier entsprechender Punkte in der Richtung der zur horizon-

1) Nach J. Beckenkamp, Ztschr. f. Krist. 1910; 47, 44ff.

talen Prismenkante senkrechten Richtung l gleich $3\,\mathrm{tg}\,30^0$ und in der Richtung der vertikalen Prismenkante o gleich 1,088. Man kann deshalb das dreiseitig-prismatische Gitter des Quarzes auch als eine Durchdringung von drei um die Richtung o um 120^0 gegeneinander gedrehten, annähernd tetragonalen Raumgittern ansehen, wobei die tetragonale Hauptachse der Richtung l, d. h. der hexagonalen Zwischenachse des Quarzes, parallel liegt und die Länge $\mathrm{tg}\,30^0$ besitzt, während bei dem vorher wiederholt erwähnten Verhältnis (z. B. S. 567) $a:b:c = 0{,}57735:1:0{,}9522$ des deformierten kubischen Gitters die annähernd tetragonale Hauptachse der regulären Richtung g, d. h. der hexagonalen Nebenachse entspricht.

Fig. 476 gibt eine stereographische Projektion der häufigsten Flächen des Quarzes:

$c = 0R(0001)$, $m = \infty R(10\bar{1}0)$,
$a' = \infty P2(11\bar{2}0)$, $r = R(10\bar{1}1)$,
$z = r' = -R(01\bar{1}1)$, $\xi = P2(\bar{1}2\bar{1}2)$,
$s = 2P2(11\bar{2}1)$, $M = 3R(\bar{3}301)$,
$x = 6P\frac{6}{5}(51\bar{6}1)$, $v = 8P\frac{8}{7}(71\bar{8}1)$.

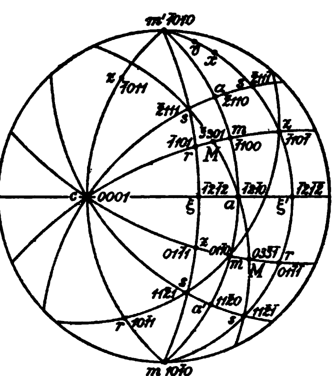


Fig. 476
Projektion der häufigsten Flächen des Quarzes

Bei tetragonaler Symmetrie wäre $m'(\bar{1}010)$ die Basis, $a(12\bar{1}0)$ und $c(0001)$ Flächen des Prismas zweiter Art, $\xi(\bar{1}2\bar{1}2)$ und $\xi'(\bar{1}21\bar{2})$ solche des Prismas erster Art.

Von den Winkeln zwischen c und ξ, zwischen ξ und a und zwischen a und ξ' wäre jeder gleich 45^0; durch die Anpassung an das hexagonale Verhältnis $a:c = 1:1{,}0999$ statt $1:1$ ist die Neigung der Fläche c zur Fläche a gleich 90^0 geblieben, aber die Winkel zwischen den Flächen $\xi:a$ und $\xi':a$ sind von 45^0 in $42^0 16'$ übergegangen, während die Winkel $\xi:c$ und $\xi':c'$ von 45^0 in $47^0 44'$ übergehen. Es bleiben daher von den vier durch die Punkte c, ξ, a, ξ' und die Punkte $m(10\bar{1}0)$ und m' $(\bar{1}010)$ gehenden Zonen infolge der Anpassung an die hexagonale Syngonie zwei zueinander senkrecht, die beiden anderen haben sich um $2^0 44'$ im Vergleich zur tetragonalen Syngonie verschoben. (In Fig. 476 ist diese Verschiebung übertrieben, um sie auffallender zu machen.) Die einer Nebenachse des tetragonalen Achsenkreuzes parallele Fläche $r(10\bar{1}1)$ des positiven Grundrhomboeders schneidet die tetragonalen Achsen in den Entfernungen $\bar{a}_1 : \infty a_2 : \frac{\cos 30^0}{\mathrm{tg}\,30^0}\, c = \bar{a}_1 : \infty\, a_2 : \frac{3}{2}\, c.$ Die tetra-

gonalen Indices dieser Fläche sind daher (302). Infolge der Voraussetzung, daß drei gleiche tetragonale Systeme sich derart durchdringen, daß sie gegenseitig um 120° um die Normale zu ($\bar{1}010$) gedreht sind, erhält jede Fläche in bezug auf jedes dieser drei tetragonalen Achsensysteme andere, im ganzen also drei, im allgemeinen verschiedene Bezeichnungen.

Entsprechend den vier Arten bevorzugter Netzlinien (vgl. S. 604) gehören die wichtigsten Formen des Quarzes entweder:

1. zur Zone (der Achse g) der positiven und negativen Rhomboeder, oder
2. zur Zone (der Achse o) der vertikalen Prismen, oder
3. zur Zone (der Achse T) der trigonalen Trapezoeder, oder
4. zur Zone (der Achse l) der hexagonalen Pyramiden zweiter Art.

Die nebenstehende Tabelle enthält die wichtigsten Flächen der drei ersten Zonen, zunächst in hexagonaler Deutung, und zwar enthält die erste Reihe neben der üblichen Buchstabenbezeichnung die Naumannschen Zeichen, die zweite Reihe die Bravaisschen Zeichen; die dritte Reihe enthält die Millerschen Zeichen der entsprechenden Flächen in tetragonaler Deutung unter Zugrundelegung des Achsenverhältnisses $a_1 : a_2 : c = 1 : 1 : 0{,}57735$. Dabei ergibt sich, daß die Indices im allgemeinen einfacher werden, wenn die vertikale Achse verdreifacht, also gleich 1,7321 gesetzt wird, entsprechend der Tatsache, daß die Punktabstände in der Richtung l nicht gleich tg 30°, sondern gleich 3 tg 30° sind. Diesem tetragonalen Achsenverhältnisse entsprechen die Indices der vierten Reihe.

In der vierten Reihe bilden bei jeder Zone die Indices drei kontinuierliche Additionsreihen mit den konstanten Differenzen 00$\bar{2}$, 011, 011.[1]) Zwischenglieder wie k_3 und ξ kommen zwar vor, sind aber selten.

---

1) Auf diese Additionsreihe wurde schon im ersten Teile (§ 13, S. 66) hingewiesen. H. Baumhauer schreibt (Ztschr. f. Krist. 1913; **52**, 588): „In der soeben erschienenen Schrift ‚Statische und kinetische Kristalltheorien, I‘ bemerkt J. Beckenkamp (S. 44—45): ‚Je kürzer der Weg ist, um von den vier ein Bisphenoid bildenden Ausgangsflächen auf arithmetischem oder geometrischem Wege zu einer anderen Fläche zu gelangen, um so wahrscheinlicher und um so häufiger wird die betreffende Fläche mit den vier Ausgangsflächen zusammen vorkommen. Geben wir den vier Ausgangsflächen die einfachsten Indices (001), (010), (100), (111), so kann man auch sagen: Irgendeine andere Fläche wird mit den vier Ausgangsflächen um so wahrscheinlicher und um so häufiger zusammen vorkommen, je einfacher ihre Indices sind.‘“ Baumhauer fügt hinzu: „Wie man aber aus obigen Darlegungen ersieht, wird die Geltung dieser Regel wesentlich modifiziert und ein-

Tabelle der Flächen des Quarzes in hexagonaler und in tetragonaler Deutung

1. Zone der positiven und negativen Rhomboeder $\pm mR$

Trigonal Naumann:	Trigonal Bravais:	Tetragonal einfache c-Achse:	Tetragonal dreifache c-Achse:
m ∞R	$10\bar{1}0$	001	001
	$\bar{1}100$	$03\bar{1}$	$0\bar{1}\bar{1}$
	$0\bar{1}10$	$03\bar{1}$	$01\bar{1}$
. . .	. . .	. . .	. . .
e $5R$	$50\bar{5}1$	$\bar{3}.0.10$	$\bar{1}.0.10$
	$\bar{5}501$	$3.\overline{15}.\bar{5}$	$\bar{1}5\bar{5}$
	$0\bar{5}51$	$3.15.\bar{5}$	$\bar{1}5\bar{5}$
Γ $4R$	$40\bar{4}1$	$\bar{3}08$	$\bar{1}08$
	$\bar{4}401$	$3.\overline{12}.\bar{4}$	$\bar{1}4\bar{4}$
	$0\bar{4}41$	$3.12.\bar{4}$	$\bar{1}4\bar{4}$
M $3R$	$30\bar{3}1$	$\bar{3}06$	$\bar{1}06$
	$\bar{3}301$	$39\bar{3}$	$\bar{1}3\bar{3}$
	$0\bar{3}31$	$39\bar{3}$	$\bar{1}3\bar{3}$
l $2R$	$20\bar{2}1$	$\bar{3}04$	$\bar{1}04$
	$\bar{2}201$	$36\bar{2}$	$\bar{1}2\bar{2}$
	$0\bar{2}21$	$36\bar{2}$	$\bar{1}2\bar{2}$
r $+R$	$10\bar{1}1$	$\bar{3}02$	$\bar{1}02$
	$\bar{1}101$	$33\bar{1}$	$\bar{1}\bar{1}\bar{1}$
	$0\bar{1}11$	$33\bar{1}$	$\bar{1}1\bar{1}$
c $0R$	0001	$\bar{3}00$	$\bar{1}00$
	0001	$\bar{3}00$	$\bar{1}00$
	0001	$\bar{3}00$	$\bar{1}00$
$z(r')$ $-R$	$\bar{1}011$	$\bar{3}0\bar{2}$	$\bar{1}0\bar{2}$
	$1\bar{1}01$	$\bar{3}31$	$\bar{1}11$
	$01\bar{1}1$	$\bar{3}\bar{3}1$	$\bar{1}\bar{1}1$
. . .	. . .	. . .	. . .
m ∞R			

2. Zone der vertikalen Prismen ∞Pn.

Trigonal Naumann:	Trigonal Bravais:	Tetragonal einfache c-Achse:	Tetragonal dreifache c-Achse:
m ∞R	$10\bar{1}0$	001	001
	$\bar{1}100$	$03\bar{1}$	$0\bar{1}\bar{1}$
	$0\bar{1}10$	$03\bar{1}$	$01\bar{1}$
. . .	. . .	. . .	. . .
k $\infty P\frac{6}{5}$	$51\bar{6}0$	$0.\bar{3}.11$	$0.\bar{1}.11$
	$\bar{6}510$	$0.\overline{15}.7$	$0\bar{5}7$
	$1\bar{6}50$	$0.18.\bar{4}$	$06\bar{4}$
k_1 $\infty P\frac{5}{4}$	$41\bar{5}0$	$0\bar{3}9$	$0\bar{1}9$
	$\bar{5}410$	$0.\overline{12}.\bar{6}$	$0\bar{4}\bar{6}$
	$15\bar{4}0$	$0.15.\bar{3}$	$05\bar{3}$
k_2 $\infty P\frac{4}{3}$	$31\bar{4}0$	$0\bar{3}7$	$0\bar{1}7$
	$\bar{4}310$	$99\bar{5}$	035
	$1\bar{4}30$	$0.12.\bar{2}$	$04\bar{2}$
k_3 $\infty P\frac{7}{5}$	$52\bar{7}0$	$0\bar{3}6$	$0\bar{1}6$
	$\bar{7}520$	$0.\overline{15}.\bar{9}$	$05\bar{9}$
	$2\bar{7}50$	$0.21.\bar{3}$	$07\bar{3}$
k_4 $\infty P\frac{3}{2}$	$21\bar{3}0$	$0\bar{3}5$	$0\bar{1}5$
	$\bar{3}210$	$06\bar{4}$	$02\bar{4}$
	$1\bar{3}20$	$09\bar{1}$	$03\bar{1}$
a $\infty P\frac{2}{1}$	$11\bar{2}0$	033	$0\bar{1}3$
	$\bar{2}110$	$03\bar{3}$	$01\bar{3}$
	$1\bar{2}10$	060	020
m ∞R	$01\bar{1}0$	031	$0\bar{1}1$
	$\bar{1}010$	001	$00\bar{2}$
	$1\bar{1}00$	031	011

3. Zone der trigonalen Trapezoeder.

Trigonal Naumann:	Trigonal Bravais:	Tetragonal einfache c-Achse:	Tetragonal dreifache c-Achse:
m ∞R	$10\bar{1}0$	001	001
	$\bar{1}100$	$03\bar{1}$	$0\bar{1}\bar{1}$
	$0\bar{1}10$	$03\bar{1}$	$01\bar{1}$
. . .	. . .	. . .	. . .
x $6P\frac{6}{5}$	$51\bar{6}1$	$\bar{3}.\bar{3}.11$	$\bar{1}.\bar{1}.11$
	$\bar{6}511$	$\bar{3}.\overline{15}.7$	$\bar{1}57$
	$1\bar{6}51$	$\bar{3}.18.\bar{4}$	$\bar{1}6\bar{4}$
y $5P\frac{5}{4}$	$41\bar{5}1$	$\bar{3}\bar{3}9$	$\bar{1}\bar{1}9$
	$\bar{5}411$	$\bar{3}.\overline{12}.\bar{6}$	$\bar{1}4\bar{6}$
	$1\bar{5}41$	$\bar{3}.15.\bar{3}$	$\bar{1}5\bar{3}$
u $4P\frac{4}{3}$	$31\bar{4}1$	$\bar{3}\bar{3}7$	$\bar{1}\bar{1}7$
	$\bar{4}311$	$\bar{3}9\bar{5}$	$\bar{1}3\bar{5}$
	$1\bar{4}31$	$\bar{3}.12.\bar{2}$	$\bar{1}4\bar{2}$
E $3P\frac{3}{2}$	$21\bar{3}1$	$\bar{3}\bar{3}5$	$\bar{1}\bar{1}5$
	$\bar{3}211$	$\bar{3}6\bar{4}$	$\bar{1}2\bar{4}$
	$1\bar{3}21$	$39\bar{1}$	$\bar{1}3\bar{1}$
s $2P\frac{2}{1}$	$11\bar{2}1$	$\bar{3}\bar{3}3$	$\bar{1}\bar{1}3$
	$\bar{2}111$	$33\bar{3}$	$\bar{1}1\bar{3}$
	$1\bar{2}11$	$\bar{3}60$	$\bar{1}20$
$z(r')$ $-R$	$0\bar{1}01$	331	$\bar{1}\bar{1}1$
	$\bar{1}101$	$30\bar{2}$	$\bar{1}0\bar{2}$
	$1\bar{1}01$	331	$\bar{1}11$
ξ $P2$	$\bar{1}2\bar{1}2$	$\bar{3}\bar{3}0$	$\bar{1}\bar{1}0$
	$\bar{1}\bar{1}22$	$\bar{6}33$	$\bar{2}13$
	$2\bar{1}\bar{1}2$	$\bar{6}3\bar{3}$	$21\bar{3}$
r $+R$	$\bar{1}101$	$33\bar{1}$	$\bar{1}\bar{1}\bar{1}$
	$0\bar{1}11$	$33\bar{1}$	$\bar{1}1\bar{1}$
	$10\bar{1}1$	$\bar{3}02$	$\bar{1}02$
s $2P\frac{2}{1}$	$\bar{2}111$	$33\bar{3}$	$\bar{1}1\bar{3}$
	$1\bar{2}11$	$\bar{3}60$	$\bar{1}20$
	$11\bar{2}1$	$\bar{3}\bar{3}3$	$\bar{1}\bar{1}3$
m ∞R			

Die Reihe der Formen mit der konstanten Differenz 002 bildet

1. bei der Zone der Rhomboeder mR die Reihe der tetragonalen Pyramiden zweiter Art $\frac{1}{m}P\infty$, wobei m die Reihe der geraden Zahlen darstellt;

2. bei der Zone der vertikalen Prismen ∞Pn ebenfalls die Reihe der tetragonalen Pyramiden zweiter Art $\frac{1}{m}P\infty$, wobei aber m die Reihe der ungeraden Zahlen darstellt;

3. bei der Zone der trigonalen Trapezoeder die Reihe der tetragonalen Pyramiden erster Art $\frac{1}{m}P$, wobei m die Reihe der ungeraden Zahlen darstellt.

Bei konstantem Werte des Schnittes auf der tetragonalen Hauptachse c folgen sich demnach die Schnitte auf den Nebenachsen a_1 und a_2 jedesmal in dem Abstande $2a$; dieser Umstand verlangt aber nicht etwa eine Verdoppelung der Längeneinheit der Nebenachsen, denn in der einen Reihe kommen die geraden, in den beiden anderen die ungeraden Vielfachen von a zur Geltung.

Die wichtigsten Formen der Zonenachse l, d. h. die Formen $0R$, $2P2$, $P2$, $\infty P2$, gehören zugleich einer der drei anderen Zonen an.

Aus der Tatsache, daß die sämtlichen genannten Flächen des Quarzes der kontinuierlichen Reihe der Pyramiden erster und zweiter Art des annähernd tetragonalen Achsenkreuzes entsprechen, darf man den Schluß ziehen, daß bei der Flächenausbildung des Quarzes nicht nur dessen Beziehungen zu dem genannten dreiseitig-prismatischen Gitter, sondern auch zu den drei annähernd tetragonalen Raumgittern zum Ausdruck kommen.

§ 115

Dichteverhältnis von Quarz und Tridymit

Wenn Tridymit mit dem Achsenverhältnis

$$a:b:c = 0{,}57735:1:0{,}9544$$

und Quarz mit dem Verhältnis

$$a:b:c = 0{,}57735:1:0{,}9525$$

---

geschränkt durch das Gesetz der primären Reihen." Dazu möge bemerkt werden, daß entsprechend der Überschrift des § 10 (Erster Teil, S. 44 ff.), welchem das obige Zitat entlehnt ist, dieser Satz nur eine Umschreibung der Haüyschen Form des Grundgesetzes sein soll, und daß in § 13 (Erster Teil, S. 61 ff.) in den „Komplikationsregeln" die von Baumhauer angedeuteten Beschränkungen ausführlich behandelt werden.

als deformierte Formen von tetragonalen Körpern mit dem gleichen Achsenverhältnis $a:b:c = 0{,}57735:1:1$ und gleichem spezifischen Gewicht aufzufassen sind (vgl. S. 588), dann muß sich aus diesen drei Verhältnissen auch das Verhältnis der spezifischen Gewichte von Quarz und Tridymit berechnen lassen.

Man muß annehmen, daß das Verhältnis der Achsen $a:b$ des hypothetischen tetragonalen Körpers aus Dimensionen hervorgeht, welche nur annähernd gleich $0{,}57735:1$ sind, daß aber die genaue Anpassung an dieses Verhältnis beim Quarz und Tridymit in gleicher Weise vor sich geht. Wir können also beide Mineralien mit dem gleichen tetragonalen Kristalle mit dem Achsenverhältnis

$$a:b:c = \operatorname{tg} 30^0:1:1 = 0{,}57735:1:1$$

vergleichen. Die Annäherung dieser tetragonalen Dimensionen an die regulären $a:b:c = \operatorname{tg} 30^0:1:0{,}9428$ kann in doppelter Weise vor sich gehen, entweder durch Verkürzung der Achse c oder durch entsprechende Verlängerung der beiden Achsen a und b. Sowohl beim Quarz als beim Tridymit liegen auf den Achsen a, b, c, welche den regulären Richtungen g, l, o entsprechen, diejenigen fundamentalen Abstände, welche den Bau der hexagonalen Kristalle bedingen.

Bei der Tridymitstruktur (Anordnung t) liegen die bevorzugten Richtungen (vgl. Figg. 458 u. 460, S. 577 u. 578) bei allen Kubooktaedern, welche in der Richtung der Hauptachse aufeinander folgen, in gleicher Orientierung, die Kubooktaeder mit einer der Hauptachse parallelen Orientierung a folgen also in der Richtung der Hauptachse, d. h. in der Richtung a der bevorzugten Orientierung unmittelbar aufeinander (vgl. Fig. 458); die Orientierung b liegt in der Richtung einer der drei anderen Oktaedernormalen, aber zwischen zwei Kubooktaedern mit der Orientierung b folgt in der Richtung der bevorzugten Normalen jedesmal ein Kubooktaeder mit einer anderen Orientierung (mit der Orientierung a in Fig. 458). Wie b, so verhalten sich auch die Orientierungen c und d. Beim Quarz dagegen ist in der Richtung aller vier Oktaedernormalen erst das fünfte Kubooktaeder bezüglich seiner bevorzugten Oktaedernormalen wieder parallel zum ersten orientiert. Wir dürfen daraus schließen, daß die parallel den Oktaedernormalen verlaufenden Netzlinien bei der Tridymitstruktur einer Verbiegung einen größeren Widerstand entgegensetzen als bei der Quarzstruktur. Bei der Tridymitstruktur bilden die parallel den Oktaedernormalen verlaufenden Netzlinien in höherem Maße quasi starre Linien als bei der Quarzstruktur.

Bei der Quarzstruktur (Anordnung q) liegen in jeder Netzebene, welche einer Oktaederfläche parallel geht, die einzelnen Kubooktaeder parallel orientiert. Bei der Quarzstruktur bilden demnach die parallel den Oktaederebenen gehenden Netzebenen in höherem Maße quasi starre Schichten als bei der Tridymitstruktur.

Infolge der quasi starren Eigenschaft der c-Achse bei der Tridymitstruktur und der Ebene ab bei der Quarzstruktur treffen Deformationen infolge eines allseitig gleichen Druckes beim Tridymit überwiegend die Ebene ab, beim Quarz die Richtung c. Die Anpassung an die reguläre Syngonie muß also beim Quarz im wesentlichen in einer Verkürzung der Dimension c, beim Tridymit in einer Verlängerung der Dimensionen a und b bestehen. Infolgedessen muß der Quarz das höhere, der Tridymit das niedrigere spezifische Gewicht erhalten.

Die Verkürzung der Achse c findet beim Quarz im Verhältnis von $1:1{,}09525 = 1{,}0499:1$ statt; die Verlängerung der Achsen a und b beim Tridymit im Verhältnis von $1:0{,}9544 = 1{,}0478:1$. Durch jene Verkürzung wird das Volumen des hypothetischen tetragonalen Körpers im Verhältnis von $1{,}0499:1$ verkleinert, durch die Verlängerung der Achsen a und b im Verhältnis von $1{,}0478^2:1$ vergrößert. Die Volumina der gleichen Massen von Tridymit und Quarz verhalten sich also wie $(1{,}0478^2 \cdot 1{,}0499):1 = 1{,}1527:1$; das aus den obigen Dimensionen berechnete Verhältnis der spezifischen Gewichte von Quarz und Tridymit ist also $1{,}1527:1$. Das beobachtete spezifische Gewicht des Quarzes ist 2,62, das des Tridymits 2,30, ihr Verhältnis also $1{,}1521:1$.

Die innerhalb der Beobachtungsfehler genaue Übereinstimmung des unter Zugrundelegung der früher abgeleiteten Strukturbilder berechneten Verhältnisses der spezifischen Gewichte von Quarz und Tridymit mit dem beobachteten Verhältnis enthält eine Bestätigung der Übereinstimmung der beiden Strukturbilder mit der wirklichen Anordnung der Atome bei diesen beiden Mineralien.

§ 116

Beziehungen zwischen dem Charakter und der Stärke der Doppelbrechung von Quarz und Tridymit einerseits und den Strukturbildern dieser beiden Mineralien andererseits

Die beobachteten Formen von Quarz und Tridymit stehen zwischen der regulären Form, bei welcher die hexagonale Haupt-

achse $c = 0{,}94281$, und der tetragonalen, bei welcher $c = 1$ ist. Die genaue Anpassung an das trigonale Verhältnis $\operatorname{tg} 30^{0} : 1$ findet bei beiden Mineralien innerhalb der vier Oktaederebenen in gleicher Weise statt. Bei der gleichen Anpassung nach allen vier Oktaederebenen müßten diese Mineralien optisch isotrop sein. Die Abweichung vom regulären System ist bei beiden derart, als wären die drei zur hexagonalen Hauptachse schief stehenden Oktaedernormalen der regulären Form in gleicher Weise komprimiert; dadurch erhält die vierte Oktaedernormale, die hexagonale Hauptachse, einen größeren als den regulären Wert $c = 0{,}94281$; beim Quarz wird $c = 0{,}9522$, beim Tridymit wird $c = 0{,}9544$. Das Fehlen des Druckes bzw. des Überdruckes in der Richtung der hexagonalen Hauptachse hat zur Folge, daß die senkrecht zur Hauptachse gerichtete Druckkomponente größer ist als die parallel zur Hauptachse gerichtete. Ein isotroper Körper, welcher innerhalb einer Ebene einem allseitig gleichen Druck ausgesetzt ist, verhält sich im allgemeinen optisch positiv und erhält eine zur Druckebene senkrechte Hauptachse.

Der optisch positive Charakter des Quarzes und des Tridymits steht also mit der geometrischen Abweichung dieser beiden Mineralien von der regulären Syngonie im Einklang.

Die Stärke der optisch positiven Doppelbrechung des Tridymits, $\varepsilon - \omega = 0{,}002$, ist nun aber weit geringer als die des Quarzes, bei welchem $\varepsilon - \omega = 0{,}0091$ ist, obwohl die geometrische Abweichung der beiden Mineralien von den regulären Dimensionen fast die gleiche ist. Die Verschiedenheit der Stärke der Doppelbrechung muß also mit der Verschiedenheit der Orientierung der bevorzugten Richtungen der Kubooktaeder in Verbindung stehen.

Da beim Quarz und beim Tridymit in der Richtung der bevorzugten Achse zu beiden Seiten des Si-Atoms je ein O-Atom liegt, so muß bei jedem einzelnen Kubooktaeder der Druck in der Richtung der bevorzugten Achse einen maximalen Wert haben; jedes einzelne Kubooktaeder muß also für sich einen optisch-einachsigen negativen Körper darstellen, d. h. in der Richtung seiner bevorzugten Achse die größte optische Elastizität haben. Bei gleichmäßiger Verteilung dieser Orientierung auf die vier Oktaedernormalen wird der Unterschied der optischen Elastizität für jede Richtung aufgehoben. Findet beim Übergang von dieser hypothetischen optischen Isotropie zur tatsächlichen Form des Quarzes und des Tridymits eine Kompression in

der Richtung senkrecht zur hexagonalen Hauptachse statt, so muß diese infolge der quasi starren Linien bei der Tridymitstruktur und der quasi starren Ebenen bei der Quarzstruktur mit ungleichen Deformationen verbunden sein. Auf die zur Hauptachse parallelen Netzlinien bei der ersteren und auf die zur Hauptachse senkrechten Netzebenen bei der letzteren übt der erwähnte Druck kein Drehungsmoment aus. Dagegen erleiden die drei anderen quasi starren Netzlinien beim Tridymit und die quasi starren Ebenen beim Quarz eine Drehung, welche sie der Richtung der Hauptachse näher bringt.

Die Richtung der größten optischen Elastizität dieser drei Linien wird also beim Tridymit der Hauptachse genähert, die Richtung der größten optischen Elastizität der drei genannten Ebenen beim Quarz von der Richtung der Hauptachse entfernt. Hierdurch vollzieht sich beim Tridymit die optische Änderung im Sinne der Vermehrung des optisch negativen, beim Quarz im Sinne der Vermehrung des optisch positiven Charakters.

Da der mit dem Übergang aus der hypothetischen optisch isotropen zu der tatsächlichen beim Quarz und Tridymit vorliegenden Anordnung verbundene Druck an sich optisch positiven Charakter zur Folge hat, so wirkt die mit diesem Druck verbundene Drehung der quasi starren Gebilde beim Quarz im gleichen Sinne wie der Druck an sich, beim Tridymit im entgegengesetzten Sinne. Deshalb ist der optisch positive Charakter beim Quarz größer als beim Tridymit.

Bei der Mehrzahl derjenigen hexagonalen Kristalle im engeren Sinne, welche kein Drehungsvermögen haben, überwiegt der Einfluß der Drehung der quasi starren Gebilde; sie haben deshalb schwach optisch negativen Charakter (vgl. S. 179). Von besonderem Interesse sind in dieser Hinsicht die S. 183 erwähnten Apatite, bei welchen, wie beim Tridymit, die beiden Faktoren sich annähernd kompensieren, und bei welchen der Einfluß der Drehung der quasi starren Linien mit der Temperatur stärker zunimmt als die Wirkung des Druckes an sich.

§ 117

Statische Theorie der optischen Drehung

Die Drehung des Uhrzeigers wird von der Vorderseite aus gesehen als rechte bezeichnet, dagegen ist die gleiche Drehung des Uhrzeigers für die Beobachtung von der Rückseite aus eine linke.

Die übliche Definition von rechter und linker Drehung berücksichtigt demnach außer der Richtung der drehenden Bewegung noch die Richtung, aus welcher die Bewegung beobachtet wird. Bei dem zirkular oder elliptisch polarisierten Lichtstrahl denkt man die Beobachtungsrichtung dem ankommenden Lichtstrahl entgegengesetzt gerichtet (vgl. S. 246). Tritt zu der Drehung in einer Ebene noch eine Schiebung senkrecht zu dieser Ebene, so findet die Bewegung auf einer „Schraubenlinie“ statt und heißt „Schraubung“. Eine Schraubenlinie heißt eine rechte, wenn bei der Beobachtung von einem Punkte auf der Verlängerung der Schraubenachse aus das beobachtende Auge die auf der Schraubenlinie herankommende Bewegung eine Drehung im Uhrzeigersinne vollführen sieht. Verlegt man den Augenpunkt auf die entgegengesetzte Seite der Schraubenachse und beobachtet wieder die Drehung der auf der Schraubenlinie herankommenden Bewegung, so ergibt sich, daß der auf diese Weise definierte Charakter der Schraubenlinie nicht geändert wird. Der Begriff der rechten oder der linken Schraubenlinie ist also von der Art der Beobachtung unabhängig.

Es wurde (S. 450) bemerkt, daß jede innerhalb eines asymmetrischen chemischen Moleküls in einer beliebigen Ebene in einem Sinne verlaufende Drehung nicht gleichwertig sei mit einer in der gleichen Ebene im entgegengesetzten Sinne vor sich gehenden Drehung. Errichtet man auf dieser Ebene ein Lot, so sind dessen beide entgegengesetzte Richtungen in bezug auf das asymmetrische Molekül ungleichwertig. Bezeichnen wir eine Drehung auf einer in der gedachten Ebene liegenden kreisförmigen oder elliptischen Bahn in einem Sinne mit a und die zu dieser entgegengesetzte Drehung auf der gleichen Bahn und um den gleichen Betrag mit b; bezeichnen wir ferner eine geradlinige Bewegung parallel zu einer der beiden entgegengesetzten Richtungen des Lotes mit c und die gleiche Bewegung nach der entgegengesetzten Richtung mit d, so sind bei dem asymmetrischen Molekül vier ungleichwertige Schraubungen zu unterscheiden:

1) Schiebung c, Drehung a; 2) Schiebung c, Drehung b;
3) „ d, „ a; 4) „ d, „ b.

Die Schraubungen 1) und 4) verlaufen auf der gleichen Schraubenlinie, aber in entgegengesetzter Richtung; dasselbe gilt für die Schraubungen 2) und 3).

Unterscheiden wir im Raume die beiden entgegengesetzten Richtungen einer und derselben Geraden mit $+x$ und $-x$, und

befinden sich in diesem Raume unzählige (nicht dissoziierte) asymmetrische Moleküle in gelöstem oder in geschmolzenem Zustande, so fallen ebensoviele Schiebungsrichtungen c von Molekülen als Schiebungsrichtungen d mit $+x$ zusammen; oder, was dasselbe bedeutet, es fallen ebensoviele Schiebungsrichtungen c mit der Richtung $+x$ zusammen wie mit der Richtung $-x$. Fällt aber die Richtung c eines Moleküls mit der Richtung d eines anderen, mit ihm kongruenten Moleküls zusammen, dann muß der Drehungssinn b des letzteren mit dem Drehungssinne a des ersteren gleich verlaufen. In einer Lösung oder in einer Schmelze asymmetrischer Moleküle haben deshalb die auf der gleichen Schraubenlinie verlaufenden Schraubungen 1) und 4) die gleiche Wirkung; ebenso verhalten sich die Schraubungen 2) und 3). Man kann infolgedessen bei Lösungen und Schmelzen die Wirkung jeder der beiden Schraubungen des einen Paares durch eine rechte, die des anderen Paares durch eine linke Schraubenlinie darstellen. Wäre die Schiebung c gleichwertig mit der Schiebung d, dann wäre auch die Schraubung 3) gleichwertig mit der Schraubung 1), und dann wären alle vier Schraubungen, demnach auch die beiden Schraubenlinien gleichwertig. Die nachweisbar verschiedene Wertigkeit der beiden Schraubenlinien in bezug auf das optische Verhalten hat also zur notwendigen Voraussetzung, daß die beiden entgegengesetzten Schiebungsrichtungen c und d ungleichwertig sind, oder mit anderen Worten: Besäße das asymmetrische Molekül nur eine verschiedene Wertigkeit für zwei entgegengesetzte Drehungen, nicht aber auch zugleich eine verschiedene Wertigkeit für die beiden entgegengesetzten linearen Richtungen c und d, dann würden sich die drehenden Wirkungen sämtlicher Moleküle in der Lösung oder Schmelze gegenseitig aufheben. Optische Drehung ist nur dadurch möglich, daß entweder eine schraubenförmige Anordnung vorliegt oder daß in einem Molekül zu der Verschiedenheit zweier entgegengesetzter Drehungssinne noch eine Verschiedenheit der beiden entgegengesetzten Richtungen einer Geraden hinzukommt, und daß im letzteren Falle die Anordnung der Moleküle keine Richtung vor einer anderen bevorzugt. Da in dem asymmetrischen Molekül eine schraubenförmige Anordnung nicht vorliegt, so muß die Lichtbewegung innerhalb des Bereiches eines asymmetrischen chemischen Moleküls nach zwei entgegengesetzten Richtungen ungleichwertig sein. Bei Kristallen ist bisher eine optische Verschiedenheit zweier entgegengesetzter Richtungen, selbst wenn

jene ausgesprochen hemimorph sind, nicht beobachtet worden. Es liegt daher nahe, auch bei den Kristallen ähnlich wie bei der Lösung oder Schmelze von Körpern mit asymmetrischem Molekül die beobachtete optische Gleichheit zweier entgegengesetzter Richtungen darauf zurückzuführen, daß bei den Kristallen die chemischen Moleküle nicht alle parallel orientiert sind, sondern derartig, daß die optische Verschiedenheit nach zwei parallelen, aber entgegengesetzt gerichteten Geraden kompensiert wird, und daß selbst bei hemimorphen Kristallen die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten nach diesen Richtungen innerhalb der mit den heutigen Beobachtungsmethoden erreichbaren Genauigkeitsgrenzen als gleich gelten müssen. Diese Kompensation tritt bei den bisher entwickelten Strukturarten dadurch ein, daß die bevorzugten Richtungen der Massenelemente, d. h. der Kubooktaeder, zwischen den vier Tetraedernormalen gesetzmäßig abwechseln. Die Möglichkeit einer optischen Drehung bleibt dann aber für die Kristalle mit asymmetrischen Molekülen in gleicher Weise bestehen wie bei Lösungen oder Schmelzen.

Bei dem Glimmersatze von Reusch wird die optische Drehung künstlich durch die einer Schraubenlinie entsprechende Schichtung der Lamellen hervorgerufen. Optische Drehung infolge schraubenförmigen Schichtenbaues kommt bei den Kristallen mit asymmetrischem Moleküle noch zu der vorhin abgeleiteten molekularen Drehung hinzu, und die schraubenförmige Schichtung ergibt sich als einzige Ursache der optischen Drehung bei Kristallen mit symmetrischem Molekül.

Schreitet man innerhalb einer Masse, deren homogene Teile nach der Anordnung q aufgebaut sind, und welche sich nach drei unter 120° gegeneinander gedrehten Orientierungen mischen, auf irgendeiner der vier Oktaedernormalen fort, so bilden jedesmal vier zu der betreffenden Achse senkrechte, aufeinanderfolgende lamellare Schichten, von welchen jede die Dicke von einem Drittel des Abstandes zweier Flächen des Kubooktaeders hat, eine sich stets gleichbleibende Periode. Die eine der von den Kubooktaedern, deren Schwerpunkte alle der betreffenden Ebene angehören, gebildete Lamelle ist optisch-einachsig (unter der Voraussetzung, daß der betreffenden Schicht gleichviele der drei verschieden orientierten Partien angehören). Die bevorzugte dreizählige Achse, die Hauptachse der Lamelle, steht zur Schichtebene senkrecht. Dann folgen drei, infolge der Lage der bevorzugten Achse (unter der gleichen

Voraussetzung) monokline Lamellen, deren Spiegelebene jedesmal zur Lamellenebene senkrecht steht; dieser Symmetrieschnitt, also auch die Auslöschungsrichtung jeder folgenden monoklinen Lamelle, ist gegen die vorhergehende um 120° um die Lamellennormale gedreht. Abgesehen von der optisch-einachsigen Lamelle, welche bezüglich einer optischen Drehung indifferent ist, verhält sich die viergliedrige Periode demnach wie ein aus drei um 120° gegeneinander gedrehten Lamellen bestehender Glimmersatz von Reusch.

Zwischen den vier Oktaedernormalen besteht nach S. 591 der Unterschied, daß nur eine derselben für die drei anderen in bezug auf die Gruppenbildung dreizählige Deckachse sein kann; beim Quarz wird diese eine Sonderstellung einnehmende Oktaedernormale zur Hauptachse. Berücksichtigen wir nur die Normalen der einzelnen Lamellen, dann müssen sich alle vier Oktaederachsen gleich verhalten. Berücksichtigen wir aber auch die Anordnung der Atome zweiter Art innerhalb der dreigliedrigen Gruppe, dann erhält die eine der vier Oktaedernormalen einen Vorzug, welcher durch die Lamellenbildung nach den Flächen des Grundrhomboeders und durch das bevorzugte dreiseitig-prismatische Gitter noch mehr zum Ausdrucke kommt. Eine Drehung der Polarisationsebene des Lichtes findet deshalb bei Strahlen, welche parallel zur Hauptachse den Quarzkristall durchsetzen, und bei Strahlen, welche nach einer der drei anderen Oktaedernormalen durch den Kristall gehen, nicht in gleichem Grade statt. Infolgedessen verschwindet beim Quarz für keine Fortpflanzungsrichtung die Komponente der optischen Drehung; sie erhält nur einen Maximalwert für Strahlen parallel zur Hauptachse, einen Minimalwert für Strahlen senkrecht zur Hauptachse.

Nimmt man an, daß beim chlorsauren Natrium die eine Sonderstellung einnehmende Achse gleichmäßig zwischen den vier Oktaedernormalen wechselt, sodaß der scheinbar einheitliche Kristall ein submikroskopisches Aggregat von vier optisch-einachsigen drehenden Kristallen bildet (vgl. S. 601), dann dreht dieser Körper das Licht nach allen Richtungen in gleichem Sinne und in gleichem Grade.

Wie beim Quarz, so muß natürlich auch bei den optisch drehenden Kristallen der anderen Symmetrieklassen eine der Anlage nach isotrope „reine Drehung“ eine der Symmetrie der quasi homogenen Kristallmasse entsprechende Deformation erleiden (vgl. S. 390 u. 425).

Man kann bei der Tridymit- wie bei der Quarzstruktur das Kubooktaeder als den Wirkungsbereich eines Massenelementes ansehen (ob man zwischen den Atomen eines chemischen Moleküls besondere Valenzen annimmt oder die chemischen Valenzen mit den „Kristallisationskräften" überhaupt ihrem Wesen nach für identisch hält[1]), ist dabei ohne Bedeutung), und je vier in der Richtung der Hauptachse unmittelbar aufeinanderfolgende Kubooktaeder als eine höhere Einheit vereinigt denken. Diese vier Kubooktaeder bilden dann die Periode, welche sich „in festen Abständen und in paralleler Orientierung" im Raume wiederholt und bereits früher[2]) als „Kristallmolekül" bezeichnet wurde. Die Schwerpunkte (oder auch alle anderen äquivalenten Punkte) der Kristallmoleküle bilden bei der Anordnung q ein vierfach-kubisches Raumgitter (vgl. S. 580), während die Schwerpunkte sämtlicher Kubooktaeder ein zweifach-kubisches Raumgitter bilden. Die optische Drehung des Quarzes wird durch die Anordnung der Atome im Kristallmolekül bedingt; die Anordnung der Schwerpunkte der Kristallmoleküle hat die Symmetrie der deformiert-regulär holoedrischen Kristalle und infolgedessen keinen Einfluß auf die optische Drehung.

Bei den optisch drehenden Flüssigkeiten ist in der Anordnung der chemischen Moleküle im Raume kein Drehungssinn vor dem entgegengesetzten Sinne bevorzugt; die optische Drehung wird bei diesen durch die Anordnung der Atome im chemischen Molekül bedingt.

Bei der Anordnung t kann man in gleicher Weise die vier Kubooktaeder mit verschiedener Orientierung der bevorzugten Oktaedernormalen zu einem Kristallmolekül vereinigen, welches sich ebenfalls in gleichen Abständen und in paralleler Orientierung im Raume beliebig oft wiederholt. Die vier Kubooktaederschwerpunkte stellen eine dreiseitige Pyramide dar, welche auch in bezug auf die Orientierung der bevorzugten Oktaedernormalen nach drei sich unter 120° schneidenden Hauptschnitten spiegelbildlich ist. Die Anordnung der Schwerpunkte dieses Kristallmoleküls erfolgt nach einem flachen rhomboedrischen Gitter, dessen Achsenverhältnis beim Tridymit $a:c = 1:0{,}30618$ ist, und dessen Hauptachse mit

1) Vgl. J. Beckenkamp, Grundzüge einer kinetischen Kristalltheorie. Sitzungsber. d. phys.-med. Ges. zu Würzburg 1911, S. 73, spez. 112. (Sep.-Abdr. S. 38.)

2) Erster Teil S. 5. — Vgl. auch Zweiter Teil S. 584.

der kürzeren Flächendiagonale bei diesem Mineral einen Winkel von 70° 32′ bildet. Bei der Anordnung t begünstigt infolge der vorhandenen Spiegelebenen weder die Art der Verteilung der Atome im Kristallmolekül, noch die Art der Verteilung der Schwerpunkte des Kristallmoleküls im Raume irgendeinen Drehungssinn mehr als den diesem entgegengesetzten Sinn. Die Anordnung t ist daher optisch inaktiv.

Werden bei der Anordnung p zwei elementare Würfel, bei welchen ein Massenelement des einen sich im Zentrum des andern befindet, durch einen Kubus umfaßt, dessen Kantenlänge gleich dem doppelten Abstande der Massenelemente in der Richtung h ist, so enthält dieser Kubus unter seinen 16 Massenelementen jede der vier Orientierungen der Oktaedernormalen viermal.

Bei der Anordnung s muß man je vier in der Richtung h aufeinanderfolgende Moleküle zu einer sich im Raume in paralleler Weise wiederholenden Gruppe vereinigen. Das Kristallmolekül der Anordnung s unterscheidet sich von demjenigen der Gruppe q dadurch, daß es für Richtungen senkrecht zur Hauptachse keine optische Drehung erzeugt.

Dem Quarz steht das Natriummetaperjodat sehr nahe; beide Körper haben fast das gleiche Achsenverhältnis ($a : c$ ist beim Quarz gleich 1 : 1,0999, beim Natriummetaperjodat gleich 1 : 1,094); beide Mineralien sind schwach doppeltbrechend und haben fast das gleiche spezifische Drehungsvermögen ($\varrho_{Na} = 21,70^{\circ}$ beim Quarz, $\varrho_{Na} = 23,3^{\circ}$ beim Natriummetaperjodat).

Eine von dieser verschiedene Struktur muß aber für den Zinnober angenommen werden, für welchen die soeben genannten Ähnlichkeiten nicht gelten.

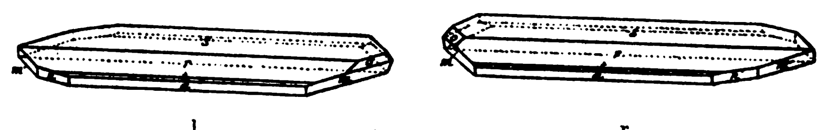
Außer den regulären Körpern Natriumchlorat und Natriumbromat gehört vermutlich auch das Lithiumsulfat-Monohydrat, $Li_2SO_4 \cdot H_2O$, zu der Anordnung q. Dieses Salz kristallisiert nach Scacchi[1]) monoklin-sphenoidisch mit dem Achsenverhältnis[2]) $a : b : c = 1,60352 : 1 : 1,67542$, $\beta = 87^{\circ} 52'$, und zeigt gewöhnlich folgende Formen (Fig. 477, l und r):

$a = \infty P \infty \{100\}$, $t = P \infty \{101\}$, $r = -\frac{1}{3} P \infty \{103\}$, $s = \frac{1}{3} P \infty \{\bar{1}03\}$, $m = \infty P \{110\}$, $n = \infty P 2 \{210\}$, $o = \frac{2}{3} P 2 \{123\}$.

1) Atti d. R. Accad. d. Sc. fis.-mat. di Napoli 1868; **3**, 31.

2) Nach A. Johnsen, N. Jahrb. f. Min. usw. 1907; Beil.-Bd. **23**, 274 ff.

n und *o* treten nur an einer, und zwar *n* an der entgegengesetzten Seite der *b*-Achse auf wie *o*; erscheint *n* bei der üblichen Aufstellung des Achsenkreuzes rechts, so heißt der Kristall ein rechter. Die Kristalle sind nach Scacchi pyroelektrisch, und zwar wird dasjenige Ende, an welchem *n* auftritt, bei sinkender Temperatur negativ elektrisch und heißt deshalb der „analoge" Pol. Das Ende, an welchem *o* auftritt, heißt der „antiloge" Pol. Scacchi beobachtete ferner Zwillinge von Individuen gleicher Art, bei welchen die Normale zur Fläche *s* Zwillingsachse war. Johnsen[1]) fand



l Fig. 477 r

Lithiumsulfat-Monohydrat. Linker (l) und rechter (r) Kristall. Nach Groth

außerdem Zwillinge von rechten und linken Kristallen, bei welchen *s* Zwillingsebene war. In den meisten Fällen, sowohl bei einfachen als bei Zwillingskristallen, ragt nur der antiloge Pol frei in den Raum heraus.

Spaltung ist vollkommen nach *r*, deutlich nach *a*, weniger deutlich nach *s*.[2])

Der optische Charakter[3]) ist negativ, $\mathfrak{c} \parallel [010]$, $\mathfrak{a}$ im spitzen Winkel β. Für Na-Licht ist $\mathfrak{a}:c = 36^\circ 32'$,

$$\nu_1 = 1{,}4596, \quad \nu_2 = 1{,}4768, \quad \nu_3 = 1{,}4882;$$
$$2E = 137^\circ 54', \quad 2V = 78^\circ 24';$$

Ebene der optischen Achsen senkrecht zu (010); die optische Drehung ist deshalb in der Richtung der beiden optischen Achsen gleich, und zwar ist bei rechten Kristallen (für 1 mm Dicke) das spezifische Drehungsvermögen $1^\circ 48'$ rechts, bei linken Kristallen ebensoviel links.

Unter den einfachen regelmäßigen Punktsystemen Sohnckes fehlen solche, welche die Symmetrie der rhombisch-pyramidalen oder der monoklin-sphenoidischen Klasse besitzen.[4]) Sohncke war deshalb der Ansicht, daß die „Hemimorphien im monoklinen und im rhombischen System sogar mit Notwendigkeit darauf hinweisen,

1) A. a. O. S. 276.

2) Über einfache Schiebungen an Lithiumsulfat-Monohydrat vgl. A. Johnsen, N. Jahrb. f. Min. usw. 1914; Beil.-Bd. **39**, Festschrift Bauer, S. 500.

3) Nach A. Johnsen, Centralbl. f. Min. usw. 1915, S. 233, spez. 237 ff.

4) Vgl. Erster Teil S. 142.

daß, nach Bravais' Vorgange, der Grund der Hemimorphie vielmehr unmittelbar in der Beschaffenheit der Moleküle gesucht werden muß".[1])

Zu der sphenoidischen Klasse der monoklinen Syngonie gehört eine Reihe von Körpern mit asymmetrischem Kohlenstoffatom, welche also auch in Lösung drehen. Daß aber auch bei diesen die beobachtete optische Drehung der Kristalle nur zum Teil auf die Struktur des chemischen Moleküls, zum Teil dagegen auf die Struktur des Kristallmoleküls zurückgeführt werden muß, wurde bereits früher (S. 388) hervorgehoben. Da nun das Lithiumsulfat-Monohydrat in Lösung nicht dreht, so kann bei diesem Körper die beobachtete Drehung seiner Kristalle nur auf das Kristallmolekül zurückgeführt werden.

Das wasserfreie Lithiumsulfat, Li_2SO_4, kristallisiert nach G. Wyrouboff[2]) bei gewöhnlicher Temperatur monoklin und zwar „pseudooktaedrisch", bei höherer Temperatur regulär; die Umwandlungstemperatur ist 573°. Da ferner der Prismenwinkel des Lithiumsulfat-Monohydrats etwas über 58°, also annähernd 60° ist, so darf man den Schluß ziehen, daß die drei Modifikationen dieses Salzes mit den drei Modifikationen der Kieselsäure, Quarz, α-Tridymit und β-Cristobalit, verglichen werden können. Hat auch bei dem Lithiumsalz die homogene Masse triklin-pediale Symmetrie, dann erhält man die monokline Form durch submikroskopische Verwachsung zweier gleichartiger Partikeln, welche um die b-Achse um 180° gedreht sind. Als Verwachsungsebene müssen wieder die oben genannten Spaltrichtungen gelten.

Die vorstehend entwickelte Theorie führt wie die Sohncke-Mallardsche Theorie die optische Drehung des Quarzes auf eine dem Reuschschen Glimmersatze entsprechende Anordnung zurück; sie unterscheidet sich von der Sohncke-Mallardschen Theorie durch den Nachweis einer viergliedrigen Periode an Stelle der dreigliedrigen, und leitet außer der Drehung für Strahlen parallel zur Hauptachse noch eine solche für Strahlen senkrecht zur Hauptachse beim Quarz und gleiche Drehung für alle Richtungen für die optisch drehenden regulären Kristalle ab. Beide, durch die Beobachtung nachgewiesenen

1) L. Sohncke, Entwickelung einer Theorie der Kristallstruktur, Leipzig 1879, S. 200.

2) Bull. d. l. soc. franç. d. min. 1890; **13**, 277, spez. 316. — Vgl. auch P. Groth, Chemische Krist., II. Leipzig 1908, S. 328. — R. Nacken, N. Jahrb. f. Min. usw. 1907; Beil.-Bd. **24**, 1, spez. 25 ff.

Erscheinungen konnte die Sohncke-Mallardsche Theorie nicht erklären (vgl. S. 533). Weder die Sohncke-Mallardsche noch die Beckenkampsche statische Theorie der optischen Drehung berücksichtigen indessen diejenige Art der Fortpflanzung im Innern des drehenden Mediums, welche Fresnel und andere Autoren unzweifelhaft nachgewiesen haben, sondern sie begnügen sich damit, die beim Austritt aus dem Kristalle zu beobachtende Drehung der Polarisationsebene des linear polarisiert einfallenden Lichtstrahles zu erklären. Schon Sohncke hat diesen Mangel seiner Theorie keineswegs übersehen (vgl. S. 531).

Eine die Fresnelsche Beobachtung berücksichtigende kinetische Theorie der optischen Drehung wurde von J. Beckenkamp[1]) abgeleitet. Da die Drehung senkrecht zur Hauptachse des Quarzes damals noch nicht bekannt war (vgl. S. 426 u. 427), so berücksichtigte diese kinetische Theorie nur die optische Drehung für Strahlen nach der Hauptachse. Eine Anpassung derselben an die vorhin erhaltenen Resultate der statischen Theorie soll erst später erfolgen. Das gleiche gilt bezüglich der Besprechung des optischen Verhaltens von Kristallen, welche der Wirkung eines magnetischen oder elektrischen Feldes oder eines mechanischen Druckes ausgesetzt sind.

Mit der zum Zwecke der Ableitung der optischen Drehung der Flüssigkeiten entwickelten Vorstellung über „die Lagerung der Atome im Raume" begründete J. H. van't Hoff[2]) die heutige Stereochemie. Die Kristallographie führt zu einer Erweiterung der Stereochemie von dem Gebiete der Anordnung der kleinsten Massenteile im chemischen Molekül zur Anordnung derselben im Kristallmolekül.

§ 118

Bisherige Ergebnisse der Durchleuchtung einfacher oder verzwillingter Kristalle der hexagonalen Syngonie mit Röntgenstrahlen

Wenn der Quarz, der gewöhnlichen Annahme entsprechend, zur trigonal-trapezoedrischen Klasse gehörte, dann wäre seine

---

1) Vgl. u. a. Ztschr. f. Krist. 1899; **30**, 325 ff. Ebenda 1908; **45**, 256 ff. — Ferner: Über die Kristallformen der Kieselsäure SiO_2, Sitzungsber. d. phys.-med. Ges. zu Würzburg 1913, S. 1, spez. 21 (Sep.-Abdr. S. 20).

2) La chimie dans l'espace. Rotterdam 1875. — Die Lagerung der Atome im Raume. Braunschweig 1894.

allgemeine Form das trigonale Trapezoeder; durch Hinzufügung der parallelen Flächen geht diese Form in das ditrigonale Skalenoeder über. Die Symmetrie des Systems der Beugungsstrahlen des Quarzes muß dann nach der der Tabelle S. 509 zugrunde liegenden Theorie die gleiche sein wie die des Kalkspates. Zwillinge von rechten und linken Quarzen (nach dem Brasilianer Gesetz) kann man entweder definieren: 1) Als Zwillingselement erhält das Aggregat ein Inversionszentrum, oder 2) Zwillingsebenen sind die Flächen des Prismas zweiter Art $\infty P2\{11\bar{2}0\}$. Beide Definitionen führen bei Kristallen der trigonal-trapezoedrischen Klasse zu einem und demselben Resultat. Das Zwillingsaggregat hat als einheitliches Ganzes betrachtet ebenfalls die Symmetrie des ditrigonalen Skalenoeders. Unter Annahme der genannten Theorie können also rechte und linke trigonal-trapezoedrische Kristalle im Beugungsbilde der Röntgenstrahlen nicht unterschieden werden, und ein Zwillingsaggregat aus rechten und linken Kristallen liefert dasselbe Bild wie ein einfacher Kristall.

Bei Kristallen der trigonal-pyramidalen Klasse, von welchen sich die Kristalle der trapezoedrischen Klasse nur durch die Zweizähligkeit der Nebenachsen unterscheiden[1]), liefert die Hinzufügung der parallelen Flächen zur allgemeinen Form, d. i. zur trigonalen Pyramide, ein Rhomboeder dritter Art; das Beugungsbild eines einfachen Kristalles der trigonal-pyramidalen Klasse hat also die Symmetrie der rhomboedrischen Klasse. Die vorhin genannten beiden Zwillingsgesetze führen hier zu verschiedenen Resultaten. 1) Das Gesetz: „Zwillingselement ist ein Inversionszentrum" liefert ein Aggregat, welches als einheitliches Ganzes betrachtet die Symmetrie der rhomboedrischen Klasse besitzt. Rechte und linke Kristalle, welche sich in der gegenseitigen Stellung der Individuen dieses Gesetzes befinden, können also in einem Aggregat nicht unterschieden werden; die Symmetrie des Beugungsbildes bei einem Zwillingsaggregate nach diesem Gesetze ist die gleiche wie die Symmetrie des Beugungsbildes eines einfachen Kristalles. 2) Ein Zwillingsaggregat nach dem Gesetze: „Zwillingsebene ist eine Fläche des Prismas zweiter Art" hat als einheitliches Ganzes betrachtet die Symmetrie der ditrigonal-pyramidalen Klasse, und wenn wir deren allgemeinsten Körper durch Hinzufügung der parallelen Flächen ergänzen, so erhalten wir das ditrigonale Skalenoeder. Da

---

1) Vgl. die Tabelle der 32 Symmetrieklassen, Erster Teil S. 114, 115.

das Rhomboeder dritter Art, welches jeder der beiden einfachen Kristalle durch Hinzufügung der parallelen Flächen liefert, nicht spiegelbildlich ist in bezug auf das Prisma zweiter Art, so liefern rechte und linke Kristalle eines trigonal-pyramidalen Körpers, welche sich in der gegenseitigen Stellung der Individuen eines Zwillings nach dem Gesetze: „Zwillingsebene ist eine Fläche des Prismas zweiter Art“ befinden, spiegelbildliche, aber nicht identische Bilder.

M. v. Laue[1]) bemerkt bezüglich der Symmetrie des Röntgenphotogramms beim Quarz:

„In sehr auffälliger Weise zeigt sich die Schraubenstruktur des Quarzes im Interferenzbild. Bei einem holoedrischen hexagonalen Kristall und bei Durchstrahlung parallel zur Hauptachse weist es natürlich sechszählige Symmetrie auf, wie z. B. das Photogramm an Beryll (“vgl. Fig. 394, S. 512„) (aufgenommen von Herrn Tank und mir) bestätigt. Ziehen wir in diesem durch den Mittelpunkt die drei zu den Nebenachsen parallelen Geraden, so findet sich zu jedem Interferenzpunkt sein Spiegelbild an einer dieser Achsen, desgleichen sein ihm diametral gegenüberliegender Gegenpunkt in gleicher Stärke.“

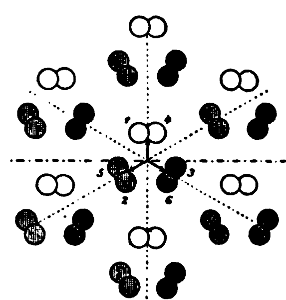


Fig. 478
Rechtes abwechselndes Dreipunktschraubensystem. Nach Sohncke

„Ganz anders beim Quarz. Für dessen Struktur kommt . . . . ein ‚abwechselndes Dreipunktschraubensystem‘ (“vgl. Fig. 478„) in Betracht. Bei diesem sind drei gewöhnliche hexagonale Raumgitter so ineinandergestellt, daß ihre Achsenrichtungen völlig übereinstimmen, daß wir aber eine Schraubenlinie durchlaufen, wenn wir von einem Element des ersten über das entsprechende Element des zweiten zu dem entsprechenden Element des dritten Gitters fortschreiten. Es sollen die hellen Kreise in der Zeichnungsebene, die schraffierten um $c/3$ darüber, die dunklen um $2c/3$ darüber liegen, während in der Höhe c wieder helle Kreise zu denken sind; der Weg von einem hellen zum schraffierten und zum dunklen Kreis liegt auf einer Schraube. Rechts- und Links-Quarz unterscheiden sich nur im Windungssinn dieser Schraube. Das Gitterelement im Sinne unserer

1) Deuxième conseil de Physique Solvay 1913, S. 24 ff.

Theorie besteht in diesem Falle aus je einem hellen, einem schraffierten und einem dunklen Kreise.“

„Richtet man die Aufmerksamkeit nur auf die Lage der Punkte, so findet man die sechszählige Symmetrie wieder. Aber untersucht man einen Interferenzpunkt, sowie seinen Spiegel- und Gegenpunkt auf die Intensitäten hin, so findet man diese im allgemeinen verschieden. Das kann so weit gehen, daß die Intensität eines dieser Punkte Null ist. Deshalb macht das Interferenzbild als Ganzes nicht mehr einen hexagonalen, sondern trigonalen Eindruck. Man bestätigt alles dies an dem von Herrn Tank und mir hergestellten Photogramm.“

Da nach dem Vorhergehenden dem Quarze eine nur wenig deformierte reguläre Struktur zukommt, so muß das Röntgenphotogramm bei senkrechter Durchleuchtung einer einfachen basischen Quarzplatte trigonale Symmetrie besitzen. Da nun aber Quarzkristalle, welche nicht nach dem Dauphinéer Gesetz verwachsen sind, kaum vorkommen, so muß diese Symmetrie durch das um 180° gegen jenes gedrehte Bild stets mehr oder weniger gestört sein.

Die Zahl der bei der Erzeugung eines Beugungsbildes beteiligten chemischen Moleküle ist proportional dem Volumen des von den Strahlen durchsetzten Kristallfragmentes. Dieses ist jedenfalls größer als das kleinste Kristallteilchen, welches mit Hilfe eines Mikroskopes noch unterschieden werden kann. Je mehr sich das Verhältnis der beiden in Zwillingsstellung nach dem Dauphinéer Gesetze befindlichen Teilchen in dem durchstrahlten Kristallteile der Einheit nähert, um so mehr muß demnach das Photogramm sich der hexagonalen Symmetrie nähern. Am innigsten ist die Mischung der trigonalen Bestandteile beim Beryll; sein Photogramm der Röntgenstrahlen hat deshalb völlig hexagonale Symmetrie (Fig. 394, S. 512).

Daß aber auch die gewöhnlichen Kristalle des Berylls keine homogenen Körper sind, erkennt man schon aus den Interferenzerscheinungen im polarisierten Licht (vgl. Fig. 285, S. 351).

Neben Beryll galt früher auch der Nephelin,

$$\left\{\begin{matrix}(Al=O)_2SiO_3 + Na_2SiO_3 \\ (Al=O)_2Si_3O_7 + Na_2Si_3O_7\end{matrix}\right\},$$

für hexagonal holoedrisch; indessen lieferte H. Baumhauer[1]) mit Hilfe der Ätzfiguren (Fig. 479) den Nachweis, daß der gewöhnliche

1) Ztschr. f. Krist. 1891; 18, 611 ff.

Nephelinkristall ein Aggregat darstelle, dessen Bestandteile weder eine Spiegelebene noch ein Inversionszentrum besitzen, welchen er jedoch eine sechszählige Deckachse zuschrieb, sodaß nach Baumhauer der Nephelin zur hexagonal-pyramidalen Klasse gehört. Das Röntgenphotogramm muß dann beim Nephelin nach der Tabelle S. 509 dieselbe Symmetrie zeigen wie beim Apatit. Streng genommen kann man aber bei Beryll, Apatit und Nephelin nur behaupten, daß eine Auflösung der hexagonal erscheinenden Masse in zwei um 180° um die Hauptachse gegeneinander gedrehte und innig miteinander verwachsene trigonale Massen bis jetzt nicht möglich war.

Bezüglich der rechten und linken Kristalle des Quarzes bemerkt v. Laue an der genannten Stelle: „Dem Übergang von Rechts- zu Links-Quarz muß die Spiegelung dieses Bildes (etwa an einer der Achsen) entsprechen. Sehr deutlich zeigt sich der Unterschied zwischen beiden Quarzen auch, wenn man parallel zu einer Nebenachse durchstrahlt, was ebenfalls von Herrn Tank und mir ausgeführt ist.“[1])

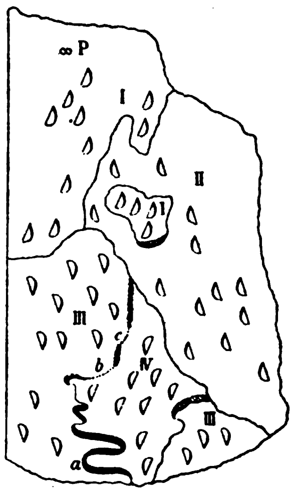


Fig. 479
Nephelin. Ätzfiguren auf einer Fläche des Prismas erster Art. Nach Baumhauer

G. Friedel[2]) bemerkt dazu: „Le même auteur („v. Laue„) croit pouvoir découvrir dans les radiogrammes du quartz une différence entre le quartz droit et le quartz gauche. Il est aisé de voir que non seulement de telles dissymétries dans les radiogrammes n'existent pas, mais qu'on ne peut les concevoir et qu'on devait, a priori, s'attendre à ne pas les constater.“ Da nun aber weder die Theorie (vgl. S. 506ff.), noch die Zugehörigkeit des Quarzes zur trigonal-trapezoedrischen Klasse (vgl. S. 543) genau der Wirklichkeit entsprechen, so kann man aus theoretischen Gründen die Richtigkeit der Angaben Laues jedenfalls nicht in Frage stellen.

W. H. Bragg hat nach der S. 498ff. angegebenen Methode auch für den Quarz die Form und die Dimensionen des Raumgitters zu

1) Vgl. auch M. v. Laue, Röntgenstrahl-Interferenzen. Verh. d. Ges. deutscher Naturforscher und Ärzte, 85. Versammlung in Wien 1913. Leipzig 1914. II. Teil, 1. Hälfte, S. 37, spez. 41.

2) C. R. 1913; 157, 1533.

bestimmen versucht. Das Resultat seiner Untersuchung lautet[1]: „Wie man voraussehen konnte, zeigen die Ergebnisse, daß es notwendig ist, ein hexagonales Gitter zu benutzen wie in der Fig. 480, wo $Ii = c$, $IF = a$ und $c = a \cdot 1{,}1$, entsprechend den kristallographischen Daten.

„Der Hauptstrahl des Palladiums wird von einer Prismenfläche in einem Spiegelungswinkel von 3,90° reflektiert.

„Daher

$$IM = \frac{\lambda}{2 \sin \Theta} = \frac{0{,}576 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 0{,}0680} = 4{,}23 \cdot 10^{-8}$$

$$a = IM \operatorname{cosec} 60^{\circ} = 4{,}88 \cdot 10^{-8}.$$

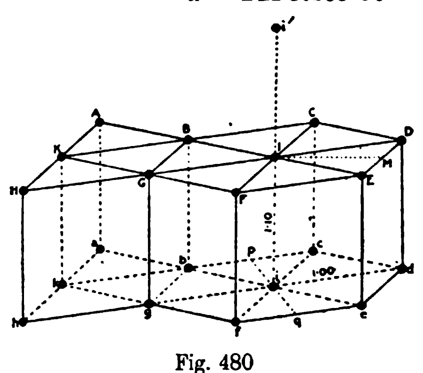


Fig. 480
Das der Quarzstruktur zugrunde liegende Raumgitter χ.
Nach W. H. Bragg

„Wir können $IDEFidef$ als elementares Parallelepided mit einem Atom in jeder Ecke betrachten. Sein Volumen ist

$$\frac{ca^2\sqrt{3}}{2} = 111{,}3 \cdot 10^{-24},$$

und da die Dichte von Quarz $= 2{,}66$, so ist die damit in Verbindung stehende Masse $2{,}66 \cdot 111{,}3 \cdot 10^{-24} = 296 \cdot 10^{-24}$.

„Ist n die Anzahl der mit dem Parallelepided vereinigten Molekel, so muß die Masse gleichfalls gegeben sein durch

$$n(28{,}3 + 32) \cdot 1{,}64 \cdot 10^{-24} = n \cdot 99 \cdot 10^{-24},$$

wo 28,3 und 16 die Atomgewichte von Si und O darstellen und die Masse des H-Atomes $1{,}64 \cdot 10^{-24}$ ist. Der Wert von n ist demnach 3, d. h. es sind drei Raumgitter von der angenommenen Form vorhanden und mit jedem von ihnen ist eine Molekel verbunden.

„Die Abstände der verschiedenen Scharen von Ebenen können nun berechnet werden und daraus die Winkel, unter denen die Palladiumlinie reflektiert wird. In der folgenden Tabelle sind die beobachteten Werte mit den berechneten verglichen.

Ebenen	$EDde$	Ide	$FDdf$	Gpq	$i'de$	$BGed$	$AHed$	BDF
	[∞R	R	$\infty P2$	$P2$	$2R$	$\frac{1}{2}R$	$\frac{1}{3}R$	$0R$]
Beobachtet:	3,9	4,93	6,60	9,2	8,4	7,25	10,15	?
Berechnet:	3,9	4,95	6,75	9,1	8,3	7,3	9,5	?

1) Proc. of the Roy. Soc. 1914; **89**, 575 ff. — Auch Ztschr. f. anorg. Chemie 1914; **90**, 275.

„Es ist merkwürdig, daß bisher keine Reflexion von der Ebene *BDF* gefunden ist, die zur Hauptachse senkrecht steht.

„(Notiz vom 6. Januar 1914. Seitdem dies geschrieben wurde, ist eine schwache Reflexion von dieser Ebene gefunden worden. Der Wert für den Spiegelungswinkel zeigt, daß die Abstände der Ebenen parallel zu *BDF* $^1/_3$ von *Ii* betragen. Dies bedeutet, daß die drei Gitter auseinander abgeleitet werden können durch Bewegungen, die gleiche Verschiebungen parallel zur *c*-Achse bedingen. Das Ergebnis war zu erwarten.)

„Viele der Ebenen liefern sehr gute Reflexion und Spektra von mehr als einer Ordnung, so daß es ohne Zweifel möglich sein wird, die Analyse der Quarzstruktur unter Umständen zu vollenden. Bisher ist es klar, daß drei einander durchdringende Gitter von der gegebenen Form für jedes Atom in der Molekel vorhanden sind. Die drei Gitter müssen ohne Zweifel so angeordnet werden, wie Groth vorgeschlagen hat, so daß sie auseinander abgeleitet werden können durch gleiche Verschiebungen um $c/3$ entlang der *c*-Achse, begleitet von einer Drehung um 120° um eine zu dieser Achse parallele Linie. Dieses bedingt eine Schraubenbewegung, die entweder rechts- oder linksgängig sein kann. Es bleibt noch übrig, die Lagen von Silicium- und Sauerstoffgittern in bezug auf die Drehungslinie festzustellen.“

Die hier von W. H. Bragg in Aussicht gestellte Ergänzung ist bisher weder von diesem noch von einem anderen Autor geliefert worden.

Die von W. H. Bragg beim Quarz beobachtete geringere Intensität der Reflexion an Ebenen senkrecht zur optischen Achse steht in Übereinstimmung mit der von F. M. Jaeger beobachteten geringeren Schärfe der Interferenzbilder bei Platten senkrecht zur ersten Mittellinie (vgl. S. 522). Bei derartigen Platten hat die Differenz zwischen dem in der Plattenebene liegenden Maximum und Minimum der optischen Elastizität einen minimalen Wert. Beim Quarz ergibt sich der Grund für die geringere Schärfe des Interferenzbildes bei senkrechter Durchleuchtung von basischen Platten aus der abgeleiteten Struktur. Das System der Schwerpunkte der Massenelemente würde ohne den Einfluß der O-Atome ein doppelt-kubisches Raumgitter liefern. Die Beobachtungen von W. H. Bragg am Quarz führen zu einem dreiseitig-prismatischen Punktsystem χ, dessen Dimensionen auch den kristallographischen Achsenelementen zugrunde liegen, und welches als ein Teilgitter

der Anordnung q der Si-Atome aufzufassen ist. Dieses durch die Grundform r bestimmte Punktsystem χ bleibt bei den häufigsten Zwillingsgesetzen (dem Dauphinéer und dem Brasilianer Gesetze, dem Gesetze: „Zwillingsachse ist die Nebenachse“ und auch bei der zwillingsartigen Verwachsung der homogenen Quarzinmasse, durch welche die scheinbar einfache Quarzmasse zustande kommt) über die Zwillingsgrenzen hinaus homogen (vgl. S. 602). Man muß annehmen, daß diesem Punktsystem auch gegenüber thermischen Schwingungen eine größere Stabilität zukommt, und daß es infolgedessen die am meisten hervortretenden Interferenzflecken erzeugt. Bei anderen Eigenschaften dagegen, welche mit der Meroedrie zusammenhängen, wie bei der geometrischen Flächensymmetrie, der optischen Drehung und wohl auch den speziellen Eigenschaften des Beugungsbildes, kommen auch die Eigenschaften des Molekülkomplexes zur Geltung, welcher zu je einem Schnittpunkte jenes dreiseitig-prismatischen Gitters gehört.

Bezüglich der Lagerung der O-Atome tritt an jeder der genannten Homogenitätsgrenzen eine größere Diskontinuität ein, welche diesen Atomen thermischen Schwingungen gegenüber eine geringere Stabilität verleiht und deshalb auch eine geringere Intensität der von den O-Atomen ausgehenden Interferenzflecken zur Folge hat. Das System der Si-Atome erleidet zwar an denselben Grenzen eine geringere Störung, aber auch für die Si-Atome hat die von der Zwillingsstellung herrührende Störung ebenso wie für das System der O-Atome innerhalb der basischen Ebene einen maximalen Wert. Das Interferenzbild muß deshalb bei senkrechter Durchleuchtung einer basischen Quarzplatte „flauer“, d. h. weniger scharf sein als bei senkrechter Durchleuchtung einer irgendwie anders orientierten Platte, und wenn ein Interferenzbild bei senkrechter Durchleuchtung einer basischen Platte zustande kommt dann tritt der Einfluß der O-Atome gegenüber dem der Si-Atome mehr zurück als bei senkrechter Durchleuchtung irgendeiner anderen Platte.

Das System der Si-Atome steht bei basischen Platten der trigonalen Symmetrie bedeutend näher als das der O-Atome.

Bei Platten parallel der Hauptachse kommt die Aggregatnatur weniger zur Geltung als bei basischen Platten; es muß deshalb auch das System der O-Atome, also die niedrigere Symmetrie stärker zum Ausdruck kommen, und die geringere Störung der

Homogenität des ganzen Systems bedingt hier eine größere Schärfe des Interferenzbildes.

Dieselben Betrachtungen gelten auch für tetragonale und für solche rhombische Kristalle, welche als deformiert optisch-einachsige gelten können, und bei welchen die erste Mittellinie an die Stelle der optischen Achse der optisch-einachsigen Kristalle tritt. Reguläre Kristallplatten entsprechen bei jeder beliebigen Richtung in dieser Hinsicht den basischen Platten optisch-einachsiger Kristalle.

Es ist von hohem Interesse, daß das Braggsche Strukturbild des Quarzes bei der empfindlichsten Probe auf die Richtigkeit eines jeden Strukturbildes von Kristallen, bei der Erklärung der optischen Drehung, versagt. Das von L. Sohncke aufgestellte, von P. Groth übernommene und von W. H. Bragg bestätigt geglaubte abwechselnde Dreipunktschraubensystem ist nicht imstande, die tatsächlich beim Quarz beobachtete Drehung zu erklären (vgl. S. 533).

Der Nachweis von unzweifelhaften Merkmalen eines kubischen neben solchen eines dreiseitig-prismatischen Gitters kann nur dadurch erklärt werden, daß in dem einen Falle nicht alle Gitterpunkte zur Geltung kommen, sondern nur ein bevorzugtes Teilsystem.

§ 119

Strukturbilder, welche von W. H. und W. L. Bragg aus der Beugung von Röntgenstrahlen für einige reguläre Kristalle abgeleitet wurden

Während aus dem doppelt-kubischen Raumgitter analytisch jedes der beiden anderen kubischen Gitter abgeleitet werden kann, läßt sich synthetisch durch einfache Schiebung nicht nur aus dem einfach-, sondern auch aus dem vierfach-kubischen Gitter jedes der beiden anderen erzeugen. Außerdem kann man auf diese Weise aus dem letzteren noch einige andere regelmäßige Punktsysteme erhalten, von welchen W. H. und W. L. Bragg annehmen, daß sie bei regulären Körpern verwirklicht seien.

Sei der Abstand der Gitterpunkte eines vierfach-kubischen Gitters in der Richtung einer Hexaedernormalen $\mathfrak{h}_4$, dann ist der Abstand in der Richtung der Oktaedernormalen $\mathfrak{o}_4 = \sqrt{3}\,\mathfrak{h}_4 = 1{,}73025\,\mathfrak{h}_4$. Legt man durch sämtliche Gitterpunkte eines vierfach-kubischen Gitters Ebenen parallel zu den Würfelflächen, dann zerfällt jeder Elementarwürfel der vier einfachen Gitter in acht kongruente Teilwürfel.

1) Durch einfache Schiebung der Gitterpunkte eines vierfach-kubischen Gitters in der Richtung einer und derselben Oktaedernormalen um den Betrag $\frac{1}{4} o_4$ erhält man ein neues vierfach-kubisches Gitter, dessen sämtliche Gitterpunkte in je einem Mittelpunkte eines Teilwürfels liegen; aber nur die Hälfte der Teilwürfel des ersten Systems ist mit je einem Gitterpunkte des zweiten Systems in der gedachten Weise besetzt. Nach W. L. Bragg besitzt die Zinkblende, ZnS, eine derartige Struktur; die Gitterpunkte des einen vierfach-kubischen Gitters sind hiernach mit je einem Atom Zn, die des anderen mit je einem Atom S besetzt (Fig. 481). — Ebenso gehört nach W. H. und W. L. Bragg hierher der Diamant, C, bei welchem die Gitterpunkte der beiden vierfach-kubischen Gitter in gleicher Weise mit je einem C-Atom besetzt sind. Fig. 482

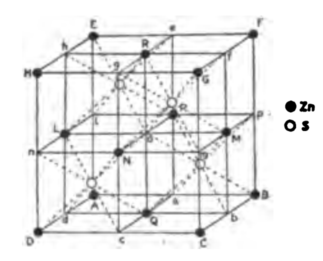


Fig. 481
Verteilung der Atome Zn und S bei der Zinkblende.
Nach W. L. Bragg

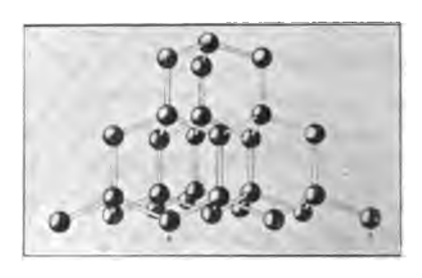


Fig. 482
Verteilung der Atome C beim Diamant.
Nach W. H. und W. L. Bragg

zeigt die dieser Verteilungsart entsprechende Anordnung der Kohlenstoffatome beim Diamantkristall; von jedem Atompunkte gehen in der Richtung von vier zusammengehörigen Tetraedernormalen je eine Verbindungslinie mit dem nächstbenachbarten Atome aus, und es liegt die Vermutung nahe, in den vier Verbindungslinien die vier Valenzen des Kohlenstoffatoms zu sehen.

2) Findet gleichzeitig nach zwei entgegengesetzten Richtungen einer Oktaedernormalen Schiebung um denselben Betrag $\frac{1}{4} o_4$ statt, oder, was zu dem gleichen Resultate führt, nach derselben Richtung gleichzeitig um die Beträge $\frac{1}{4} o_4$ und $\frac{3}{4} o_4$, dann sind alle Mittelpunkte der Teilwürfel in der gleichen Weise besetzt. Nach W. L. Bragg gehört hierher der Flußspat, CaF_2; die Ca-Atome bilden für sich ein vierfach-kubisches Gitter, und in den Mittelpunkten

Nach dem beim Quarz gewonnenen Resultate ist zu erwarten, daß auch die hier beschriebenen Strukturbilder nur Teilsysteme darstellen, und es möge deshalb an dieser Stelle der dem Quarz sehr nahe stehende Pyrit näher untersucht, die Prüfung weiterer Mineralien vorbehalten bleiben.

§ 120
Flächenausbildung und Spaltbarkeit des Pyrits

Die Ähnlichkeit der chemischen Formeln von Quarz, SiO_2, und Pyrit, FeS_2, rechtfertigt das Bestreben, auch eine Ähnlichkeit der Kristallstruktur zu finden.

Die geometrische Umgrenzung der Pyritkristalle wird namentlich gebildet von Flächen

1. der Zone der leucitoedrischen Achse l: $(1\bar{1}0)$, (201), (312), (111),
2. „ „ „ granatoedrischen „ g: (110), (221), (111), (112), (001),
3. „ „ „ oktaedrischen „ o: (110), (211), $(\dot{3}21)$, (541),
4. „ „ „ hexaedrischen „ h: (100), (102), (001),
5. „ „ einer Achse, welche eine Richtung h im Abstande 1, eine andere im Abstande 2 schneidet: (102), (214), (112).

Die Hexakisoktaeder treten nur als Dyakisdodekaeder, die Tetrakishexaeder als Pentagondodekaeder auf, während die Ikositetraeder, Triakisoktaeder und Oktaeder mit voller Flächenzahl erscheinen. Nach der Flächenumgrenzung gehört deshalb der Pyrit in die dyakisdodekaedrische Klasse (pentagonale Hemiedrie) mit dem Symmetriesymbol: $\left\{\begin{matrix} 3\,L^2 & 4\,l^3 & - \\ 3\,P^2 & 4\,\pi^3 & - \end{matrix}\right\}\,C.$

H. A. Miers (früher Prof. d. Mineral. in Oxford, jetzt in London) beobachtete[1]) an einem Pyritkristalle, welcher im wesentlichen von glänzenden Flächen des Würfels und des Pentagondodekaeders umgrenzt war, drusige Abstumpfungen der Würfelecken. Diese Abstumpfungen wurden gebildet durch glänzende Flächen von $\{111\}$ und $\{211\}$, über welche viele kleine Subindividuen hervorragten, die sich als reine Würfelecken ohne Oktaeder- und Ikositetraederflächen erwiesen. Nach Miers stellt dieser Kristall einen „Durchdringungszwilling zweier Kristalle von tetartoedrischem Habitus“ dar, „wobei eine reine Würfelecke des einen Individuums durch die Tetraederfläche des anderen fortgewachsen ist“. „Ein weiterer Beweis des

1) Vgl. Ztschr. f. Krist. 1899; **31**, 583 ff.

Zwillingswachstums wird gegeben von den kleinen, kaum sichtbaren Flächen, welche die Ecken der herausragenden Subindividuen abstumpfen. Dieselben sind {120}-Flächen, und zwar komplementär zu denjenigen des Hauptwürfels." Diese Beobachtung von Miers spricht dafür, daß der einfache Pyritkristall nur die Symmetrie der tetraedrisch-pentagondodekaedrischen Klasse, der Tetartoedrie, besitzt, und ihm das Symbol: $\dfrac{3L^2}{-}\ \ \dfrac{4\lambda^3}{-}\ \ \dfrac{-}{-}$ zukommt.

Dem Pyrit steht der Ullmannit, NiSbS, nahe; bei diesem Mineral sind Zwillingsbildungen nach Würfelflächen und nach Rhombendodekaederflächen mehrfach nachgewiesen worden, sodaß die Tetartoedrie beim Ullmannit viel auffallender zum Ausdruck kommt als beim Pyrit.[1]) Die Mineralien der Pyritgruppe spalten unvollkommen nach den Würfelflächen; außerdem hat J. Curie[2]) auch eine Aggregierung nach den Flächen des „Pyritoeder" genannten Pentagondodekaeders $\dfrac{\infty O2}{2}$ {201} nachgewiesen.

§ 121

Kristallstruktur des Pyrits

Das Beugungsbild des Pyrits auf Seite 511 hat nachstehende schematische Form (Fig. 485).

W. L. Bragg hat nach der S. 498 angedeuteten Methode für den Pyrit das in Fig. 484 wiedergegebene Strukturbild π abgeleitet. Dasselbe unterscheidet sich von der Anordnung p' (S. 580) dadurch, daß von den Punkten der vierfach-kubischen Gitter, welche zusammen das doppelt-kubische Gitter der Anordnung p' darstellen, nur die Punkte des einen vierfach-kubischen Gitters mit Fe-Atomen besetzt sind. Die Lage und Richtung der dreizähligen Deckachsen ist bei dem Braggschen Strukturbilde die gleiche wie bei der Anordnung p'.

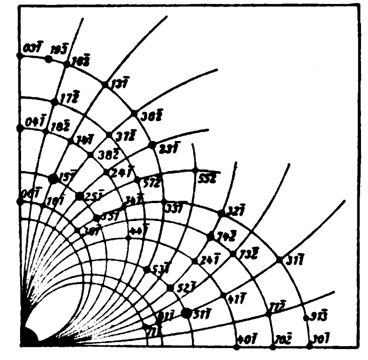


Fig. 485
Schematische Form des Beugungsbildes der Pyritplatte Fig. 391, S. 511. Nach Ewald und Friedrich

1) Vgl. H. A. Miers, Die Tetartoedrie des Ullmannit. Min. Mag. and Journ. of the Min. Soc. 1891; **9**, 211.

2) Bull. d. l. soc. franç. d. Min. 1885; **8**, 127.

Von den zweizähligen Schraubenachsen der Anordnung p' behält aber das Braggsche Bild nur die Hälfte (vgl. Fig. 420, *B*, S. 536).

P. Groth[1]) schreibt bezüglich des Braggschen Bildes: „Es scheinen sich hier die Schwefelatome zwar auf den Diagonalen, aber nicht ("wie beim Fluorit„) im Abstande $\frac{1}{4}$, sondern etwa $\frac{2}{5}$ deren Länge[2]) von dem nächsten Eisenatom entfernt zu befinden, und zwar so, daß in jedem Würfel eine polare dreizählige Achse vorhanden ist und in der Gesamtheit von acht Teilwürfeln die entsprechenden acht Richtungen sämtlich repräsentiert sind; das Punktsystem hat außerdem zweizählige Schraubenachsen parallel den Hexaederkanten. Diese Symmetrieverhältnisse würden für die aus verschiedenen Gründen schon früher angenommene Zugehörigkeit des Pyrit zu der tetraedrisch-pentagondodekaedrischen Klasse sprechen. Ähnliche Resultate ergab auch der Hauerit." Nun sind aber in dem Braggschen Bilde die dreizähligen Achsen keine polaren Richtungen, und E. v. Fedorow hat deshalb auch bereits früher in einer theoretischen Arbeit[3]) das neuerdings von Bragg für Pyrit experimentell abgeleitete Punktsystem als das allein vertretene asymmorphe System der „dyakisdodekaedrischen Klasse" aufgestellt.

Die für den Pyrit von Miers durch Beobachtung festgestellte und nach vorigem auch von Groth für richtig gehaltene Tetartoedrie kommt also bei dem Braggschen Strukturbilde ebensowenig zum Ausdrucke wie die allgemein bekannte Tetartoedrie des Quarzes bei dem Braggschen Strukturbilde χ der Fig. 480 (S. 628).

Die Flächen der drei ersten Zonen (S. 634) deuten auf den kubooktaedrischen Typus der homogenen Masse, während die vierte und fünfte Zone mit den beiden Aggregierungsarten im Zusammenhang zu stehen scheinen, welche durch die beiden Teilbarkeiten (nach den Flächen des Hexaeders und des Pyritoeders) angedeutet werden.

Aus den gleichen Gründen wie bei der Anordnung q (Quarzin) und der Anordnung t (Tridymit) muß man auch bei der Anordnung p' Asymmetrie der deformiert regulären homogenen Masse

1) Ztschr. f. Krist. 1915; **54**, 65.
2) Im Original steht wohl infolge eines Druckfehlers „$\frac{4}{5}$ deren Länge".
3) Vgl. auch Ztschr. f. Krist. 1915; **54**, 165.

voraussetzen. Nehmen wir wie früher (S. 544 u. 560)[1]) an, daß jede Spaltfläche eine Grenze der Homogenität eines submikroskopischen Aggregates darstelle, dann entspricht der Aggregierung der Quarzinpartikeln nach den Flächen des positiven Rhomboeders beim Pyrit eine solche nach den Würfelflächen. Während beim Quarz als Grenzflächen der submikroskopischen polysynthetischen Verwachsung drei um eine trigonale Achse herumliegende Flächen des Ikositetraeders $25O25$ auftreten, werden beim Pyrit diese Grenzflächen von drei Flächen derjenigen Form mOm gebildet, deren m den Grenzwert ∞ hat, d. h. von drei Würfelflächen. Jede Würfelfläche verhält sich aber zu allen vier trigonalen Achsen genau gleich; die polysynthetische Verwachsung findet deshalb beim Pyrit nicht um eine, sondern in gleicher Weise um alle vier Oktaedernormalen statt, der Pyrit kristallisiert demnach infolge der Art der Aggregierung regulär, der Quarz hexagonal. Wie beim Quarz, so muß auch beim Pyrit die Asymmetrie der homogenen Masse Polarität der trigonalen Achsen zur Folge haben. Die quasi homogene Masse des Pyrits muß also der tetraedrisch-pentagondodekaedrischen Klasse angehören, entsprechend der Beobachtung von Miers. Infolge der Gleichheit der beiden mit Fe verbundenen S-Atome wird aber wie beim Quarz eine derartige Zwillingsbildung begünstigt, bei welcher die Polarität der trigonalen Achse aufgehoben wird. Beim Ullmannit besteht dagegen diese Gleichheit nicht; er verhält sich zum Pyrit wie das Natriummetaperjodat zum Quarz; beim Ullmannit kommt deshalb die Hemimorphie der trigonalen Achsen deutlicher zum Ausdruck.

Beim Quarz wurde (S. 543) sowohl das Zurücktreten der Polarität der trigonalen Achse bei der Flächenentwicklung als auch das Fehlen derselben im Interferenzbilde (S. 629 und 630) mit der Lamellierung nach den Flächen des positiven Rhomboeders in Verbindung gebracht; beim Pyrit kann dasselbe bezüglich der Lamellierung nach den Würfelflächen zur Geltung kommen.

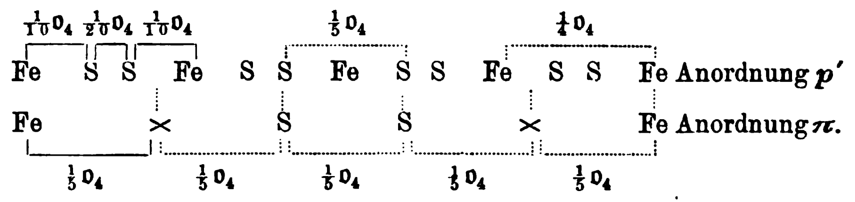
Das weitere abweichende Verhalten zwischen dem Braggschen Strukturbilde χ (Fig. 480) und der Anordnung q wurde dagegen beim Quarz durch die Zwillingsverwachsungen nach dem Dauphinéer

---

1) Vgl. auch J. Beckenkamp, Über die Spaltung der Monosulfide und Monoxyde der Elemente der zweiten Gruppe des periodischen Systems. Ztschr. f. Krist. 1908; **44**, 254. — Über die Beziehung der Spaltbarkeit zur Molekularstruktur. Ebenda 1904; **39**, 206.

Gesetze erklärt und angenommen, daß durch diese ein Teil der Massenelemente vor dem anderen bevorzugt würde.

Die bevorzugten Netzlinien nach den Oktaedernormalen bei der Anordnung p' des doppelt-kubischen Gitters sind dieselben wie bei der Anordnung π, welche W. L. Bragg aus seinen Beugungsbeobachtungen für den Pyrit abgeleitet hat. Bei der Anordnung p' folgen auf den bevorzugten Netzlinien die Atome nach dem Schema der ersten Zeile der nachstehenden Tabelle.



Schreitet man auf einer einer bevorzugten Oktaedernormalen parallelen Netzlinie eines doppelt-kubischen Gitters fort, so gehören die aufeinanderfolgenden Gitterpunkte der Reihe nach den vier vierfach-kubischen Teilgittern an. Die am Anfange und am Ende der Zeile bei der Anordnung p' stehenden Atome Fe gehören demnach zu einem und demselben vierfach-kubischen Gitter. Das Schema der zweiten Zeile stellt die Verteilung der Atome nach Bragg auf der gleichen Netzlinie dar, und man erkennt leicht, daß das Braggsche System π ein Teilgitter der Anordnung p' bildet. Die Abstände der unteren Zeile entsprechen den Angaben von Bragg (vgl. S. 535); die Abstände der oberen Zeile folgen aus den Abständen der unteren Zeile.

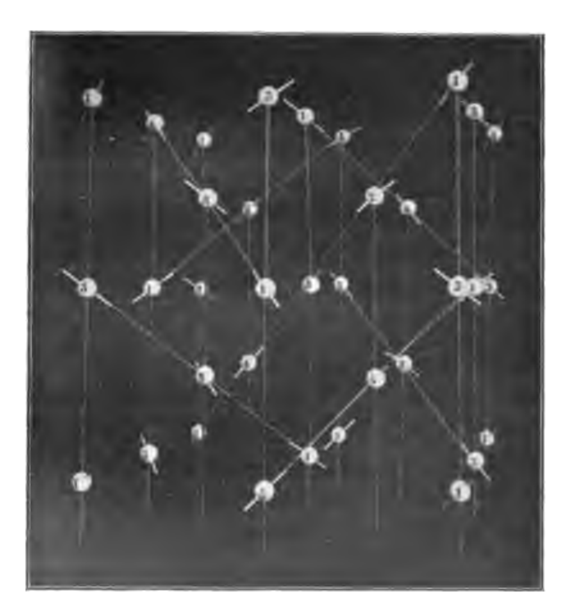


Fig. 486
Anordnung p der Achsen der durch Kugeln dargestellten physikalischen Moleküle eines doppelt-kubischen Gitters mit den dreizählige Deckachsen darstellenden Netzlinien.

Betrachten wir in der oberen Zeile den dreiatomigen Komplex, bestehend aus einem Atom Fe und den beiden rechts und links nächstbenachbarten Atomen S, als ein Molekül SFeS, dann können wir die zum ersten, dritten und fünften Fe-Atom gehörenden Moleküle auch etwa so orientieren, daß ihre Achsen (die Verbindungslinien der drei Atomschwerpunkte) der dargestellten Netzlinie parallel gehen, während die Achsen des zweiten und vierten Moleküls einander parallel, aber nach einer andern Oktaedernormalen gerichtet sind. Wenn auch bei dieser Abänderung der Anordnung p' wieder von den vier Oktaedernormalen keine in irgendeiner Weise gegenüber den drei anderen bevorzugt oder benachteiligt wird, dann erhalten wir eine neue mögliche Anordnung p, von welcher ebenfalls π ein Teilsystem bildet. Fig. 486 stellt diese Anordnung p mit den dreizähligen Deckachsen des Systems π, Fig. 487 die gleiche Anordnung ohne diese Achsen dar. Diesen beiden einfachen entsprechende stereoskopische Bilder sind die diesem Bande beigegebenen Figuren VI und VII.

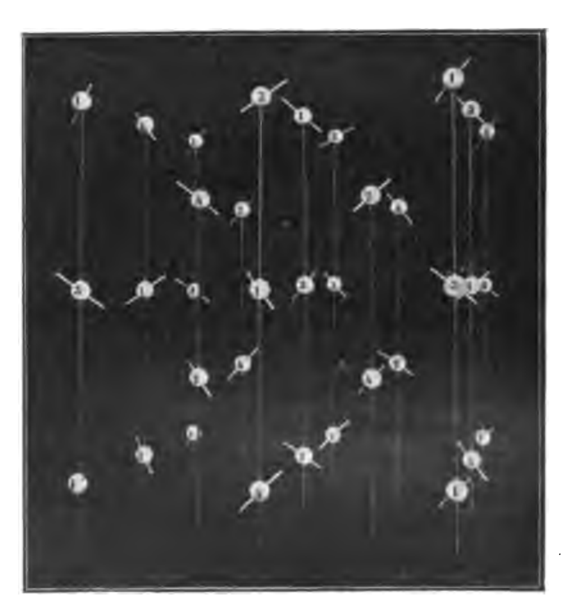


Fig. 487
Anordnung p der Achsen der durch Kugeln dargestellten physikalischen Moleküle eines doppeltkubischen Raumgitters.

Von den beiden Anordnungen p' und p gestattet die letztere auf den bevorzugten Netzlinien einen Wechsel zwischen den Achsenrichtungen *ababa* und *acaca* sowie *adada* der Moleküle, während die Anordnung p' nur die parallele Anordnung *aaaaa* der Moleküle auf diesen Netzlinien zuläßt. Tritt bei der Anordnung p an irgendeiner Stelle ein solcher Wechsel zwischen den drei Möglichkeiten ein, so liegt an der betreffenden Stelle eine Diskontinuität der Struktur, von welcher die Anordnung π nicht betroffen wird. Bei der Anordnung p' ist eine derartige Störung der

Homogenität nicht möglich. Die tatsächlich beim Pyrit beobachtete Teilbarkeit nach den Flächen des Pyritoeders spricht also dafür, daß sie mit solchen Homogenitätsgrenzen zusammenfällt, und daß somit dem Pyrit die Anordnung p, nicht aber die Anordnung p' zukommt.

Von den Atomen des Teilgitters 1 der Anordnung p erscheinen bei der Anordnung π nur die Fe-Atome, von den Atomen des Teilgitters 3 nur die S-Atome. Diese Auswahl hat zur Folge, daß der Abstand zwischen den beiden Fe-Atomen, welche dem ersten Teilgitter angehören, in 5 gleiche Teile zerfällt. Während bei der Anordnung p diejenige Periode, welche alle Atomschwerpunkte als Endpunkte enthält, nur die Länge $\frac{1}{20}\mathfrak{o}_4$ hat, ist die Länge dieser Periode bei der Anordnung π viermal so groß, nämlich $\frac{1}{5}\mathfrak{o}_4$. Durch Superposition der größeren Perioden über die kleineren der Anordnung p werden an sich gleichwertige Atome der letzteren Anordnung untereinander ungleichwertig. Die Aufeinanderfolge der größeren Periode bleibt über die Homogenitätsgrenzen nach den Flächen des Pyritoeders hinaus ungestört; die der kleineren erhält an diesen Grenzen eine Diskontinuität. Nehmen wir an, daß infolgedessen die an Endpunkten der größeren Periode liegenden Atome auch gegenüber Wärmeschwingungen stabiler sind, so müssen diese in dem Interferenzbild bevorzugt sein.

Nach Ewald ist der Abstand zwischen den beiden Atomen S der Anordnung π beim Pyrit nicht $\frac{1}{5}\mathfrak{o}_4 = \frac{8}{40}\mathfrak{o}_4 = 0{,}200$, sondern $0{,}225 = \frac{9}{40}\mathfrak{o}_4$, während beim Hauerit, MnS_2, der genannte Abstand genau den Wert $\frac{1}{5}\mathfrak{o}_4$ hat (vgl. S. 536). Der Abstand zwischen einem Atom Fe und einem Atom S ist also beim Pyrit gleich $\frac{9}{80}\mathfrak{o}_4$, der Abstand zwischen einem Atom Mn und einem Atom S beim Hauerit gleich $\frac{8}{80}\mathfrak{o}_4$. Bei einer Teilung des Abstandes zweier Fe-Atome der Anordnung π in 5 gleiche Teile würden demnach die beiden mittleren Teilpunkte nur annähernd mit je einem Atomschwerpunkte S zusammenfallen; aber auch durch dieses annähernde Zusammenfallen würden diese beiden Atome S vor den anderen bevorzugt.

Wir müssen annehmen, daß die homogenen azentrisch triklinen Massenteile der Anordnung p sich bald um die eine, bald um eine andere der vier annähernd trigonalen Achsen unter gegenseitiger Drehung um 120° herumlegen.

Man muß auch bezüglich des Pyrits wieder die Frage stellen, warum außer dem Würfel gerade das Pyritoeder $\frac{\infty O 2}{2}\{102\}$ dieselbe bevorzugte Stellung einnimmt wie das Grundrhomboeder

$R\{10\bar{1}1\}$ beim Quarz, dessen Flächen in regulärer Deutung drei Flächenpaaren des Ikositetraeders $25O25$ $\{25.1.1\}$ entsprechen. Bei letzterem Mineral wurde als die Ursache eine ausgezeichnete Eigenschaft der Polkante des Vollflächners, der hexagonalen Bipyramide, erkannt (S. 603). Der Vollflächner des Pyritoeders ist das Tetrakishexaeder $\infty O2$, dessen (von den Enden der vierzähligen Achsen h ausgehende) Polkanten den Leucitoederachsen l entsprechen. Weil die Flächen der Zonenachse l beim Pyrit eine große Bedeutung haben, so muß man schließen, daß die Massenpunktabstände in der Richtung l mit den Radien der Atombereiche in einfachem Verhältnisse stehen. Wie das Grundrhomboeder beim Quarz, so enthält das Pyritoeder zwei solcher bevorzugter Kantenrichtungen. Das Auftreten nur der Hälfte der Flächen der hexagonalen Bipyramide wurde beim Quarz darauf zurückgeführt, daß für das Gesamtpunktsystem q die Hauptachse eine annähernd dreizählige, nicht eine sechszählige Deckachse ist, während für die Braggsche Interferenzfigur χ nur ein bevorzugtes Teilsystem maßgebend ist. Ebenso sind bei dem Gesamtpunktsystem p des Pyrits die Richtungen h der Hexaedernormalen nur zweizählige, nicht vierzählige Deckachsen. Bei der Flächenausbildung tritt daher, wie beim Quarz das Rhomboeder an die Stelle der hexagonalen Bipyramide, so beim Pyrit an die Stelle des Tetrakishexaeders dessen Halbflächner, das Pyritoeder.

Schreitet man von einem Gitterpunkte eines doppelt-kubischen Gitters aus in der Richtung der vier Polkanten des Tetrakishexaeders $\infty O2\{102\}$ fort, dann trifft man nur Gitterpunkte eines und desselben vierfach-kubischen Teilgitters; die sämtlichen Kanten und Flächen eines idealen Tetrakishexaeders $\infty O2\{102\}$ enthalten also nur Gitterpunkte dieses einen Teilgitters. Liegt eine Schichtgrenze parallel einer Fläche des Pyritoeders, so werden deshalb nur Gitterpunkte dieses einen Teilgitters bevorzugt; bilden sich weitere Schichtgrenzen, dann folgen diese auf Grund dieser Bevorzugung den Gitterpunkten desselben Teilgitters. Dieses eine Teilgitter erhält dadurch in dem Pyritaggregat eine vor den drei anderen Teilgittern bevorzugte Stellung. In dem System dieses einen bevorzugten vierfach-kubischen Gitters mit Berücksichtigung der bevorzugten Oktaedernormalen fallen die zweizähligen Deckachsen des Gesamtsystems p' fort, während die zweizähligen Schraubenachsen und die dreizähligen Deckachsen erhalten bleiben. Wie beim Quarz durch das System q, so wird also auch beim

Pyrit dio Flächenausbildung durch die Symmetrie des Gesamtsystems *p* bestimmt, die Braggschen Strukturbilder lassen dagegen in beiden Fällen nur die Symmetrie der bevorzugten Teilgitter χ bzw. π erkennen.

Außer dem Pyritoeder gibt es beim Pyrit noch eine zweite Hauptstrukturform, das Hexaeder (vgl. S. 637).

§ 122

Beziehungen zwischen den spezifischen Gewichten und den abgeleiteten Strukturbildern von Quarz, Tridymit, Pyrit und Markasit

Die beiden Mineralien Pyrit und Markasit, welche die gleiche empirische Zusammensetzung FeS_2 besitzen, kommen in derben Massen stets miteinander gemengt vor. Das spezifische Gewicht von Pyritkristallen wird zwischen 5,00 bis 5,18 angegeben, das des Markasits zwischen 4,85 und 4,88. Beimischungen von Markasit machen das spezifische Gewicht des Pyrits geringer, Beimischungen von Pyrit erhöhen das spezifische Gewicht des Markasits. — Das spezifische Gewicht des Quarzes ist 2,62, das des Tridymits 2,30. Die Hälfte des spezifischen Gewichtes von Pyrit ist 2,50 bis 2,59, die Hälfte des spezifischen Gewichtes von Markasit ist 2,42 bis 2,44. Nähmen wir an, dem zur spezifischen Gewichtsbestimmung benutzten Pyritkristalle sei etwas Markasitsubstanz und dem zur spezifischen Gewichtsbestimmung benutzten Markasitkristalle sei etwas Pyritsubstanz beigemengt gewesen, dann wäre innerhalb der Beobachtungsfehler das spezifische Gewicht des Pyrits doppelt so groß als das des Quarzes, und das des Markasits doppelt so groß als das des Tridymits.

Die Atomgewichte der in Frage kommenden Elemente sind:

$$Fe = 55{,}9, \quad S = 32{,}06, \quad Si = 28{,}4, \quad O = 16;$$

also sind die Molekulargewichte $FeS_2 = 120{,}02$, $SiO_2 = 60{,}4$; das Molekulargewicht von FeS_2 ist also fast genau doppelt so groß als das von SiO_2; auch das Atomgewicht von S ist fast genau doppelt so groß als das von O, das Atomgewicht von Fe ist nur wenig kleiner als das doppelte Atomgewicht von Si.

Sind A_1 das Atomgewicht des Elementes X, A_2 das Atomgewicht des Elementes Y und g das spezifische Gewicht einer Verbindung, welche aus einem Elemente X und zwei Elementen Y besteht, dann ist $V_m = \frac{A_1 + 2\,A_2}{g}$ das „Molekularvolumen" dieser Verbindung.

Aus obigen Zahlen ergeben sich die Molekularvolumina:

V_m für:	Quarz	Pyrit	Markasit	Tridymit
	23,0	23,5	24,0	26,3.

Der Unterschied der aus den beobachteten spezifischen Gewichten berechneten Molekularvolumina muß der obigen Annahme entsprechend für die beiden Modifikationen des Eisenbisulfids etwas geringer sein, als er für absolut reine Körper betragen würde.

In der periodischen Reihe der Elemente steht Ti (48,1) dem Si am nächsten; das spezifische Gewicht des Rutils, TiO_2, ist 4,3, mithin sein Molekularvolumen 19,1; entsprechend der stärkeren Abweichung des angenommenen Strukturbildes (vgl. S. 582) entfernt sich also das Molekularvolumen des Rutils mehr von dem der beiden Kieselsäuremodifikationen als die Molekularvolumina der beiden Eisenbisulfide.

Pyrit und Quarz sind die schwerer, Markasit und Tridymit die leichter zersetzbaren Mineralien.

Aus diesen Zahlenverhältnissen muß man schließen, daß die Atomanordnung beim Pyrit ähnlich sein muß der des Quarzes, und daß die Abstände der entsprechenden Atomschwerpunkte bei beiden Mineralien fast die gleichen sein müssen. Bei den Strukturbildern *p* und *q* wechselt auf den Netzlinien, welche den Achsen *h* parallel gehen, die Orientierung der Moleküle in gleicher Weise zwischen je zwei Stellungen. Bei beiden Anordnungen kehren innerhalb der homogenen Masse an keiner Stelle zwei benachbarte physikalische Moleküle gleichzeitig ihre bevorzugten Richtungen einander zu; damit scheint im Zusammenhang zu stehen, daß sowohl die Anordnung *q* als die Anordnung *p* der spezifisch schwereren Modifikation zukommt. Der Unterschied zwischen beiden Modifikationen besteht darin, daß bei der Anordnung *q* alle Moleküle desselben vierfach-kubischen Teilgitters die gleiche Orientierung besitzen, während bei der Anordnung *p* jedes der vier einfachen Raumgitter eines Teilgitters eine besondere Orientierung seiner Moleküle hat.

Die aus den spezifischen Gewichten und den Löslichkeiten gezogenen Schlüsse sind also in Übereinstimmung mit den aus den geometrischen und physikalischen Eigenschaften abgeleiteten Strukturbildern.

§ 123

Zusammenfassung der für die Kristallstrukturen von Quarz und Pyrit gewonnenen Resultate

Die Kristallstrukturen von Quarz und Pyrit müssen auf ein doppelt-kubisches Raumgitter, d. h. auf ein Kubooktaedersystem zurückgeführt werden. Nennen wir den Komplex aus einem chemischen Atom Silicium und den beiden diesem im Kristallgefüge zunächst liegenden Atomen Sauerstoff ein „chemisches Molekül“, so liegt der Schwerpunkt des Siliciumatoms in der Mitte der Verbindungslinie der Schwerpunkte der beiden Sauerstoffatome. Diese Verbindungslinie heiße die „bevorzugte Richtung“ oder auch die „Achse des chemischen Moleküls“; sie geht parallel einer Oktaedernormalen. Als „physikalisches Molekül“ bezeichnen wir dasjenige Massenelement, welches zu je einem Kubooktaeder gehört, und von welchem wir annehmen, daß sein Schwerpunkt mit dem zugehörigen Kubooktaederschwerpunkte zusammenfalle; wir müssen es jedoch zurzeit noch unentschieden lassen, ob das physikalische Molekül mit dem chemischen Molekül identisch ist, oder mit einer der S. 593ff. beschriebenen Gruppen von chemischen Molekülen zusammenfällt; die sämtlichen chemischen Moleküle einer solchen Gruppe müssen dann die gleiche Achsenrichtung haben, sodaß auch in diesem Falle jedem physikalischen Molekül eine bestimmte Achsenrichtung zukommt. Die Orientierung der Achsen der physikalischen Moleküle einer homogenen Quarzmasse (Quarzinmasse) wechselt zwischen den vier Oktaedernormalen in der Weise, daß keine dieser vier Richtungen gegenüber einer der drei anderen bevorzugt oder benachteiligt wird.

Das doppelt-kubische Raumgitter besteht aus vier sich gegenseitig durchdringenden vierfach-kubischen Gittern, und jedes vierfach-kubische Gitter besteht aus vier einfach-kubischen Gittern.

Setzen wir im Vorstehenden Fe statt Si und S statt O, dann gilt das bis jetzt Gesagte in gleicher Weise für die Struktur des Pyrits. Der Unterschied zwischen der homogenen Quarz- und der homogenen Pyritstruktur besteht in der Art der Verteilung der Achsenrichtungen der physikalischen Moleküle. Bei der dem Quarz zuzuschreibenden Anordnung q haben alle physikalischen Moleküle, welche dem gleichen vierfach-kubischen Teilgitter angehören, die gleiche Achsenrichtung; bei der dem Pyrit zuzuschreibenden Anordnung p haben alle physikalischen Moleküle, welche dem gleichen einfachen Gitter angehören, dieselbe Achsenrichtung,

sodaß die dem gleichen vierfach-kubischen Gitter angehörenden physikalischen Moleküle sich auf die vier möglichen Richtungen in gleicher Weise verteilen. Das von W. H. Bragg für den Quarz festgestellte Gitter χ ist dasjenige Teilgitter von q, welches bei den Verwachsungen nach den Flächen des Grundrhomboeders über die Verwachsungsflächen hinaus homogen bleibt; das von W. L. Bragg für den Pyrit festgestellte Gitter π ist dasjenige Teilgitter von p, welches bei den Verwachsungen nach den Flächen des Pyritoeders über die Verwachsungsflächen hinaus homogen bleibt.

Die homogenen Anordnungen q und p sind asymmetrisch oder höchstens monoklin, aber annähernd regulär. Die Hemimorphie der trigonalen Achsen von Quarz und Pyrit ist die Folge einer derartigen Verwachsung von je drei submikroskopischen, aber nicht notwendig gleich großen Partikeln dieser homogenen Anordnungen um eine, beim Pyrit in regellosem Wechsel um die vier annähernd trigonalen Achsen derselben, daß jede der drei Partikeln um diese gemeinsamen Richtungen um 120° gedreht ist.

Die Voraussetzungen, welche der Braggschen Deutung der Beugungsbeobachtungen zugrunde liegen (S. 498), sind, nach den aus anderen Eigenschaften abgeleiteten Strukturbildern zu schließen, bei den Kristallen des Siliciumdioxyds und des Eisenbisulfids nicht erfüllt. Die gewöhnlich als einfach geltenden Kristalle von Quarz und Pyrit sind keine (im Sinne der von J. Beckenkamp formulierten, aber schon von Bravais, Sohncke und auch von Bragg zugrunde gelegten Definition) homogenen Körper. Die sämtlichen Punkte eines zu einer bestimmten Atomart gehörenden Systems sind bezüglich der Beugung von Röntgenstrahlen nicht gleichwertig.

§ 124

Optische Anomalien

Nach dem physikalischen Grundgesetz (S. 125) soll jede geometrische Symmetrie auch eine physikalische sein. Hiernach sollen z. B. (vgl. S. 125 bis 128) parallel zur Basis geschnittene Platten von hexagonalen oder tetragonalen Kristallen, sowie beliebig orientierte Platten regulärer Kristalle zwischen gekreuzten Nicols im parallelen, senkrecht auffallenden Lichte bei beliebiger Drehung um ihre Normale stets dunkel bleiben. Quarzin und α-Tridymit sind in bezug auf ihr optisches Verhalten zweiachsig, geometrisch kann jedoch eine Abweichung von der Sym-

metrie eines optisch-einachsigen Kristalls nicht nachgewiesen werden. Man nennt gewöhnlich Kristalle, deren optische Symmetrie geringer ist als die nachweisbare geometrische Symmetrie, „optisch anomal". Beim Quarzin und α-Tridymit beruht (vgl. S. 591 u. 588) die Doppelbrechung für Strahlen, welche in der Richtung der scheinbar dreizähligen Achse den Quarz durchsetzen, auf der Abweichung der Konstanten k von der Einheit, d. h. auf der Differenz zwischen einem idealen und dem wirklichen Verhältnisse der Wirkungsweiten verschiedener Atome. Beim Quarz und β-Tridymit wird die Doppelbrechung der entsprechenden homogenen Körper für Strahlen parallel zur Hauptachse durch submikroskopische Verwachsung der letzteren nach drei um 120° gegeneinander gedrehten Stellungen aufgehoben. Herrscht aber an einer Stelle die eine dieser drei Orientierungen vor, dann findet keine vollständige Aufhebung der Doppelbrechung statt (vgl. S. 557).

Anomale Doppelbrechung wurde bei einer großen Anzahl, namentlich regulärer und optisch-einachsiger Kristalle beobachtet. Zuweilen scheinen auch andere, z. B. elektrische Eigenschaften der Kristalle dem physikalischen Grundgesetze zu widersprechen; es sollen deshalb die verschiedenartigen „Anomalien" im Zusammenhange in einem späteren Teile besprochen werden.[1])

1) Bezüglich der optischen Anomalien bei isomorphen Mischungen vgl. J. Beckenkamp, Neue Beobachtungen über die optischen Anomalien der Alaune. Ztschr. f. Krist. 1913; **51**, 492.

Autorenregister zum ersten Teil

(Geometrische Kristallographie)

(An den mit Fettdruck angedeuteten Stellen finden sich biographische Notizen)

Sachregister zum ersten Teil

(Geometrische Kristallographie)

Berichtigungen zum ersten Teil

S. V Z. 17 v. o. lies „Sollen“ statt „Soll“;
„ 29 Z. 15 v. o. „ kx „ yx;
„ 94 Z. 4 v. u.: $3\pi^2$ muß fortfallen;
„ 102 Fig. 161 ist durch nebenstehende Figur zu ersetzen;
„ 111 Fig. 202 muß um 180° gedreht werden;
„ 114 Das Symbol der hexakistetraedrischen Klasse ist: $3\,L^2$ $4\,\lambda^3$ — — — $6\,P$;
„ 115 In der Tabelle unter Triklin-holoedrische Klasse muß es heißen „pinakoidal“ statt „prismatisch“;



„ 170 Fußnote 2: Die Worte „Inauguraldissertation d. Univ. Berlin 1912“ sind zu streichen;
„ 182 Z. 2 v. u. lies „lamellar“ statt „amellar“.

Nachtrag zum ersten Teil

Zu Seite 181 unten: Als Pseudoergänzungszwillinge kann man auch die Zwillinge nach dem Glimmergesetze ansehen. Die Glimmer kristallisieren monoklin, und es herrscht stets eine Fläche c vor, nach welcher die Kristalle sehr vollkommen spalten, und welche als Basis {001} aufgestellt wird; außerdem treten das Prisma m {110} und das seitliche Pinakoid b {010} auf. Da das Achsenverhältnis der Glimmerkristalle nur sehr wenig von einem hexagonalen Verhältnisse abweicht, so bilden b und m scheinbar ein hexagonales Prisma. Als Zwillingsebene tritt nach Tschermak (Ztschr. f. Krist. 1878; 2, 21 u. 22. — Vgl. auch Lehrbuch der Min. 1884, S. 84) eine Fläche auf, welche durch eine Kante $m:c$ geht und zur Fläche c senkrecht steht. Als Verwachsungsebene dient entweder die Zwillingsebene oder häufiger die zur Zwillingsebene senkrechte Fläche c. Da die Glimmer pseudohexagonal sind, so ist die Zwillingsebene eine annähernde Spiegelebene.

Autorenregister zum zweiten Teil

(Kristalloptik)

(An den mit Fettdruck angedeuteten Stellen finden sich biographische Notizen)

Sachregister zum zweiten Teil

(Kristalloptik)

Berichtigung zum zweiten Teil

1. S. 65, Z. 15 v. o. lies „H. Kayser" statt „W. Kayser" (vgl. S. 375).
2. Eine Berichtigung zu Seite 284, Zeile 8 v. o. findet sich Seite 302, Fußnote 2.
3. Seite 506: Die Überschrift zu § 98 soll heißen: Die Symmetrie des Photogramms der Interferenzmaxima bei Durchleuchtung von Kristallen mit Röntgenstrahlen.

Nachtrag zum zweiten Teil

Zu Seite 378: Neben Zucker bildet eine von der Deutschen Gaslicht-Aktiengesellschaft in Berlin vor einigen Jahren gelieferte Zinkblende aus einem Kalkstein in Mexiko ein Beispiel für auffallend starke Triboluminieszenz.





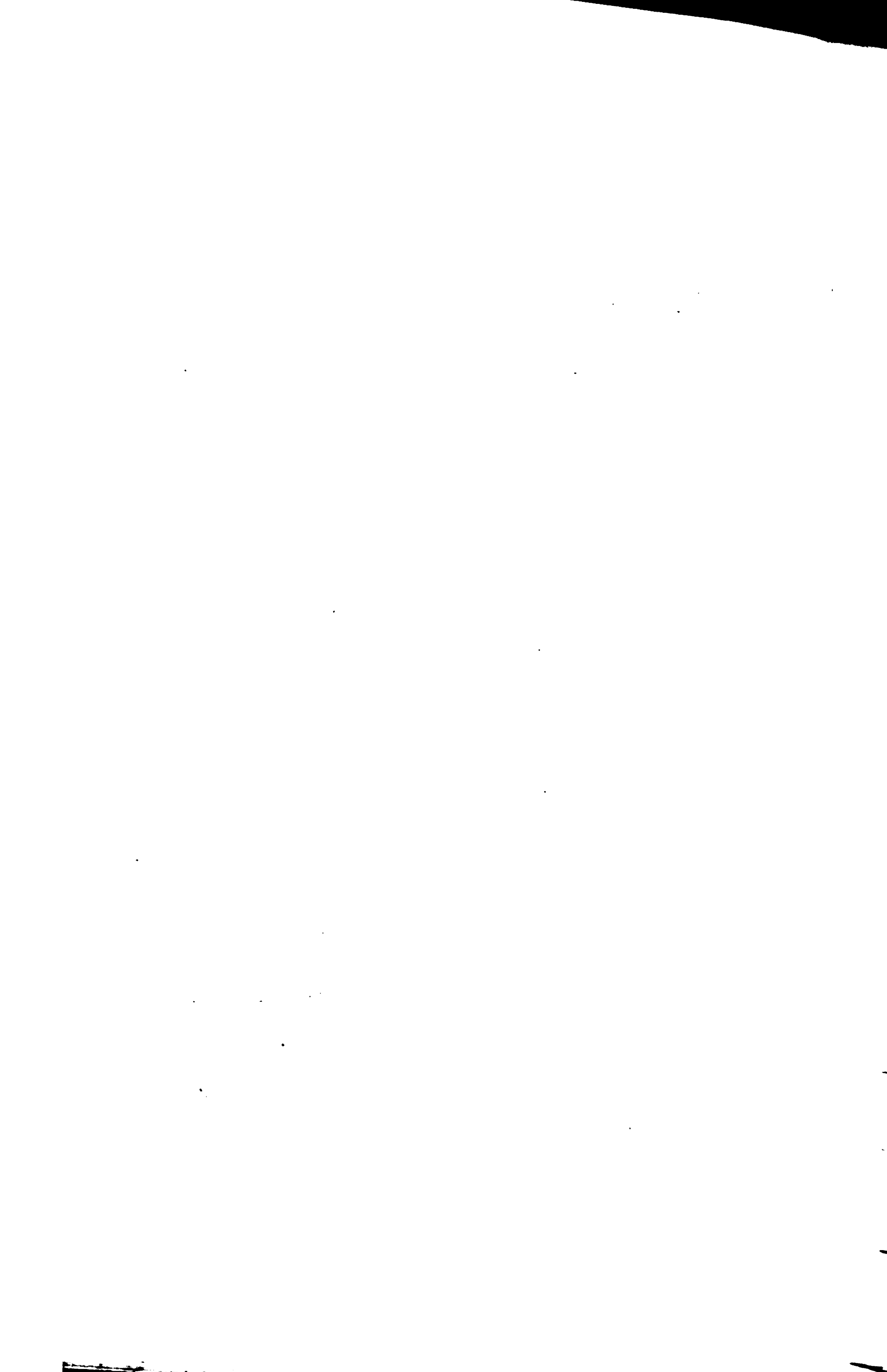
Rechtes abwechselndes Dreipunktschraubensystem

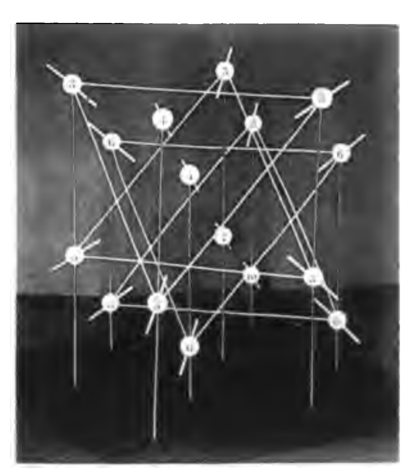
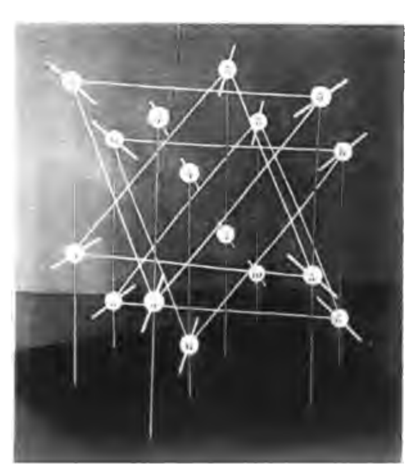
(Gehört zu S. 529)



Linkes abwechselndes Dreipunktschraubensystem

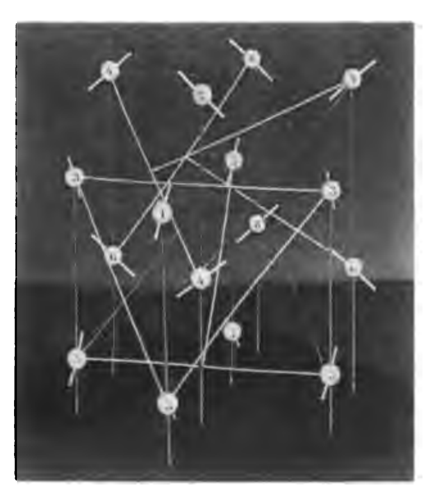
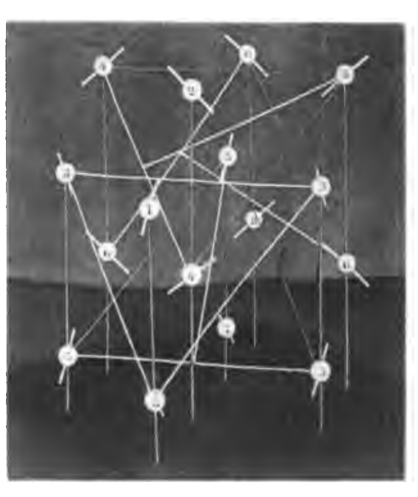
(Gehört zu S. 52…



Anordnung t der Achsen der physikalischen Moleküle eines Kubooktaedersystems

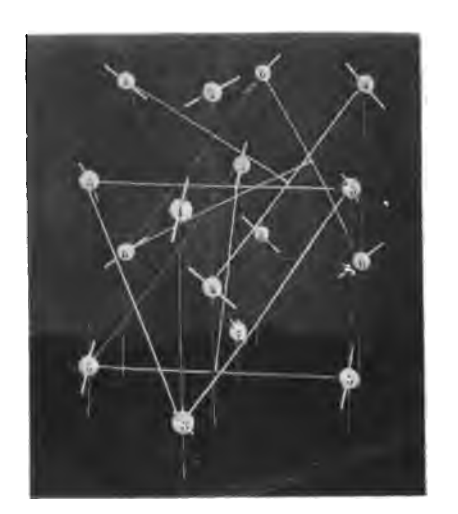
(Gehört zu S. 57

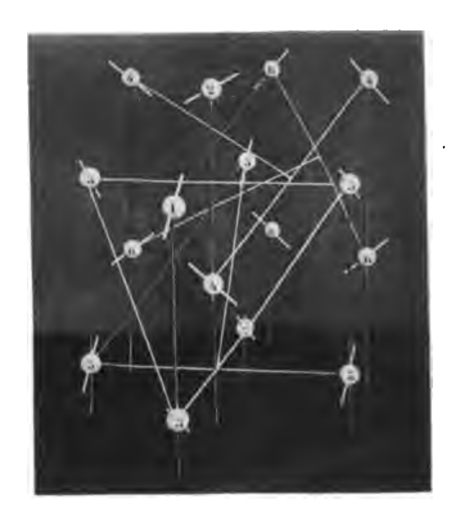



Anordnung q_L der Achsen der physikalischen Moleküle eines Kubooktaedersystems

(Gehört zu S. 5

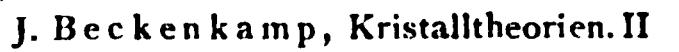


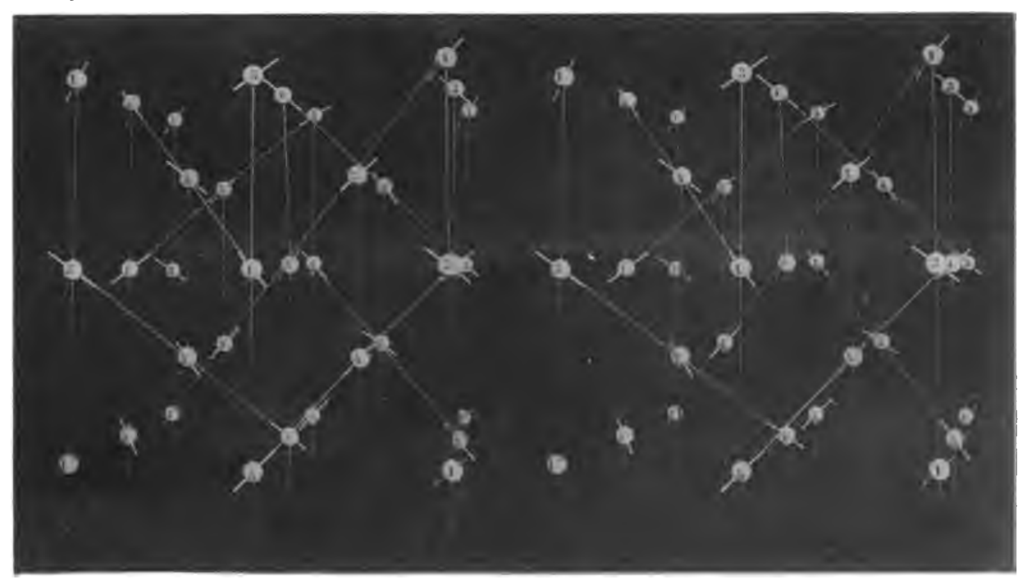




Anordnung q_R der Achsen der physikalischen Moleküle eines Kubooktaedersystems

(Gehört zu S. 581)





Anordnung p der Achsen der physikalischen Moleküle eines Kubooktaedersystems mit den dreizählige Deckachsen des Teilsystems π darstellenden Netzlinien

(Gehört zu S. 63







Anordnung *p* der Achsen der physikalischen Moleküle eines Kubooktaedersystems

(Gehört zu S. 639)

